

Nr. 21

Optisches Pumpen

Sara Krieg
sara.krieg@udo.edu

Marek Karzel
marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 08.07.2020

Abgabe: ??

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Spin-Bahn-Kopplung und magnetische Momente der Elektronenhülle . . .	3
1.2	Kernspin und atomarer Gesamtdrehimpuls	3
1.3	Hyperfeinstruktur und Zeeman-Effekt	3
1.4	Optisches Pumpen	4
1.5	Quadratischer Zeeman-Effekt	4
1.6	Messung der Zeeman-Aufspaltung	6
1.7	Helmholtzspulen	6
2	Durchführung	6
3	Auswertung	7
3.1	Daten der verwendeten Helmholtzspulenpaare	7
3.2	Korrektur des vertikalen Erdmagnetfeldes	7
3.3	Vermessen des Magnetfeldes in Abhängigkeit von der Resonanzfrequenz .	8
3.4	Bestimmung des Isotopenverhältnisses	10
3.5	Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effekts	11
4	Diskussion	12
5	Literaturverzeichnis	13

1 Theorie

Ziel dieses Versuches ist die Bestimmung der Kernspins I der Rubidium-Isotope ^{85}Rb und ^{87}Rb mithilfe der Methode des optischen Pumpens.

1.1 Spin-Bahn-Kopplung und magnetische Momente der Elektronenhülle

Neben den anderen Alkalimetallen Lithium, Natrium, Kalium, Cäsium und Francium der ersten Hauptgruppe der Elemente, besitzt auch Rubidium genau ein Elektron in seiner Valenzschale. Der Gesamtdrehimpuls \vec{J} dieses Elektrons ergibt sich über die Kopplung des Spins \vec{S} und des Bahndrehimpulses \vec{L} zu

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}. \quad (1)$$

Diesen Drehimpulsen, können aufgrund der Kreisbewegungen der elektrischen Ladung die magnetischen Momente

$$\vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{J}, \quad |\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (2)$$

$$\vec{\mu}_S = -g_S \mu_B \vec{S}, \quad |\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)} \quad (3)$$

$$\vec{\mu}_L = -\mu_B \vec{L}, \quad |\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \quad (4)$$

zugeordnet werden. Hierbei beschreibt g_J den Landé-Faktor, $g_S \approx 2$ den anormalen Spin-g-Faktor, $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ das Bohrsche Magneton und J, S, L die Quantenzahlen der jeweiligen Drehimpulse.

Aus der Addition der magnetischen Momente

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_S + \vec{\mu}_L \quad (5)$$

ergibt sich der Landé-Faktor zu

$$g_J = \frac{(g_S + 1)J(J+1) + (g_S - 1)[S(S+1) - L(L+1)]}{2J(J+1)}. \quad (6)$$

1.2 Kernspin und atomarer Gesamtdrehimpuls

Der Gesamtimpuls \vec{F} des Atoms ergibt sich durch Addition des Kernspins \vec{I} mit \vec{J} als

$$\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}. \quad (7)$$

1.3 Hyperfeinstruktur und Zeeman-Effekt

Die quantenmechanischen Zustände eines Atoms hängen von den Kernspins \vec{I} ab. Die Aufspaltung in verschiedene von \vec{I} abhängige Energieniveaus wird als Hyperfeinstruktur bezeichnet. Der Zeeman-Effekt beschreibt die Aufspaltung dieser Spektrallinien durch

ein äußeres Magnetfeld in $2J + 1$ Linien bezüglich der magnetischen Quantenzahl m . Diese kann Werte im Bereich von $m = [-F = |\vec{I} - \vec{J}|, \dots, 0, \dots, F = |\vec{I} + \vec{J}|]$ annehmen und führt zur Richtungsquantelung des magnetischen Momentes bezüglich der k -ten Magnetfeldachse

$$\mu_{F_k} = -m g_F \mu_B . \quad (8)$$

Aus der Zeeman-Aufspaltung mit Abstand ΔE ergeben sich die Linienenergien

$$E_m = m \cdot \Delta E = m g_F \mu_B |\vec{B}| \quad (9)$$

mit dem neuen Landé-Faktor

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} . \quad (10)$$

1.4 Optisches Pumpen

Optisches Pumpen beschreibt die kontinuierliche Anregung eines Zustandes, der minimiert werden soll, mit Licht einer bestimmten Polarisierung und Wellenlänge λ .

Im Fall von Rubidiumatomen soll mit rechtszirkular polarisiertem σ^+ -Licht der Wellenlänge $\lambda = 794,8 \text{ nm}$ der Übergang D1 des Grundzustandes $^2S_{1/2}$ in den ersten angeregten $^2P_{1/2}$ Zustand oder D2 in $^2P_{3/2}$ provoziert werden. Das rechtszirkular polarisierte Licht ist dabei für Übergänge mit $\Delta m = 1$ zuständig, da diese Photonen einen Drehimpuls von $+1$ auf die Atome übertragen. Da die angeregten Zustände nicht stabil sind, relaxieren sie, stimuliert durch Photonanregung, in den Grundzustand zurück. Jedoch maximieren sich nach kontinuierlicher Anregung die magnetischen Quantenzahlen m der Atome zum Wert $m = 2$ bzw. 3 , da nicht in einen Zustand mit $m = 3$ bzw. 4 angeregt werden kann. Wird das System erfolgreich auf den Zustand mit $m = 2$ bzw. 3 gepumpt, ist das Rubidiumgas durchlässig für das anregende Licht.

Theoretisch kann der gepumpte Zustand auch durch spontane Emission verlassen werden. Die Übergangswahrscheinlichkeit ist jedoch proportional zur kubischen Frequenz der Übergangsstrahlung. Da diese für den Pumpvorgang im Bereich von Terahertz und für die spontane Relaxation in Bereich von Megahertz liegt, ist die spontane Relaxation vernachlässigbar klein.

Ein Schema der charakteristischen Niveaufaufspaltung von Rubidium ist in Abbildung 1 zu sehen.

1.5 Quadratischer Zeeman-Effekt

Der quadratische Zeeman-Effekt beschreibt die feinere Linienaufspaltung durch die magnetischen Momente der inneren Elektronenschalen. Die Übergangsenergien

$$U = g_f \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{1 - 2m_F}{\Delta E_{\text{Hy}}} \quad (11)$$

erhalten zusätzlich einem Term $\Delta E = \alpha_m B^2 \propto B^2$. Dabei beschreiben ΔE_{Hy} die Energieaufspaltung durch die Hyperfeinstruktur und α_m die Polarisierbarkeit des Materials.

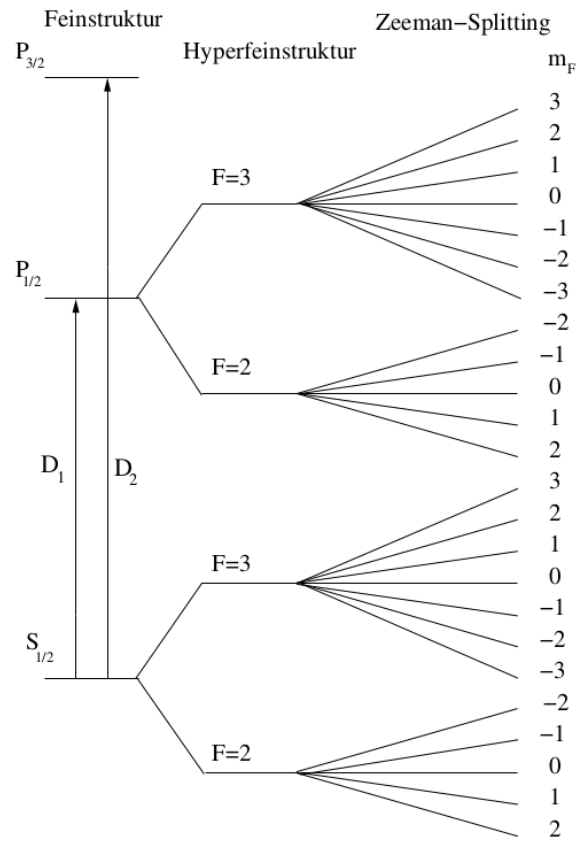


Abbildung 1: Die Zeeman-Aufspaltung für ^{85}Rb [1]

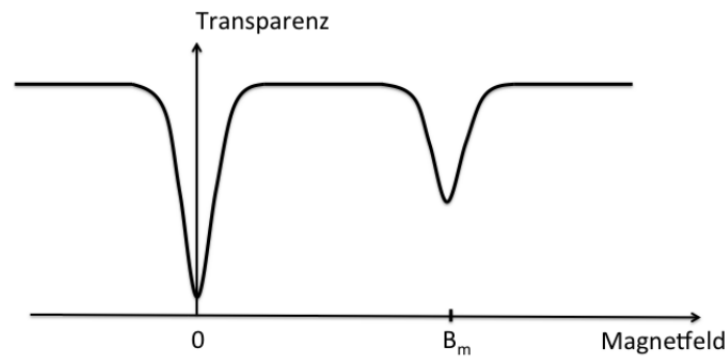


Abbildung 2: Transparenz eines Rubidiumgases eines Isotopes in Abhängigkeit eines angelegten Magnetfeldes [2]

1.6 Messung der Zeeman-Aufspaltung

Durch ein variierbares Magnetfeld kann nach Erreichen des gepumpten Zustandes dessen Inversion herbeigeführt werden. Dies geschieht für ein Magnetfeld

$$B_{\text{ind.Em.}} = \frac{hf}{g_F \mu_B} = \frac{4\pi m_e f}{eg_F},$$

welches Photonen erzeugt, die die stimulierte Emission herbeiführen. Diese bewirkt, dass die Transparenz des Gases für die anregende Strahlung sinkt, wenn eine charakteristische Feldstärke $B_{\text{ind.Em.}}$ eingestellt wird, wie in Abbildung 2 dargestellt.

1.7 Helmholtzspulen

Die Feldstärke

$$B = \mu_0 \frac{8IN}{\sqrt{125}R} \quad (12)$$

des homogenen Magnetfeldes eines Helmholtzspulenpaares ist abhängig von der Windungszahl N , dem Spulenabstand R und dem durchfließendem Strom I .

2 Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3 dargestellt.

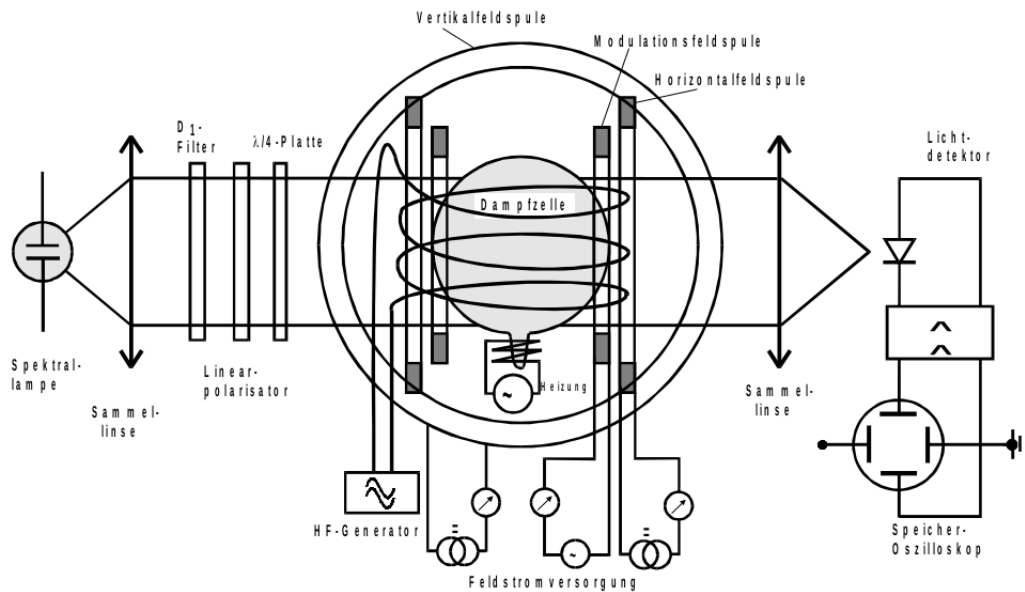


Abbildung 3: Versuchsaufbau zum Vorgang des optischen Pumpens mit rechtszirkular polarisiertem Licht [2]

Das Licht einer Rubidium-Spektrallampe wird durch einen Frequenzfilter, einen Linearpolarisator und eine $\frac{\lambda}{4}$ -Platte bezüglich seiner Frequenz gefiltert und rechtszirkular polarisiert und trifft dann auf die mit Rubidium ^{85}Rb und ^{87}Rb gefüllte Dampfzelle, die durch eine Heizspirale beheizt wird und von vier Spulen umgeben ist. Die vertikal angeordnete Spule dient zum Ausgleich des Erdmagnetfeldes, die horizontal ausgerichteten zur Modulation des Magnetfeldes und die an den Hochfrequenzgenerator angeschlossene zur Anregung. Hinter der Dampfzelle wird das transmittierte Licht gemessen und das Signal an ein Oszilloskop übergeben.

Das Rubidium wird durch die Heizspirale erhitzt, sodass idealer Dampfdruck vorhanden ist. Die optischen Elemente, insbesondere die abbildenden Linsen, werden justiert. Zudem wird die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes durch Ausrichtung des Versuchsaufbaus in Nord-Süd-Richtung und die Vertikalkomponente durch die Vertikalspule ohne angelegtes Modulationsfeld so gut wie möglich ausgeglichen. Modulationsspule und Messdiode werden an das Oszilloskop im XY-Modus angeschlossen. Es werden die Modulationsmagnetfelder der Minima für Hochfrequenzen von 100 bis 1000 kHz gemessen. Der Modulationsbereich kann mithilfe der Horizontalspule verschoben werden.

3 Auswertung

3.1 Daten der verwendeten Helmholtzspulenpaare

Die verwendeten Spulen haben folgende Abmessungen, wobei der Radius mit R und die Windungszahl mit N gegeben ist:

$$\begin{aligned} R_{\text{Horizontalfeldspule}} &= 15,79 \text{ cm} , \\ R_{\text{Sweepfeldspule}} &= 16,39 \text{ cm} , \\ R_{\text{Vertikalfeldspule}} &= 11,735 \text{ cm} , \\ N_{\text{Horizontalfeldspule}} &= 154 , \\ N_{\text{Sweepfeldspule}} &= 11 , \\ N_{\text{Vertikalfeldspule}} &= 20 . \end{aligned}$$

3.2 Korrektur des vertikalen Erdmagnetfeldes

Zur Korrektur des vertikalen Erdmagnetfeldes wird der Aufbau entsprechend ausgerichtet und das Feld der Vertikalfeldspule auf $T_{\text{vert}} = 0,229 \text{ A}$ eingestellt. Gemäß (12) kompensiert das Feld der Vertikalfeldspule also ein vertikales Erdmagnetfeld von

$$B_{\text{vert}} = 35,09 \mu\text{T} .$$

3.3 Vermessen des Magnetfeldes in Abhängigkeit von der Resonanzfrequenz

Die im Versuch gemessenen Ströme in Abhängigkeit von der Frequenz des Wechselfeldes sind in Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1: Die für die Horiuontalfeld- und Sweepspulen gemessenen Ströme I_H und I_S für die Resonanzen 1 und 2 und daraus errechneten Magnetfeldstärken B in Abhängigkeit der angelegten Frequenz f .

f / kHz	I_{H1} / A	I_{S1} / A	$B_{\text{hor},1} / \mu\text{T}$	I_{H2} / A	I_{S2} / A	$B_{\text{hor},2} / \mu\text{T}$
100	0	0,043	37,7	0	0,051	44,7
200	0	0,060	52,7	0	0,077	67,5
300	0	0,077	67,5	0	0,102	89,5
400	0	0,094	82,4	0	0,127	111,4
500	0	0,110	96,5	0	0,152	133,3
600	0	0,127	111,4	0,315	0,153	153,2
700	0	0,144	126,3	0,456	0,168	174,8
800	0,075	0,153	138,7	0,945	0,157	194,7
900	1,245	0,086	150,6	1,245	0,162	217,2
1000	1,818	0,060	162,3	1,818	0,144	236,0

Hierbei bezeichnet I_H , I_S und B_{hor} die für die jeweiligen Resonanzen eingestellten Stromstärken an Horizontal- und Sweepspule, sowie das daraus resultierende gesamte horizontale Magnetfeld. Dieses ist durch die lineare Superposition der einzelnen Magnetfelder erreichbar.

Werden Frequenzen und horizontale Magnetfeldstärke gegeneinander aufgetragen und eine Regressionsgerade durch die Messwerte gelegt, ergeben sich Abbildung 4 und Abbildung 5.

Die Ausgleichsrechnungen werden mit der Funktion

$$f = a \cdot B_{\text{hor}} + b$$

durchgeführt. Es ergeben sich für b die Werte

$$\begin{aligned} b_1 &= 25,6 \pm 1,3 \mu\text{T}, \\ b_2 &= 25,4 \pm 0,9 \mu\text{T}. \end{aligned}$$

Aus diesen Werten wird der Mittelwert zu

$$\bar{b} = 25,5 \pm 1,2 \mu\text{T}$$

berechnet. Damit wird die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes abgeschätzt. Aus den Regressionsrechnungen ergeben sich für a die Werte:

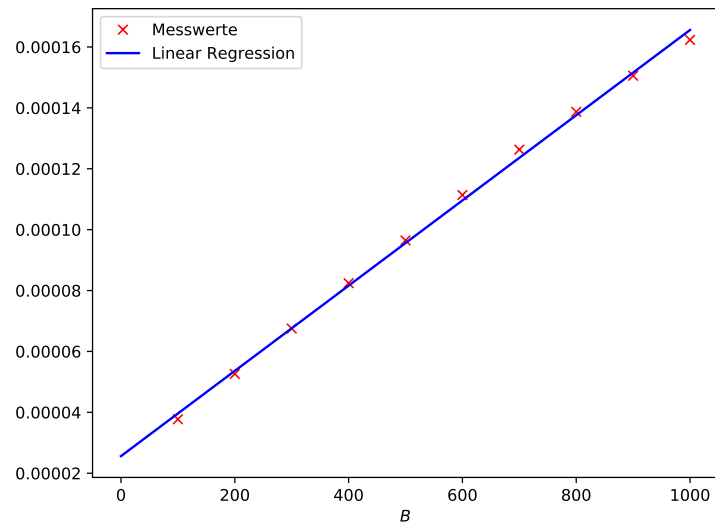


Abbildung 4: Lineare Regression der Magnetfeldstärken in Abhängigkeit von der Resonanzfrequenz für Isotop 1.

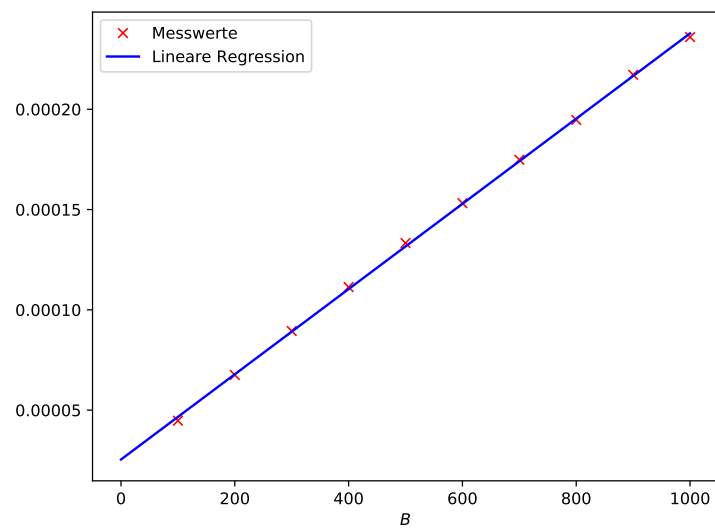


Abbildung 5: Lineare Regression der Magnetfeldstärken in Abhängigkeit von der Resonanzfrequenz für Isotop 2.

$$a_1 = 140,0 \pm 2,1 \frac{\mu\text{T}}{\text{MHz}},$$

$$a_2 = 212,5 \pm 1,4 \frac{\mu\text{T}}{\text{MHz}}.$$

Aus diesen Werten ergibt sich mit

$$g_F = \frac{h}{a \cdot \mu_B}$$

der Landefaktor der Isotope zu

$$g_{F1} = 0,519 \pm 0,008,$$

$$g_{F2} = 0,336 \pm 0,002.$$

Mit Gleichung (10) und

$$g_J = 2,0023,$$

$$J = \frac{1}{2},$$

$$L = 0,$$

$$S = \frac{1}{2},$$

$$F = I + \frac{1}{2},$$

ergeben sich die Kernspins der Isotope mit

$$I = \frac{1}{2} \left| \frac{g_J}{g_F} - 1 \right|$$

zu

$$I_1 = 1,416 \pm 0,030,$$

$$I_2 = 2,477 \pm 0,019.$$

3.4 Bestimmung des Isotopenverhältnisses

Bei einer RF-Frequenz von 200 kHz wird das Oszilloskopbild der Resonanzpeaks in Abbildung 6 aufgenommen.

Die Höhe der Resonanzpeaks wird wie folgt ermittelt:

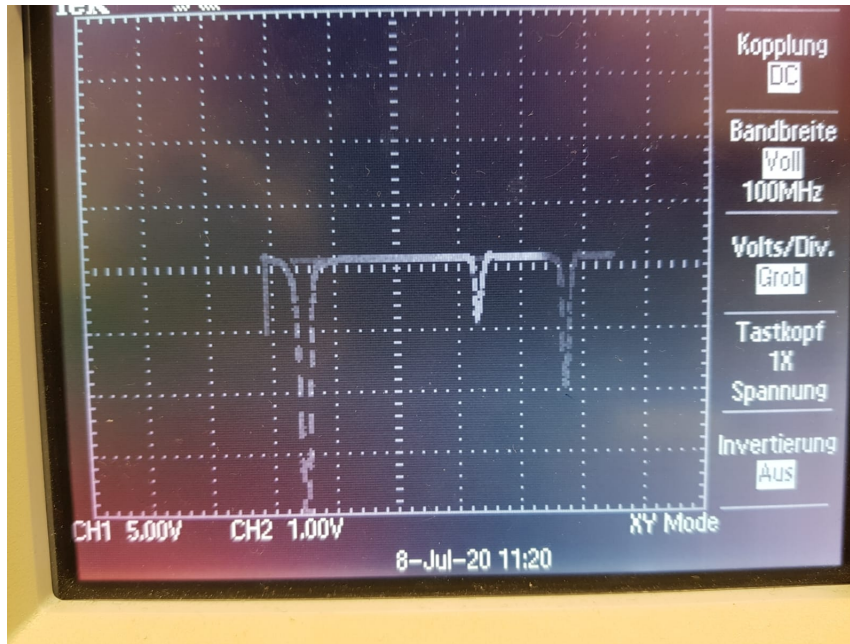


Abbildung 6: Oszilloskopbild der Transmissivität in Abhängigkeit vom horizontalen Magnetfeld bei einer RF-Frequenz von 200 kHz.

$$h_1 = 4 \text{ Punkte ,}$$

$$h_2 = 10 \text{ Punkte .}$$

Gemäß

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

ergibt sich das Isotopenverhältnis zu

$$\frac{N_1}{N_2} = 0,4 .$$

3.5 Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effekts

Zunächst wird das erste Isotop betrachtet. Mit

$$M_F = -1 ,$$

$$B_{\max} = 162,3 \mu\text{T} ,$$

$$\Delta E_{\text{Hy}} = 4,53 \cdot 10^{-24} \text{ J} ,$$

und (11) kann der maximale quadratische Zeeman-Effekt zu

$$Z_{\text{qmax},1} = (3,91 \pm 0,12) \cdot 10^{-31} \text{ J}$$

abgeschätzt werden. Der maximale lineare Zeeman-Effekt beträgt hier mit Gleichung (1.6)

$$Z_{\text{lmax},1} = (7,68 \pm 0,12) \cdot 10^{-28} \text{ J}.$$

Für Isotop 2 gilt

$$\begin{aligned} M_{\text{F}} &= -2, \\ B_{\text{max}} &= 236 \mu\text{T}, \\ \Delta E_{\text{Hy}} &= 2,01 \cdot 10^{-24} \text{ J}, \end{aligned}$$

womit der maximale quadratische Zeeman-Effekt zu

$$Z_{\text{qmax},2} = (1,35 \pm 0,02) \cdot 10^{-54} \text{ J}$$

abgeschätzt wird. Der maximale lineare Zeeman-Effekt wird hier zu

$$Z_{\text{lmax},2} = (7,36 \pm 0,05) \cdot 10^{-28} \text{ J}$$

abgeschätzt.

4 Diskussion

Für die Ermittlung der vertikalen Erdmagnetfelds ergibt sich durch die Errechnung aus dem Kompensationsfeld durch die vertikale Spule mit Hilfe der Helmholtzgleichung ein Wert von $35,09 \mu\text{T}$. Aus der linearen Ausgleichsrechnung ergibt sich hingegen ein Wert von $25,5 \pm 1,2 \mu\text{T}$.

Ein Literaturwert für diesen Wert liegt bei etwa $22 \mu\text{T}$. Die Abweichung kann durch Messungenauigkeiten erklärt werden. Der ermittelte Wert ist demnach gut.

Die Landefaktoren werden zu

$$\begin{aligned} g_{\text{F1}} &= 0,519 \pm 0,008, \\ g_{\text{F2}} &= 0,336 \pm 0,002. \end{aligned}$$

bestimmt. Literaturwerte liegen bei

$$\begin{aligned} g_{\text{F1}} &= 0,5, \\ g_{\text{F2}} &= \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Die Resonanz 1 kann damit dem Isotop ^{87}Rb und die Resonanz 2 dem Isotop ^{85}Rb zugeordnet werden. Die relativen Abweichungen sind dabei im Rahmen von 2 %. Die Kernspins werden zu

$$\begin{aligned}I_1 &= 1,416 \pm 0,030, \\I_2 &= 2,477 \pm 0,019,\end{aligned}$$

bestimmt. Die theoretischen Kernspins liegen bei

$$\begin{aligned}I_1 &= 1,5, \\I_2 &= 2,5.\end{aligned}$$

Das relative Isotopenverhältnis ergibt sich zu 0,4. Das in der Natur vorkommende Verhältnis liegt bei 0,386. Demnach ist das gemessene Verhältnis sehr nahe an dem natürlichen, obwohl das Rubidium-Gasgemisch angereichert ist. Das Ablesen der Minima am Oszilloskop kann fehlerbehaftet sein und ist recht ungenau.

Die Betrachtung des quadratischen Zeeman-Effektes, der um drei beziehungsweise 26 Größenordnungen geringer ist als der lineare, zeigt, dass die getroffenen Näherungen hinreichend sind.

5 Literaturverzeichnis

[1] Roland Gersch, Fatma Kul, Tanja Striepling, Christian Stromenger. *Optisches Pumpen am Rubidium*.

<http://www.roland-gersch.de/labs/fprubidium.pdf>

[2] TU Dortmund. Praktikumsanleitung. *V21 - Optisches Pumpen*.

https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1136039/mod_resource/content/2/V21.pdf.