

Лабораторная работа

КАНОНИЧЕСКИЕ ФОРМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ  
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Преподаватель: Чепинский С.А.  
Студенты: Французов Р.А.  
Донцова М.А.  
Группа: R3325  
Вариант: 18

## **1 Цель работы**

Ознакомление с методами взаимного перехода между моделями вход-выход и вход-состояние-выход, а также с каноническими формами представления моделей вход-состояние-выход.

## 2 Ход работы

Ниже представлены исходные данные варианта

$a_0$	15
$a_1$	5
$a_2$	10
$b_0$	15
$b_1$	0.5
$b_2$	1

и ВХОД-СОСТОЯНИЕ-ВЫХОД

$A$	$\begin{pmatrix} 1 & -15 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$
$B$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$
$C$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$
$M$	$\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$

### 2.1 Переход от ВВ к ВСВ

По исходным данным варианта составлено и упрощено уравнение для системы вход-выход:

$$y^{(3)} + 10\ddot{y} + 5\dot{y} + 15y = 1\ddot{u} + 0.5\dot{u} + 15u$$

$$s^3y + 10s^2y + 5sy + 15y = 1s^2u + 0.5su + 15u$$

из уравнений получена передаточная функция:

$$W(s) = \frac{15 + 0.5s + s^2}{15 + 5s + 10s^2 + s^3}$$

:

$$A_{ku} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -15 & -5 & -10 \end{pmatrix}; B_{ku} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; C_{ku} = \begin{pmatrix} 15 & 0.5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{kn} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -15 \\ 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -10 \end{pmatrix}; B_{kn} = \begin{pmatrix} 15 \\ 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}; C_{kn} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

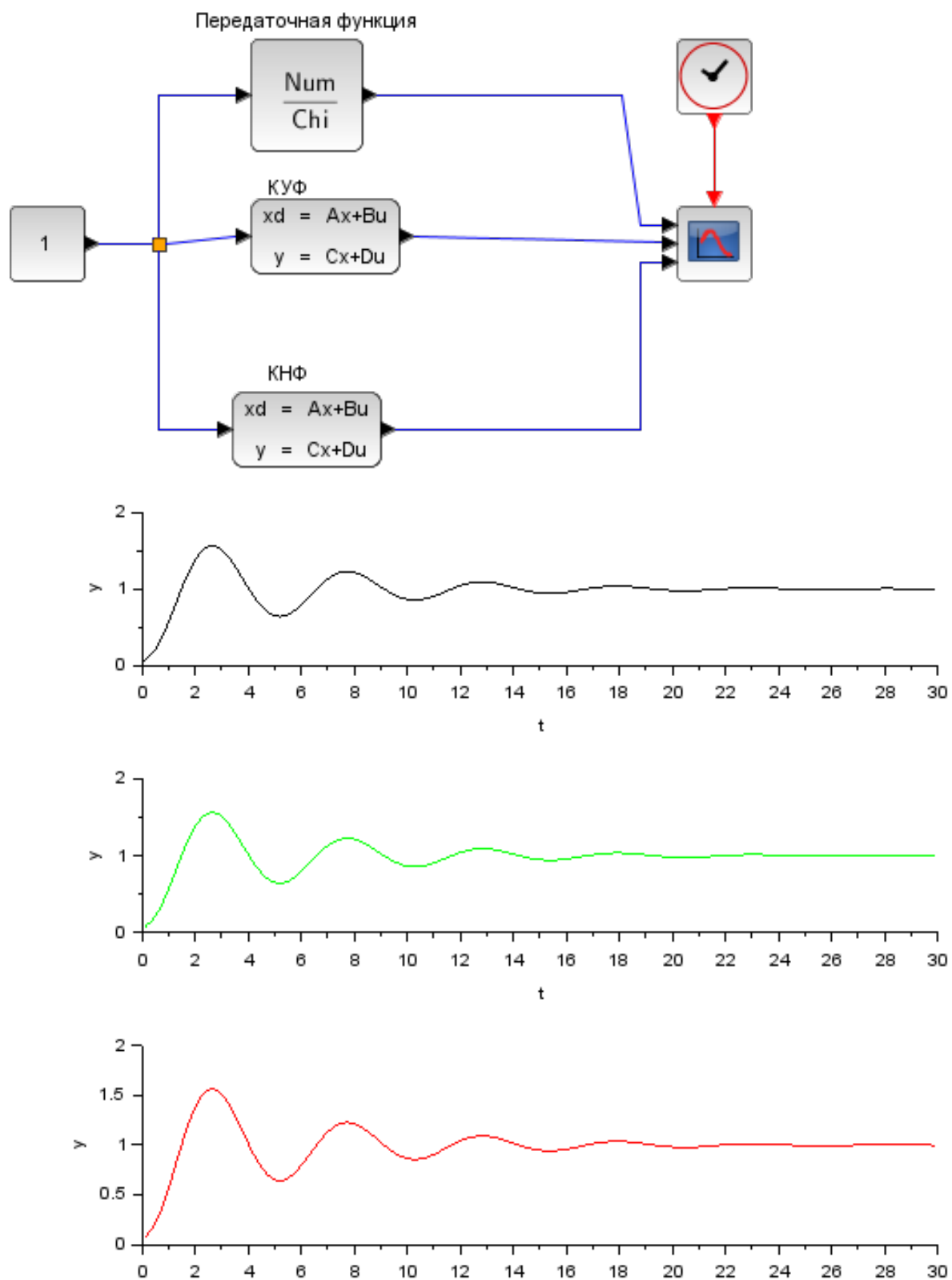


Рисунок 1 – Схема и результаты моделирования при единичном воздействии

## 2.2 Переход от ВСВ к ВВ

Использовано выражение для получения передаточной функции из начальной системы:

$$W(s) = C(sI - A)^{-1}B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1+s & 15 \\ -1 & 3+s \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{3+1s}{12+2s+s^2} & \frac{-15}{12+2s+s^2} \\ \frac{1}{12+2s+s^2} & \frac{-1+1s}{12+2s+s^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{7+2s}{12+2s+s^2} & \frac{-31+1s}{12+2s+s^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{14+4s}{12+2s+s^2}$$

На основании коэффициентов передаточной функции составлены системы ВСВ в канонических управляемой и наблюдаемой формах:

$$Aku = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -12 & -2 \end{pmatrix}; Bku = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; Cku = \begin{pmatrix} 14 & 4 \end{pmatrix}$$

$$Akn = \begin{pmatrix} 0 & -12 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; Bkn = \begin{pmatrix} 14 \\ 4 \end{pmatrix}; Ckn = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Составленные системы были промоделированы при единичном входном воздействии

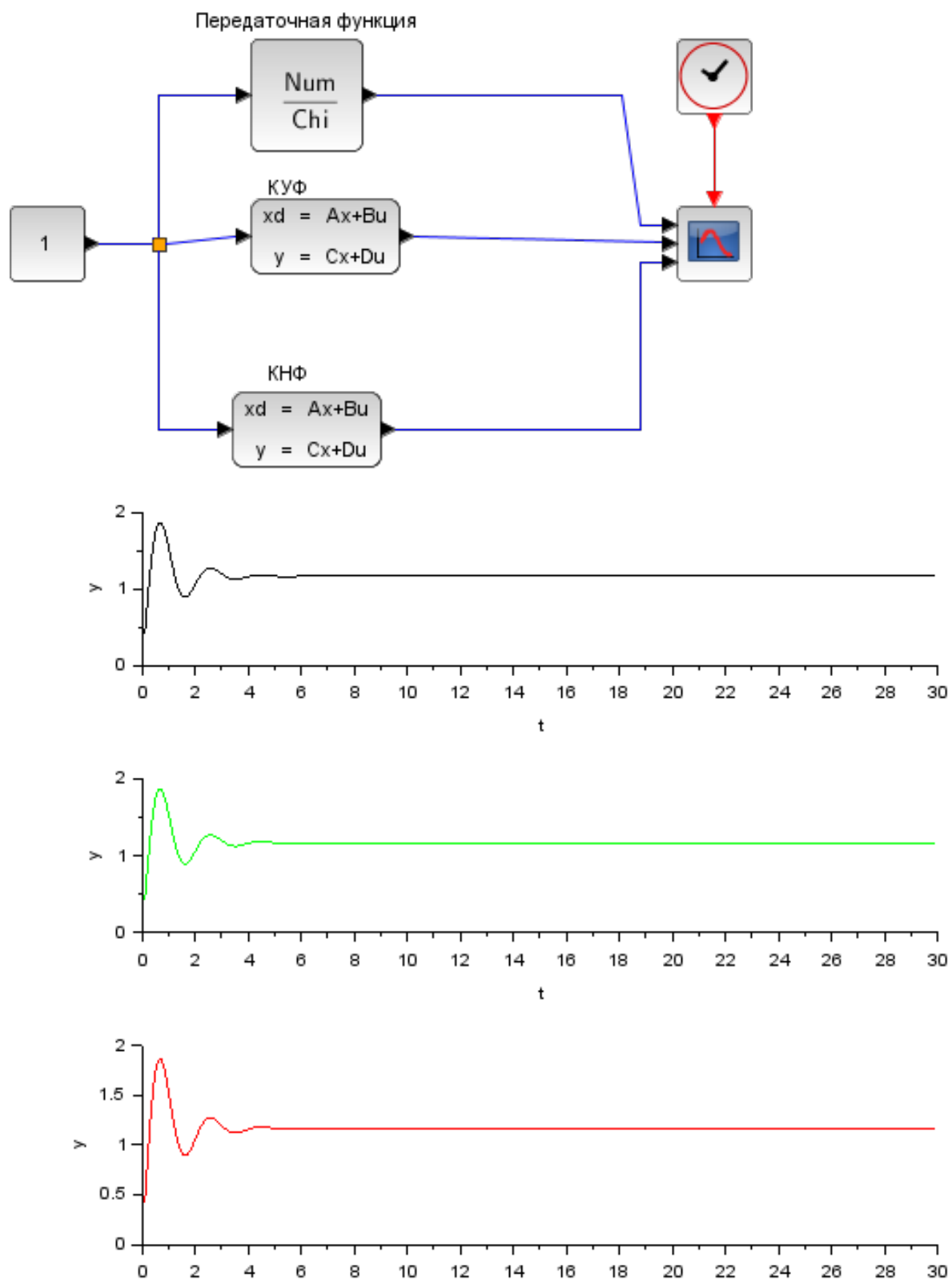


Рисунок 2 – Схема и результаты моделирования при единичном воздействии

Составлены матрицы управляемости для каждой системы  $N = \begin{pmatrix} A & A * B \end{pmatrix}$ :

$$N = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$Nku = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$Nkn = \begin{pmatrix} 14 & -48 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Составлены матрицы преобразования для КУФ и КНФ  $M = N\hat{N}^{-1}$ :

$$Mku = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Mkn = \begin{pmatrix} 0.014 & 0.449 \\ -0.029 & 0.101 \end{pmatrix}$$

### 2.3 Замена базиса в пространстве состояний

С помощью формул была получена система, подобная начальной:

$$\hat{A} = M^{-1}AM = \begin{pmatrix} -17 & -6 \\ 44.5 & 15 \end{pmatrix}$$

$$\hat{B} = M^{-1}B = \begin{pmatrix} 0.4 \\ -1.2 \end{pmatrix}$$

$$\hat{C} = CM = \begin{pmatrix} 16 & 2 \end{pmatrix}$$

Обе системы были промоделированы при единичном входном воздействии:

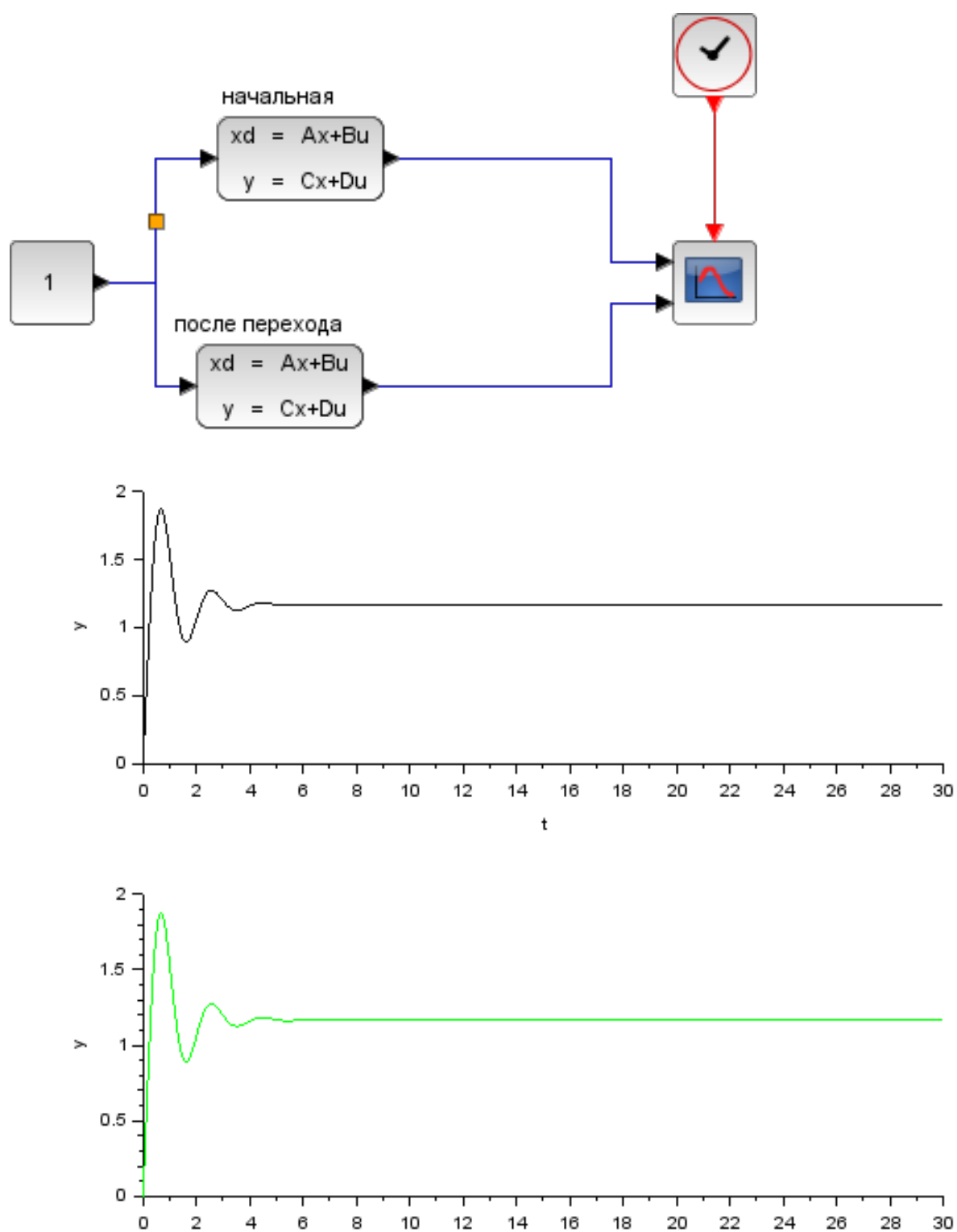


Рисунок 3 – Схема и результаты моделирования при единичном воздействии



### **3 Вывод**

В данной лабораторной работе был успешно совершен переход между системы вход-выход и вход-состояние-выход, переходные процессы систем, заданных в КУФ, КНФ и передаточной функцией, совпадают. Также успешно совершена смена базиса в пространстве состояний, в результате чего была получена подобная система, переходный процесс которой не отличается от начальной.