

Nr.504

## **Thermische Elektronenemission**

Sara Krieg  
sara.krieg@udo.edu

Marek Karzel  
marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 28.05.2019

Abgabe: 04.06.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |          |
|----------|--|----------|
| <b>1</b> | <b>Theorie</b>   | <b>3</b> |
| 1.1      | Energieverteilung von Elektronen und Austrittsarbeit . . . . . | 3        |
| 1.2      | Sättigungsstromdichte . . . . .                                | 4        |
| 1.3      | Hochvakuumdiode . . . . .                                      | 5        |
| 1.4      | Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung . . . . .       | 5        |
| 1.5      | Anlaufstromgebiet einer Hochvakuumdiode . . . . .              | 6        |
| 1.6      | Kennlinie einer Hochvakuumdiode . . . . .                      | 7        |
| <b>2</b> | <b>Durchführung</b>  | <b>7</b> |
| 2.1      | Aufnahme der Kennlinie . . . . .                               | 7        |
| 2.2      | Ermittlung der Anlaufstromkurve . . . . .                      | 8        |
| <b>3</b> | <b>Auswertung</b>  | <b>9</b> |
| <b>4</b> | <b>Diskussion</b>  | <b>9</b> |
| <b>5</b> | <b>Literaturverzeichnis</b>                                    | <b>9</b> |

# 1 Theorie

Ziel des Versuches ist es die Austrittsarbeit von Elektronen aus Wolfram und eine Kennlinie durch thermische Emission von Elektronen zu bestimmen.

Durch Zufuhr von Wärme in ein Metall können Elektronen dazu gebracht werden, das Metall zu verlassen, dies wird als thermische Elektronenemission bezeichnet.

## 1.1 Energieverteilung von Elektronen und Austrittsarbeit

Ein Metall zeichnet sich in der Regel im kondensierter Zustand durch eine kristalline Gitterstruktur aus, die räumlich periodisch angeordnet ist. Die Elektronen sind nicht an ein Atom gebunden und bilden ein frei bewegliches Elektronengas. Die Potentiale innerhalb und außerhalb des Metalls werden als jeweils konstant genähert. Das Potential innerhalb des Metalls ist kleiner als außerhalb, die Differenz wird als  $\varphi$  bezeichnet. Ein gutes Modell stellt hier ein Potentialtopf mit einem symmetrischen Potential  $\varphi$  dar. Innerhalb dieses Topfes sind die Elektronen frei verschiebbar; aus diesem Grund ist eine hohe Leitfähigkeit für Metalle charakteristisch.

Die Arbeit, die ein Elektron verrichten muss, um die Potentialschwelle zu überwinden, wird als Austrittsarbeit

$$W_A = e\varphi$$

bezeichnet. Dabei ist  $e$  die Elementarladung.

Da Elektronen Fermionen sind, gilt für sie das Pauli-Verbot. Dieses besagt, auf Elektronen bezogen, dass zwei von diesen in einem System nicht in allen Quantenzahlen übereinstimmen können. Aufgrund des Spins folgt, dass nur zwei Elektronen dieselbe Energie haben können. Die Wahrscheinlichkeit, dass bei thermischen Gleichgewicht ein Zustand mit der Energie  $E$  besetzt ist, wird durch die Fermi-Diracsche-Verteilungsfunktion

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

beschrieben, wobei  $k$  die Boltzmann-Konstante und  $E_F$  die Fermi-Energie ist, also die maximal mögliche Energie eines Elektrons bei der Temperatur  $T = 0$ . Der qualitative Verlauf dieser Verteilungsfunktion ist in Abbildung 1 gegeben.

Bei deren Betrachtung wird deutlich, dass ein Elektron die Energiebeziehung

$$E \geq E_F + e\varphi \tag{1}$$

erfüllen muss, um das Metall zu verlassen. Dieser Wert ist für die austretenden Elektronen selbst beim Schmelzpunkt von Wolfram noch viel größer als  $kT$ , daher reicht die gute Näherung

$$f(E) = \exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right). \tag{2}$$

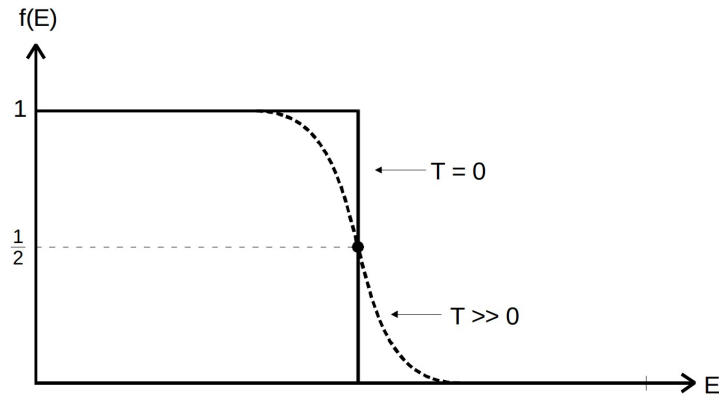


Abbildung 1: Qualitativer Verlauf der Fermi-Diracschen-Verteilungsfunktion [1].

## 1.2 Sättigungsstromdichte

Ausgehend von (2) wird die Sättigungsstromdichte  $j_s$  als die Ladung, die pro Zeit- und Flächeneinheit aus einer Metalloberfläche austreten, in Abhängigkeit von der Temperatur definiert. Wird ein kartesisches Koordinatensystem verwendet, dessen  $z$ -Achse senkrecht auf der Metalloberfläche steht, so gilt für die Zahl  $d\alpha$  der Elektronen in einem Impulsraum-Volumenelement  $d^3p$ , die pro Zeit- und Flächeneinheit von innen an die Grenzfläche des Metalls stoßen

$$d\alpha = v_z n(E) d^3p.$$

Dabei ist  $n(E)$  die Phasenraumdichte und  $v_z$  die Geschwindigkeitskomponente entlang der Flächennormalen. Wegen

$$\begin{aligned} E &= \frac{p^2}{2m} \\ &= \frac{1}{2}mv^2 \end{aligned}$$

folgt

$$\begin{aligned} d\alpha &= \frac{\partial E}{\partial p_z} n(E) dp_x dp_y dp_z \\ &= n(E) dE dp_x dp_y, \end{aligned}$$

wobei  $m$  die Elektronenmasse ist. Jeder Quantenzustand nimmt im sechsdimensionalen Phasenraum das Volumen  $h$  ein, wobei  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum ist. Es gilt daher:

$$n(E) = \frac{2}{h^3} f(E).$$

Der Faktor 2 kommt aus den zwei Möglichkeiten des Spins. Es gilt also

$$d\alpha = \frac{2}{h^3} \exp\left(\frac{E_F - E}{kT}\right) dp dE.$$

Damit die Elektronen aus dem Metall austreten können, muss (1) für  $E = E_{\text{kin},z}$  erfüllt sein. Das Produkt aus der Anzahl der Elektronen, die dieses Kriterium erfüllen, und der Elementarladung ist die Sättigungsstromdichte, die sich zu

$$j_s(T) = 4\pi \frac{emk}{h^3} T^2 \exp\left(-\frac{e\varphi}{kT}\right) \quad (3)$$

ergibt. Das Endergebnis (3) wird auch als Richardson-Gleichung bezeichnet.

### 1.3 Hochvakuumdiode

Die Messung des Sättigungsstroms wird durch eine Hochvakuumdiode realisiert. Das gute Vakuum ist notwendig, damit die Elektronen nicht mit Luftmolekülen wechselwirken. Die Diode erzeugt ein elektrisches Feld zwischen Anode und Glühkathode, dass die austretenden Elektronen absaugt. An der Glühkathode liegt eine Heizspannung an, die einen Strom durch den Wolframdraht fließen lässt, der das Wolfram auf 1000 K bis 3000 K erhitzt. Die Emission der Anode ist deutlich geringer als die der Kathode.

### 1.4 Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung

Bei gegebener Kathodentemperatur ist der Anodenstrom von der Anodenspannung abhängig. Ist die Spannung zu niedrig, so erreichen nicht alle Elektronen die Anoden. Dies geschieht erst bei hinreichend hoher Anodenspannung. Dann ist der Strom von der Spannung unabhängig.

Eine Diode verletzt das Ohmsche Gesetz, da die Elektronen eine Beschleunigung in Richtung der Anode erfahren, insbesondere tritt eine Inhomogenität der Ladungsdichte auf. Die Raumladungsdichte nimmt zur Anode hin ab, da sich im Bereich der Glühkathode die meisten Elektronen befinden. Auf Grund der Kontinuitätsbedingung ist die Stromdichte an jeder Stelle konstant. Wegen

$$j = \rho v \quad (4)$$

folgt, dass für kleine Geschwindigkeiten  $v$  der Elektronen die Raumladungsdichte  $\rho$  groß sein muss, dies ist aber vor allem im Bereich der Glühkathode der Fall. Sie ist so groß, dass die das Feld der angelegten Spannung abschirmt. Daraus folgt also, dass der Diodenstrom kleiner als der erwartete Sättigungsstrom (3) ist.

Für den quantitativen Zusammenhang wird von der Poisson-Gleichung

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0}, \quad (5)$$

wobei  $U$  das elektrische Potential und  $\epsilon_0$  die elektrische Feldkonstante ist, ausgegangen unter der einfachen Annahme, dass Anode und Kathode Oberflächen unendlicher Ausdehnung mit dem Abstand  $a$  sind. Damit hängen  $v$  und  $\rho$  nur von der Ortskoordinate  $x$  ab. Mit Hilfe von (4) und der Äquivalenz von elektrischer und kinetischer Energie lässt sich (??) integrieren. Dabei ergibt sich für das Potential

$$U(x) = \left( s \sqrt{\frac{j}{4\epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}}}} x \right)^{\frac{4}{3}}.$$

Außerdem gilt für das elektrische Feld und die Ladungsdichte

$$E(x) \propto x^{\frac{1}{3}},$$

$$\rho(x) \propto x^{-\frac{2}{3}}.$$

Für die Stromdichte gilt schließlich

$$j = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{1}{a^2} U^{\frac{3}{2}}. \quad (6)$$

Dieses Gesetz, das die korrekte Proportionalität zwischen Stromdichte und Potential angibt, wird das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz genannt. Der Gültigkeitsbereich von (6) im  $j-U$ -Diagramm einer Hochvakuumdiode nennt man das Raumladungsgebiet.

## 1.5 Anlaufstromgebiet einer Hochvakuumdiode

Nach (6) sollte für  $U = 0$  die Stromdichte verschwinden, experimentell ergibt sich jedoch ein geringer Anodenstrom. Für  $T > 0$  gibt es laut (2) endlich viele Elektronen, deren Energie größer als die Austrittsarbeit ist. Dadurch erhalten die Elektronen eine Restenergie

$$\Delta E = E - (E_F + e\varphi),$$

sodass sie gegen ein Feld anlaufen können. Die Menge dieser Elektronen wird daher als Anlaufstrom bezeichnet. Das Anodenmaterial besitzt meistens eine höhere Austrittsarbeit als die Kathode. Durch die externe leitende Verbindung werden die Fermi-Oberflächen  $E = E_F$  auf das selbe Niveau gebracht. Bei einem Potential  $U$  entsteht eine Potentialdifferenz von  $eU$ . Um die Anode zu erreichen, muss  $E \geq e\varphi_A + eU$  sein, wobei  $e\varphi_A$  die Austrittsarbeit der Anode ist. Die Zahl der Leitungselektronen zwischen  $E$  und  $E + dE$  hängt exponentiell von  $E$  ab, somit hängt auch die Anlaufstromstärke vom äußeren Potential ab:

$$j(U) = j_0 \exp\left(-\frac{e\varphi_A + eU}{kT}\right) \propto \exp\left(-\frac{eU}{kT}\right).$$

## 1.6 Kennlinie einer Hochvakuumdiode

Als Kennlinie wird der Zusammenhang zwischen Anodenstrom  $I$  und der von außen angelegten Spannung  $U$  definiert. Wie in Abbildung 2 gliedert sich die Kennlinie in die Bereiche Anlaufstrom-, Raumladungs-, und Sättigungsstromgebiet. Im ersten Bereich gibt es einen exponentiellen Zusammenhang zwischen  $I$  und  $U$ . Im anschließenden Raumladungsgebiet gibt es eine  $\sqrt{U^3}$ -Abhängigkeit. Gleichung (6) kann nicht für beliebig hohe Spannungen gültig sein, da die Zahl der pro Zeiteinheit emittierten Elektronen gemäß (3) nur von der Temperatur, aber nicht von der Anodenspannung abhängt. Der Strom strebt einem Sättigungsstrom  $I_S$  zu, was den kontinuierlichen Übergang in das Sättigungsstromgebiet kennzeichnet.

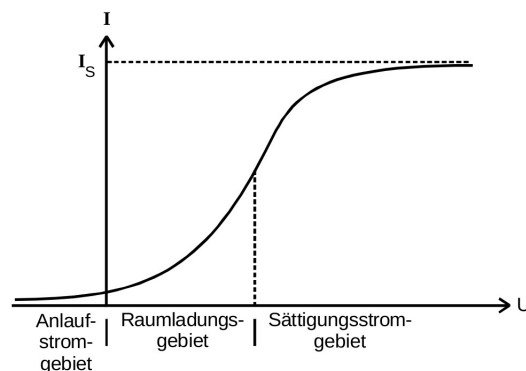


Abbildung 2: Beispiel einer Kennlinie [1].

[sample]

## 2 Durchführung

### 2.1 Aufnahme der Kennlinie

Zur Aufnahme der Kennlinien wird die Schaltung aus Abbildung 3 verwendet. Der Heizstrom im Bereich von 2,1 A bis 2,5 A wird mit einem Konstantsspannungsgerät erzeugt. Der Heizstrom  $I_F$  wird an der integrierten Anzeige abgelesen. Für die Bestimmung der Heizspannung  $U_F$  wird der ebenfalls integrierte Voltmeter verwendet, das aber nur eine grobe Auflösung liefert. Die Anodenspannung  $U$ , die mit einem zweiten Konstantsspannungsgerät erzeugt wird, wird einem eingebauten Messgerät entnommen. Der Anodenstrom  $I$  kann ebenfalls dort abgelesen werden. Vor das Netzgerät wird ein Widerstand von  $100\Omega$  geschaltet, sodass durch die abfallende Spannung Rückschlüsse auf den Anodenstrom gezogen werden können. Anstatt der Kurve des  $x - y$ -Schreibers werden Messwerte der Anodenspannung und des Anodenstroms für die verschiedenen Heizströme abgelesen.

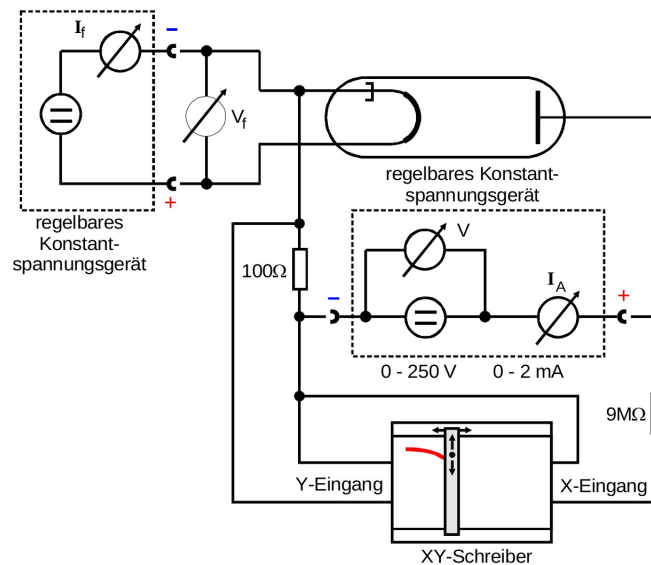


Abbildung 3: Messaufbau zur Bestimmung der Kennlinie [1].

## 2.2 Ermittlung der Anlaufstromkurve

Hierzu wird die Schaltung aus Abbildung 4 benutzt. Um den Anlaufstrom  $I$  von der Größenordnung  $1 \text{ nA}$  zu messen, wird ein empfindliches Nanoamperemeter mit eingebautem Verstärker benutzt. Wegen der geringen Ströme wird ein möglichst kurzes Kabel zwischen Anode und Eingangsbuchse HI verwendet. Durch den Innenwiderstand  $R_i$  des Amperemeters von  $1 \text{ M}\Omega$  liegt zwischen Anode und Kathode eine andere Spannung  $V_{an}$ , als die vom Konstantspannungsgerät angezeigte Spannung  $U$ . Die Heizspannung muss auf den Maximalwert gedreht werden, damit ein Strom gemessen werden kann. Der Strom wird in Abhängigkeit von der angelegten Diodenspannung abgelesen.

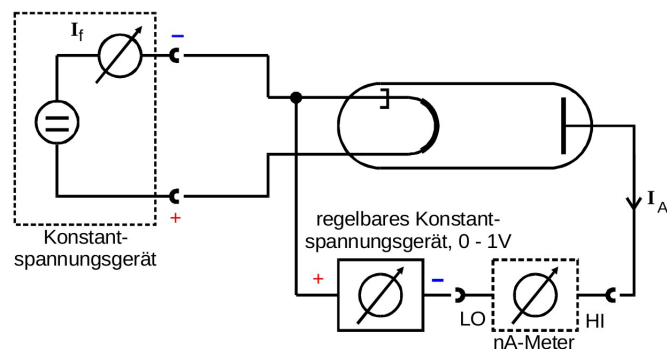


Abbildung 4: Schaltung zur Ermittlung des Anlaufstroms [1].



### 3 Auswertung

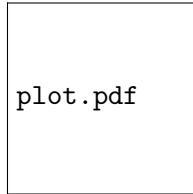


Abbildung 5: Plot.

### 4 Diskussion

### 5 Literaturverzeichnis

[1]: TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 504: Thermische Elektronenemission.*  
<http://> (*Informationen entnommen am 54.91.1945*)