

شناسایی سیستم

تمرین سری سوم

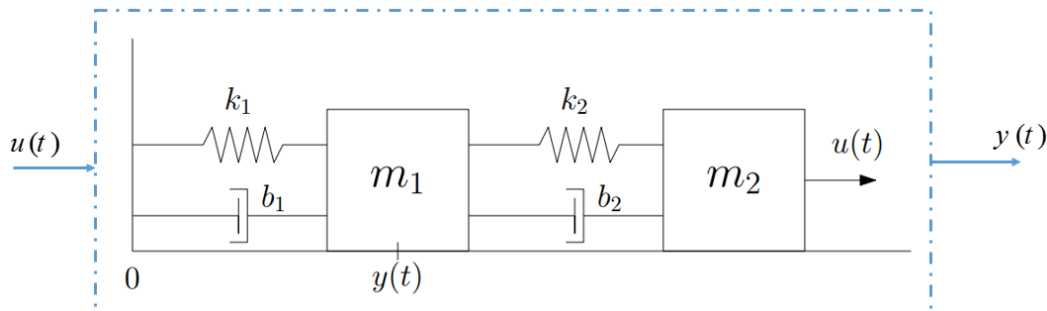
استاد درس: دکتر کراری

مهلت تحویل: ۱۴۰۲/۰۹/۱۴

تدریس‌یار: مهندس لطفی



سوال اول) سیستم مکانیکی شکل ۱ را در نظر بگیرید که نیروی u به عنوان ورودی سیستم و موقعیت جرم اول (y) به عنوان خروجی سیستم فرض شده‌اند. برای این سیستم، مقادیر پارامترها $(m_2, m_1, b_2, b_1, k_2, k_1)$ مجهول بوده و قصد داریم که به روش مدل‌سازی ترکیبی (جعبه خاکستری) یک مدل دینامیکی مناسب برای توصیف رفتار این سیستم بدست آوریم.



شکل ۱. سیستم مکانیکی

برای نیل به این هدف، مطلوب است:

الف) با استفاده از قوانین فیزیکی حاکم بر این سیستم مکانیکی، معادله دیفرانسیل و تابع تبدیل زمان پیوسته سیستم را به صورت پارامتری بدست آورید. با استفاده از تحقق کانونیکال کنترل‌کننده، مدل فضای حالت سیستم را نیز بدست آورید.

ب) با در نظر گرفتن زمان نمونه‌برداری برابر ۱، ثانیه، با استفاده از روش اویلر پیش‌رو (*Forward Euler*) معادلات حالت و خروجی بدست آمده در بند (الف) را گسسته‌سازی نموده و توصیف فضای حالت زمان گسسته سیستم را بدست آورید. از روی مدل فضای حالت زمان گسسته بدست آمده، تابع تبدیل زمان گسسته سیستم را به صورت پارامتری تعیین کنید.

ج) تابع تبدیل زمان گسسته بدست آمده در بند قبلی را به صورت زیر بازنویسی کنید:

$$G(z^{-1}) = \frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})} = \frac{\beta_0 z + \beta_1}{z^4 + \alpha_1 z^3 + \alpha_2 z^2 + \alpha_3 z + \alpha_4}$$

$$= z^{-3} \frac{\beta_0 + \beta_1 z^{-1}}{1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \alpha_3 z^{-3} + \alpha_4 z^{-4}}$$

معادله رگرسیون متناظر با تابع تبدیل فوق را بدست آورید. جهت تخمین پارامترهای $\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \beta_1, \beta_0$ و α_4 سیستم مورد نظر با یک ورودی $PRBS$ مناسب با تعداد ۱۰۲۳ نمونه تحریک شده و با زمان نمونه برداری ۰،۱ ثانیه، از سیگنال های ورودی و خروجی نمونه برداری شده است. داده های ثبت شده در لینک زیر قابل دسترس هستند:

https://uupload.ir/view/data_question1_ke0m.rar/

توجه داشته باشید که داده های خروجی اندازه گیری شده، نویزی هستند. با استفاده از این داده های ورودی و خروجی و به روش حداقل مربعات (LS)، پارامترهای $\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \beta_1, \beta_0$ و α_4 را تخمین بزنید. خروجی مدل بدست آمده و خروجی واقعی را به صورت شبیه سازی (رسم دو منحنی در یک شکل) مقایسه کنید. پارامترهای R^2, MSE, SSE را برای مدل بدست آمده محاسبه کنید. قابل قبول بودن مدل بدست آمده را به روش R^2 بررسی کنید.

(د) آیا می توان با استفاده از مقادیر بدست آمده برای پارامترهای $\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \beta_1, \beta_0$ و α_4 ، مقدار پارامترهای اصلی سیستم $(m_2, m_1, b_2, b_1, k_2, k_1)$ را به صورت یکتا بدست آورد؟ توضیح دهید.

سوال دوم) سیستم مکانیکی شکل ۱ را دوباره در نظر بگیرید. در این سوال، هدف این است که با استفاده از داده های جمع آوری شده از سیگنال ورودی (u) و سیگنال خروجی (y)، مدل سیستم به روش مدل سازی جعبه سیاه (شکل ۲) تعیین شود.



شکل ۲. سیستم مورد بررسی در سوال دوم

ساختار مدل برای مدل سازی، ARX انتخاب شده است. همچنین، جهت تخمین پارامترهای مجهول، یک ورودی $PRBS$ غنی با زمان نمونه برداری مناسب ۰,۱ ثانیه به ورودی سیستم اعمال شده و از سیگنال های ورودی و خروجی نمونه برداری شده است. داده های ثبت شده در لینک زیر قابل دسترس هستند:

https://uupload.ir/view/data_question2_w2vj.rar/

در این آزمایش، داده های اندازه گیری شده بدون نویز هستند. می دانیم که تخمین پارامترهای ساختار مدل ARX به روش حداقل مربعات، طبق رابطه زیر انجام می شود:

$$\hat{\theta}_{LS} = (U^T U)^{-1} U^T Y$$

مطلوب است:

الف) با نوشتن برنامه ای در $MATLAB$ ، معادله رگرسیون متناظر با ساختار مدل ARX را به ازای مرتبه های ۱ تا ۶ تعیین کرده و ماتریس های U ، U^T و $U^T U$ را با استفاده از داده های جمع آوری شده محاسبه کنید. رتبه ($rank$) ماتریس $U^T U$ را به ازای مرتبه های ۱ تا ۶ محاسبه کنید. از چه مرتبه ای به بعد، این ماتریس رتبه کامل نیست؟ چرا؟

ب) با توجه به نتیجه بدست آمده از بند قبلی، چه مرتبه ای را برای مدل این سیستم پیشنهاد می کنید؟

ج) با در نظر گرفتن ساختار مدل ARX با مرتبه (درجه چند جمله ای A) برابر ۴، پارامترهای مدل را با استفاده از داده های ورودی - خروجی داده شده به روش حداقل مربعات تخمین بزنید.

د) دقت مدل بدست آمده را با روش R^2 بررسی کنید.

ه) برای توصیف رفتار دینامیکی سیستم مکانیکی شکل ۱، دقت مدل بدست آمده در این سوال بیشتر است یا مدل بدست آمده در سوال اول؟ چرا؟

سوال سوم) سیستم با مدل تابع تبدیل زمان پیوسته زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = 5 \frac{(s-1)(s+1)}{2s^4 + 14s^3 + 36s^2 + 44s + 24}$$

الف) زمان نمونه برداری مناسب این سیستم را تعیین کنید.

ب) با اعمال یک ورودی نويز سفید مناسب به سیستم، یک مدل با ساختار مدل ARX از مرتبه ۴ برای سیستم تعیین نموده و با مدل اصلی مقایسه نموده و پارامترهای R^2 ، SSE و MSE را محاسبه کنید.

ج) با اعمال یک ورودی $PRBS$ مناسب به سیستم، یک مدل با ساختار مدل ARX از مرتبه ۴ برای سیستم تعیین نموده و با مدل اصلی مقایسه نمایید و پارامترهای R^2 ، SSE و MSE را محاسبه کنید.

سوال چهارم) برای هر دانشجو یک فایل شامل مجموعه داده‌های موردنیاز برای شناسایی یک سیستم دینامیکی با ساختار مدل ARX و با استفاده از رگرسیون خطی و تخمین حداقل مربعات خطی آماده شده است. این فایل شامل یک مجموعه داده برای شناسایی بوده که در متغیر `id` ذخیره شده است و همچنین شامل یک مجموعه داده برای ارزیابی می‌باشد که در متغیر `val` ذخیره شده است. توجه داشته باشید که این مجموعه داده‌ها در فرمت `iddata` تعریف شده‌اند و با دستورات زیر می‌توانید به ترتیب داده‌های ورودی (`u`) و داده‌های خروجی (`y`) شناسایی و ارزیابی را فراخوانی کنید:

مجموعه داده‌های شناسایی: `id`

```
y_id=id.y
```

```
u_id=id.u
```

مجموعه داده‌های ارزیابی: `val`

```
y_val=val.y
```

```
u_val=val.u
```

فرض کنید که با توجه به شناخت قبلی از سیستم تحت بررسی، می‌دانیم که سیستم هیچ تاخیر زمانی ندارد. مطلوب است:

الف) مجموعه داده‌های ورودی و خروجی شناسایی را در یک شکل ترسیم کنید (از دستور `subplot` استفاده کنید).

ب) تحت یک برنامه‌ای در نرم‌افزار $MATLAB$ ، شناسایی با ساختار مدل ARX را به صورت صریح و با استفاده از معادله رگرسیون خطی پیاده‌سازی کنید. توجه داشته باشید که رگرسیون‌های مدل عبارت‌اند از:

$u(k - n_b), \dots, u(k - 1), -y(k - n_a), \dots, -y(k - 1)$ توجه داشته باشید که برنامه یا کد نوشته شده بایستی برای هر مقادیری از n_b و n_a قابل اجرا باشد.

(ج) سعی کنید که از روی شکل‌های پاسخ پله در داده‌های ارزیابی، یک حدس اولیه برای مرتبه سیستم بزنید. در ادامه، پارامترهای n_b و n_a در ساختار مدل ARX را از روی حدس اولیه خود انتخاب کرده و با استفاده از برنامه نوشته شده در بند (ب)، یک مدل ARX برای سیستم شناسایی کنید. سپس با استفاده از داده‌های ارزیابی، دقت مدل بدست آمده را ارزیابی کنید.

(د) اگر نتایج ارزیابی ضعیف بود، یعنی دقت مدل بدست آمده در قسمت قبلی تحت معیار R^2 قابل قبول نبود، پارامترهای n_b و n_a را یک واحد افزایش دهید. این روند (افزایش مرتبه سیستم) را تا زمان رسیدن به یک مدل قابل قبول تکرار کنید.

(نمره امتیازی): قسمت‌های (ج) و (د) را با استفاده از تابع `arx` در نرم‌افزار *MATLAB* انجام داده و نتایج حاصل را با نتایج بدست آمده از برنامه خود مقایسه کنید:

```
model = arx([y,u],[na nb nk])
```

توجه داشته باشید که در هنگام استفاده از دستور `arx`، پارامتر `nk` را برابر یک در نظر بگیرید، چرا که طبق دانش قبلی می‌دانیم که سیستم فاقد تاخیر زمانی است.

سوال پنجم) داده‌های ورودی – خروجی اندازه‌گیری شده از یک سیستم دینامیکی با زمان نمونه‌برداری یک ثانیه از طریق لینک زیر قابل دسترس است:

https://uupload.ir/view/question5_er15.rar/

با نوشتن برنامه‌ای در نرم‌افزار *MATLAB*، یک مدل ARX با مرتبه مناسب برای توصیف رفتار این سیستم تعیین نمایید. برای تعیین مرتبه مناسب مدل، با فرض اینکه درجه چندجمله‌ای B یک واحد کمتر از درجه چندجمله‌ای A باشد، مراحل زیر را با نوشتن یک برنامه در متلب انجام دهید:

(۱) درجه چندجمله‌ای A را برابر یک در نظر گرفته و ضرایب مجهول مدل را از روی داده‌ها تخمین بزنید.

(۲) پارامتر R^2 مدل بدست آمده در مرحله قبل را طبق فرمول R^2 تعیین نمایید.

۳) اگر مقدار R^2 بیشتر از ۰,۹۰۲۵ باشد، مدل با مرتبه انتخاب شده قابل قبول است. در غیر این صورت، درجه چندجمله‌ای A را یک واحد افزایش داده و مجدداً مراحل ۱ تا ۳ را تکرار کنید.

توجه:

۱. جهت دریافت مجموعه داده‌های شناسایی خود برای سؤال چهارم، یک ایمیل خالی با عنوان زیر

"تمرین سری سوم - نام و نام خانوادگی - شماره دانشجویی"

به آدرس ایمیل sysidentification.2023@gmail.com ارسال نمایید. **توجه داشته باشید که تا تاریخ**

۷ آذرماه فرصت دارید که داده‌های شناسایی خود را دریافت نمایید. پس از این تاریخ، داده‌ای

ارسال نخواهد شد.

۲. گزارش تایپ شده (با فرمت PDF و $WORD$) به همراه کدها و فایل‌های شبیه‌سازی خود را به صورت یک

فایل زیپ شده (با پسوند .rar) تا روز سه شنبه مورخ ۱۴ آذرماه ۱۴۰۲ (تا ساعت ۲۴:۰۰) به آدرس ایمیل

sysidentification.2023@gmail.com ارسال نمایید.