

Nr. 21

Optisches Pumpen

Sara Krieg
sara.krieg@udo.edu

Marek Karzel
marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 08.07.2020

Abgabe: ??

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Spin-Bahn-Kopplung und magnetische Momente der Elektronenhülle . . .	3
1.2	Gesamtdrehimpuls des Atoms	3
1.3	Der Zeeman-Effekt	3
1.4	Optisches Pumpen	3
1.5	Messung der Zeeman-Aufspaltung	3
1.6	Quadratischer Zeeman-Effekt	4
1.7	Helmholtzspulen	4
2	Durchführung	4
3	Auswertung	4
3.1	Daten der verwendeten Helmholtzspulenpaare	4
3.2	Korrektur des vertikalen Erdmagnetfeldes	4
3.3	Vermessen des Magnetfeldes in Abhängigkeit von der Resonanzfrequenz .	4
3.4	Bestimmung des Isotopenverhältnisses	7
3.5	Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effekts	8
4	Diskussion	9

1 Theorie

Ziel dieses Versuches ist die Bestimmung der Kernspins I der Rubidium-Isotope ^{85}Rb und ^{87}Rb mithilfe der Methode des optischen Pumpens.

1.1 Spin-Bahn-Kopplung und magnetische Momente der Elektronenhülle

Neben den anderen Alkalimetallen Lithium, Natrium, Kalium, Cäsium und Francium der ersten Hauptgruppe der Elemente, besitzt auch Rubidium genau ein Elektron in seiner Valenzschale. Der Gesamtdrehimpuls \vec{J} dieses Elektrons ergibt sich über die Kopplung des Spins \vec{S} und des Bahndrehimpulses \vec{L} zu

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}. \quad (1)$$

Diesen Drehimpulsen, können aufgrund der Kreisbewegungen der elektrischen Ladung die magnetischen Momente

$$\vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{J}, \quad |\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (2)$$

$$\vec{\mu}_S = -g_S \mu_B \vec{S}, \quad |\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)} \quad (3)$$

$$\vec{\mu}_L = -\mu_B \vec{L}, \quad |\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \quad (4)$$

zugeordnet werden. Hierbei beschreibt g_J den Landé-Faktor, $g_S \approx 2$ den anomalen Spin-g-Faktor, $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ das Bohrsche Magneton und J, S, L die Quantenzahlen der jeweiligen Drehimpulse.

Aus der Addition der magnetischen Momente

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_S + \vec{\mu}_L \quad (5)$$

ergibt sich der Landé-Faktor zu

$$g_J = \frac{(g_S + 1)J(J+1) + (g_S - 1)[S(S+1) - L(L+1)]}{2J(J+1)}. \quad (6)$$

1.2 Gesamtdrehimpuls des Atoms

1.3 Der Zeeman-Effekt

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (7)$$

1.4 Optisches Pumpen

1.5 Messung der Zeeman-Aufspaltung

$$B_{\text{ind.Em.}} = \frac{hf}{g_F \mu_B} = \frac{4\pi m_e f}{e g_F}$$

1.6 Quadratischer Zeeman-Effekt

$$U = g_{\text{f}}\mu_{\text{B}}B + g_{\text{F}}^2\mu_{\text{B}}^2B^2\frac{1 - 2m_{\text{F}}}{\Delta E_{\text{Hy}}} \quad (8)$$

1.7 Helmholtzspulen

$$B = \mu_0 \frac{8IN}{\sqrt{125}R} . \quad (9)$$

2 Durchführung

3 Auswertung

3.1 Daten der verwendeten Helmholtzspulenpaare

Die verwendeten Spulen haben folgende Abmessungen, wobei der Radius mit R und die Windungszahl mit N gegeben ist:

$$\begin{aligned} R_{\text{Horizontalfeldspule}} &= 15,79 \text{ cm} , \\ R_{\text{Sweepfeldspule}} &= 16,39 \text{ cm} , \\ R_{\text{Vertikalfeldspule}} &= 11,735 \text{ cm} , \\ N_{\text{Horizontalfeldspule}} &= 154 , \\ N_{\text{Sweepfeldspule}} &= 11 , \\ N_{\text{Vertikalfeldspule}} &= 20 . \end{aligned}$$

3.2 Korrektur des vertikalen Erdmagnetfeldes

Zur Korrektur des vertikalen Erdmagnetfeldes wird der Aufbau entsprechend ausgerichtet und das Feld der Vertikalfeldspule auf $T_{\text{vert}} = 0,229 \text{ A}$ eingestellt. Gemäß (9) kompensiert das Feld der Vertikalfeldspule also ein vertikales Erdmagnetfeld von

$$B_{\text{vert}} = 35,09 \mu\text{T} .$$

3.3 Vermessen des Magnetfeldes in Abhängigkeit von der Resonanzfrequenz

Die im Versuch gemessenen Ströme in Abhängigkeit von der Frequenz des Wechselfeldes sind in Tabelle 1 angegeben.

Hierbei bezeichnet I_{H} , I_{S} und B_{hor} die für die jeweiligen Resonanzen eingestellten Stromstärken an Horizontal- und Sweepspule, sowie das daraus resultierende gesamte horizontale Magnetfeld. Dieses ist durch die lineare Superposition der einzelnen Magnetfelder erreichbar.

Tabelle 1: Die für die Horiuontalfeld- und Sweepspulen gemessenen Ströme I_H und I_S für die Resonanzen 1 und 2 und daraus errechneten Magnetfeldstärken B in Abhängigkeit der angelegten Frequenz f .

f / kHz	I_{H1} / A	I_{S1} / A	$B_{\text{hor},1} / \mu\text{T}$	I_{H2} / A	I_{S2} / A	$B_{\text{hor},2} / \mu\text{T}$
100	0	0,043	37,7	0	0,051	44,7
200	0	0,060	52,7	0	0,077	67,5
300	0	0,077	67,5	0	0,102	89,5
400	0	0,094	82,4	0	0,127	111,4
500	0	0,110	96,5	0	0,152	133,3
600	0	0,127	111,4	0,315	0,153	153,2
700	0	0,144	126,3	0,456	0,168	174,8
800	0,075	0,153	138,7	0,945	0,157	194,7
900	1,245	0,086	150,6	1,245	0,162	217,2
1000	1,818	0,060	162,3	1,818	0,144	236,0

Werden Frequenzen und horizontale Magnetfeldstärke gegeneinander aufgetragen und eine Regressionsgerade durch die Messwerte gelegt, ergeben sich Abbildung 1 und Abbildung 2.

Die Ausgleichsrechnungen werden mit der Funktion

$$f = a \cdot B_{\text{hor}} + b$$

durchgeführt. Es ergeben sich für b die Werte

$$\begin{aligned} b_1 &= 25,6 \pm 1,3 \mu\text{T} , \\ b_2 &= 25,4 \pm 0,9 \mu\text{T} . \end{aligned}$$

Aus diesen Werten wird der Mittelwert zu

$$\bar{b} = 25,5 \pm 1,2 \mu\text{T}$$

berechnet. Damit wird die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes abgeschätzt. Aus den Regressionsrechnungen ergeben sich für a die Werte:

$$\begin{aligned} a_1 &= 140,0 \pm 2,1 \frac{\mu\text{T}}{\text{MHz}} , \\ a_2 &= 212,5 \pm 1,4 \frac{\mu\text{T}}{\text{MHz}} . \end{aligned}$$

Aus diesen Werten ergibt sich mit

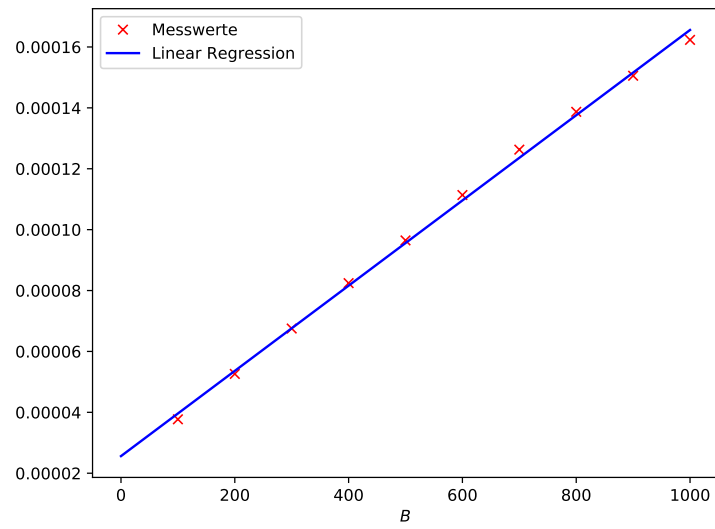


Abbildung 1: Lineare Regression der Magnetfeldstärken in Abhängigkeit von der Resonanzfrequenz für Isotop 1.

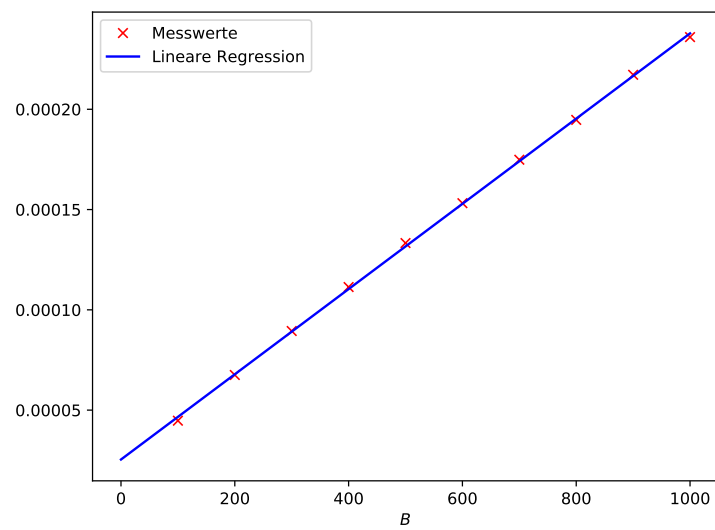


Abbildung 2: Lineare Regression der Magnetfeldstärken in Abhängigkeit von der Resonanzfrequenz für Isotop 2.

$$g_F = \frac{h}{a \cdot \mu_B}$$

der Landefaktor der Isotope zu

$$g_{F1} = 0,519 \pm 0,008,$$

$$g_{F2} = 0,336 \pm 0,002.$$

Mit Gleichung (7) und

$$g_J = 2,0023,$$

$$J = \frac{1}{2},$$

$$L = 0,$$

$$S = \frac{1}{2},$$

$$F = I + \frac{1}{2},$$

ergeben sich die Kernspins der Isotope mit

$$I = \frac{1}{2} \left| \frac{g_J}{g_F} - 1 \right|$$

zu

$$I_1 = 1,416 \pm 0,030,$$

$$I_2 = 2,477 \pm 0,019.$$

3.4 Bestimmung des Isotopenverhältnisses

Bei einer RF-Frequenz von 200 kHz wird das Oszilloskopbild der Resonanzpeaks in Abbildung 3 aufgenommen.

Die Höhe der Resonanzpeaks wird wie folgt ermittelt:

$$h_1 = 4 \text{ Punkte},$$

$$h_2 = 10 \text{ Punkte}.$$

Gemäß

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

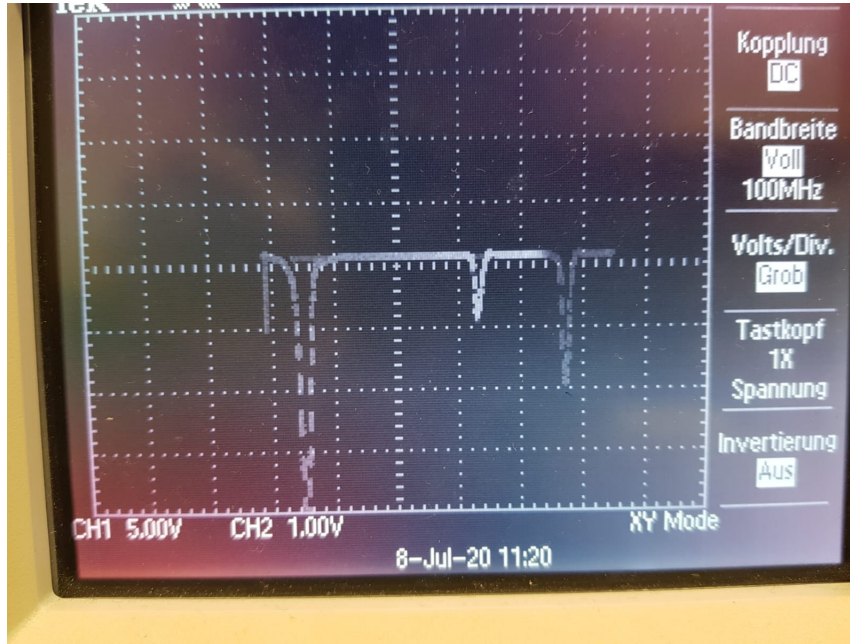


Abbildung 3: Oszilloskopbild der Transmissivität in Abhängigkeit vom horizontalen Magnetfeld bei einer RF-Frequenz von 200 kHz.

ergibt sich das Isotopenverhältnis zu

$$\frac{N_1}{N_2} = 0,4.$$

3.5 Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effekts

Zunächst wird das erste Isotop betrachtet. Mit

$$\begin{aligned} M_F &= -1, \\ B_{\max} &= 162,3 \mu\text{T}, \\ \Delta E_{\text{Hy}} &= 4,53 \cdot 10^{-24} \text{ J}, \end{aligned}$$

und (8) kann der maximale quadratische Zeeman-Effekt zu

$$Z_{\text{qmax},1} = (3,91 \pm 0,12) \cdot 10^{-31} \text{ J}$$

abgeschätzt werden. Der maximale lineare Zeeman-Effekt beträgt hier mit Gleichung (1.5)

$$Z_{\text{lmax},1} = (7,68 \pm 0,12) \cdot 10^{-28} \text{ J}.$$

Für Isotop 2 gilt

$$\begin{aligned}M_F &= -2, \\B_{\max} &= 236 \mu\text{T}, \\ \Delta E_{\text{Hy}} &= 2,01 \cdot 10^{-24} \text{ J},\end{aligned}$$

womit der maximale quadratische Zeeman-Effekt zu

$$Z_{\text{qmax},2} = (1,35 \pm 0,02) \cdot 10^{-54} \text{ J}$$

abgeschätzt wird. Der maximale lineare Zeeman-Effekt wird hier zu

$$Z_{\text{lmax},2} = (7,36 \pm 0,05) \cdot 10^{-28} \text{ J}$$

abgeschätzt.

4 Diskussion

Für die Ermittlung der vertikalen Erdmagnetfelds ergibt sich durch die Errechnung aus dem Kompensationsfeld durch die vertikale Spule mit Hilfe der Helmholtzgleichung ein Wert von $35,09 \mu\text{T}$. Aus der linearen Ausgleichsrechnung ergibt sich hingegen ein Wert von $25,5 \pm 1,2 \mu\text{T}$.

Ein Literaturwert für diesen Wert liegt bei etwa $22 \mu\text{T}$. Die Abweichung kann durch Messungenauigkeiten erklärt werden. Der ermittelte Wert ist demnach gut.

Die Landefaktoren werden zu

$$\begin{aligned}g_{F1} &= 0,519 \pm 0,008, \\ g_{F2} &= 0,336 \pm 0,002.\end{aligned}$$

bestimmt. Literaturwerte liegen bei

$$\begin{aligned}g_{F1} &= 0,5, \\ g_{F2} &= \frac{1}{3}.\end{aligned}$$

Die Resonanz 1 kann damit dem Isotop ^{87}Rb und die Resonanz 2 dem Isotop ^{85}Rb zugeordnet werden. Die relativen Abweichungen sind dabei im Rahmen von 2 %.

Die Kernspins werden zu

$$\begin{aligned}I_1 &= 1,416 \pm 0,030, \\ I_2 &= 2,477 \pm 0,019,\end{aligned}$$

bestimmt. Die theoretischen Kernspins liegen bei

$$\begin{aligned}I_1 &= 1,5, \\ I_2 &= 2,5.\end{aligned}$$

Das relative Isotopenverhältnis ergibt sich zu 0,4. Das in der Natur vorkommende Verhältnis liegt bei 0,386. Demnach ist das gemessene Verhältnis sehr nahe an dem natürlichen, obwohl das Rubidium-Gasgemisch angereichert ist. Das Ablesen der Minima am Oszilloskop kann fehlerbehaftet sein und ist recht ungenau.

Die Betrachtung des quadratischen Zeeman-Effektes, der um drei beziehungsweise 26 Größenordnungen geringer ist als der lineare, zeigt, dass die getroffenen Näherungen hinreichend sind.