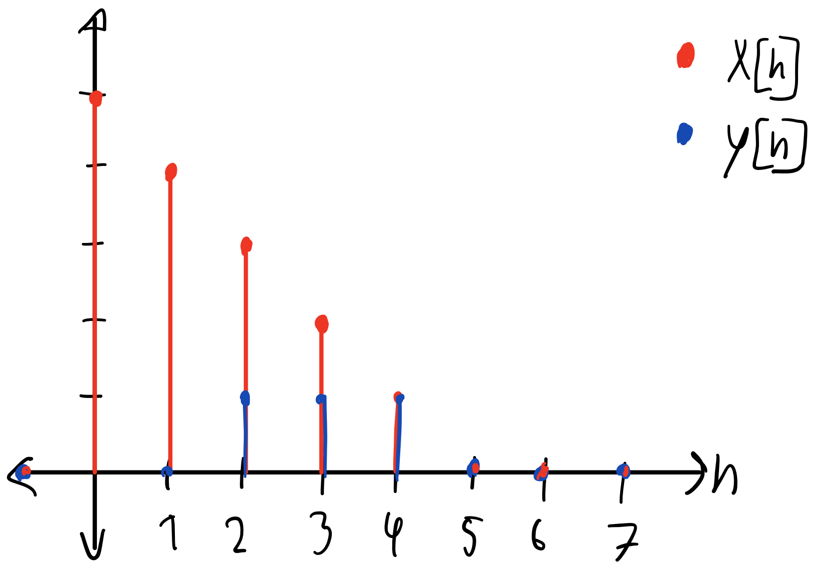
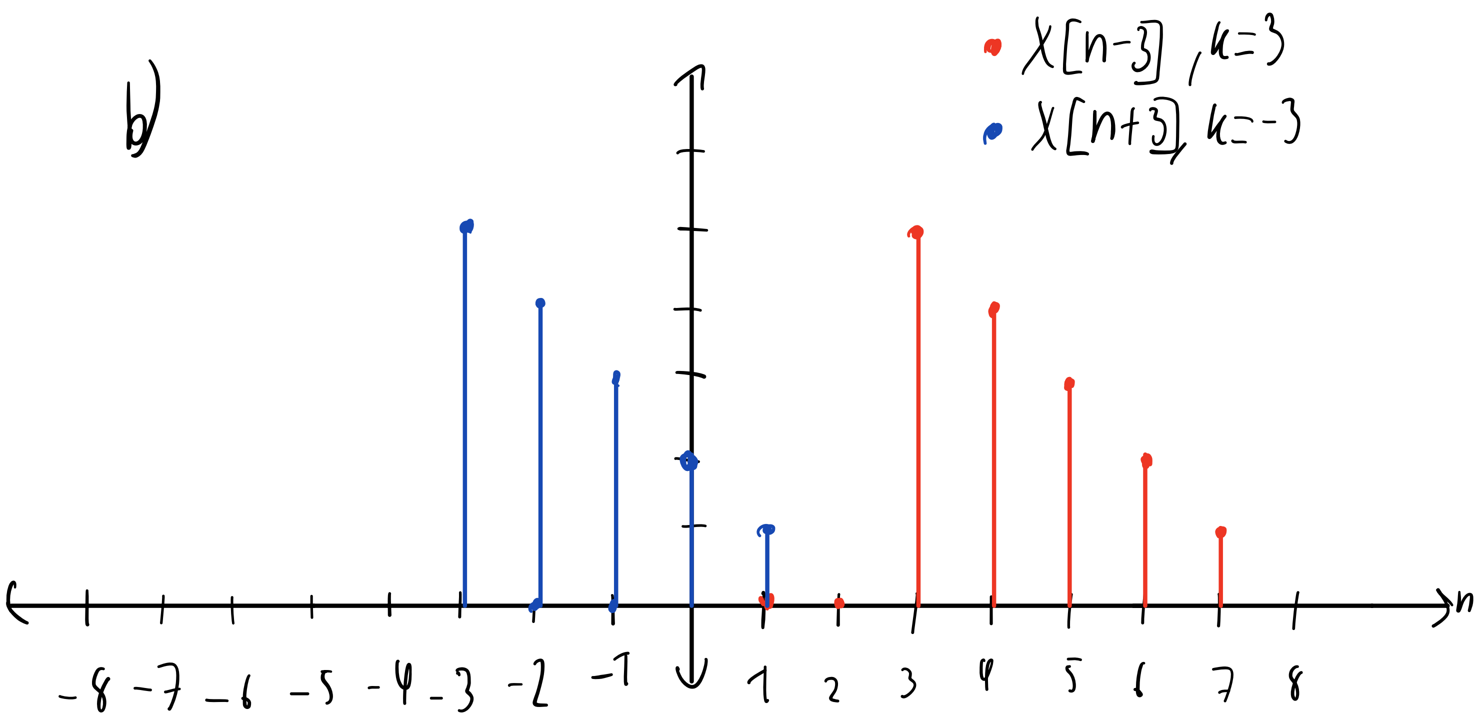
Oppgave 1)

$$x[n] = \begin{cases} 5 - n, & 0 \le n \le 4 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \qquad y[n] = \begin{cases} 1, & 2 \le y \le 4 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

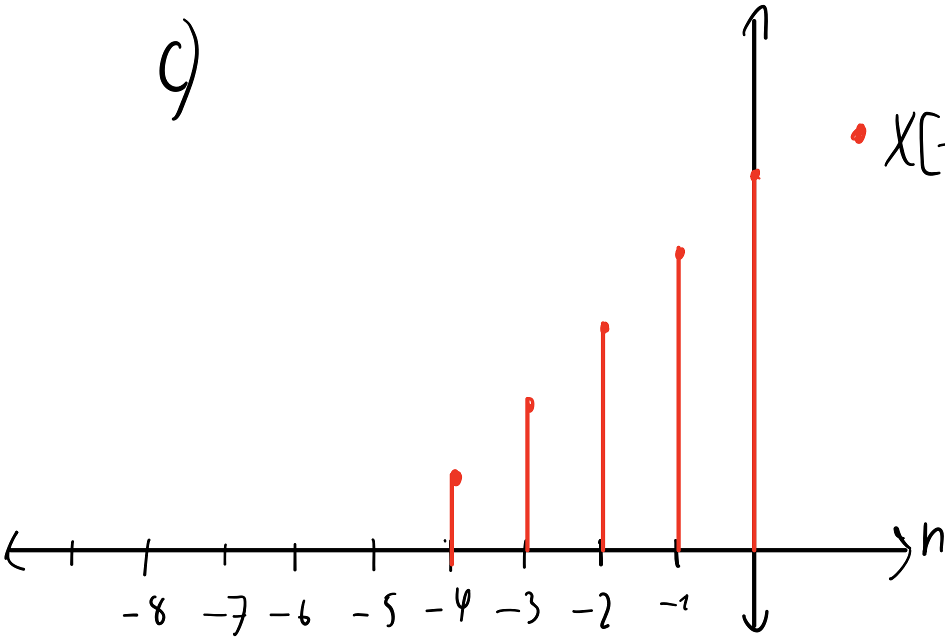
a)



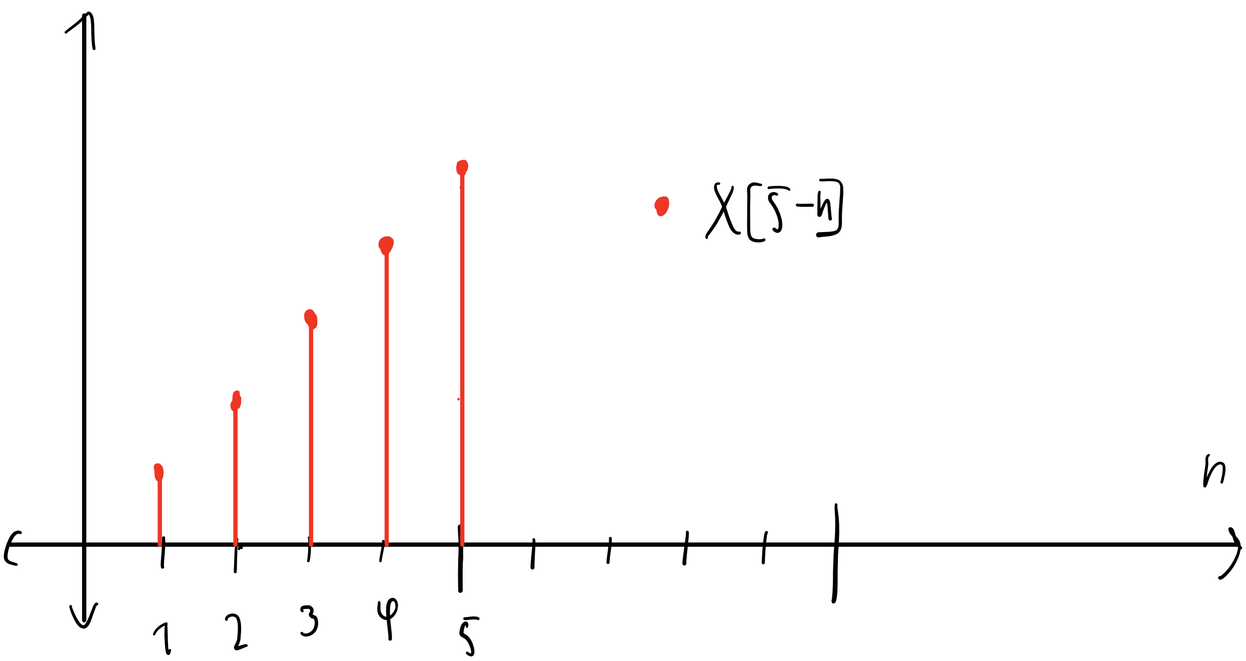
b)



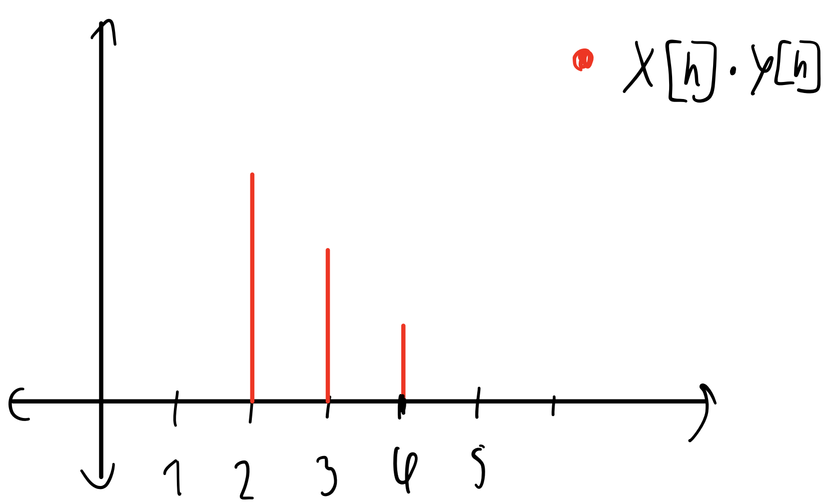
c)



d)



e)



f) $$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \delta[n-k]\, x[k] = 5\delta(n) + 4\delta(n-1) + 3\delta(n-2) + 2\delta(n-3) + \delta(n-4)$$

g) $$y[n] = u[n-2] - u[n-5]$$

h)

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = 5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 = 55$$

Oppgave 2)

a) Normalisert frekvens f_1,

$$x[n] = A\cos(2\pi f_1 n)$$

$x(t)$

Analog signal with sample rate F_s

Rasteren
oppsaven
nederst.

$F_s = 6000\,\text{Hz}$,

$$f_1 = \frac{F_1}{F_s}$$

$$-\frac{1}{2} \leq f_1 < \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{F_s}{2} \leq F_1 < \frac{F_s}{2}$$

$F_s = 6\text{kHz}$

$$= -3000\,\text{Hz} \leq F_1 < 3000\,\text{Hz}$$

Oppgave 3)

a) $y[n] = x[n] - x^2[n-1]$

$$a x_1[n] \longrightarrow a x_1[n] - a^2 x_1^2[n-1]$$

$$b x_2[n] \longrightarrow b x_2[n] - b^2 x_2^2[n-1]$$

$$a x_1[n] + b x_2[n] \longrightarrow a x_1[n] + b x_2[n] - (a x_1[n-1] + b x_2[n-1])^2$$

Altså ikke linær

Time-invariant:

$$x_1[n] \longrightarrow y_1[n]$$

$$x_2[n] = x_1[n-k] \longrightarrow y_1[n-k]$$

$$y_1[n] = x_1[n] - x_1^2[n-1]$$

$$x_2 \longrightarrow x_2[n] - x_2^2[n-1] =$$

$$x_1[n-k] - x_1^2[n-k-1] = x_2[n] - x_2^2[n-1]$$

Siden: $x_1[n-k] = x_2[n]$

System is time-invariant.

<u>Causal:</u>

$$y[n] = x[n] - x^2[n-1]$$

den er kausal siden den ikke er avhengig av fremtidig resultater

b)

$$y[n] = nx[n] + 2x[n-2]$$

$$ax_1[n] \longmapsto anx_1[n] + 2ax_1[n-2]$$

$$bx_1[n] \longmapsto bnx_2[n] + 2bx_1[n-2]$$

$$x_3[n] = ax_1[n] + bx_2[n] \longmapsto n(ax_1[n] + bx_2[n]) + 2\cdot(x_1[n-2] + x_2[n-2])$$

<u>Ser at systemet er lineært</u>

time-invariant:

$$x_1[n] \longrightarrow n x_1[n] + 2 x_1[n-2]$$

$$x_2[n] = x_1[n-k] \longrightarrow (n-k) x_1[n-k] + 2 x_1[n-2-k]$$

$$(n-k) x_2[n] + 2 x_2[n-2]$$

Ser at systemet er time-variant

Causal:

Systemet er ikke avhengig av fremtidige resultater så det er kausalt.

c) $y[n] = x[n] - x[n-1]$

$$a x_1[n] \longmapsto a x_1[n] - a x_1[n-1]$$

$$b x_2[n] \longmapsto b x_2[n] - b x_2[n-1]$$

$$x_3[n] = a x_1[n] + b x_2[n] \longmapsto a x_1[n] + b x_2[n] - a x_1[n-1] - b x_2[n-1]$$

liner

time-invariant

$$x_1[n] \longmapsto x_1[n] - x_1[n-1]$$

$$x_2[n] = x_1[n-k] \longmapsto x_1[n-k] - x_1[n-k-1]$$
$$x_2[n] - x_2[n-1]$$

time-invariant

Causal:

Systemet er ikke avhengig av fremtidige resultater så det er kausalt.

d)

$$y[n] = x[n] + 3x[n+4]$$

- Ser av lik argumentasjon som tidligere at systemet er lineært og time-invariant.

- Systemet er derimot ikke kausalt da det avhenger av tidligere resultater.

Oppgave 4)

$$y[n] = x[n] + 2x[n-1] + x[n-2] \quad , (1)$$

$$y[n] = -0.9\, y[n-1] + x[n] \quad , (2)$$

a)

$x[n] = \delta[n]$ som gir $y[n] = h[n]$

$$\Rightarrow \underline{h_1[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2]}$$

$$\underline{h_2[n] = -0.9h[n-1] + \delta[n]}$$

$$\underline{\underline{h_1[n] = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 2, & n=1 \\ 1, & n=2 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}}}$$

$$h_2[n] = -0.9h[n-1] + \delta[n],$$

$$h_2[0] = -0.9h[-1] + \delta[0] = 1$$

kausalt system så dane elsistre ikke = 0

$$h_2[n=1] = -0.9h[1-1] + \delta[1] = -0.9 \cdot 1 = -0.9$$

$$h_2[n=2] = -0.9h[1] + \delta[2] = (-0.9)^2 = 0.9^2$$

$$h_3[n=3] = -0.9h[2] + \delta[3] = -0.9 \cdot 0.9^2 = (-0.9)^3$$

⋮ osv

$$\underline{\underline{h_2[n] = 0.9^n \cdot (-1)^n \cdot u(n)}}, \quad n \geq 0$$

b) Så enkelt at $h_1[n]$ er FIR da det er et begrenset antall som ikke er null, derimot så er $h_2[n]$ IIR da den har uendelig mange ledd.

c)

Systemet er stabile om!

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty$$

First System!

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_1(n)| = 1+2+1 = 4 < \infty$$

Altså stabil

Second:

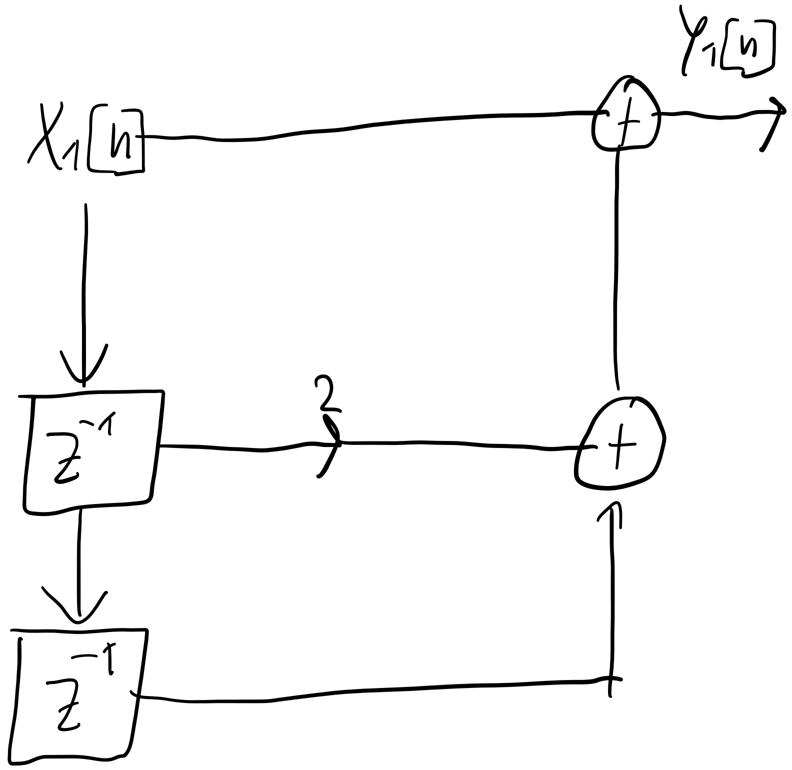
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_2[n]| = \sum_{n=0}^{\infty} |(-0.9)^n|$$

$$= \frac{1}{1-0.9} = \underline{\underline{10}} < \infty$$

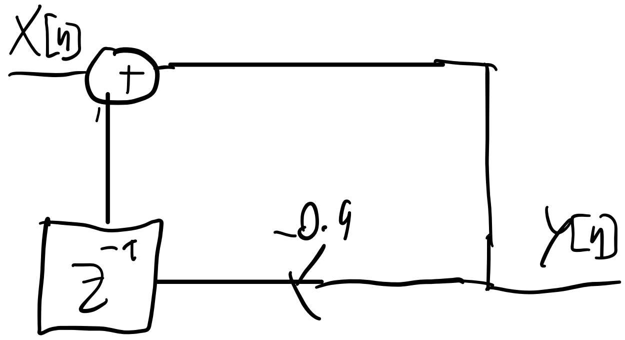
Altså også stabile.

d)

(1):



(2):



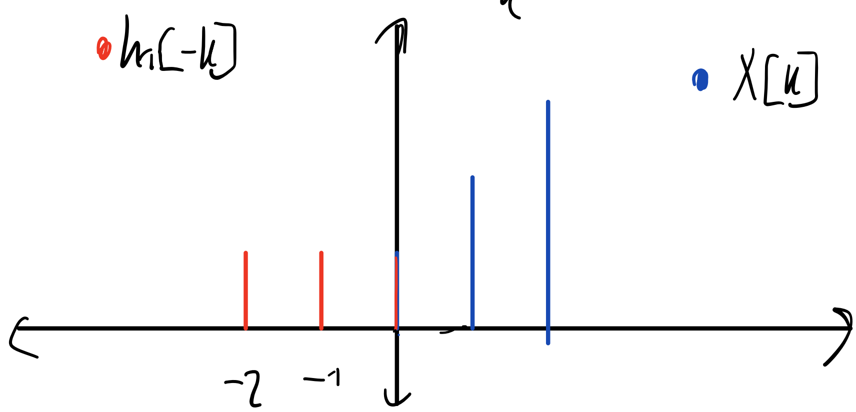
Oppgave 5)

$$x[n] = \begin{cases} n+1 & 0 \le n \le 2 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$$

a) $$h_1[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2]$$

$$y_1[n] = x[n] * h_1[n] = \sum_k x[k]\, h_1[n-k]$$

$$y_1[0] = \sum_k x[k]\, h_1[-k]$$



Leses grafisk

Ser at $y_1[0] = 1$

$$y_1[1] = \sum_k x[k]\, h_1[1-k]$$

$$= 3$$

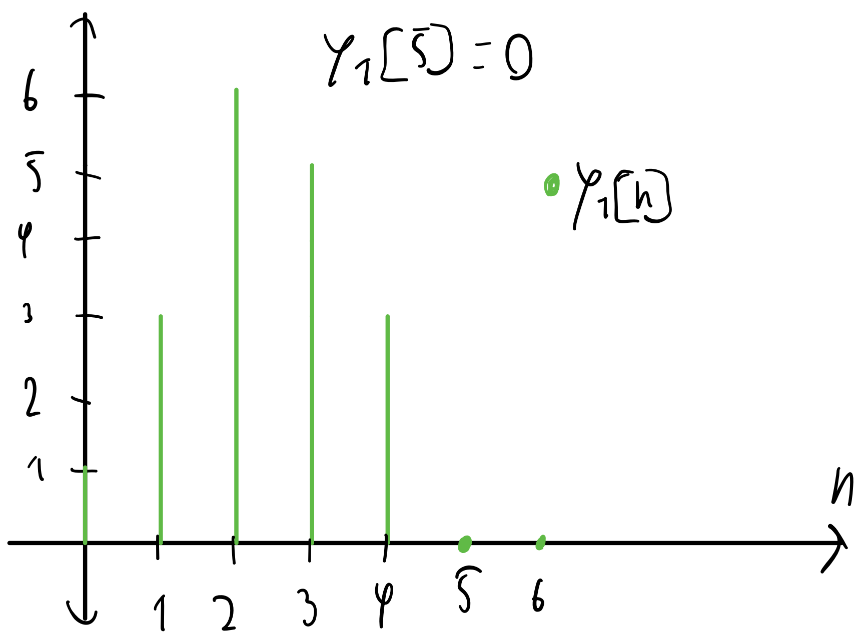
$y_1[2] = 3+2+1 = 6$

$y_1[3] = \sum x[k] h_1[3-k]$,

$= 3+2 = 5$

$y_1[4] = \sum x[k] h_1[4-k] = 3$

$y_1[5] = 0$



b)

$$y_2[n] = h_2[n] * y_1[n] = \sum_k y_1[k] h_2[n-k]$$

↓ Se kode nedenst!:

c)

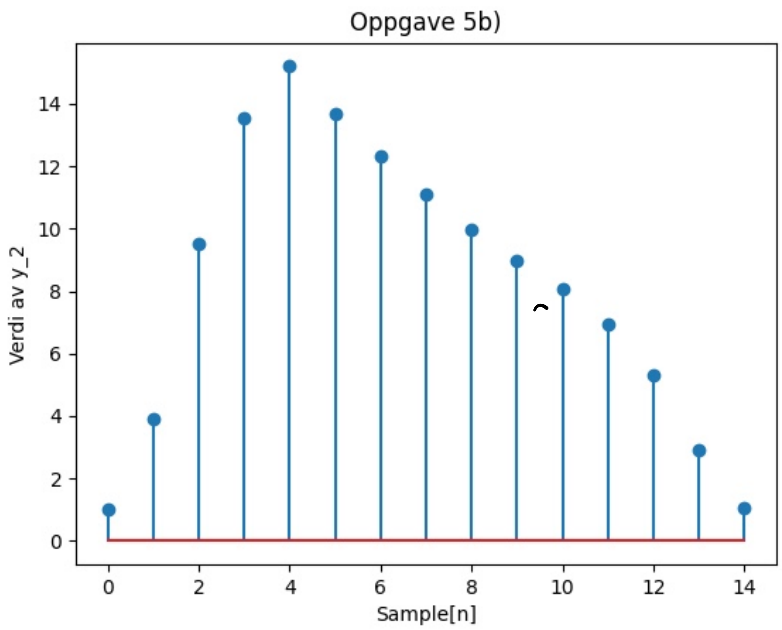
$$N_{y_2} = N_{y_1} + N_{h_2} - 1 = 5 + 11 - 1 = \underline{\underline{15}}$$

d) Se nedenst ↓

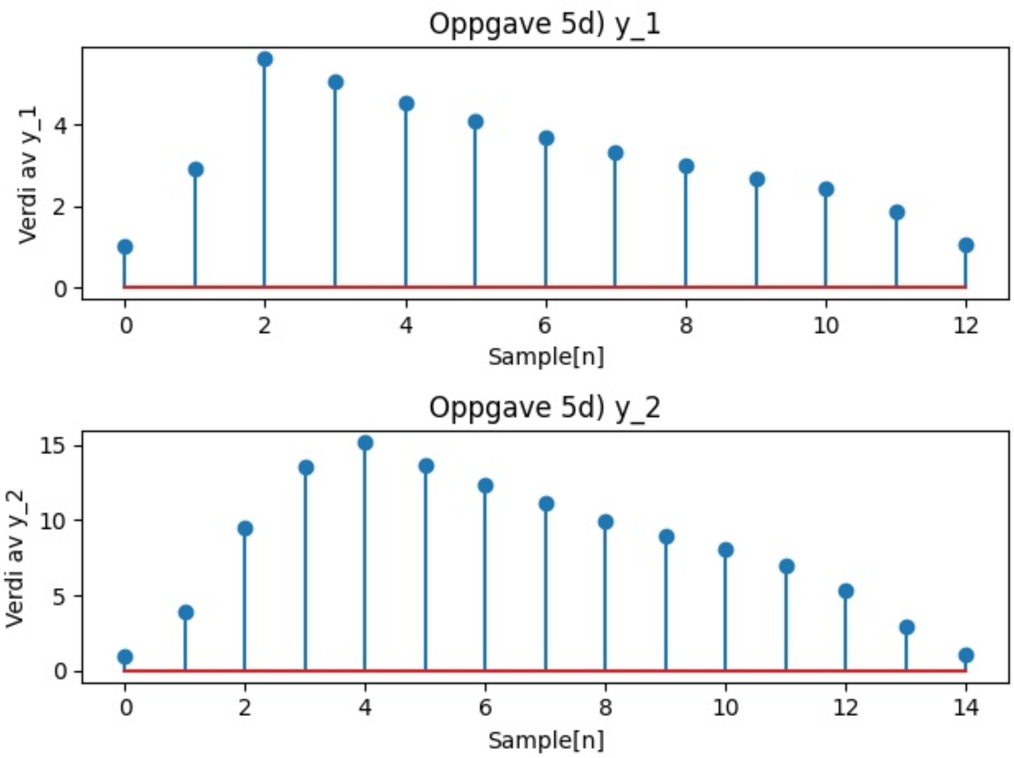
Kode oppgave :)

Oppgave 5)

b)



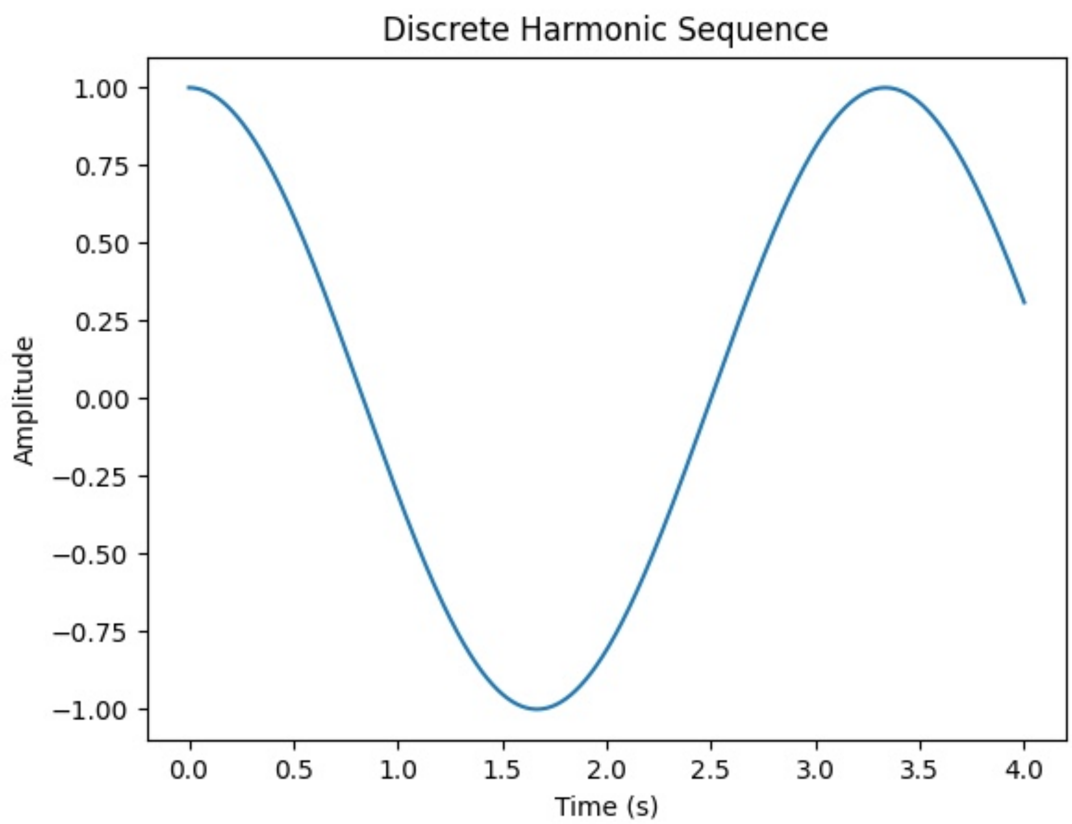
d)



Ser at "Sluttplottet" er likt altså uavhengig av rekkefølgen, derimot så er det midtre y_1 avhengig av hvilken transformasjon som blir gjort først

Oppgave 2)

b)



c) Når vi endrer samplerate F_s fra 1000Hz til 12 000 Hz, og holder f_1 konstant på 0.3 vil $F_1 = \{300, 900, 3600\}$. Altså vil vi høre en høyere tone jo større sampleraten blir. Dette stemte.

d) Vet at $f_1 = F_1/F_s$, når $F_s = 8000\,Hz$ og $F_1 = \{1000, 3000, 6000\}$

$\Rightarrow f_1 = \{0.125, 0.375, 0.75\}$.

Man skulle anta at man får en høyere tone jo større F_1 og dermed f_1 blir, man derimot så skjer ikke dette for $f_1 = 0.75$. Dette skjer siden $f_1 > 0.5$ i dette tilfellet, dermed er ikke Nyquist sample teorem oppfylt, og den "faktiske" frekvensen vi hører blir på $f_1 = 0.25\,(1-0.75)$