Nr. 14

Tomographie mit Gamma-Strahlung

Sara Krieg
sara.krieg@udo.edu

Marek Karzel
marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 03.02.2021

Abgabe: 04.02.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

$$\vec{\mu} = \left(A^T A\right)^{-1} A^T \vec{I} \tag{1}$$

[1]

2 Durchführung

3 Auswertung

Als erster Schritt wird die am Szintillationsdetektor ankommende Strahlung ohne ein Objekt im Strahlengang gemessen.
Zu sehen ist das nach Abbildung ... erwartete Spektrum. Dieses lässt sich in zwei charakteristische Bereiche teilen: Das Compton-Kontinuum und der Photopeak. Im Compton Kontinuum lässt sich schwach ein Peak feststellen, der von der Rückstrahlung stammt. Die Compton-Kante ist klar zu sehen und tritt bei Energien von etwa 480 keV auf.
Es wurde hier und in allen folgenden Versuchsteilen eine Zeit von $\Delta t = 300\,\mathrm{s}$ gemessen. Die Counts ergeben sich dabei zu

$$C = 6743 \pm 82.$$

Mit diesen Messwerten ergibt sich die Eingangsintensität gemäß

$$I_0 = \frac{C}{\Delta t} = (22{,}48 \pm 0{,}27)\,\frac{1}{\mathrm{s}}. \tag{2}$$

Der Fehler berechnet sich dabei nach

$$\sigma_{I_0} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_\mathrm{C}}{C}\right)^2} I_0.$$

3.1 Untersuchung des Aluminiumgehäuses

Die zu untersuchenden Proben sind von einem Aluminiumgehäuse umgeben, welches unerwünschte Absorptionen verursacht. Um diese erkennen zu können, wird ein Würfel bestehend aus dem Aluminiumgehäuse untersucht. Die aufgenommenen Messwerte sind in Tabelle **??** dargestellt.

Tabelle 1: Messwerte für das Aluminiumgehäuse.

Counts C	Δt / s	Projektionstyp / 1/s
6665 ± 82	300	$I_{0,5}$
6503 ± 81	300	$I_{0,2}$
6375 ± 80	300	$I_{0,8}$

Diese können als Nullmessung des jeweiligen Projektionstyps angenommen werden. Gemäß Gleichung (**??**) und deren Fehler, ergeben sich die Zählraten zu:

$$I_{0,5} = (22{,}2 \pm 0{,}3)\,\frac{1}{\mathrm{s}},$$
$$I_{0,2} = (21{,}7 \pm 0{,}3)\,\frac{1}{\mathrm{s}},$$
$$I_{0,8} = (21{,}3 \pm 0{,}3)\,\frac{1}{\mathrm{s}}.$$

3.2 Bestimmung des Materials eines homogenen Würfels

Die untersuchten Projektionen sind gemäß Abbildung ... I_5, I_6, I_7 und I_8. Die gemessenen Werte sind in Tabelle **??** aufgeführt.

Tabelle 2: Messwerte für den Würfel zwei.

Counts C	Δt / s	Projektionstyp	Zählrate / 1/s
1063 ± 33	300	I_5	$3{,}5 \pm 0{,}1$
1090 ± 33	300	I_6	$3{,}6 \pm 0{,}1$
1547 ± 39	300	I_7	$5{,}2 \pm 0{,}1$
674 ± 26	300	I_8	$2{,}3 \pm 0{,}1$

Aus diesen Werten ergeben sich der Absorptionskoeffizienten gemäß

$$\mu_i = \frac{1}{l_i} \ln\left(\frac{I_{0,j}}{I_i}\right)$$

Dabei bezeichnet l_i die zurückgelegte Strecke der Gammastrahlung durch den Würfel und I_0, j die entsprechende Zählrate. Dieser Zusammenhang führt zu den Werten in Tabelle **??**.

Tabelle 3: Berechnete Werte der Absorptionskoeffizienten für Würfel zwei.

Projektion	μ / 1/cm
5	$0{,}612 \pm 0{,}011$
6	$0{,}604 \pm 0{,}011$
7	$0{,}508 \pm 0{,}010$
8	$0{,}534 \pm 0{,}010$

Dabei ergibt sich der Fehler mithilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta\mu_i = \sqrt{\left(-\frac{\Delta I_i}{l_i I_i}\right)^2 \left(\frac{\Delta \mathrm{C}_{0,\mathrm{j}}}{l_j C_{0,j}}\right)^2}.$$

Durch Bildung des Mittelwertes ergibt sich der Absorptionskoeffizient zu

$$\bar{\mu_2} = (0{,}564 \pm 0{,}044)\,\frac{1}{\mathrm{cm}}.$$

Bei einem Vergleich mit den Literaturwerten ergibt sich, dass der Würfel mit einer Abweichung von 0,9 % aus Eisen zu bestehen scheint.

3.3 Bestimmung des Materials eines homogenen weiteren Würfels

Die untersuchten Projektionen sind erneut I_5, I_6, I_7 und I_8. Die gemessenen Werte sind in Tabelle **??** aufgeführt.

Tabelle 4: Messwerte für den Würfel drei.

Counts C	Δt / s	Projektionstyp	Zählrate / 1/s
4849 ± 70	300	I_5	$16{,}16 \pm 0{,}20$
4860 ± 70	300	I_6	$16{,}20 \pm 0{,}20$
4738 ± 69	300	I_7	$15{,}79 \pm 0{,}20$
4338 ± 66	300	I_8	$14{,}46 \pm 0{,}20$

Aus diesen Werten ergeben sich erneut die Absorptionskoeffizienten in Tabelle **??**.

Tabelle 5: Berechnete Werte der Absorptionskoeffizienten für Würfel drei.

Projektion	μ / 1/cm
5	$0{,}106 \pm 0{,}006$
6	$0{,}105 \pm 0{,}006$
7	$0{,}112 \pm 0{,}007$
8	$0{,}095 \pm 0{,}005$

Durch Bildung des Mittelwertes ergibt sich der Absorptionskoeffizient zu

$$\bar{\mu_3} = (0{,}105 \pm 0{,}006)\,\frac{1}{\mathrm{cm}}.$$

Bei einem Vergleich mit den Literaturwerten ergibt sich, dass der Würfel mit einer Abweichung von 9,5 % aus CH20 zu bestehen scheint.

3.4 Bestimmung der Materialien in einem zusammengesetzten Würfel

Der vierte Würfel ist aus unterschiedlichen Materialien zusammengesetzt. Die Messwerte und die Zählraten für die Projektionen sind in Tabelle **??** aufgeführt.

Tabelle 6: Messwerte für den Würfel vier.

Counts C	Δt / s	Projektion	Zählrate / 1/s
3949 ± 63	300	1	$13{,}16 \pm 0{,}20$
1653 ± 41	300	2	$5{,}51 \pm 0{,}10$
3641 ± 60	300	3	$12{,}14 \pm 0{,}20$
2835 ± 53	300	4	$9{,}45 \pm 0{,}20$
2799 ± 53	300	5	$9{,}33 \pm 0{,}20$
2735 ± 53	300	6	$9{,}12 \pm 0{,}20$
3505 ± 59	300	7	$11{,}68 \pm 0{,}20$
791 ± 28	300	8	$2{,}64 \pm 0{,}10$
2190 ± 47	300	9	$7{,}30 \pm 0{,}20$
1493 ± 39	300	10	$4{,}98 \pm 0{,}10$
1554 ± 39	300	11	$5{,}18 \pm 0{,}10$
1678 ± 41	300	12	$5{,}59 \pm 0{,}10$

Dann ergibt sich der Vektor der Absorptionskoeffizienten nach Gleichung (**??**) zu

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \\ \mu_5 \\ \mu_6 \\ \mu_7 \\ \mu_8 \\ \mu_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}514 \pm 0{,}015 \\ 0{,}178 \pm 0{,}010 \\ 0{,}381 \pm 0{,}015 \\ 0{,}337 \pm 0{,}010 \\ 0{,}482 \pm 0{,}013 \\ 0{,}199 \pm 0{,}010 \\ 0{,}174 \pm 0{,}015 \\ 0{,}373 \pm 0{,}010 \\ 0{,}562 \pm 0{,}016 \end{pmatrix} 1\frac{1}{\mathrm{cm}}$$

Der Fehler berechnet sich dabei für $\tilde{A} = \left(A^T \cdot A\right)^{-1} A^T$ wie folgt:

$$\sigma_{\mu,i} = \left(\sqrt{\frac{\tilde{A}^2 \sigma_{\mathrm{C}}^2}{C^2} + \frac{\tilde{A}^2 \sigma_{\mathrm{I}}^2}{I_0^2}} \right).$$

Zum Vergleich werden Literaturwerte benötigt, die sich in Tabelle **??** finden lassen.

Tabelle 7: Absorptionskoeffizienten μ in verschiedenenen Materialien [2].

Material	μ
Al	0,201
Pb	1,175
Fe	0,569
Messing	0,605
CH20	0,116

Damit können die Materialien der einzelnen Würfel in Tabelle **??** bestimmt werden.

Tabelle 8: Identifizierung der Materialien.

Würfel	Material	Prozentuale Abweichung
1	Fe	1,1
2	Al	11,4
3	Fe	33
4	Al	67,7
5	Fe	15,5
6	Al	5,5
7	Al	13,4
8	Fe	34,5
9	Fe	1,2

4 Diskussion

Die gemessenen Zählraten für die Nullmessung mit einem Aluminiummantel ergeben sich zu

$$\begin{aligned} I_{0,5} &= (22{,}2 \pm 0{,}3)\,\frac{1}{\mathrm{s}}, \\ I_{0,2} &= (21{,}7 \pm 0{,}3)\,\frac{1}{\mathrm{s}}, \\ I_{0,8} &= (21{,}3 \pm 0{,}3)\,\frac{1}{\mathrm{s}}. \end{aligned}$$

Es ist ein sehr kleiner Unterschied zwischen den Nullmessungen zu erkennen. Es sind kleine Unterschiede zu erwarten. Vor allem die Werte für $I_{0,2}$ und $I_{0,8}$ liegen sehr nahe beieinander, was zu erwarten ist, weil beide die Diagonalen der Würfel kennzeichnen. Die Nullmessung scheint demnach gut funktioniert zu haben.

Für den Absorptionskoeffizient des ersten homogenen Würfeld ergibt sich unter Verwendung der Werte der Nullmessung

$$\bar{\mu_2} = (0{,}564 \pm 0{,}044)\,\frac{1}{\mathrm{cm}}.$$

Der Würfel wird mit einer Abweichung von 0,9 % Eisen zugeordnet.

Für den Absorptionskoeffizient des zweiten homogenen Würfeld ergibt sich unter Verwendung der Werte der Nullmessung

$$\bar{\mu_3} = (0{,}105 \pm 0{,}006)\,\frac{1}{\mathrm{cm}}.$$

Der Würfel wird mit einer Abweichung von 9,5 % CH20 zugeordnet.

Im letzten Versuchsteil wird ein Würfel untersucht, der aus verschiedenen Materialien zusammengesetzt ist. Die Zuordnung dieser Materialien findet sich in Tabelle **??**. Es kann allerdings keine Aussage darüber getroffen werden, ob diese Zuordnungen tatsächlich stimmen. Teilweise gibt es große Abweichungen, die durch verschiedene Faktoren erklärt werden können. Zum einen hat der Strahl eine endliche Ausdehnung, wodurch bei einem diagonalen Durchgang nicht verhindert werden kann, dass der Strahl auch falsche Elementarwürfel durchläuft. Außerdem kann es zu Ungenauigkeiten der Justierung kommen, oder es können sich Messungenauigkeiten in der Messung der Zeitintervalle finden.

Literatur

[1] TU Dortmund. *Versuch zum Literaturverzeichnis*. 2014.

[2] Literaturwerte. URL: `https://physics.net.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html`.