## V 18

# Hochreine Germaniumdetektoren in der Gamma-Spektrometrie

Sara Krieg sara.krieg@udo.edu Marek Karzel marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 25.05.2020

Abgabe: Mal sehen

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

1	Theorie							
	1.1	Wechselwirkung von Photonen mit Materie	3					
		1.1.1 Photo-Effekt						
		1.1.2 Compton-Effekt	3					
		1.1.3 Paarbildung	4					
		1.1.4 Extinktionskoeffizient	4					
	1.2	Aufbau und Wirkungsweise eines Germanium Detektors	4					
	1.3	Durch Germanium Detektor erzeugtes Spektrum eines monochromatischen						
		Photonenstrahlers	6					
2	Aufbau und Durchführung							
	2.1	Aufbau eines Germanium Detektors	7					
	2.2	Messprogramm						
3	Auswertung							
	3.1	Energiekalibrierung	8					
	3.2	Effizienzbestimmung						
4	Disk	kussion	12					

#### 1 Theorie

#### 1.1 Wechselwirkung von Photonen mit Materie

Tritt ein Photon  $\gamma$  in Materie ein, so kann es mit Atomkernen oder Elektronen wechselwirken. Ein Maß für die Wahrscheinlichkeit von einer solchen Wechselwirkung ist der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$ , welcher proportional zum Extinktionskoeffizienten  $\mu = \frac{1}{\bar{x}} \propto \sigma$  ist. Dabei ist  $\bar{x}$  die mittlere freie Weglänge. Für die Strahlintensität gilt mit  $\mu$ 

$$N(D) = N_0 \exp{-\mu D} \tag{1}$$

nach Durchdringen einer Absorberschicht der Dicke D mit ursprünglicher Strahlintensität  $N_0$ .

Es gibt drei besonders relevante Wechselwirkungsprozesse für die  $\gamma$ -Spektroskopie. Der Photo- und Comptoneffekt und die Paarbildung.

#### 1.1.1 Photo-Effekt

Beim Photo-Effekt wechselwirkt ein  $\gamma$ -Quant mit einem Hüllenelektron. Aus Impulserhaltungsgründen tut es dies bevorzugt mit Elektronen der K-Schale. Damit dies geschehen kann, muss die Energie des Photons  $E_{\gamma}$  mindestens so groß wie die Bindungsenergie des Elektrons  $E_B$  sein, um dieses aus seinem Zustand zu entfernen. Falls  $E_{\gamma} > E_B$  gilt, erhält das Elektron als kinetische Energie  $E_{\gamma} - E_B$ . Das "Loch", das durch diesen Prozess entsteht, wird durch ein Elektron aus einer höheren Schale ausgefüllt und das so entstehende Loch wiederem durch ein Elektron einer noch höheren Schale etc. Dabei werden charakteristische Röntgen-Strahlung emittiert, die den Absorber jedoch nur in seltenen Fällen verlässt, sodass das gesamte  $E_{\gamma}$  in diesem verbleibt. Der Wirkungsquerschnitt ist dabei gegeben mit

$$\sigma_{Ph} = Z^{\alpha} E^{\delta},$$

wobei  $4 < \alpha < 5$  und  $\delta \approx 3.5$ .

#### 1.1.2 Compton-Effekt

Der Compton-Effekt beschreibt die unelastische Streuung eines Photons an einem ruhenden Elektron. Dabei gibt das Photon ein Teil seiner Energie ab und ändert seine Ausbreitungsrichtung. Mithilfe des Energie- und Impulserhaltungssatzes lässt sich die Energie des gestoßenen Elektrons zu

$$E_{l} = E_{\gamma} \frac{\epsilon \left(1 - \cos \theta\right)}{1 + \epsilon \left(1 - \cos \theta\right)}$$

mit  $\epsilon=\frac{E_\gamma}{m_0c^2}$  und  $\theta\angle(\vec{p_\gamma},\vec{p_{e'}})$  bestimmen. Bei  $\theta=180^\circ$  beträgt der maximale Energieübertrag somit

$$E_{l,max} = E_{\gamma} \frac{2\epsilon}{1 + 2\epsilon}.$$

Demnach gilt für alle  $\theta$   $E_l < E_{\gamma}$ . Der Wirkungsquerschnitt ergibt sich zu

$$\sigma_{Co} = \frac{3}{4}\sigma_{Th} \left( 1 - 2\epsilon + \frac{26}{5}\epsilon^2 + \cdot \cdot \cdot \right)$$

mit

$$\sigma_{Th} = \frac{8}{3}\pi r_e^2.$$

Dabei ist  $r_e$  der klassische Elektronenradius. Für  $\epsilon \to 0$  gilt  $\sigma_{Co} \approx \sigma_{Th}$ .

#### 1.1.3 Paarbildung

Die Paarbildung kann stattfinden, wenn  $E_{\gamma} > 2m_0c^2$  gilt, wenn ein Atom der Stoßpartner ist oder wenn  $E_{\gamma} > 4m_0c^2$ , falls ein Elektron der Stoßpartner ist. Dabei wandelt sich das Photon unter Anwesenheit des Stoßpartners in ein Elektron und Positron um, auf die sich aufgrung der Impulserhaltung die übrige Energie gleichmäßig in Form kinetischer Energie verteilt. Der Wirkungsquerschnitt der Paarbildung lässt sich durch

$$\begin{split} \sigma_{\mathrm{Pa}} &= \alpha r_e^2 z^2 \left(\frac{28}{9} \ln{(2\epsilon)} - \frac{218}{27}\right) \text{Verschwindene Abschirmung} \\ \sigma_{\mathrm{Pa}} &= \alpha r_e^2 z^2 \left(\frac{28}{9} \ln{\left(\frac{183}{z^{3/2}}\right)} - \frac{2}{27}\right) \text{Vollständige Abschirmung} \end{split}$$

für die beiden Extremfälle verschwindender (bei  $10 < E_{\gamma} < 25\,\mathrm{MeV}$ ) oder vollständiger Abschirmung (bei  $500\,\mathrm{MeV} < E_{\gamma}$ ) beschreiben.

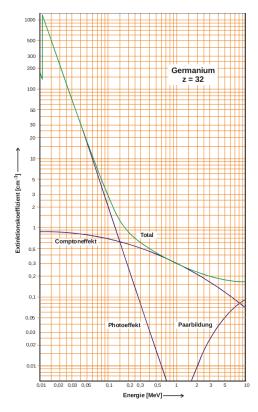
#### 1.1.4 Extinktionskoeffizient

Aus den Wirkungsquerschnitten lassen sich die Extinktionskoeffizienten bestimmen. Abbildung 1 zeigt die Energieabhängigkeit des Extinktionskoeffizient für Germanium getrennt nach den verschiedenen Wechselwirkungsprozessen.

#### 1.2 Aufbau und Wirkungsweise eines Germanium Detektors

Der Germanium Detektor ist ein Halbleiterdetektor. Demnach besteht dieser im Wesentlichen aus einer Halbleiterdiode. Im Detekorkristall existieren zwei aneinandergrenzende Bereiche die p- und n-dotiert sind. Durch Rekombination der Ladungsträger entsteht eine ladungsträgerarme Zone. Die übrig gebliebenen Akzeptoren bzw. Donatoren bilden ein Elektrisches Feld aus, das die Diffusion der beweglichen Ladungsträger unterbindet. Die Breite diese ladungsträgerarmen Zone beträgt nur einige Millimeter, lässt sich aber durch das Anlegen einer äußeren Spannung an die dotierten Bereiche vergrößern.

Wenn ein Photon in die ladungsträgerarme Zone eintritt, kann es durch die beschriebenen



**Abbildung 1:** Energieabhängigkeit des Extinktionskoeffizient für Germanium getrennt nach den verschiedenen Wechselwirkungsprozessen [1].

Prozesse ein energiereiches Elektron freisetzen. Dieses Elektron kann dann wiederrum solange mit Elektronen aus dem Festkörper stoßen, bis seine kinetische Energie verbraucht ist. Die gestoßenen Elektronen können aus dem Valenzband gehoben werden, sodass sich entlang des Weges des ersten Elektrons ein "Schlauch" von Elektronen und Löchern bildet.

Nach Gleichung (1) ist die Absorptionswahrscheinlichkeit eines Photons exponentiell von der Dicke des Absorbers abhängig, sodass eine große Breite der ladungsträgerarmen Zone wichtig ist. Die Breiten der ladungsträgerarmen Zonen sind durch

$$d_n^2 = \frac{2\epsilon\epsilon_0}{e_0} \left( U_D + U \right) \frac{n_A}{n_D \left( n_A + n_D \right)} \tag{2}$$

$$d_p^2 = \frac{2\epsilon\epsilon_0}{e_0} \left( U_D + U \right) \frac{n_D}{n_A \left( n_A + n_D \right)} \tag{3}$$

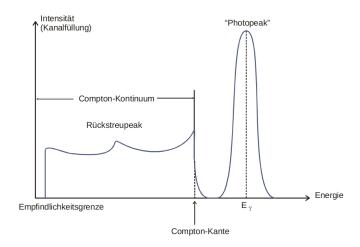
gegeben, dabei reichen die Zonen jeweils in die p- bzw. n-dotierte Schicht. Demnach ist eine extrem unsymetrische Dotierung geeignet, um eine breite ladungsträgerarme Zone zu erreichen. Dabei sind  $d_n$  bzw.  $d_p$  proportional zu  $\sqrt{U}$ , sodass eine Erhöhung der Spannung die Breite ebenfalls erhöht. Allerdings erzeugt die Spannung durch Beschleunigung von Ladungsträgern einen Strom, der die Eigenschaften des Detekotrs verschlechtert. Um diesen Strom niedrig zu halten, kann die Temperatur des Detektors auch niedrig gehalten werden. Üblicherweise wählt man für Germanium Detektoren die Siedetemperatur von flüssigen Stickstoff ( $T=77\,\mathrm{K}$ ), sodass eine Spannung von 5 kV gewählt werden kann. Unter diesen Bedingungen werden Breiten von 3 cm erreicht. Somit lassen sich Energien von einigen MeV messen.

# 1.3 Durch Germanium Detektor erzeugtes Spektrum eines monochromatischen Photonenstrahlers

Wenn ein Germanium Detektor ein Spektrum misst, das durch einen monochromatischen Photonenstrahler erzeugt wurde, so nimmt dieses in etwa die Gestalt von Abbildung 2 an.

Die Komponenten dieses Spektrums sind der Photopeak, das Compton-Kontinuum mit der Compton-Kante und dem Rückstreupeak. Der Photopeak entsteht, wenn die gesamte Photonenenergie im Detektor deponiert wird. Dieser kann demnach nur beim Photoeffekt entstehen. Somit ist der Photopeak die Größe von Interesse, deren Halbwertsbreite ein Maß für die Energieauflösung des Detektors ist. Das Compton-Kontinuum ist bei der Spektroskopie eher störend. Auch oberhalb der Compton-Kante kann aufgrund von mehrfahr gestreuten Quanten eine Intensität beobachtet werden. Die Lage der Compton-Kante ist durch Gleichung (1.1.2) gegeben. Der Rückstreupeak entsteht durch Quanten, die den Detektor nicht direkt, sondern durch Compton-Streuung in der Detektorumgebung erreichen. Auf Grund der hohen Energieschwelle der Paarbildung, spielt diese hier kaum eine Rolle.

[sample]



**Abbildung 2:** Spektrum eines monochromatischen Photonenstrahlers der Energie  $E_{\gamma}$  aufgenommen mit einem Germanium Detektor [1].

### 2 Aufbau und Durchführung

#### 2.1 Aufbau eines Germanium Detektors

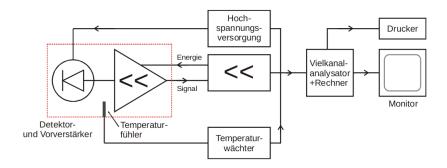


Abbildung 3: Blockschaltbild des verwendeten Spektrometers [1].

In Abbildung 3 ist das Blockschaltbild und damit der prinzipielle Aufbau des hier verwendeten Germanium Detektors zu sehen. Ein solche Detektor ermöglicht es Spannungsimpulse mit einer Höhe proportional zur Photonenenergie zu erzeugen und abzuspreichern. Dazu wird der in der ladungsträgerverarmten Zone erzeugte Ladungsimpuls durch elektirsche Integration mittels eines kapazitiv gekoppelten Operationsverstärkers in ein Spannungspegel umgewandelt. Der Integrationskondensator wird regelmäßig nach jedem Quantennachweis per optoelektrischer Rückkopplung entladen, das ansonsten das Ausgangspotential des Operationsverstärkers stufenförmig ansteigen würde.

Die Bandbreite des Verstärkers muss gut angepasst sein, damit keine Rauschspannung entsteht und alle wesentlichen Komponenten des Signals erfasst werden. Dies geschieht mittels Hoch- und Tiefpassfiltern. Der Detektor darf nur an die Hochspannung angeschlossen werden, wenn dieser abgekühlt ist. Darum ist ein Temperaturfühler im Detektorgehäuse

eingebaut, der einen Termperaturwächter steuert, sodass die Detektorspannung nicht an einen warmen Kristall gelegt wird. Die Hochspannung darf nur langsam geändert werden, da an der Eingangsstufe des Vorverstärkers sonst hohe Spannungen auftreten, die diesen zerstören können. Die Signalspannung wird nun in einem Vierkanalanalysator gemäß ihrer Höhe in Kanäle einsortiert, welche schließlich auf dem Rechner als Spektrum dargestellt werden.

#### 2.2 Messprogramm

Zur Kallibrierung des Detektors wird das Spektrum von Europium aufgenommen. Aufgrund seiner zahlreichen und bekannten Peaks können mit Hilfe seiner Aktivität A die Effizienz Q, sowie die Energiezuordnung der Kanäle berechnet werden. Anschließend wird das Spektrum von Caesium aufgenommen und danach das Spektrum einer Antimon und einer Barium Quelle. Schließlich wird das Spektrum eines unbekannten Kristalls aufgenommen.

#### 3 Auswertung

#### 3.1 Energiekalibrierung

Zur Energiekalibrierung des Detektors wird das Spektrum eines <sup>152</sup>Eu-Strahlers aufgenommen, welches in Abbildung 4 zu sehen ist.

Dazu werden anhand der charakteristischen Peaks des Spektrums mittels linearer Regression Peakenergien  $E_i$  und mittlere Kanalnummern  $\mu_i$  in Beziehung gesetzt. Die Peaks werden als Gaußverteilungen der Form

$$f(x) = a \cdot \exp\left(-\frac{(x - \mu_i)^2}{b}\right) + c \tag{4}$$

genähert. Dazu wird die Funktion *scipy.optimize.curve\_fit* aus der Python-Bibliothek SkiPy verwendet.

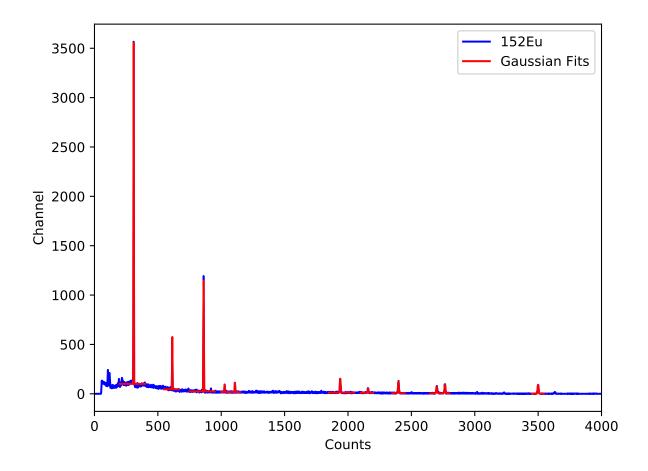
Die den Peakenergien  $E_i$  zugeordneten Näherungsparameter sind in Tabelle 1 aufgelistet. Mit den Wertepaaren der Peakenergien  $E_i$  und der mittleren Kanalnummern  $\mu_i$  wird eine lineare Regression der Form

$$E_i(\mu_i) = m \cdot \mu_i + d \tag{5}$$

durchgeführt, die in Abildung 5 dargestellt ist. Die Regressionsparameter betragen

$$m = 0.403 \pm 0.000$$
 
$$d = -2.683 \pm 0.051 \; .$$

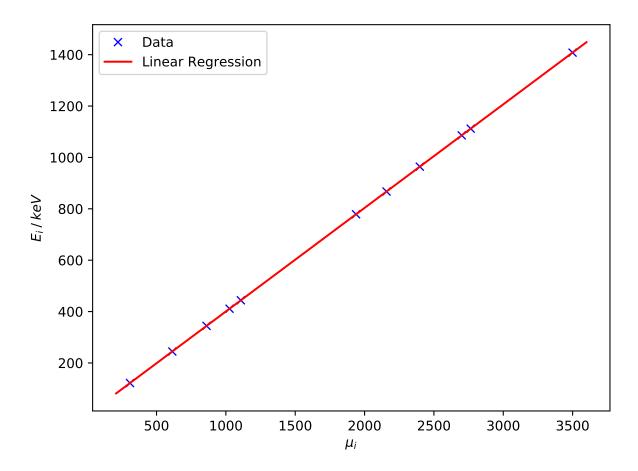
Die statistischen Fehler der Regressionskonstanten sind mit 0,0 % und 1,9 % sehr gering.



**Abbildung 4:** Gemessenes Spektrum eines  $^{152}$ Eu-Strahlers

Tabelle 1: Gefittete Parameter der Gaußnäherungen der charakteristischen Peaks des  $^{152}\mathrm{Eu\textsc{-}Spektrums}$ 

$E_i / \mathrm{keV}$	$\mu_i$	a	b	c
121,78	$308,\!80\pm0,\!01$	$3493,0 \pm 15,0$	$3,5 \pm 0,0$	$100,3 \pm 1,3$
244,70	$613,80 \pm 0,03$	$535,0 \pm 9,0$	$4,2 \pm 0,2$	$45,6 \pm 1,1$
$344,\!30$	$860,70 \pm 0,01$	$1140,0 \pm 6,0$	$5,5 \pm 0,1$	$24,4 \pm 0,6$
411,12	$1026{,}51\pm0{,}09$	$74,7 \pm 3,5$	$5{,}7\pm0{,}6$	$18,9 \pm 0,8$
443,96	$1107,\!93\pm0,\!06$	$94,2 \pm 3,0$	$6,4 \pm 0,5$	$16{,}7\pm0{,}5$
778,90	$1938,\!62\pm0,\!05$	$143,3 \pm 2,4$	$14,3 \pm 0,5$	$11{,}7\pm0{,}3$
$867,\!37$	$2158,\!39\pm0,\!17$	$42,5 \pm 2,1$	$17,1 \pm 2,0$	$10{,}7\pm0{,}4$
964,08	$2398{,}18\pm0{,}06$	$120,3 \pm 2,2$	$19,3 \pm 0.8$	$6,4 \pm 0,5$
1085,90	$2700,\!41\pm0,\!14$	$67,5 \pm 2,2$	$30,2 \pm 2,3$	$5,3 \pm 0,5$
1112,10	$2765,\!02\pm0,\!11$	$88,5 \pm 2,6$	$23,2 \pm 1,7$	$5,6 \pm 0,9$
1408,00	$3499,69 \pm 0,07$	$90.7 \pm 1.4$	$28,9 \pm 1,1$	$0.9 \pm 0.3$



**Abbildung 5:** Lineare Regression der Energie-Kanalnummer-Wertepaare des  $^{152}\mathrm{Eu}$ 

#### 3.2 Effizienzbestimmung

Die Effizienz

$$Q = \frac{4\pi Z}{\Omega AWt} \tag{6}$$

wird aus dem Zählergebnis Z, dem Raumwinkel  $\Omega$ , der Aktivität A des Strahlers, der Emmisionswahrscheinlichkeit W und der Messzeit t bestimmt.

Der Raumwinkel ergibt sich zu

$$\Omega = 2\pi \left( 1 - \frac{l}{\sqrt{l^2 - r^2}} \right) \approx 1,73\pi , \qquad (7)$$

mit dem Radius  $r=2,25\,\mathrm{cm}$  und dem Abstand  $l=8\,\mathrm{cm}$  zwischen Probe und Detektor. Die Aktivität am Messtag wird bestimmt als

$$A(t) = A_0 \cdot \exp\left(-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \cdot t\right) \ . \tag{8}$$

Mit einer Anfangsaktivität  $A_0=(4130\pm60)\,\mathrm{Bq}$  am 01.10.2000 und der Halbwertszeit  $t_{1/2}=(4943\pm5)\,\mathrm{d}$  ergibt sich nach einer Zeit von  $t=7177\,\mathrm{d}$  eine Aktivität von  $A_{25.05.2020}=(1510\pm22)\,\mathrm{Bq}$ . Der statistische Fehler von  $A_{25.05.2020}$  ergibt sich nach Gaußscher Fehlerfortpflanzungaus denen von  $A_0$  und  $t_{1/2}$ .

Zuletzt sind noch die Zählraten Z der Peaks zu bestimmen. Dazu werden die gefitteten Gaußnäherungen integriert. Der konstante Parameter b wird dabei vernachlässigt, da er das Niveau des umgebenden Spektrums angibt und somit nicht zur Zählrate Z des Peaks beiträgt. Aus der Integration folgt dann

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} a \cdot \exp\left(-\frac{(x - \mu_i)^2}{b}\right) dx = a\sqrt{b\pi}.$$
 (9)

Der statistische Fehler der Zählrate wird aufgrund des poissonverteilten Zerfallswahrscheinlichkeit als  $\sqrt{Z}$  angenommen.

In der erweiterten Tabelle 2 sind die errechneten Effizienzen Q, Zählraten Z und Emmisionswahrscheinlichkeiten W aufgeführt.

Tabelle 2: Effizienzen und zu deren Berechnung notwendige Größen des  $^{152}\mathrm{Eu\textsc{-}Strahlers}$ 

$E_i / \text{keV}$	W in $%$	a	b	Z	$\overline{Q}$
121,78	28,6	$3493,0 \pm 15,0$	$3,5 \pm 0,0$		
244,70	7,6	$535,0 \pm 9,0$	$4,2\pm0,2$		
$344,\!30$	26,5	$1140,0\pm6,0$	$5,5\pm0,1$		
$411,\!12$	$^{2,2}$	$74,7 \pm 3,5$	$5{,}7\pm0{,}6$		
$443,\!96$	3,1	$94,2 \pm 3,0$	$6,4 \pm 0,5$		
778,90	12,9	$143,3 \pm 2,4$	$14,3 \pm 0,5$		
$867,\!37$	4,2	$42,5 \pm 2,1$	$17,1 \pm 2,0$		
$964,\!08$	14,6	$120,3 \pm 2,2$	$19,3 \pm 0.8$		
1085,90	10,2	$67,5 \pm 2,2$	$30,2 \pm 2,3$		
1112,10	13,6	$88,5 \pm 2,6$	$23,2 \pm 1,7$		
1408,00	21,0	$90.7 \pm 1.4$	$28,9 \pm 1,1$		

# 4 Diskussion