

Nr. 47

# **Temperaturabhängigkeit der Molwärme von Festkörpern**

Sara Krieg  
sara.krieg@udo.edu

Marek KArzel  
marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 22.06.2020

Abgabe: ??

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Debye-Modell . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>3</b>
3.1	Bestimmung von $C_p$ und $C_V$ . . . . .	3
3.2	Experimentelle Bestimmung der Debye-Temperatur . . . . .	7
3.3	Theoriewert der Debye-Temperatur . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>8</b>

# 1 Theorie

$$C_p - C_V = 9\alpha^2 \kappa V_0 T \quad (1)$$

## 1.1 Debye-Modell

$$\int_0^{w_D} Z(w) dw = 3N \quad (2)$$

$$\theta_D = \frac{\hbar w_D}{k_B} = \frac{\hbar v_s}{k_B} \left( \frac{6\pi^2 N}{L^3} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

## 2 Durchführung

$$T = 0.00134R^2 + 2.296R - 243.02 \quad (4)$$

## 3 Auswertung

Aus den Messwerten wird zunächst die Molwärme für konstanten Druck  $C_p$  errechnet. Anschließend wird diese in die Molwärme bei konstanten Volumen  $C_V$  umgerechnet. Aus den beiden Molwärmern wird die Debye-Temperatur  $\theta_D$  bestimmt. Um diesen vergleichen zu können, wird ein theoretischer Wert für  $\theta_D$  berechnet.

### 3.1 Bestimmung von $C_p$ und $C_V$

Um  $C_p$  zu bestimmen wird

$$C_p = \frac{UI\Delta t M}{\Delta T m}$$

verwendet. Dabei ist  $U$  die Heizspannung,  $I$  der Heizstrom,  $\Delta t$  das Heizintervall,  $M = 63,5 \text{ g/mol}$  die molare Masse [2],  $\Delta T$  die Temperaturerhöhung und  $m = 342 \text{ g}$  [1] die Masse der Probe. Für Kupfer werden weiterhin die Dichte  $\rho = 8,96 \text{ g/cm}^3$  [3] und der Kompressionsmodul  $\kappa = 137,8 \text{ GPa}$  [3] angenommen.

Für  $C_p$  ergeben sich die Werte in Tabelle 1. Mithilfe von Gleichung (4) sind die Temperaturen umgerechnet worden.

Zur Umrechnung von  $C_p$  zu  $C_V$  wird die Gleichung (1) verwendet. Die Werte für  $\alpha$  werden [1] entnommen und die Temperatur  $\bar{T}$  in jedem Intervall gemittelt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 aufgeführt.

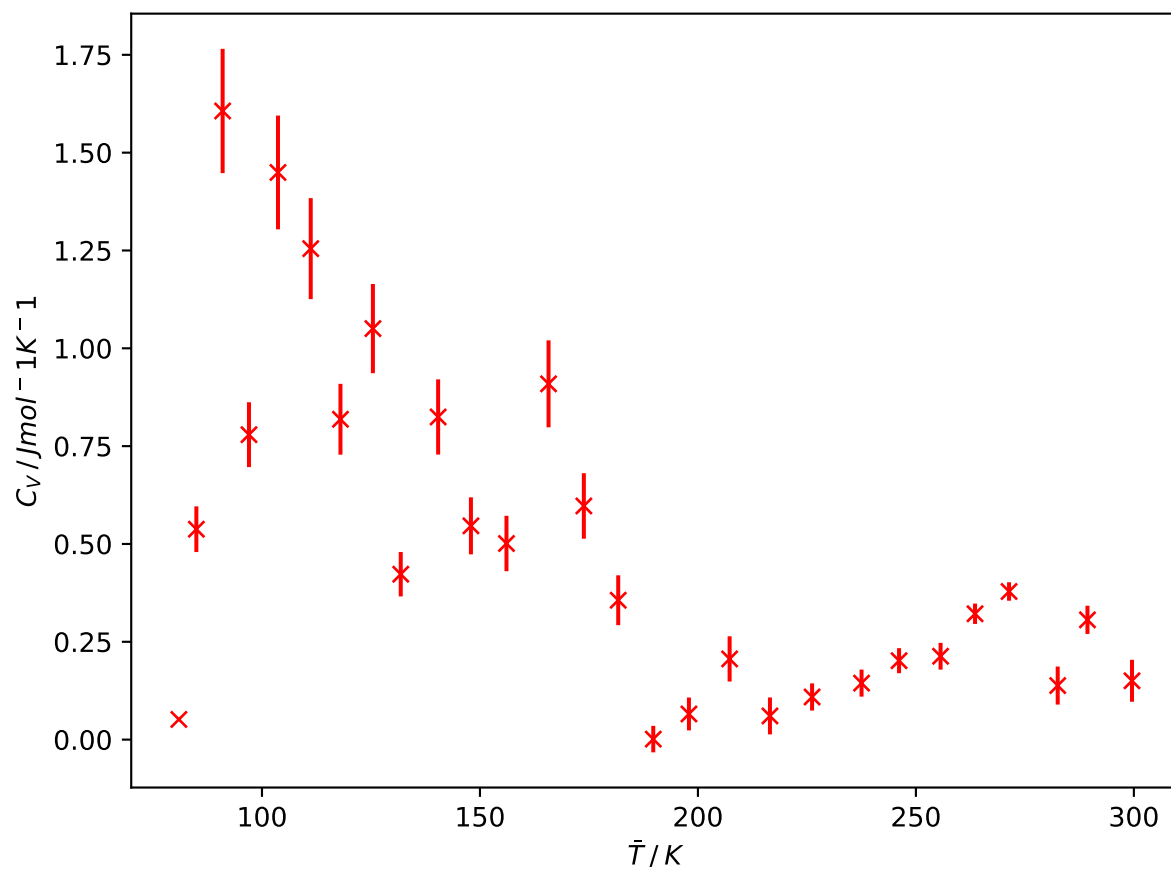
Anschließend werden die Ergebnisse für  $C_V$  gegen die gemittelte Temperatur  $\bar{T}$  in Abbildung 1 aufgetragen.

**Tabelle 1:** Messwerte zur Berechnung der Molwärme bei konstantem Druck  $C_p$ . Die Temperaturen wurden dabei aus (4) berechnet.

$T_{\text{Probe}} / \text{K}$	$T_{\text{Gehäuse}} / \text{K}$	$U / \text{V}$	$I / \text{mA}$	$\Delta t / \text{s}$	$C_p / \text{J mol/K}$
81,06	80,82	0,00	00,0	0	
81,76	88,13	$5,29 \pm 0,50$	$50,5 \pm 0,5$	$76 \pm 2$	$0,59 \pm 0,06$
86,71	95,23	$5,34 \pm 0,50$	$50,9 \pm 0,5$	$284 \pm 2$	$1,68 \pm 0,16$
91,92	102,12	$5,36 \pm 0,50$	$51,1 \pm 0,5$	$176 \pm 2$	$0,88 \pm 0,08$
99,03	108,31	$5,39 \pm 0,50$	$51,3 \pm 0,5$	$281 \pm 2$	$1,55 \pm 0,15$
106,17	116,19	$5,41 \pm 0,50$	$51,4 \pm 0,5$	$269 \pm 2$	$1,38 \pm 0,13$
112,13	123,87	$5,42 \pm 0,50$	$51,5 \pm 0,5$	$220 \pm 2$	$0,97 \pm 0,09$
119,55	131,34	$5,43 \pm 0,50$	$51,6 \pm 0,5$	$278 \pm 2$	$1,23 \pm 0,11$
124,59	139,07	$5,44 \pm 0,50$	$51,6 \pm 0,5$	$169 \pm 2$	$0,61 \pm 0,06$
133,51	147,31	$5,45 \pm 0,50$	$51,7 \pm 0,5$	$274 \pm 2$	$1,04 \pm 0,10$
140,28	155,58	$5,46 \pm 0,50$	$51,7 \pm 0,5$	$230 \pm 2$	$0,79 \pm 0,07$
148,28	163,89	$5,47 \pm 0,50$	$51,7 \pm 0,5$	$228 \pm 2$	$0,77 \pm 0,07$
158,75	172,71	$5,47 \pm 0,50$	$51,8 \pm 0,5$	$320 \pm 2$	$1,21 \pm 0,11$
167,07	180,59	$5,48 \pm 0,50$	$51,8 \pm 0,5$	$233 \pm 2$	$0,91 \pm 0,08$
173,21	190,22	$5,50 \pm 0,50$	$51,8 \pm 0,5$	$223 \pm 2$	$0,69 \pm 0,06$
179,11	200,40	$5,49 \pm 0,50$	$51,9 \pm 0,5$	$147 \pm 2$	$0,37 \pm 0,03$
187,26	208,62	$5,49 \pm 0,50$	$51,9 \pm 0,5$	$184 \pm 2$	$0,46 \pm 0,04$
197,17	217,37	$5,49 \pm 0,50$	$51,9 \pm 0,5$	$240 \pm 2$	$0,63 \pm 0,06$
205,63	227,41	$5,50 \pm 0,50$	$51,9 \pm 0,5$	$211 \pm 2$	$0,51 \pm 0,05$
213,87	238,51	$5,50 \pm 0,50$	$51,9 \pm 0,5$	$175 \pm 2$	$0,38 \pm 0,03$
224,40	250,67	$5,50 \pm 0,50$	$51,9 \pm 0,5$	$186 \pm 2$	$0,38 \pm 0,03$
233,46	258,81	$5,50 \pm 0,50$	$51,9 \pm 0,5$	$166 \pm 2$	$0,35 \pm 0,03$
243,31	268,01	$5,50 \pm 0,50$	$51,9 \pm 0,5$	$173 \pm 2$	$0,37 \pm 0,03$
251,18	275,95	$5,50 \pm 0,50$	$52,0 \pm 0,5$	$131 \pm 2$	$0,28 \pm 0,03$
258,81	283,92	$5,49 \pm 0,50$	$52,0 \pm 0,5$	$120 \pm 2$	$0,25 \pm 0,02$
272,10	292,95	$5,49 \pm 0,50$	$51,9 \pm 0,5$	$208 \pm 2$	$0,53 \pm 0,03$
279,81	298,90	$5,49 \pm 0,50$	$52,0 \pm 0,5$	$140 \pm 2$	$0,39 \pm 0,04$
290,37	308,77	$5,49 \pm 0,50$	$52,0 \pm 0,5$	$202 \pm 2$	$0,58 \pm 0,05$

**Tabelle 2:** Berechnete Werte der Molwärme bei konstantem Volumen  $C_V$ .

$\bar{T} / \text{K}$	$\alpha / 1 \cdot 10^{-6} 1/\text{K}$	$C_p / \text{J mol/K}$	$C_V / \text{J mol/K}$
84,95	8,50	$0,59 \pm 0,06$	$0,54 \pm 0,06$
90,97	9,75	$1,68 \pm 0,16$	$1,61 \pm 0,16$
97,02	10,70	$0,88 \pm 0,08$	$0,78 \pm 0,08$
103,67	10,70	$1,55 \pm 0,15$	$1,45 \pm 0,15$
111,18	11,50	$1,38 \pm 0,13$	$1,25 \pm 0,13$
118,00	12,10	$0,97 \pm 0,09$	$0,82 \pm 0,09$
125,44	12,65	$1,23 \pm 0,11$	$1,05 \pm 0,11$
131,83	12,65	$0,61 \pm 0,06$	$0,42 \pm 0,05$
140,41	13,15	$1,04 \pm 0,10$	$0,82 \pm 0,10$
147,93	13,60	$0,79 \pm 0,07$	$0,55 \pm 0,07$
156,08	13,90	$0,77 \pm 0,07$	$0,50 \pm 0,07$
165,73	14,25	$1,21 \pm 0,11$	$0,91 \pm 0,11$
173,83	14,25	$0,91 \pm 0,08$	$0,60 \pm 0,08$
181,72	14,50	$0,69 \pm 0,06$	$0,36 \pm 0,06$
189,75	14,75	$0,37 \pm 0,03$	$0,00 \pm 0,03$
197,94	14,95	$0,46 \pm 0,04$	$0,07 \pm 0,04$
207,27	15,20	$0,63 \pm 0,06$	$0,21 \pm 0,06$
216,52	15,40	$0,51 \pm 0,05$	$0,06 \pm 0,05$
226,19	15,60	$0,38 \pm 0,03$	$0,11 \pm 0,03$
237,53	15,75	$0,38 \pm 0,03$	$0,14 \pm 0,03$
246,14	15,90	$0,35 \pm 0,03$	$0,20 \pm 0,03$
255,66	16,10	$0,37 \pm 0,03$	$0,21 \pm 0,03$
263,57	16,10	$0,28 \pm 0,03$	$0,32 \pm 0,03$
271,37	16,25	$0,25 \pm 0,02$	$0,38 \pm 0,02$
282,53	16,35	$0,53 \pm 0,03$	$0,14 \pm 0,05$
289,35	16,50	$0,39 \pm 0,04$	$0,31 \pm 0,04$
299,57	16,65	$0,58 \pm 0,05$	$0,15 \pm 0,05$



**Abbildung 1:** Molwärme  $C_V$  aufgetragen gegen die durchschnittliche Temperatur  $\bar{T}$  im jeweiligen Intervall.

### 3.2 Experimentelle Bestimmung der Debye-Temperatur

Um die Debye-Temperatur  $\theta_D$  zu bestimmen, werden die  $\bar{T}$  mit den entsprechenden Werten  $\frac{\theta_D}{T}$  [1] multipliziert. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 zu sehen.

**Tabelle 3:** Experimentell bestimmte Werte für die Debye-Temperatur  $\theta_D$ .

$\bar{T} / \text{K}$	$\frac{\theta_D}{T}$	$\theta_D / \text{K}$
80,94	15,8	1238,34
84,95	10,6	900,43
90,97	13,6	1237,23
97,02	11,0	1067,18
103,67	11,5	1192,20
111,18	13,3	1478,72
118,00	12,2	1439,63
125,44	16,2	2032,20
131,83	13,3	1753,34
140,41	15,2	2134,19
147,93	15,7	2322,48
156,08	12,9	2013,48
165,73	14,8	2452,86

Der Mittelwert aller bestimmten Debye-Temperaturen  $\theta_D$  ergibt sich zu

$$\bar{\theta}_D = (1635 \pm 491) \text{ K}.$$

### 3.3 Theoriewert der Debye-Temperatur

Die Debye-Temperatur lässt sich mit (2) und (3) berechnen. Hierzu werden die Werte  $v_{\text{long}} = 4,7 \text{ km/s}$  und  $v_{\text{trans}} = 2,26 \text{ km/s}$  [1] verwendet. Daraus ergibt sich die Schallgeschwindigkeit zu

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_s^3} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{v_i^3} \\ \rightarrow v_s &= 2,54 \frac{\text{km}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Das Volumen  $L^3$  berechnet sich mit

$$L^3 = \frac{m}{\rho}$$

und die Teilchenzahl  $N$  mit

$$N = \frac{m}{M} \cdot N_A,$$

wodurch sich  $w_D = 43,5 \text{ THz}$  und schließlich

$$\theta_{D,\text{theo.}} = 332,6 \text{ K}$$

ergibt.

## 4 Diskussion

Zunächst ist zu erwähnen, dass während der Messung ein großer Fehler gemacht wurde. Es wurde vergessen, das Helium abzupumpen. Dieses leitet Wärme sehr gut und sollte die Abkühlung beschleunigen. Dadurch, dass das Helium nicht abgepumpt worden ist, sind die Messwerte stark verfälscht und die resultierenden Werte für die Wärmekapazitäten somit unbrauchbar.

Der Vergleich des Mittelwerts der experimentell ermittelten Debye-Temperatur  $\bar{\theta}_D$  mit dem Theoriewert  $\theta_{D,\text{theo.}}$  liefert mit

$$x = \frac{|\theta_{D,\text{theo.}} - \bar{\theta}_D|}{|\theta_{D,\text{theo.}}|} \cdot 100 \%$$

einen relativen Fehler 390 % was dem Vergessenen Abpumpen zu zuschreiben ist.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 47 - Temperaturabhängigkeit der Molwärme von Festkörpern*. 2020.
- [2] Lenntech. *Kupfer(CU)*. 2020. URL: <https://www.lenntech.de/pse/elemente/cu.htm>.
- [3] Rene Rausch. *29, Kupfer(CU)*. 2020. URL: <http://www.periodensystem-online.de/index.php?el=29&id=modify>.