

Отчет по Вопросу по выбору Броуновское движение

Мамнгов Владислав
Группа БФ3201

2 декабря 2021 г.

Содержание

Оборудование	3
Теория	3
Ход работы	4
Графики и вычисления	5
Вывод	6

Оборудование

Микроскоп, камера, снимающая изображение с микроскопа, вода, киросин.

Теория

Уравнение Ланжевена (\mathbf{x} - случайная сила):

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{x} + \mathbf{F}_c \quad (1)$$

$$\mathbf{F}_c = \frac{-\mathbf{u}}{B} = -\frac{\dot{\mathbf{r}}}{B}$$

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{x} - \frac{\dot{\mathbf{r}}}{B}$$

$$m\ddot{\mathbf{r}}\mathbf{r} = \mathbf{x}\mathbf{r} - \frac{\dot{\mathbf{r}}}{B}\mathbf{r}$$

$$\frac{m}{2} \frac{d^2 \mathbf{r}^2}{dt^2} - m\dot{\mathbf{r}}^2 + \frac{1}{2B} \frac{d\mathbf{r}^2}{dt} = \mathbf{r}\mathbf{x}$$

$$\frac{m}{2} \frac{d^2 \langle r^2 \rangle}{dt^2} - 2 \frac{m \langle \dot{r}^2 \rangle}{2} + \frac{1}{2B} \frac{d \langle r^2 \rangle}{dt} = 0$$

$$\frac{m}{2} \frac{d^2 \langle r^2 \rangle}{dt^2} + \frac{1}{2B} \frac{d \langle r^2 \rangle}{dt} = 3kT \quad (2)$$

$$\mathbf{r}(t_1 + t_2) = \mathbf{r}(t_1) + \mathbf{r}(t_2)$$

$$\langle \mathbf{r}^2(t_1 + t_2) \rangle = \langle \mathbf{r}^2(t_1) \rangle + \langle \mathbf{r}^2(t_2) \rangle$$

$$\langle r^2 \rangle = At + \langle r_0^2 \rangle$$

$$\langle r^2 \rangle = 6BkT \cdot t + \langle r_0^2 \rangle$$

Для двумерного же случая:

$$\langle r^2 \rangle = 4BkT \cdot t + \langle r_0^2 \rangle$$

B - коэффициент вязкости среды, в данном случае воды:

$$B = \frac{1}{6\pi\xi R}$$

где $\xi = 0.88$ мПа/с - коэффициент динамической вязкости, при температуре 23 градуса.

Ход работы

В качестве броуновских частиц опытным путем была выбрана взвесь киросина, полученная быстрым перемешиванием с водой. Так как на предметное стекло капалась маленькая капля вещества, возникала проблема стремительного испарения жидкости, и невозможности получения данных по большому промежутку времени. Эта проблема решилась покровным стеклом, сверху смеси. Это решение создало новую проблему: растекание жидкости под весом покровного стекла, а следовательно и создание дополнительного вклада в смещение частиц. Эта проблема решилась использованием предметных стекол с лункой, в центре которой и изменение высоты дна пренебрежимо мало в масштабах видимого квадрата, и сам факт наличия кривизны и свободного пространства почти исключал наличие потока.

Следующая возникшая проблема была связана с отсутствием программной калибровки связи пикселей изображения, с реальными значениями. Нужно было придумать, что можно использовать за эталон длины, соизмеримое с размером квадрата изображения. Первым решением было взять волос, но из-за неплоской формы, сфокусировать изображение на нем было невозможно, и граница волоса была размытой, причем длина полутени занимала около половины истинного диаметра волоса, а значит погрешность такого перевода была бы большой. Для этого отлично подошел экран телефона, зная заводское значение плотности пикселей можно достаточно точно определить их размер. На изображение поместилось только 2,5 пикселя, а из-за их несимметричности можно было померить только целое число. Преимуществом было то, что экран телефона абсолютно плоский и изображение получается с четкими границами. Формула корреляции:

$$1000pxl = 62,14\mu m$$

Для отслеживания координат частиц от времени с записанного видео было использовано внешнее ПО: <https://www.kinovea.org>, которое позволяло отслеживать координаты определенных частиц, и записывать их в таблицу.

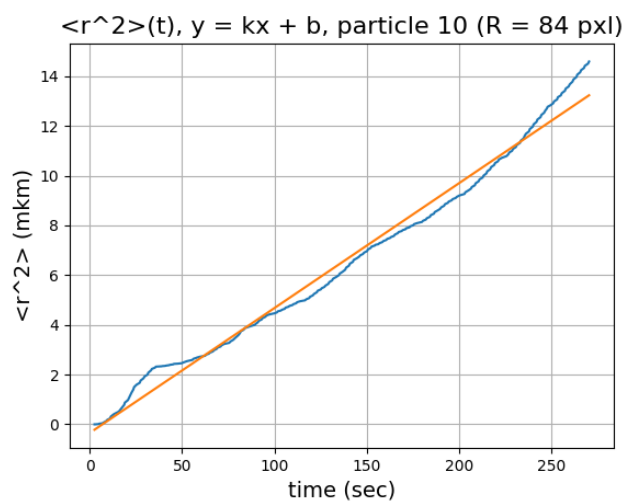
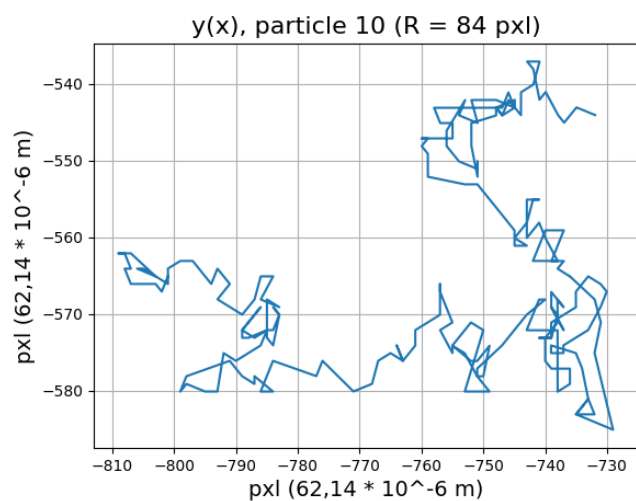
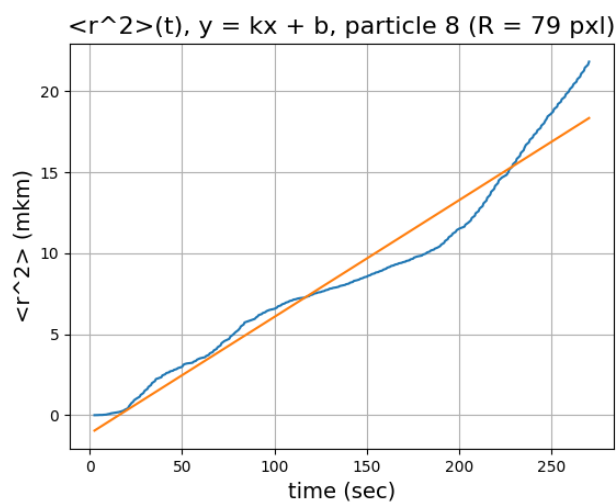
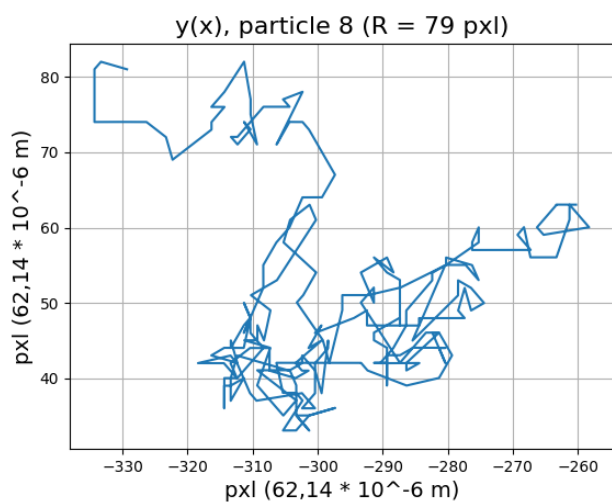
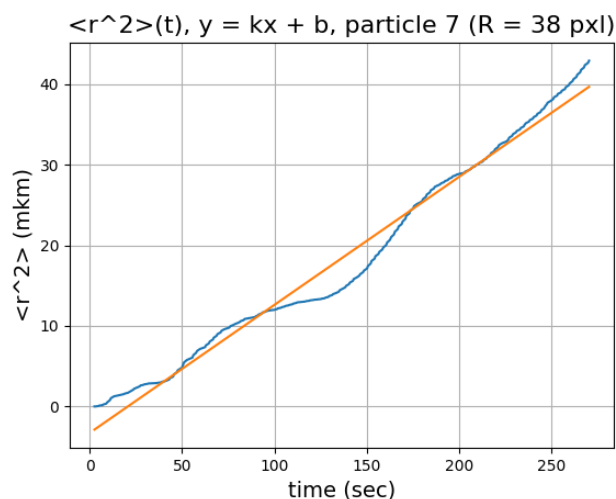
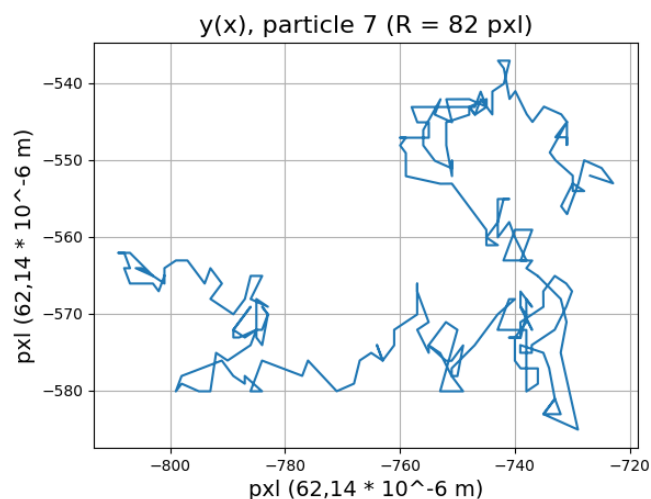
Всего наблюдалось 13 частиц, после обработки стало ясно, что одна частица была по какому-то поводу обездвиженной. Для увеличения количества обрабатываемых данных, а значит и увеличения точности полученных результатов, было решено, использовать данные для одной частицы, как серию из данных, где новые получались смещением по времени от предыдущих на один шаг. Это было рационально делать до определенного шага, чтобы новые данные имели бы хоть какое-то усреднение по времени. Опытным путем было выявлено, что после шага в половину от общего времени, данные только портили зависимость.

Так же, важно заметить, что аппаратура позволяла снимать данные с частотой в 15 кадров в секунду, что означает, что путь, который мы построим по нашим данным будет являться ломанной, соединяющей точки, с истинной траекторией с

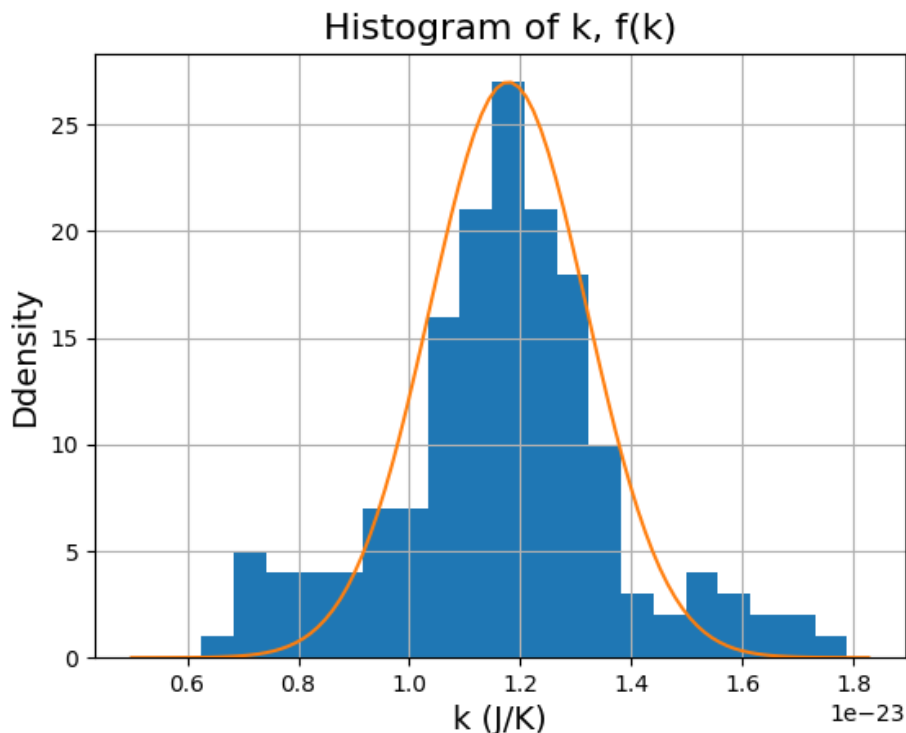
шагом 66 мс. Так что посчитанное значение постоянной Больцмана, ожидается немного меньше теоритического.

Графики и вычисления

Несколько графиков:



Для каждого набора данных построим кривую, аппроксимируем ее прямой, запомним значения угловых коэффициентов, и для каждого рассчитаем значение постоянной. Построим Гистограмму полученных значений:



Значение k и ее погрешности получим из параметров подгоночной Гауссианы:

$$k = 1.2 \pm 0.3 * 10^{-23} \text{ Дж/К}$$

Вывод

Эксперимент, при оптимизации, достаточно точно согласуется с теорией. Значение постоянной вычислилось с отклонением в 14% от истинной величины, причины этому были приведены ранее. Точность эксперимента можно увеличить, при повышении частоты съемки камеры, для увеличения длины измеряемого пути.