



ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

Физический факультет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

Вынужденные колебания маятника. Резонанс.

Практикум выполнил:

Мамонтов

Владислав Эдуардович

Курс 1, группа 1

Преподаватель практикума:

Юлия Владимировна Красни-
кова

30 октября 2020г.

Содержание

1. Оборудование и схема установки	3
2. Ход работы и описание эксперимента	4
2.1. Свободные колебания маятника.	4
2.2. Вынужденные колебания вблизи резонанса	4
2.3. Биения	4
2.4. Гармоники вынуждающей силы	4
2.5. Оценка величины частоты установившихся колебаний в данном опыте	4
3. Измеряемые величины и основные формулы	5
3.1. Свободные колебания маятника.	5
3.2. Вынужденные колебания вблизи резонанса	5
3.3. Биения	5
3.4. Гармоники вынуждающей силы	5
4. Вычисленные данные и графики	6
4.1. Свободные колебания маятника.	6
4.2. Вынужденные колебания вблизи резонанса	7
4.3. Биения	7
4.4. Гармоники вынуждающей силы	8
5. Вывод	9

1. Оборудование и схема установки

Маятник, массой 1010 ± 5 граммов. На маятнике смонтированы:

- Провод для возбуждения колебаний, на который подаётся ток от источника, коммутируемый управляемым компьютером реле;
- Катушка для фиксации колебаний маятника. В этой катушке около 60 витков, при движении катушки в зазоре магнита возникает ЭДС индукции, которая измеряется аналоговым входом Ардуино. Максимум ЭДС индукции пропорционален скорости прохождения зазора. Контроллер Ардуино, реле, провода смонтированы до начала опыта. Ниже представлен чертеж-схема установки.

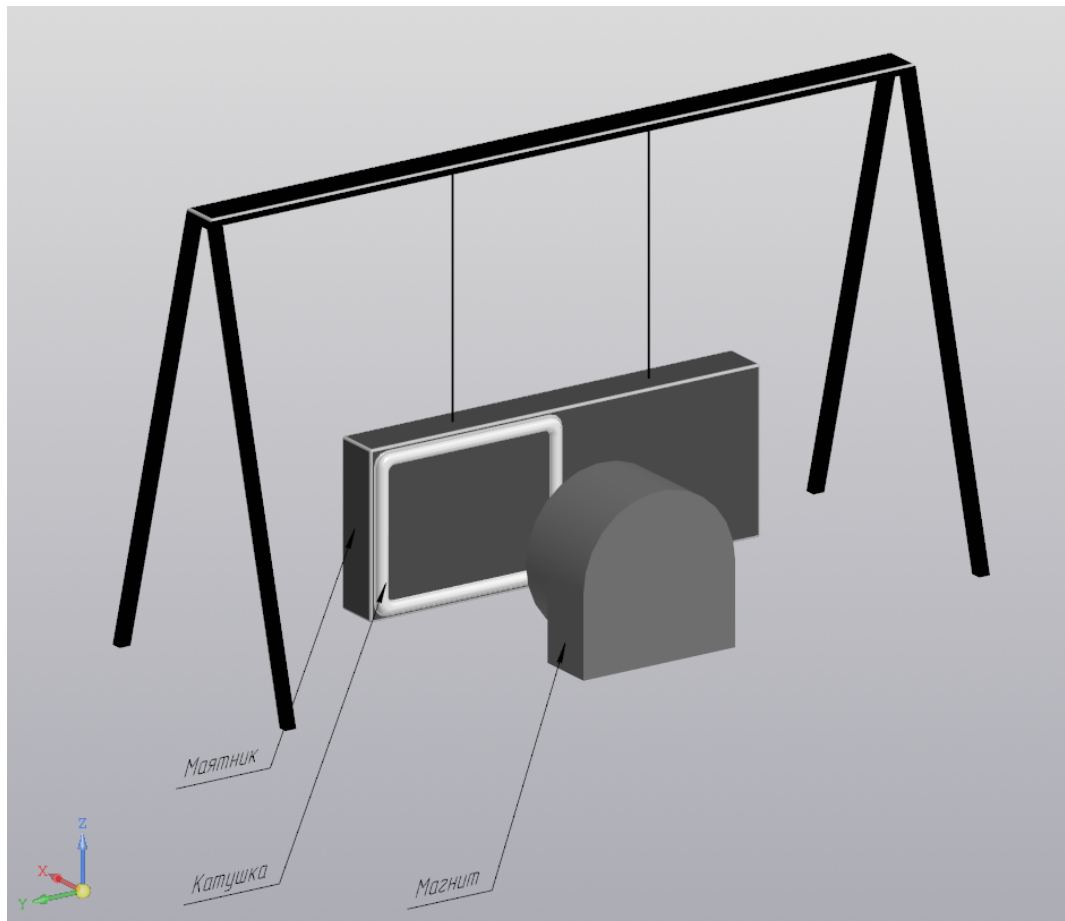


Рис. 1. Чертеж установки

2. Ход работы и описание эксперимента

2.1. Свободные колебания маятника.

Для изучения свободных колебаний маятника, уменьшим ток, возбуждающий вынужденные колебания маятника, до нуля ампер. Тогда маятник будет совершать свободные колебания. Измерим период свободных колебаний маятника прямым измерением. Воспользуемся формулой (1) и (2)

Для измерения добротности системы воспользуемся формулой (3). Тогда будем менять период возбуждающей силы вблизи значений свободных колебаний. Тогда остается экспериментально посчитать ворота значений ω при которых еще наблюдается явление резонанса.

2.2. Вынужденные колебания вблизи резонанса

Для этого включим наш ток с $\omega = \omega_0$, и снимим зависимость.

2.3. Биения

Включим нашу вынуждающую силу с чуть отличной от ω_0 частотой (на 5, 10 и 20 процентов в обе стороны).

Из графика амплитуд выясним частоту биений.

2.4. Гармоники вынуждающей силы

просто включим нашу силу с частотой, кратной ω_0 . Экспериментально поймем, какие гармоники могут возбудить колебания, а какие нет, и сравним результат с теорией.

2.5. Оценка величины частоты установившихся колебаний в данном опыте

Из полученных данных, попробуем построить общую теорию для установившейся частоты вынужденных колебаний.

3. Измеряемые величины и основные формулы

3.1. Свободные колебания маятника.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2)$$

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{8} \frac{1}{Q^2} \quad (3)$$

3.2. Вынужденные колебания вблизи резонанса

$$x^{(p)} = Qx^{(c)} \quad (4)$$

3.3. Биения

$$x(t) = x_0(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) = 2x_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right) = A(t) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right). \quad (5)$$

3.4. Гармоники вынуждающей силы

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \hat{f}_k e^{ik\frac{2\pi}{\tau}x}, \quad (6)$$

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} A_k \cos\left(k\frac{2\pi}{\tau}x + \theta_k\right) \quad (7)$$

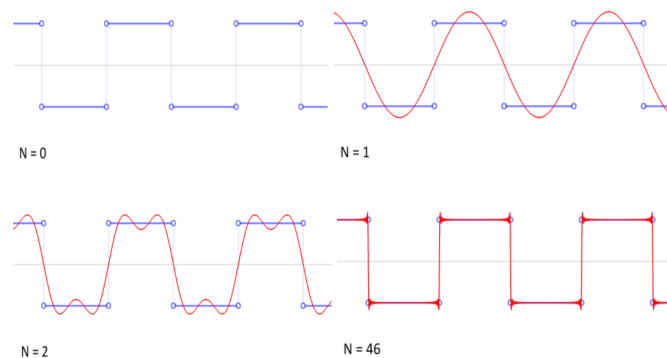


Рис. 2. разложение сигнала на сумму гармонических

4. Вычисленные данные и графики

4.1. Свободные колебания маятника.

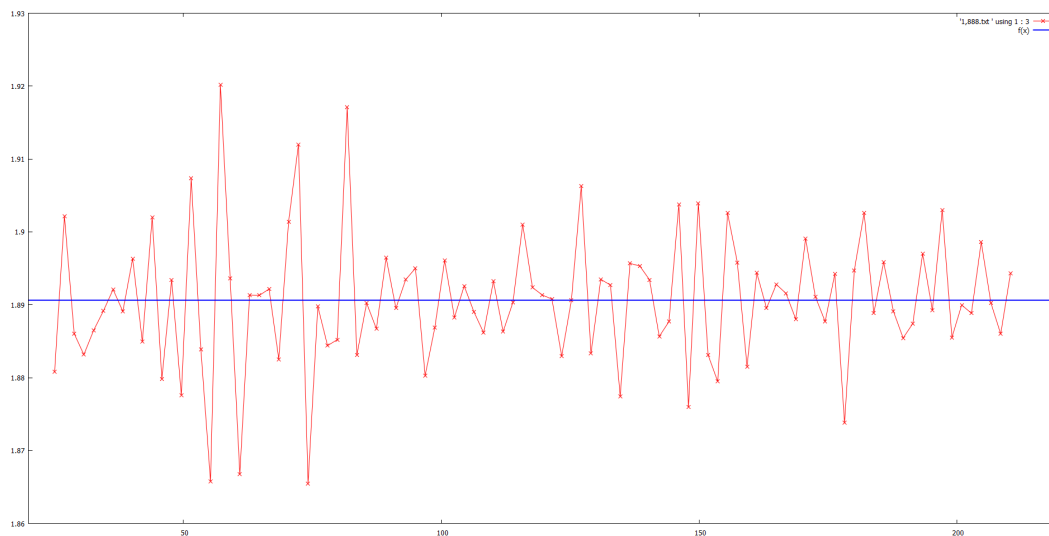


Рис. 3. Период свободных колебаний.

Получаем, что $T_0 = 1,89\text{с}$, $\Rightarrow \omega_0 = 3,33$

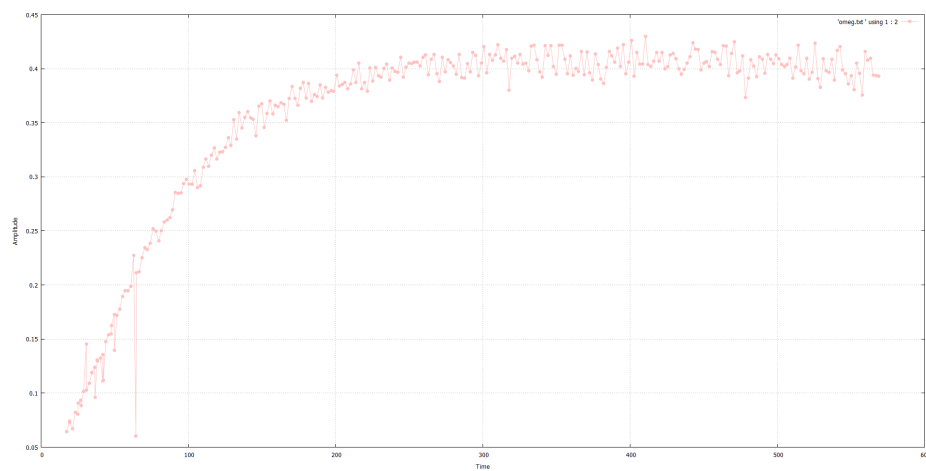


Рис. 4. $\max(\delta\omega) = 5 \times 10^{-3}$

$$Q = \sqrt{\frac{1}{8} \frac{\omega}{\delta\omega}} \approx 28$$

4.2. Вынужденные колебания в близи резонанса

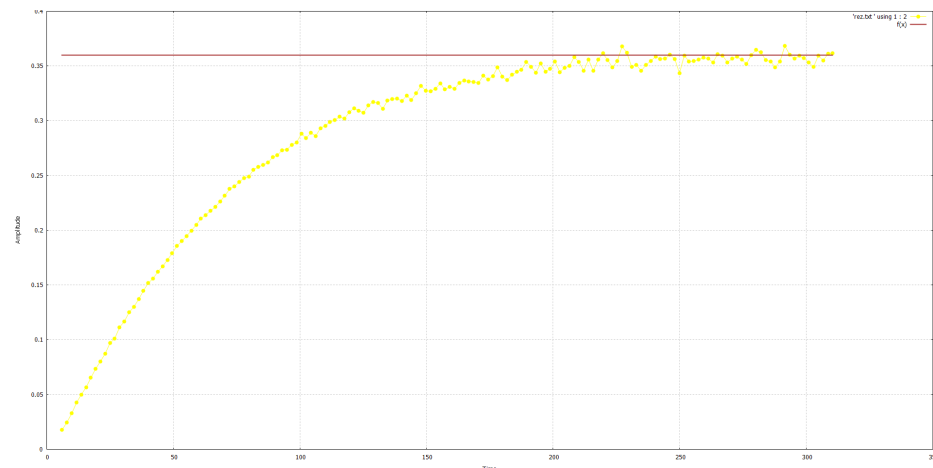


Рис. 5. Амплитуда при резонансе

$x^p = 0.36V = 0.36\alpha \frac{m}{c}$ Так как в Работе считается амплитуда ЭДС индукции, а она пропорциональна амплитуде скорости $\Rightarrow x^c = \frac{x^p}{Q} = 1.2 \times 10^{-2}V$

4.3. Биения

Посчитаем частоту биений и погрешность частоты графически. пример вычисления показан ниже. Синими прямыми отмечен минимальный диапазон одиннадцати биений, а красными максимальный.

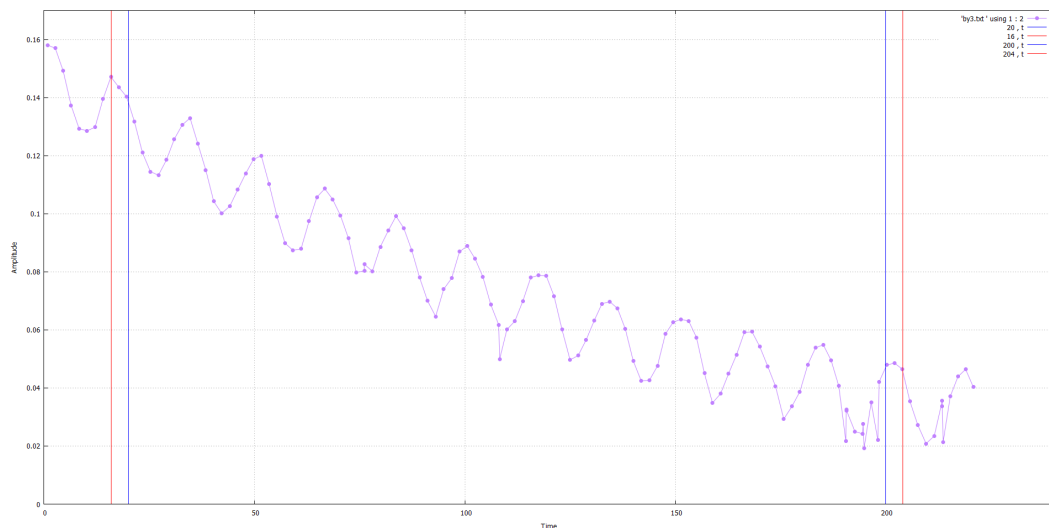


Рис. 6. график биений и пример вычисления частоты с погрешностью

$$\max(11T_b) = 188c \Rightarrow \max(T_b) = 17,09c \Rightarrow \min(\omega_b) = 0,36.$$

$$\min(11T_b) = 180c \Rightarrow \min(T_b) = 16,36c \Rightarrow \max(\omega_b) = 0,38.$$

$$\Delta\omega = \frac{\max(\omega_b) - \min(\omega_b)}{2} = 0,01 \Rightarrow \omega_b = 0,37 \pm 0,01$$

Посчитаем так же частоту биений и для остальных случаев. Результаты измерений представлены в графике ниже.

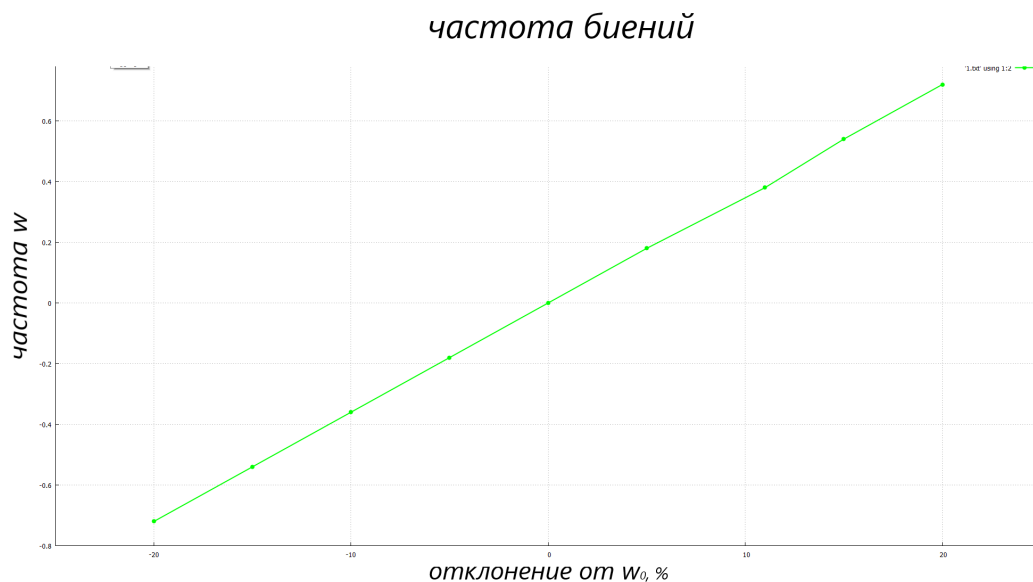


Рис. 7.

4.4. Гармоники вынуждающей силы

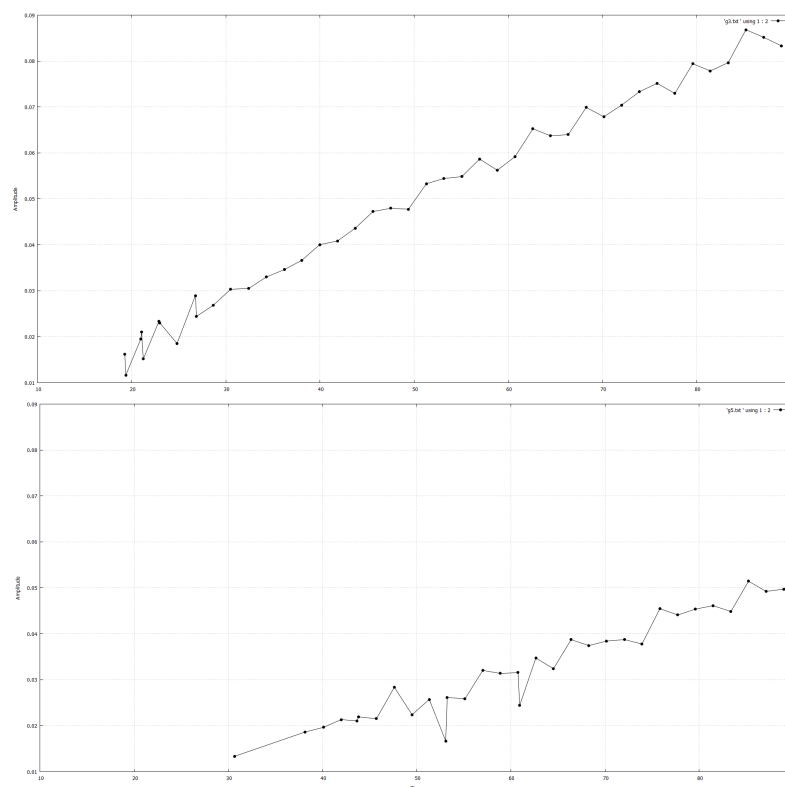


Рис. 8. гармоники $N=3$ и $N=5$

Из теории очевидно, что все четные гармоники не будут возбуждать колебаний, так как время когда сила является разгоняющей равно времени когда сила тормозит колебания. Четные гармоники $N=2$ и $N=4$ не возбуждали стабильных колебаний. В то время как нечетные, сопровождаются резонансным увеличением амплитуды.

\Rightarrow для $N = 2k$ резонанса не наблюдается ;

для $N = 2k + 1$ наблюдается резонанс.

5. Вывод

При частотах близких, к собственной частоте, возникает явление резонансного увеличения амплитуды колебаний, ограниченные только добротность контура, которая уменьшается, при увеличении амплитуды колебаний, и конечными размерами обмотки маятника.

При более сильном отличае от собственной частоты, начинается колебание под частотой вынужденной силы, с заметным уменьшением амплитуды.

Когда часота Вынужденной силы становится кратной собственной, возникает резонансное увеличение амплитуды, но только для нечетных гармоник. Четные же гармоники не возбуждаютстабильных колебаний.