V 18

Hochreine Germaniumdetektoren in der Gamma-Spektrometrie

Sara Krieg
sara.krieg@udo.edu

Marek Karzel
marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 25.05.2020

Abgabe: Mal sehen

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

1.1 Wechselwirkung von Gammaquanten mit Materie

Tritt ein Gammaquant γ in Materie ein, so kann es mit Atomkernen oder Elektronen wechselwirken. Ein Maß für die Wahrscheinlichkeit von einer solchen Wechselwirkung ist der Wirkungsquerschnitt σ, welcher proportional zum Extinktionskoeffizienten $\mu = \frac{1}{\bar{x}} \propto \sigma$ ist. Dabei ist $\bar{x}$ die mittlere freie Weglänge. Für die Strahlintensität gilt mit μ

$$N(D) = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\mu D} \tag{1}$$

nach Durchdringen einer Absorberschicht der Dicke D mit ursprünglicher Strahlintensität N_0.

Es gibt drei besonders relevante Wechselwirkungsprozesse für die γ-Spektroskopie: Der Photo- und Comptoneffekt und die Paarbildung.

1.1.1 Photo-Effekt

Beim Photo-Effekt wechselwirkt ein γ-Quant mit einem Hüllenelektron. Aus Impulserhaltungsgründen tut es dies bevorzugt mit Elektronen der K-Schale. Damit dies geschehen kann, muss die Energie des Gammaquants E_γ mindestens so groß wie die Bindungsenergie des Elektrons E_B sein, um dieses aus seinem Zustand zu entfernen. Falls $E_\gamma > E_B$ gilt, erhält das Elektron als kinetische Energie $E_\gamma - E_B$. Das "Loch", das durch diesen Prozess entsteht, wird durch ein Elektron aus einer höheren Schale ausgefüllt und das so entstehende Loch wiederum durch ein Elektron einer noch höheren Schale etc. Dabei wird charakteristische Röntgen-Strahlung emittiert, die den Absorber jedoch nur in seltenen Fällen verlässt, sodass das gesamte E_γ in diesem verbleibt. Der Wirkungsquerschnitt ist dabei gegeben mit

$$\sigma_{Ph} \propto Z^\alpha E_\gamma^\delta,$$

wobei $4 < \alpha < 5$ und $\delta \approx 3{,}5$ und Z die Kernladungszahl ist.

1.1.2 Compton-Effekt

Der Compton-Effekt beschreibt die unelastische Streuung eines Gammaquants an einem ruhenden Elektron. Dabei gibt das Gammaquant einen Teil seiner Energie ab und ändert seine Ausbreitungsrichtung. Mithilfe des Energie- und Impulserhaltungssatzes lässt sich die Energie des gestoßenen Elektrons zu

$$E_l = E_\gamma \frac{\epsilon\,(1-\cos\theta)}{1+\epsilon\,(1-\cos\theta)} \tag{2}$$

mit $\epsilon = \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}$ und $\theta \angle(\vec{p_\gamma}, \vec{p_{e'}})$ bestimmen. Bei $\theta = 180°$ beträgt der maximale Energieübertrag somit

$$E_{l,max} = E_\gamma \frac{2\epsilon}{1+2\epsilon}. \tag{3}$$

Demnach gilt für alle θ $E_l < E_\gamma$. Der Wirkungsquerschnitt ergibt sich nach Klein und Nishina zu

$$\sigma_{Co} = \frac{3}{4}\sigma_{Th}\left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon^2}\left[\frac{2+2\epsilon}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon}\ln\left(1+2\epsilon\right)\right] + \frac{1}{2\epsilon}\ln\left(1+2\epsilon\right) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2}\right).$$

Hierbei bedeutet σ_{Co} den über alle Streuwinkel integrierte Wirkungsquerschnitt und ϵ die normierte Energie. Für $\epsilon \ll 1$ gilt damit

$$\sigma_{Co} = \frac{3}{4}\sigma_{Th}\left(1 - 2\epsilon + \frac{26}{5}\epsilon^2 + \ddots\right)$$

mit

$$\sigma_{Th} = \frac{8}{3}\pi r_e^2.$$

Dabei ist r_e der klassische Elektronenradius. Für $\epsilon \to 0$ gilt $\sigma_{Co} \approx \sigma_{Th}$. Es ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}E} = \frac{3}{8}\sigma_{Th}\cdot\frac{1}{m_0c^2\epsilon^2}\left(2 + \left(\frac{E}{h\nu - E}\right)^2\left[\frac{1}{\epsilon^2} + \frac{h\nu - E}{h\nu} - \frac{2}{\epsilon}\left(\frac{h\nu - E}{h\nu}\right)\right]\right).$$

Dabei ist E die Energie des gestoßenen Elektrons und $h\nu$ die Energie des einfallenden Gammaquants.

1.1.3 Paarbildung

Die Paarbildung kann stattfinden, wenn $E_\gamma > 2m_0c^2$ gilt, wenn ein Atom der Stoßpartner ist oder wenn $E_\gamma > 4m_0c^2$, falls ein Elektron der Stoßpartner ist. Dabei wandelt sich das Gammaquant unter Anwesenheit des Stoßpartners in ein Elektron und Positron um, auf die sich aufgrung der Impulserhaltung die übrige Energie gleichmäßig in Form kinetischer Energie verteilt. Der Wirkungsquerschnitt der Paarbildung lässt sich durch

$$\sigma_{\mathrm{Pa}} = \alpha r_e^2 Z^2\left(\frac{28}{9}\ln\left(2\epsilon\right) - \frac{218}{27}\right) \text{verschwindene Abschirmung}$$
$$\sigma_{\mathrm{Pa}} = \alpha r_e^2 Z^2\left(\frac{28}{9}\ln\left(\frac{183}{Z^{3/2}}\right) - \frac{2}{27}\right) \text{Vollständige Abschirmung}$$

für die beiden Extremfälle verschwindender (bei $10\,\mathrm{MeV} < E_\gamma < 25\,\mathrm{MeV}$) oder vollständiger Abschirmung (bei $500\,\mathrm{MeV} < E_\gamma$) beschreiben.

Extinktionskoeffizient

Aus den Wirkungsquerschnitten lassen sich die Extinktionskoeffizienten bestimmen. Abbildung 1 zeigt die Energieabhängigkeit des Extinktionskoeffizient für Germanium getrennt nach den verschiedenen Wechselwirkungsprozessen.

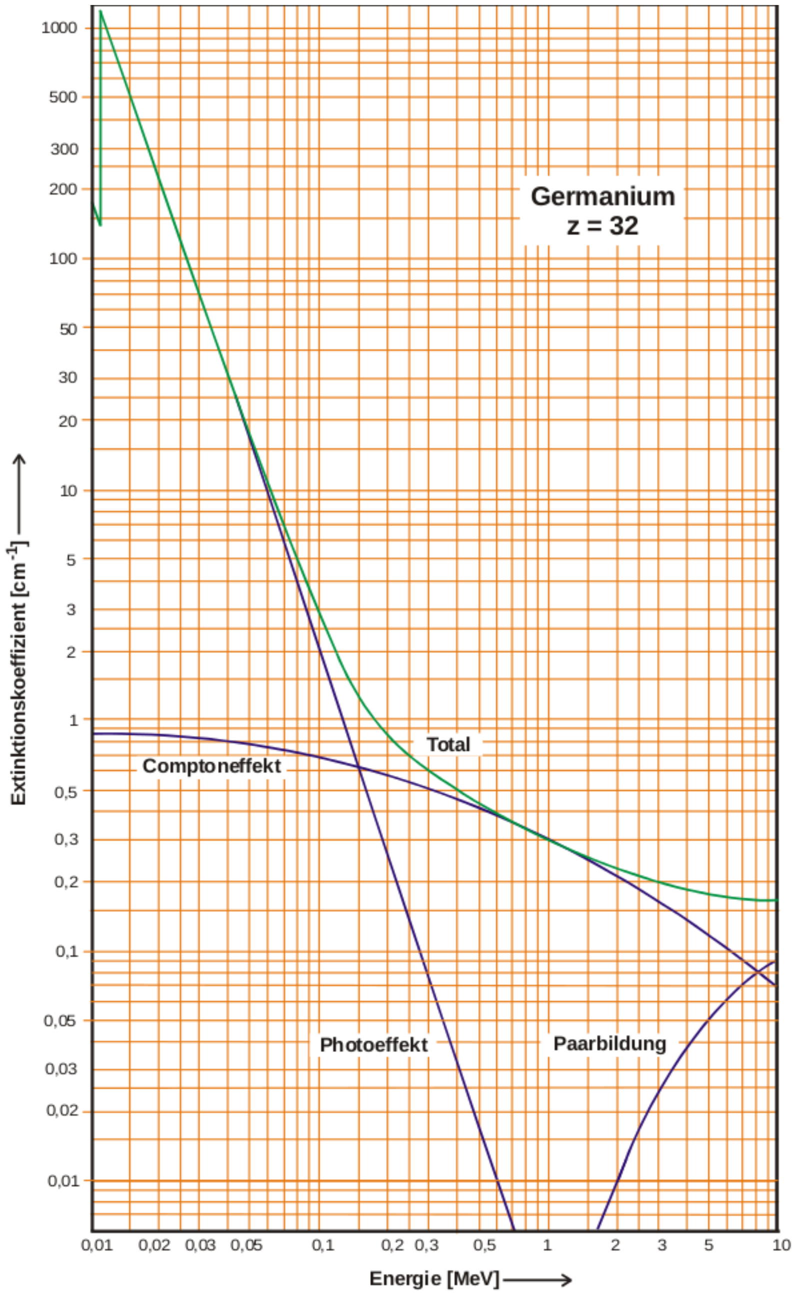


Abbildung 1: Energieabhängigkeit des Extinktionskoeffizienten für Germanium getrennt nach den verschiedenen Wechselwirkungsprozessen [1].

1.2 Aufbau und Wirkungsweise eines Germaniumdetektors

Der Germaniumdetektor ist ein Halbleiterdetektor. Demnach besteht dieser im Wesentlichen aus einer Halbleiterdiode. Im Detekorkristall existieren zwei aneinandergrenzende Bereiche, die p- und n-dotiert sind. Durch Rekombination der freien Ladungsträger entsteht eine ladungsträgerarme Zone. Die übrig gebliebenen Akzeptoren bzw. Donatoren bilden ein elektrisches Feld aus, das die Diffusion der beweglichen Ladungsträger unterbindet. Die Breite diese ladungsträgerarmen Zone beträgt nur einige Mikrometer, lässt sich aber durch das Anlegen einer äußeren Spannung an die dotierten Bereiche vergrößern.
Wenn ein Gammaquant in die ladungsträgerarme Zone eintritt, kann es durch die beschriebenen Prozesse ein energiereiches Elektron freisetzen. Dieses Elektron kann dann wiederum solange mit Elektronen aus dem Festkörper stoßen, bis seine kinetische Energie verbraucht ist. Die gestoßenen Elektronen können aus dem Valenzband gehoben werden, sodass sich entlang des Weges des ersten Elektrons ein "Schlauch" von Elektronen und Löchern bildet.
Nach Gleichung (1) ist die Absorptionswahrscheinlichkeit eines Gammaquants exponentiell von der Dicke des Absorbers abhängig, sodass eine große Breite der ladungsträgerarmen Zone wichtig ist. Die Breiten der ladungsträgerarmen Zonen sind durch

$$d_n^2 = \frac{2\epsilon\epsilon_0}{e_0}\left(U_D + U\right)\frac{n_A}{n_D\left(n_A + n_D\right)} \tag{4}$$

$$d_p^2 = \frac{2\epsilon\epsilon_0}{e_0}\left(U_D + U\right)\frac{n_D}{n_A\left(n_A + n_D\right)} \tag{5}$$

gegeben, dabei reichen die Zonen jeweils in die p- bzw. n-dotierte Schicht. Hier ist U die angelegte äußere Spannung, U_D der Potentialsprung, n_A die Akzeptordichte und n_D die Donatorendichte. Demnach ist eine extrem unsymetrische Dotierung geeignet, um eine breite ladungsträgerarme Zone zu erreichen. Dabei sind d_n bzw. d_p proportional zu $\sqrt{U}$, sodass eine Erhöhung der Spannung die Breite ebenfalls erhöht. Allerdings erzeugt die Spannung durch Beschleunigung von Ladungsträgern einen Strom, der die Eigenschaften des Detekotrs verschlechtert. Um diesen Strom niedrig zu halten, kann die Temperatur des Detektors auch niedrig gehalten werden. Üblicherweise wählt man für Germaniumdetektoren die Siedetemperatur von flüssigem Stickstoff ($T = 77\,\mathrm{K}$), sodass eine Spannung von $5\,\mathrm{kV}$ gewählt werden kann. Unter diesen Bedingungen werden Breiten von $3\,\mathrm{cm}$ erreicht. Somit lassen sich Energien von einigen MeV messen.

1.3 Durch Germaniumdetektor erzeugtes Spektrum eines monochromatischen Gammastrahlers

Wenn ein Germaniumdetektor ein Spektrum misst, das durch einen monochromatischen Gammastrahler erzeugt wurde, so nimmt dieses in etwa die Gestalt von Abbildung 2 an. Die Komponenten dieses Spektrums sind der Photopeak, das Compton-Kontinuum mit der Compton-Kante und dem Rückstreupeak. Der Photopeak entsteht, wenn die

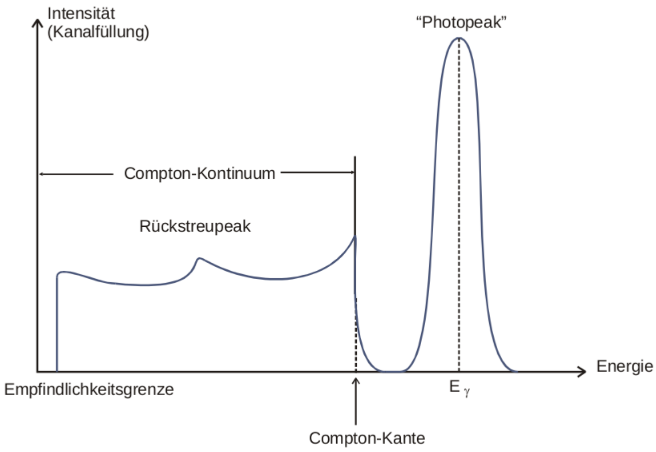


Abbildung 2: Spektrum eines monochromatischen Gammastrahlers der Energie E_γ aufgenommen mit einem Germaniumdetektor [1].

gesamte Gammaquantenenergie im Detektor deponiert wird. Dieser kann demnach nur beim Photoeffekt entstehen. Somit ist der Photopeak die Größe von Interesse, deren Halbwertsbreite ein Maß für die Energieauflösung des Detektors ist. Das Compton-Kontinuum ist bei der Spektroskopie eher störend. Auch oberhalb der Compton-Kante kann aufgrund von mehrfahr gestreuten Quanten eine Intensität beobachtet werden. Die Lage der Compton-Kante ist durch Gleichung (3) gegeben. Der Rückstreupeak entsteht durch Quanten, die den Detektor nicht direkt, sondern durch Compton-Streuung in der Detektorumgebung erreichen. Auf Grund der hohen Energieschwelle der Paarbildung, spielt diese hier kaum eine Rolle.

2 Aufbau und Durchführung

2.1 Elektronische Beschaltung eines Germaniumdetektors

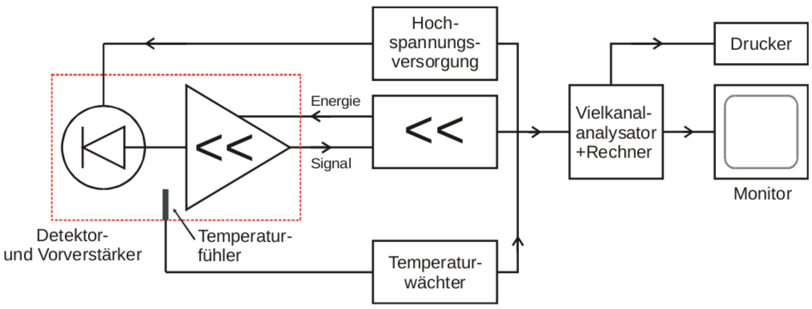


Abbildung 3: Blockschaltbild des verwendeten Spektrometers [1].

In Abbildung 3 ist das Blockschaltbild und damit der prinzipielle Aufbau des hier

verwendeten Germaniumdetektors zu sehen. Ein solcher Detektor ermöglicht es, Spannungsimpulse mit einer Höhe proportional zur Gammaquantenenergie zu erzeugen und abzuspeichern. Dazu wird der in der ladungsträgerverarmten Zone erzeugte Ladungsimpuls durch elektrische Integration mittels eines kapazitiv gekoppelten Operationsverstärkers in einen Spannungsimpuls umgewandelt. Der Integrationskondensator wird regelmäßig nach jedem Quantennachweis per optoelektrischer Rückkopplung entladen, da ansonsten das Ausgangspotential des Operationsverstärkers stufenförmig ansteigen würde.
Die Bandbreite des Verstärkers muss gut angepasst sein, damit keine Rauschspannung entsteht und alle wesentlichen Komponenten des Signals erfasst werden. Dies geschieht mittels Hoch- und Tiefpassfiltern. Der Detektor darf nur an die Hochspannung angeschlossen werden, wenn dieser abgekühlt ist. Darum ist ein Temperaturfühler im Detektorgehäuse eingebaut, der einen Termperaturwächter steuert, sodass die Detektorspannung nicht an einen warmen Kristall gelegt wird. Die Hochspannung darf nur langsam geändert werden, da an der Eingangsstufe des Vorverstärkers sonst hohe Spannungen auftreten, die diesen zerstören können. Die Signalspannung wird nun in einem Vielkanalanalysator gemäß ihrer Höhe in Kanäle einsortiert, welche schließlich auf dem Rechner als Spektrum dargestellt werden.

2.2 Messprogramm

Zur Kalibrierung des Detektors wird das Spektrum von 152-Europium aufgenommen. Aufgrund seiner zahlreichen und bekannten Peaks können mit Hilfe seiner Aktivität A die Effizienz Q, sowie die Energiezuordnung der Kanäle berechnet werden. Anschließend wird das Spektrum von 137-Caesium aufgenommen und danach das Spektrum einer 125-Antimon oder einer 133-Barium Quelle. Schließlich wird das Spektrum eines unbekannten Kristalls aufgenommen.

3 Auswertung

3.1 Energiekalibrierung anhand des Spektrums von ^{152}Europium

Zur Energiekalibrierung des Detektors wird das Spektrum eines ^{152}Eu-Strahlers aufgenommen, welches in Abbildung 4 zu sehen ist.
Dazu werden anhand der charakteristischen Peaks des Spektrums mittels linearer Regression Peakenergien E [1] und mittlere Kanalnummern μ_0 in Beziehung gesetzt. Die Peaks werden als Gaußverteilungen der Form

$$f(x) = a \cdot \exp\left(-\frac{(x-\mu_0)^2}{b}\right) + c \tag{6}$$

genähert. Dazu wird die Funktion *scipy.optimize.curve_fit* aus der Python-Bibliothek SkiPy verwendet.
Die den Peakenergien E zugeordneten Näherungsparameter sind in Tabelle 1 aufgelistet. Mit den Wertepaaren der Peakenergien E und der mittleren Kanalnummern μ wird eine lineare Regression der Form

$$E(\mu) = m \cdot \mu_0 + d \tag{7}$$

durchgeführt, die in Abildung 5 dargestellt ist. Die Regressionsparameter betragen

$$m = 0{,}403 \pm 0{,}000$$
$$d = -2{,}683 \pm 0{,}051\ .$$

Die statistischen Fehler der Regressionskonstanten sind mit 0,0 % und 1,9 % sehr gering.

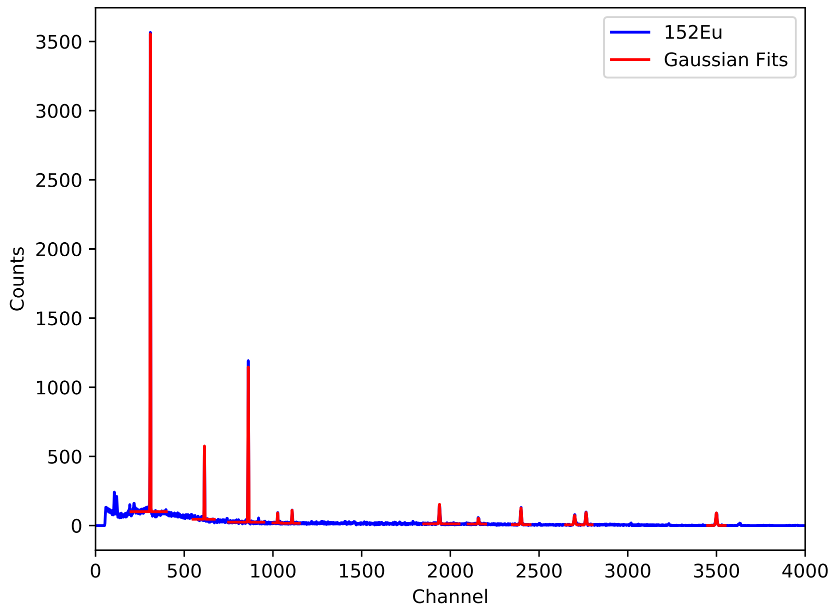


Abbildung 4: Gemessenes Spektrum eines ^{152}Eu-Strahlers, abgeschnitten ab Kanalnummer 4000

Tabelle 1: Gefittete Parameter der Gaußnäherungen der charakteristischen Peaks des ^{152}Eu-Spektrums

E / keV	μ_0	a	b	c
121,78	308,80 $\pm$ 0,01	3493,0 $\pm$ 15,0	3,5 $\pm$ 0,0	100,3 $\pm$ 1,3
244,70	613,80 $\pm$ 0,03	535,0 $\pm$ 9,0	4,2 $\pm$ 0,2	45,6 $\pm$ 1,1
344,30	860,70 $\pm$ 0,01	1140,0 $\pm$ 6,0	5,5 $\pm$ 0,1	24,4 $\pm$ 0,6
411,12	1026,51 $\pm$ 0,09	74,7 $\pm$ 3,5	5,7 $\pm$ 0,6	18,9 $\pm$ 0,8
443,96	1107,93 $\pm$ 0,06	94,2 $\pm$ 3,0	6,4 $\pm$ 0,5	16,7 $\pm$ 0,5
778,90	1938,62 $\pm$ 0,05	143,3 $\pm$ 2,4	14,3 $\pm$ 0,5	11,7 $\pm$ 0,3
867,37	2158,39 $\pm$ 0,17	42,5 $\pm$ 2,1	17,1 $\pm$ 2,0	10,7 $\pm$ 0,4
964,08	2398,18 $\pm$ 0,06	120,3 $\pm$ 2,2	19,3 $\pm$ 0,8	6,4 $\pm$ 0,5
1085,90	2700,41 $\pm$ 0,14	67,5 $\pm$ 2,2	30,2 $\pm$ 2,3	5,3 $\pm$ 0,5
1112,10	2765,02 $\pm$ 0,11	88,5 $\pm$ 2,6	23,2 $\pm$ 1,7	5,6 $\pm$ 0,9
1408,00	3499,69 $\pm$ 0,07	90,7 $\pm$ 1,4	28,9 $\pm$ 1,1	0,9 $\pm$ 0,3

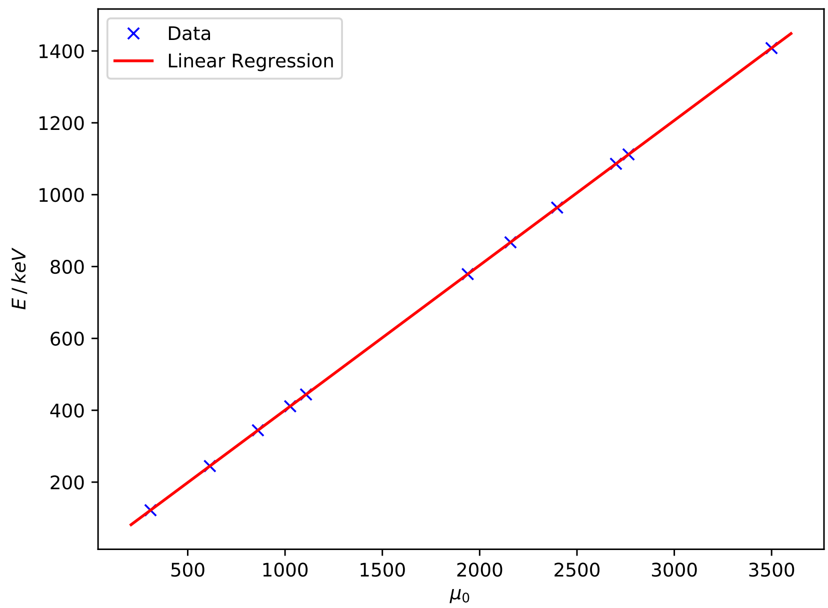


Abbildung 5: Lineare Regression der Energie-Kanalnummer-Wertepaare des ^{152}Eu-Strahlers

3.2 Bestimmung der Effizienz bzw. Vollenergienachweiswahrscheinlichkeit anhand des Spektrums von ^{152}Europium

Die Effizienz

$$Q = \frac{4\pi Z}{\mathit{\Omega} A W t_m} \tag{8}$$

wird aus der Zählrate Z, dem Raumwinkel $\mathit{\Omega}$, der Aktivität A des Strahlers, der Emmisionswahrscheinlichkeit W und der Messzeit $t_m = 4111\,\mathrm{s}$ bestimmt.
Der Raumwinkel ergibt sich zu

$$\mathit{\Omega} = 2\pi \left(1 - \frac{l}{\sqrt{l^2 + r^2}}\right) \approx 0{,}0538\pi \ , \tag{9}$$

mit dem Radius $r = 2{,}25\,\mathrm{cm}$ und dem Abstand $l = 9{,}5\,\mathrm{cm}$ zwischen Probe und Detektor.
Die Aktivität am Messtag wird bestimmt als

$$A(t) = A_0 \cdot \exp\left(-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \cdot t\right) \ . \tag{10}$$

Mit einer Anfangsaktivität $A_0 = (4130 \pm 60)\,\mathrm{Bq}$ am 01.10.2000 und der Halbwertszeit $t_{1/2} = (4943 \pm 5)\,\mathrm{d}$ ergibt sich nach einer Zeit von $t = 7177\,\mathrm{d}$ eine Aktivität von $A_{25.05.2020} = (1510 \pm 22)\,\mathrm{Bq}$. Der statistische Fehler von $A_{25.05.2020}$ ergibt sich nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung aus denen von A_0 und $t_{1/2}$.
Zuletzt sind noch die Zählraten Z der Peaks zu bestimmen. Dazu werden die gefitteten Gaußnäherungen integriert. Der konstante Parameter b wird dabei vernachlässigt, da er das Niveau des umgebenden Spektrums angibt und somit nicht zur Zählrate Z des Peaks beiträgt. Aus der Integration folgt dann

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} a \cdot \exp\left(-\frac{(x-\mu_0)^2}{b}\right)\, \mathrm{d}x = a\sqrt{b\pi} \ . \tag{11}$$

Der statistische Fehler der Zählrate wird aufgrund des poissonverteilten Zerfallswahrscheinlichkeit als $\sqrt{Z}$ angenommen.
In der erweiterten Tabelle 2 sind die errechneten Effizienzen Q, Zählraten Z und Emmisionswahrscheinlichkeiten W [1] aufgeführt.
Um eine Potenzfunktion mit Zusammenhang zwischen Effizienz und Energie zu bestimmen, werden die logarithmierte Effizienzen der Peaks gegen deren logarithmierten Energien aufgetragen und eine lineare Regression der Form

$$\ln(Q) = n \cdot \ln(\frac{E}{1\,\mathrm{keV}}) + e \tag{12}$$

durchgeführt, die in Abbildung 6 dargestellt ist.
Es ergeben sich die Regressionsparameter

$$n = -0{,}934 \pm 0{,}035$$
$$e = -0{,}742 \pm 0{,}221$$

und somit der Zusammenhang

$$Q(E) = \mathrm{e}^{e} \cdot \left(\frac{E}{1\,\mathrm{keV}}\right)^{n} \approx 0{,}476 \cdot \left(\frac{E}{1\,\mathrm{keV}}\right)^{-0{,}934} \quad . \tag{13}$$

Tabelle 2: Effizienzen und zu deren Berechnung notwendige Größen des ^{152}Eu-Strahlers

E / keV	W in %	a	b	Z	Q
121,78	28,6	3493,0 ± 15,0	3,5 ± 0,0	11582,64 ± 107,62	0.0048506 ± 7,37 $\cdot 10^{-5}$
244,70	7,6	535,0 ± 9,0	4,2 ± 0,2	1943,36 ± 44,08	0.0030626 ± 9,98 $\cdot 10^{-5}$
344,30	26,5	1140,0 ± 6,0	5,5 ± 0,1	4738,72 ± 68,84	0.0021417 ± 3,85 $\cdot 10^{-5}$
411,12	2,2	74,7 ± 3,5	5,7 ± 0,6	316,11 ± 17,78	0.0017209 ± 12,38 $\cdot 10^{-5}$
443,96	3,1	94,2 ± 3,0	6,4 ± 0,5	422,39 ± 20,55	0.0016320 ± 8,56 $\cdot 10^{-5}$
778,90	12,9	143,3 ± 2,4	14,3 ± 0,5	960,48 ± 30,99	0.0008918 ± 2,52 $\cdot 10^{-5}$
867,37	4,2	42,5 ± 2,1	17,1 ± 2,0	311,50 ± 17,65	0.0008883 ± 6,92 $\cdot 10^{-5}$
964,08	14,6	120,3 ± 2,2	19,3 ± 0,8	936,74 ± 30,61	0.0007685 ± 2,40 $\cdot 10^{-5}$
1085,90	10,2	67,5 ± 2,2	30,2 ± 2,3	657,48 ± 25,64	0.0007720 ± 4,03 $\cdot 10^{-5}$
1112,10	13,6	88,5 ± 2,6	23,2 ± 1,7	755,55 ± 27,49	0.0006654 ± 3,27 $\cdot 10^{-5}$
1408,00	21,0	90,7 ± 1,4	28,9 ± 1,1	864,23 ± 29,40	0.0004929 ± 1,41 $\cdot 10^{-5}$

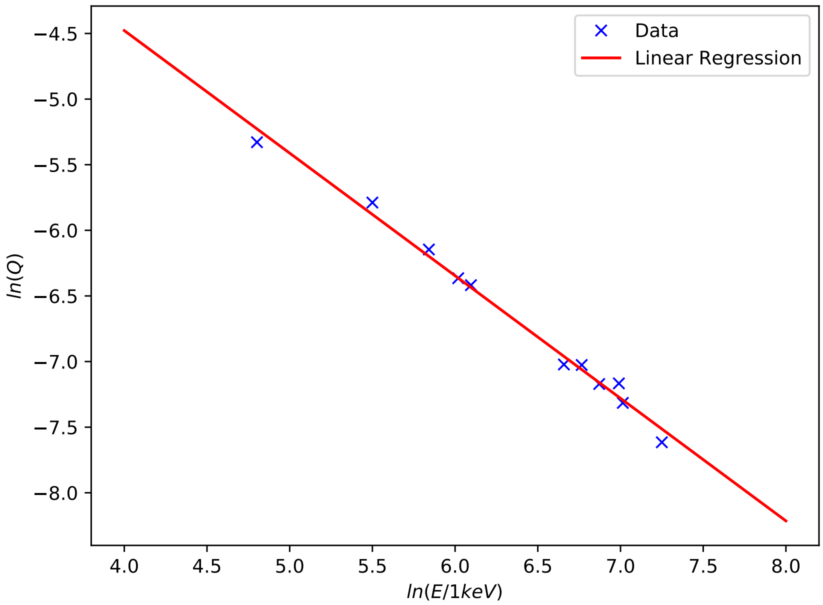


Abbildung 6: Lineare Regression der logarithmierten Effizienzen abhängig von den logarithmierten Energien

3.3 Untersuchung des monochromatischen Gammaspektrums von ^{137}Caesium

Das gemessene Spektrum von ^{137}Cs ist in den Abbildungen 9 und 7 dargestellt. Um die Lage des Photopeaks bzw. der Vollenergielinie zu bestimmen, wird dieser durch eine Gaußglocke genähert, die in Abbildung 8 dargestellt ist.
Die Näherung erfolgt mittels der Funktion *scipy.optimize.curve_fit* aus der Python-Bibliothek SkiPy und für das Maximum der Gaußglocke ergibt sich die Kanalnummer

$$\mu_{0,\text{Photo}} = 1647{,}72 \approx 1648 \ ,$$

die als Zentrum des Photopeaks angenommen wird.
Mit der Energieeichung (7) lässt sich die Energie des Photopeaks als

$$E_{\text{Photo}} = (661{,}35 \pm 0{,}05)\,\text{keV}$$

bestimmen.
Der Literaturwert beträgt $E_{\text{Photo, Lit}} = 661{,}657\,\text{keV}$ [2]. Die Abweichung vom Literaturwert von ca. 0,3 keV liegt über der statistischen Abweichung der Energieeichung, ist mit 0,046 % aber dennoch sehr klein.
Die maximale Ereignisanzahl des gaußgenäherten Photopeaks aus Abbildung 8 beträgt 1639,91. Es lassen sich die Halb- und Zehntelwertsbreiten

$$\mu_{0,1/2} \approx 5{,}37$$
$$\mu_{0,1/10} \approx 10{,}02$$

ablesen.
Mit der Energieeichung (7) lassen sich diese in die Energien

$$\Delta E_{1/2} \approx (0{,}52 \pm 0{,}05)\,\text{keV}$$
$$\Delta E_{1/10} \approx (1{,}36 \pm 0{,}05)\,\text{keV}$$

umrechnen.
Dabei ist das Verhältnis zwischen Halb- Zehntelwertsbreiten

$$\kappa = \frac{\mu_{0,1/10}}{\mu_{0,1/2}} = \frac{\Delta E_{1/10}}{\Delta E_{1/2}} = 1{,}8659 \tag{14}$$

und weicht damit um nur 2,35 % von dem für Gaußverteilungen typischen Wert von $\kappa = 1{,}823$ ab.
Zum Vergleich mit der gemessenen kann die Halbwertsbreite der Gaußverteilung wie folgt genähert und berechnet werden:

$$\Delta E_{1/2,\text{theo}} = \sqrt{8 \cdot \ln(2)} \cdot \sigma \approx 2{,}35 \cdot \sqrt{F E_{\text{Photo}} E_{\text{Ex}}} \tag{15}$$

$$= 2{,}35 \cdot \sqrt{0{,}1 \cdot (661{,}35 \pm 0{,}05)\,\text{keV} \cdot 2{,}9\,\text{eV}} = (1029{,}16 \pm 0{,}04)\,\text{eV}\ . \tag{16}$$

Dabei beschreibt σ die Standartabweichung der Gaußverteilung. E_{Ex} gibt die Exzitonenbildungsenergie für Germanium bei einer Temperatur von 77 K an und der Fano-Faktor F berücksichtigt, dass Fluktuationen in der Ladungsträger- bzw. Exzitonenerzeugung durch Fluktuation der Photonenanregung ausgeglichen werden.
Die gemessene Halbwertsbreite $\Delta E_{1/2} \approx (0{,}52 \pm 0{,}05)\,\text{keV}$ weicht um etwa 49,47 % von der theoretischen $\Delta E_{1/2,\text{theo}} = (1029{,}16 \pm 0{,}04)\,\text{eV}$ ab.
Dieser Fehler resultiert unter anderem aus Ablesefehlern und der Näherung des Photopeaks als Gaußverteilung. Die Näherung weicht für die niedrigen Wertepaare, von denen die Zehntelwertsbreite abhängt, stärker ab, als am Rest des Peaks.

Die Comptonkante liegt etwa bei der Kanalnummer $\mu_{0,\text{K}} = 1180$ und der Rückstreupeak etwa bei $\mu_{0,\text{R}} = 490$.
Dies entspricht den Energien

$$E_{\text{K}} = (472{,}86 \pm 0{,}05)\,\text{keV}$$
$$E_{\text{R}} = (194{,}79 \pm 0{,}05)\,\text{keV}\ .$$

Berechnet werden können die Energien nach den Gleichungen (2) und (3) zu

$$E_{\text{K, theo}} = E_{\text{Photo}} \cdot \frac{2\epsilon}{1+2\epsilon} = (477{,}05 \pm 0{,}05)\,\text{keV}$$
$$E_{\text{R, theo}} = \frac{E_{\text{Photo}}}{1+2\epsilon} = (184{,}299 \pm 0{,}004)\,\text{keV}\ .$$

Die Abweichungen zwischen gemessenen und berechneten Energien sind mit 0,88 % und 5,69 % klein.
Zur Bestimmung der Zählraten werden für die des Comptonkontinuums die Ereignisanzahlen linksseitig der Comptonkante und für die des Photopeaks die innerhalb des Peaks gezählt:

$$Z_{\text{Compton}} = 53\,860$$
$$Z_{\text{Photo}} = 9506\ .$$

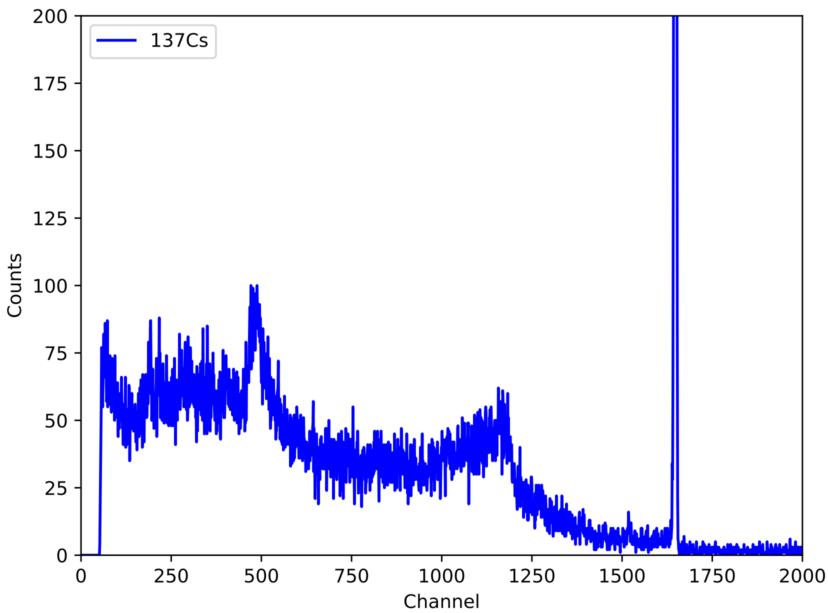
Nach Gleichung (1) ergibt sich für die Absorptionswahrscheinlichkeit:

$$W(D) = 1 - \mathrm{e}^{-\mu D}\ . \tag{17}$$

Tabelle 3: Energien, Extinktionskoeffizienten und Absorpionswahrscheinlichkeiten für den Photo- und Comtoneffekt des ^{152}Eu-Strahlers

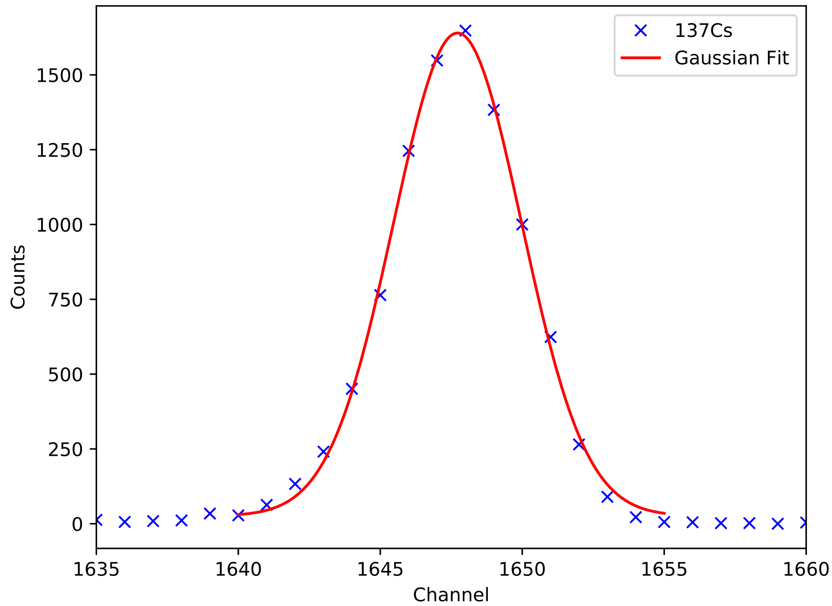
	Photoeffekt	Comptoneffekt
E / keV	661,35	0,00 bis 472,86
μ / $\frac{1}{\text{cm}}$	0,006	0,85 bis 0,45
W / %	2,66	86,80 bis 97,82

Der Extinktionskoeffizient lässt sich für verschiedene Energien aus Abbildung 1 ablesen. Für eine Kristalllänge von $D = 4{,}5\,\text{cm}$ ergeben sich dann die in Tabelle 3 aufgelisteten Absorptionswahrscheinlichkeiten.
Der Vergleich der Zählraten bzw. Linieninhalte mit den Absorptionswahrscheinlichkeiten zeigt, dass die Ereignisanzahl im Photopeak 5½-mal geringer und die Absorptionswahrscheinlichkeit über 30-mal kleiner ist, als im Comptonkontinuum. Daraus ist zu schließen, dass der Comptoneffekt Einfluss auf den Photopeak hat. Compton-gestreute Photonen können im Detektor noch photoelektrisch wechselwirken.



H

Abbildung 7: Gemessenes Spektrum eines ^{137}Cs-Strahlers, abgeschnitten ab Kanalnummer 2000. Zur Erkennung des Compton-Kontinuums, des Rückstreupeaks und der Compton-Kante wurde ein kleinerer Bereich der Ereignisanzahl gewählt.



H

Abbildung 8: Gemessener und gaußgenäherter Photopeak eines ^{137}Cs-Strahlers

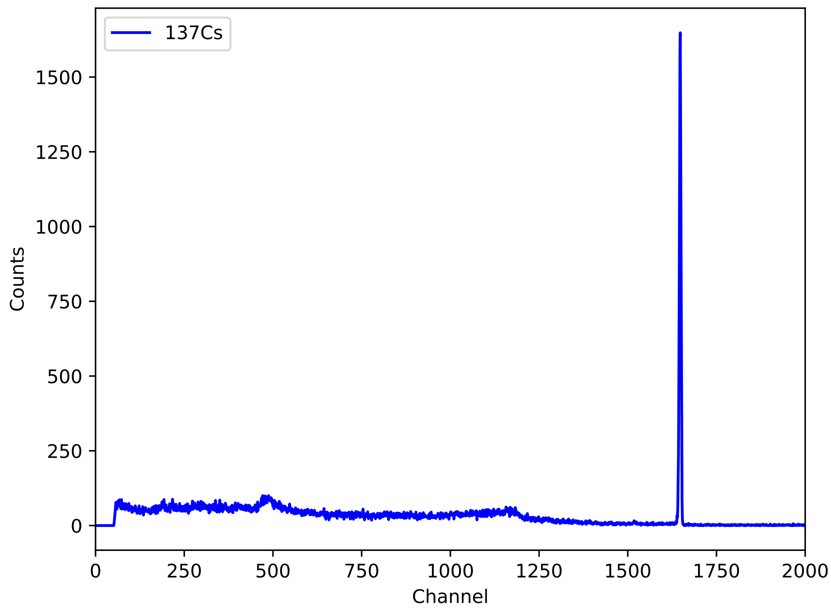


Abbildung 9: Gemessenes Spektrum eines ^{137}Cs-Strahlers, abgeschnitten ab Kanalnummer 2000. Hier ist der Photopeak bzw. Vollenergielinie gut zu erkennen.

3.4 Aktivitätsbestimmung von ^{125}Stibnit oder ^{133}Barium

Zur Identifikation, welches Nuklid das in Abbildung 10 abgebildete Spektrum besitzt, werden die Peaks gemäß Gleichung (6) mithilfe der Funktion *scipy.optimize.curve_fit* aus der Python-Bibliothek SkiPy gaußgenähert.

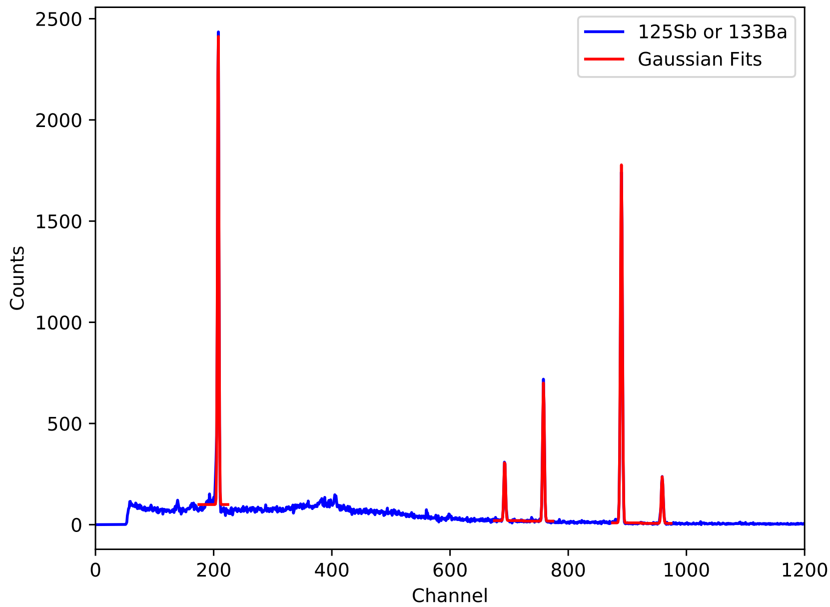


Abbildung 10: Gemessenes und genähertes Spektrum eines ^{125}Sb- oder ^{133}Ba-Strahlers, abgeschnitten ab Kanalnummer 1200

Aus den Fitparametren lassen sich nach Gleichung (7) die Energien E, nach Gleichung (13) die Effizienzen Q und nach Gleichung (11) die Zählraten Z berechnen.
Nach Umstellung der Gleichung (8) ergibt sich die Aktivität

$$A = \frac{4\pi Z}{\Omega Q W t_m} \tag{18}$$

mit dem Raumwinkel $\Omega \approx 0{,}0538\pi$ und einer Messzeit von $t_m = 3771\,\mathrm{s}$. Diese gefitteten Parameter sind in Tabelle 4 und die errechneten Größen in Tabelle 5 aufgelistet.
Aus dem Vergleich der berechneten Energien mit den Literaturwerten der Energiespektren von ^{125}Sb und ^{133}Ba lässt sich erkennen, dass die gemessenen Energien denen des 3., 5., 6., 7., und 8. Peaks des ^{133}Ba-Spektrums entsprechen. Die Energien und Emmisionswahrscheinlichkeiten des Referenzspektrums sind in Tabelle 6 aufgeführt.

Zur Bestimmung der Aktivität A des vorliegenden ^{133}Ba-Strahlers wird der Mittelwert der Aktivitäten der letzten drei Peaks genommen, da die ersten beiden Werte stark nach unten und oben abweichen. Die mittlere Aktivität beträgt $\bar{A} = (1180 \pm 383)\,\mathrm{Bq}$.

Tabelle 4: Fitparameter der Gaußnäherungen des ^{125}Sb- oder ^{133}Ba-Strahlers

E / keV	μ_0	a	b	c
81,01 ± 0,05	207,667 ± 0,023	2400 ± 40	3,06 ± 0,11	99,0 ± 7,0
276,39 ± 0,05	692,477 ± 0,026	301 ± 5	4,08 ± 0,15	20,0 ± 0,9
302,84 ± 0,05	758,120 ± 0,016	685 ± 6	4,53 ± 0,10	17,4 ± 1,3
355,98 ± 0,05	889,976 ± 0,008	1769 ± 7	5,46 ± 0,05	8,9 ± 1,6
383,82 ± 0,05	959,058 ± 0,035	231 ± 4	5,37 ± 0,23	6,3 ± 0,9

Tabelle 5: Aktiviäten und zu deren Berechnung notwendige Größen des ^{125}Sb- oder ^{133}Ba-Strahlers

E / keV	W in %	Z	Q	A / Bq
81,01 ± 0,05	34,1	7440 ± 180	0,0079 ± 0,0021	550 ± 150
276,39 ± 0,05	0,5	1078 ± 27	0,0025 ± 0,0007	17000 ± 5000
302,84 ± 0,05	18,3	2580 ± 40	0,0023 ± 0,0007	1200 ± 400
355,98 ± 0,05	62,1	7330 ± 40	0,0020 ± 0,0006	1200 ± 400
383,82 ± 0,05	8,9	949 ± 26	0,0018 ± 0,0006	1140 ± 350

Tabelle 6: Literaturwerte der Peakenergien und Emmisionswahrscheinlichkeiten des ^{133}Ba-Strahlers [1]

E / keV	W in %
53,16	2,2
79,62	2,6
81,00	34,1
160,61	0,6
223,25	0,5
302,85	18,3
356,02	62,1
383,85	8,9

3.5 Nuklididentifikation eines unbekannten kristallinen Strahlers

Das vollständige Spektrum des Kristalls ist in Abbildung 11 abgebildet.

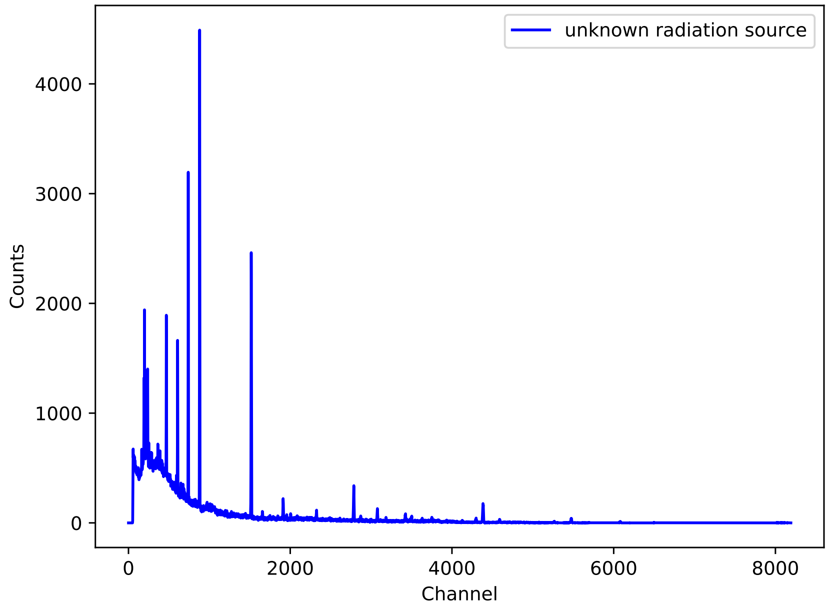


Abbildung 11: Gemessenes Spektrum eines unbekannten kristallinien Strahlers

Zur Untersuchung der sieben signifkanten Peaks werden diese gemäß Gleichung (6) mithilfe der Funktion *scipy.optimize.curve_fit* aus der Python-Bibliothek SkiPy gaußgenähert. Dies ist in Abbildung 12 zu sehen.
Die Fitparameter, Energien E, sowie die identifizierten Nuklide, deren Referenzenergien E_N und Emmisionswahrscheinlichkeiten W [1] sind in Tabelle 7 aufgelistet.

Tabelle 7: Fitparameter, Energien, Emmisionswahrscheinlichkeiten und identifizierte Nuklide des unbekannten Strahlers

μ_0	a	b	c	E / keV	E_N / keV	Nuklid
197,82	-2054373,96	-8490,82	2056192,47	77,04 ± 0,05	-	-
237,03	-4951747,22	-65164,91	4953165,50	92,84 ± 0,05	93	^{234}Th
468,05	-12252338,86	-90236,30	12254032,57	185,94 ± 0,05	186	^{226}Ra
607,09	-22934205,13	-180267,05	22935710,52	241,97 ± 0,05	242	^{214}Pb
739,04	-76310651,18	-294905,26	76313418,70	295,15 ± 0,05	295	^{214}Pb
879,60	-27221198,74	-143724,37	27224703,53	351,80 ± 0,05	352	^{214}Pb
1517,94	-8988277,11	-103001,94	8990390,62	609,05 ± 0,05	609	^{214}Bi

Mit den gefundenen Energien lassen sich die Nuklide ^{234}Th, ^{226}Ra, ^{214}Pb und ^{214}Bi

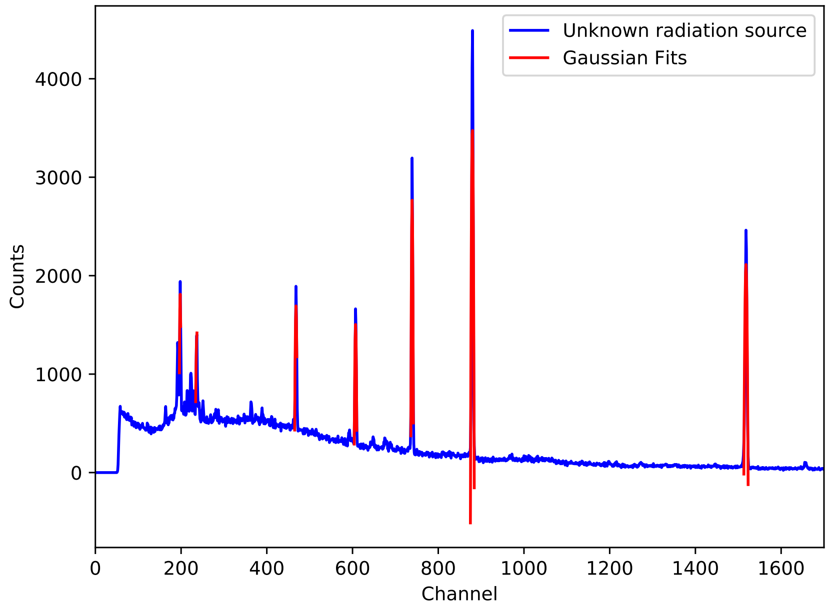


Abbildung 12: Gemessenes und gaußgenähertes Spektrum eines unbekannten kristallinen Strahlers, abgeschnitten ab Kanalnummer 1700

identifizieren. Diese sind Bestandteile der Zerfallsreihe von ^{238}Uran. Die niedrigste Peakenergie kann zwar keinem der Nuklide der Zerfallsreihe zugeordnet werden, dennoch kann davon ausgegangen werden, dass es sich bei der unbekannten Strahlungsquelle um ein Urangestein handelt. Der nicht dazu passende Peak kann entweder aus einer anderen Zerfallsreihe stammen oder es handelt sich um eine Störung wie beispielsweise einen Rückstreupeak einer anderen Linie.

4 Literaturverzeichnis

[1] Praktikumsanleitung. Versuch V18 - Der Reinst-Germanium-Detektor als Instrument der Gamma-Spektroskopie:
`http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V18.pdf`.
[2] Laboratoire National Henri Becquerel:
`http://www.nucleide.org/Laraweb/index.php`; letzter Zugriff 16.06.2020.