

## شناسایی سیستم

تمرین سری چهارم

مهلت تحویل: ۱۴۰۲/۱۰/۰۸

استاد درس: دکتر کراری

تدریس‌یار: مهندس لطفی



سوال اول) شکل ۱ نمایی از یک سیستم خشک‌کن چغندر قند را نشان می‌دهد. ورودی این سیستم مقدار سوخت مصرفی،  $\dot{m}_F \in [-5, 5] \text{ kg/sec}$  و خروجی آن مقدار ماده خشک،  $\psi_{DM} \in [-15, 15]$  است. مدل Simulink این سیستم را می‌توانید از لینک زیر دریافت کنید که در نسخه‌های 2014a به بالای نرم‌افزار MATLAB قابل استفاده است:

[https://uupload.ir/view/hw4\\_q1\\_2014a\\_9z4d.rar/](https://uupload.ir/view/hw4_q1_2014a_9z4d.rar/)



شکل ۱. نمایی از سیستم خشک‌کن چغندر قند

هدف تعیین یک مدل دینامیکی LTI زمان گسسته برای توصیف رفتار دینامیکی این سیستم است. برای نیل به این هدف، مطلوب است:

۱. زمان نمونه‌برداری مناسب برای شناسایی این سیستم را تعیین کنید.

۲. یک ورودی مناسب و غنی برای تحریک این سیستم طراحی نموده و با اعمال آن به عنوان سیگنال ورودی سیستم ( $\dot{m}_F$ ) در فایل Simulink داده شده، از سیگنال‌های ورودی و خروجی (جهت شناسایی) با زمان نمونه‌برداری به دست آمده در بند قبلی، نمونه‌برداری کنید.

۳. با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده در بند ۲، یک مدل خطی با ساختار مدل ARX برای سیستم خشک‌کن چغندر قند به ازای مرتبه‌های ۱ تا ۱۰ بدست آورید. برای هر یک از مرتبه‌ها، مقادیر  $R^2$ ، MSE و همچنین  $\det(U^T U)$  را برای مدل به دست آورده و واریانس نویز را تخمین بزنید. همچنین ماتریس کوواریانس تخمین را به دست آورید.

۴. در شکل‌های جداگانه، نمودار میله‌ای هر یک از معیارهای  $R^2$ ، MSE و همچنین مقدار  $\det(U^T U)$  را بر حسب مرتبه مدل رسم کنید. با افزایش مرتبه مدل، این پارامترها چگونه تغییری می‌کنند؟

۵. مرتبه و مدل مناسب این سیستم را طبق معیار  $R^2$  به دست آورده و منحنی‌های خروجی واقعی و خروجی مدل انتخاب شده (طبق معیار  $R^2$ ) را در یک شکل ترسیم کنید (گر مقدار  $R^2$  بیشتر از ۰٫۹۰۲۵ باشد، مدل با مرتبه انتخاب شده قابل قبول است).

۶. مرتبه و مدل مناسب این سیستم را طبق معیار MSE به دست آورده و منحنی‌های خروجی واقعی و خروجی مدل انتخاب شده (طبق معیار MSE) را در یک شکل ترسیم کنید.

۷. پرواضح است که هرچه قدر واریانس نویز تخمین کمتر باشد، تخمین ما دقیق‌تر است. با در نظر گرفتن این نکته، مرتبه و مدل مناسب این سیستم را به گونه‌ای انتخاب کنید که واریانس نویز آن حداقل باشد. منحنی‌های خروجی واقعی و خروجی مدل انتخاب شده را در یک شکل ترسیم کنید.

۸. از تمرین سری ۳ می‌دانیم که در حالت بدون وجود نویز، اگر مرتبه مدل از مرتبه واقعی سیستم بزرگ‌تر انتخاب شود،  $\det(U^T U)$  برابر صفر می‌شود. از این نکته می‌توان برای تعیین مرتبه مناسب مدل استفاده نمود. البته در واقعیت، به دلیل وجود نویز اندازه‌گیری،  $\det(U^T U)$  دقیقاً برابر صفر نمی‌شود، بلکه مقدار آن بسیار کوچک می‌شود. با در نظر گرفتن این توضیحات، مرتبه و مدل مناسب این سیستم را با استفاده از  $\det(U^T U)$  به دست آورید و منحنی‌های خروجی واقعی و خروجی مدل (انتخاب شده) را در یک شکل ترسیم کنید.

۹. نتایج به دست آمده از بندهای ۵ تا ۹ را با یکدیگر مقایسه کنید. کدام یک از معیارها، مدل مناسب یکسانی را نتیجه داده‌اند؟

**سؤال دوم)** در این سؤال، هدف شناسایی بازگشتی یک سیستم خاص با ساختار مدل ARX است. بدین منظور برای هر دانشجو، یک فایل جهت شناسایی و ارزیابی مدل آماده شده است. در این فایل، مجموعه داده شناسایی در متغیر id و مجموعه داده ارزیابی در متغیر val ذخیره شده است. فرض شده است که از دانش قبلی (مثلاً قوانین فیزیکی حاکم بر سیستم)، مرتبه سیستم معلوم و برابر  $n$  است. در فایل هر دانشجو، مقدار  $n$  در متغیر n داده شده است. همچنین، فرض کنید که سیستم تأخیر زمانی ندارد. برای در نظر گرفتن عدم تطابق نوع مدل، ما مرتبه‌های بزرگ‌تری را برای همه مدل‌های ARX می‌گیریم. لذا توصیه می‌شود که مقادیر  $n_a = n_b = 3n$  را برای درجه چندجمله‌های  $A$  و  $B$  در مدل ARX در نظر بگیرید:

$$A(q)y_t = q^{-n_k} B(q)x_t + e_t$$

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b}$$

که  $n_k = 0$  فرض می‌شود. مطلوب است:

**الف)** در یک MATLAB function، الگوریتم  $RLS$  برای شناسایی بازگشتی ساختار ARX را پیاده‌سازی/برنامه‌نویسی کنید. این function بایستی مجموعه داده‌های ورودی و خروجی، مقادیر  $n_a$  و  $n_b$ ، مقدار اولیه بردار پارامترها ( $\hat{\theta}_0$ ) و مقدار اولیه ماتریس  $\hat{P}_0$  (یا معکوس آن) در الگوریتم  $RLS$  را به عنوان ورودی خود دریافت کند. همچنین، این function بایستی یک ماتریس  $\Theta \in \mathbb{R}^{N \times (n_a + n_b)}$  را به عنوان خروجی تولید کند که سطر  $k$ ام این ماتریس بیانگر مقدار تخمینی بردار پارامترها در لحظه  $t$  است ( $\hat{\theta}_t$ ). بردار پارامترهای مجهول ساختار مدل ARX را به صورت زیر تعریف کنید:

$$\underline{\theta} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n_a} \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{n_b}]^T \in \mathbb{R}^{n_a + n_b}$$

**ب)** با مجموعه داده‌های شناسایی و مقدار  $n$  داده شده برای هر دانشجو و همچنین  $\hat{P}_0 = 0.01I_{n_a + n_b}$ ، با استفاده از function نوشته شده در قسمت (الف)، دو مدل ARX به روش بازگشتی بدست آورید: یک مدل با بردار پارامتر نهایی به دست آمده بعد از اعمال همه داده‌های شناسایی و یک مدل با بردار پارامتر نهایی

به‌دست‌آمده بعد از اعمال ۱۰٪ داده‌های شناسایی (به بیان دقیق‌تر، در مدل اول از همه داده‌های شناسایی داده شده استفاده کنید و بردار پارامترهای مجهول مدل را تخمین بزنید و در مدل دوم، تنها از ۱۰٪ داده‌های شناسایی داده شده استفاده نموده و بردار پارامترهای مجهول مدل را تخمین بزنید). کیفیت هر دو مدل را با معیارهای SSE و  $R^2$  بررسی کنید. کدام یک از دو مدل بدست آمده بهتر است؟ توضیح دهید.

**(بخش امتیازی):** بند (ب) را با استفاده از دستور `farx` در محیط MATLAB تکرار نموده و نتایج به‌دست‌آمده با این دستور را با نتایج به‌دست‌آمده در بند (ب) مقایسه کنید (یعنی مدل‌های اول و دوم به‌دست‌آمده در قسمت (ب) و (ج)) که آیا یکسان یا مشابه هستند یا خیر؟

**سؤال سوم)** در این سؤال، هدف شناسایی سیستم با روش شناسایی تکراری IIV است. بدین منظور برای هر دانشجو، یک فایل جهت شناسایی و ارزیابی مدل آماده شده است. در این فایل، مجموعه داده شناسایی در متغیر `id` و مجموعه داده ارزیابی در متغیر `val` ذخیره شده است. فرض شده است که طبق دانش قبلی از سیستم، مرتبه سیستم معلوم و برابر  $n$  بوده و می‌دانیم که نویز اندازه‌گیری نیز رنگی است (نویز سفید نیست). در فایل هر دانشجو، مقدار  $n$  در متغیر `n` داده شده است. مقدار  $n_a = n_b = n$  را برای درجه چندجمله‌های  $A$  و  $B$  در مدل ARX در نظر بگیرید:

$$A(q)y_t = q^{-n_k} B(q)x_t + e_t$$

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b}$$

و  $n_k = 0$  فرض کنید. قصد داریم که در این سؤال، الگوریتم IIV را با استفاده از متغیرهای کمکی در خروجی ARX پیاده‌سازی کنیم. به‌منظور حل مؤثرتر این مسئله شناسایی در MATLAB، مطابق مرجع اصلی درس (کتاب شناسایی سیستم، تألیف دکتر کراری) پیشنهاد می‌شود که الگوریتم IIV را در فرم ماتریسی بنویسید. به‌طوری‌که:

$$\underbrace{\left[ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \underline{z}_t \underline{u}_t^T \right]}_{\tilde{\Phi}} \underline{\theta} = \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \underline{z}_t y_t}_{\tilde{Y}} \Rightarrow \tilde{\Phi} \underline{\theta} = \tilde{Y}$$

به‌طوری‌که ماتریس  $\tilde{\Phi}$  و بردار  $\tilde{Y}$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tilde{\Phi} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \underline{z}_t \underline{u}_t^T, \quad \tilde{\Phi} \in \mathbb{R}^{(n_a+n_b) \times (n_a+n_b)}$$

$$\tilde{Y} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \underline{z}_t y_t, \quad \tilde{Y} \in \mathbb{R}^{(n_a+n_b) \times 1}$$

همچنین

$$\underline{z}_t = [-\hat{y}_{t-1} \quad -\hat{y}_{t-2} \quad \dots \quad -\hat{y}_{t-n_a} \quad x_{t-1} \quad x_{t-2} \quad \dots \quad x_{t-n_b}]^T$$

$$\underline{u}_t = [-y_{t-1} \quad -y_{t-2} \quad \dots \quad -y_{t-n_a} \quad x_{t-1} \quad x_{t-2} \quad \dots \quad x_{t-n_b}]^T$$

که  $\hat{y}_t = \underline{u}_t^T \hat{\theta}$  تخمین خروجی بدون نویز است. مطلوب است:

**الف)** یک مدل ARX با مرتبه  $n_a = n_b = n$  شناسایی کرده و دقت آن را ارزیابی کنید. برای این قسمت، می‌توانید از دستور arx در نرم‌افزار MATLAB و یا از functionی که در تمرین سری سوم نوشته‌اید، استفاده کنید.

**ب)** یک مدل با روش IIV توضیح داده شده در بالا و با مرتبه  $n_a = n_b = n$  شناسایی کند.

**ج)** کیفیت مدل به دست آمده با روش IIV را با کیفیت مدل بدست آمده با مدل ARX اصلی از نظر پیش‌بینی و شبیه‌سازی مقایسه کنید.

**سؤال چهارم)** به منظور شناسایی دو سیستم متفاوت S1 و S2، ورودی غنی و مناسب (از دیدگاه شناسایی) به هر یک از سیستم‌ها اعمال شده و مجموعه داده‌های ورودی و خروجی آن‌ها ثبت و جمع‌آوری شده است. با استفاده از لینک زیر می‌توانید مجموعه داده‌های متناظر با هر دو سیستم را دانلود کنید:

[https://uupload.ir/view/hw4\\_q4\\_dv6p.rar/](https://uupload.ir/view/hw4_q4_dv6p.rar/)

به‌طوری‌که مجموعه داده‌های ذخیره شده در متغیر Z (در فرم iddata) برای سیستم S1 و مجموعه داده‌های ذخیره شده در متغیر Z2 (در فرم iddata) برای سیستم S2 می‌باشد. برای شناسایی هر یک از سیستم‌ها، از ۵۰٪ داده‌ها برای شناسایی و از ۵۰٪ داده‌ها برای ارزیابی مدل استفاده کنید.

برای هر یک از مجموعه داده‌های Z و Z2 مطلوب است:

**الف)** بررسی کنید که آیا داده‌های ورودی و خروجی داده شده برای شناسایی دارای میانگین صفر هستند یا خیر. در صورتی که میانگین داده‌ها صفر نباشد، به صورت دستی و یا با استفاده از دستور detrend در نرم‌افزار MATLAB، میانگین داده‌های ورودی و خروجی را صفر کنید.

ب) با استفاده از داده‌های شناسایی و با استفاده از معیار  $R^2$ ، یک مدل ARX با مرتبه مناسب برای هر یک از سیستم‌های S1 و S2 بدست آورید. توجه داشته باشید که معیار  $R^2$  را بر روی داده‌های ارزیابی اعمال کنید. خروجی مدل و خروجی واقعی را در یک شکل ترسیم و مقایسه کنید.

ج) با استفاده از داده‌های شناسایی و طبق معیار  $R^2$ ، یک مدل ARMAX با مرتبه مناسب برای هر یک از سیستم‌های S1 و S2 بدست آورید. توجه داشته باشید که معیار  $R^2$  را بر روی داده‌های ارزیابی اعمال کنید.

د) با استفاده از داده‌های شناسایی و طبق معیار  $R^2$ ، یک مدل Box-jenkins با مرتبه مناسب برای هر یک از سیستم‌های S1 و S2 بدست آورید. توجه داشته باشید که معیار  $R^2$  را بر روی داده‌های ارزیابی اعمال کنید.

ه) دقت مدل‌های به‌دست‌آمده در بندهای قبلی (مدل ARX، مدل ARMAX و مدل Box-jenkins) را برای هر یک از سیستم‌های S1 و S2 با یکدیگر مقایسه کنید. کدام یک از مدل‌های بدست آمده، مدل مناسبی از سیستم‌ها را ارائه می‌کنند؟ توضیح دهید.

### توجه:

۱. جهت دریافت مجموعه داده‌های شناسایی خود برای سؤالات دوم و سوم، یک ایمیل خالی با عنوان زیر

"تمرین سری چهارم - نام و نام خانوادگی - شماره دانشجویی"

به آدرس ایمیل [sysidentification.2023@gmail.com](mailto:sysidentification.2023@gmail.com) ارسال نمایید. **توجه داشته باشید که تا تاریخ**

**۳۰ آذرماه فرصت دارید که داده‌های شناسایی خود را دریافت نمایید. پس از این تاریخ، داده‌ای**

**ارسال نخواهد شد.**

۲. گزارش تایپ شده (با فرمت PDF و WORD) به همراه کدها و فایل‌های شبیه‌سازی خود را به صورت یک

فایل زیپ شده (با پسوند .rar) تا روز جمعه مورخ ۸ دی ماه ۱۴۰۲ (تا ساعت ۲۴:۰۰) به آدرس ایمیل

[sysidentification.2023@gmail.com](mailto:sysidentification.2023@gmail.com) ارسال نمایید.