

Nr. 602

## **Röntgenemission und -absorption**

Sara Krieg  
sara.krieg@udo.edu

Marek Karzel  
marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 02.04.2019

Abgabe: 09.04.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Erzeugung der Röntgenstrahlung . . . . .	3
1.2	Absorption von Röntgenstrahlung . . . . .	4
1.3	Analyse des Röntgenspektrums über die Bragg-Reflexion . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
2.1	Überprüfung der Bragg Bedingung . . . . .	6
2.2	Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgen-Röhre . . . . .	6
2.3	Absorptionsspektren . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
3.1	Vorbereitung . . . . .	6
3.2	Überprüfung der Bragg Bedingung . . . . .	7
3.3	Das Emissionsspektrum einer Kupferröntgenröhre . . . . .	8
3.4	Die Absorptionsspektren verschiedener Stoffe . . . . .	10
3.4.1	Zink . . . . .	10
3.4.2	Brom . . . . .	10
3.4.3	Strontium . . . . .	11
3.4.4	Zirkonium . . . . .	12
3.5	Mosleysches Gesetz . . . . .	13
3.6	Die L-Kanten des Absorptionsspektrums von Gold . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>15</b>
<b>5</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>15</b>

# 1 Theorie

## 1.1 Erzeugung der Röntgenstrahlung

Eine Strahlung im Energiebereich von etwa 10eV bis 200keV wird als Röntgenstrahlung bezeichnet. Es können verschiedene Methoden verwendet werden, um diese Strahlung zu erzeugen. Im vorliegenden Versuchsaufbau erfolgt dies mithilfe beschleunigter Elektronen, welche an einem Glühdraht durch den glühelektrischen Effekt erzeugt werden. Die Elektronen werden beschleunigt und auf eine Anode aus einem bestimmten Material geschossen, wodurch auf zwei verschiedene Arten Röntgenstrahlung entsteht.

Zunächst entsteht die Bremsstrahlung, bei der die kinetische Energie der Elektronen durch Ablenkung bzw. Abbremsung in Röntgenstrahlung mit der minimalen Wellenlänge

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{e_0 U} \quad (1)$$

umgewandelt wird.  $h$  beschreibt dabei das Plancksche Wirkungsquantum,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $U$  die Spannung. Die kinetische Energie der Elektronen wird dabei nicht immer vollständig in Röntgenstrahlung umgewandelt. Deswegen handelt es sich bei der Bremsstrahlung um ein kontinuierliches Spektrum, welches durch die Wahl der Beschleunigungsspannung begrenzt wird.

Desweiteren entsteht die durch das Anodenmaterial bestimmte charakteristische Strahlung. Diese wird bei der Ionisierung des Atoms durch das Elektron erzeugt. Hierbei muss dieses Elektron die äußere Schale eines Atoms auffüllen, so dass bei diesem Vorgang Strahlung emittiert wird. Aufgrund der diskreten Energieniveaus ergeben sich auch diskrete Frequenzen der Röntgenstrahlung, die durch

$$hf = E_m - E_n \quad (2)$$

gegeben sind. Die gängige Notation ist es, die entstehenden Linien im Röntgenspektrum beispielsweise mit  $K_\alpha$  zu bezeichnen, wobei  $K$  die Schale benennt, in der der Übergang endet, und der Index die Anzahl der gesprungenen Schalen. Die Bindungsenergien eines Elektrons auf der  $n$ -ten Schale werden dabei im Allgemeinen durch die Formel

$$E_n = -R_\infty z_{\text{eff}}^2 \frac{1}{n^2} \quad (3)$$

beschrieben. Hierbei ist  $R_\infty$  die Rydbergenergie und  $z_{\text{eff}} = z - \sigma$  die effektive Kernladung mit der für das jeweilige Elektron im Atom charakteristischen Abschirmkonstante  $\sigma$ . Diese Formel ermöglicht demnach die Bestimmung der Abschirmkonstante  $\sigma$  bei bekannten Energien.

Neben der Hauptquantenzahl  $n$  besitzen die Elektronen noch weitere Quantenzahlen, resultierend aus dem Elektronenspin und dem Bahndrehimpuls, so dass eine weitere, feinere Aufspaltung der Linien möglich ist. Die Energien dieser Feinstruktur lassen sich mithilfe der Sommerfeldschen Feinstruktursformel nach

$$E_{n,j} = -R_{\infty} \left[ (z - \sigma_{n,l})^2 \frac{1}{n^2} + \alpha^2 (z - s_{n,l})^4 \frac{1}{n^3} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right] \quad (4)$$

berechnen. Dabei ist  $j$  der Gesamtdrehimpuls des Elektrons und  $\alpha$  die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante.

## 1.2 Absorption von Röntgenstrahlung

Bei dem Auftreffen von Röntgenstrahlung auf einem Absorber wird diese absorbiert. Dabei treten ähnlich wie bei der Erzeugung von Röntgenstrahlung für das Material charakteristische diskrete Phänomene auf. Bei Energien von bis zu ca. 1 MeV treten vornehmlich Effekte auf, die aus dem Comptoneffekt sowie dem Photoeffekt resultieren. Die Fähigkeit zur Absorption, beschrieben durch den Absorptionskoeffizient, nimmt mit sinkender Wellenlänge der Röntgenstrahlung ab. Bei diskreten Werten treten jedoch Sprünge auf, welche stattfinden, wenn die Energie der Röntgenstrahlung die Bindungsenergie eines Elektrons der nächsten inneren Schale im Absorbermaterial übersteigt. In einem solchen Fall treten Absorptionskanten für die Wellenlängen

$$\lambda_{\text{abs}} = \frac{hc}{E_n} - E_{\infty} \quad (5)$$

auf. Dabei beschreibt  $E_n$  die Bindungsenergie des Elektrons. Im vorliegenden Versuch kann die Abschirmkonstante  $\sigma_L$  nach der Formel

$$\sigma_L = Z - \left( \frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_{\infty}}} - \frac{5 \Delta E_L}{R_{\infty}} \right)^{0.5} \left( 1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_{\infty}} \right)^{0.5} \quad (6)$$

bestimmt werden, wobei  $Z$  die Ordnungszahl und  $\Delta E_L = E_{L, II} - E_{L, III}$  die Energiedifferenz zwischen zwei  $L$ -Kanten ist. Die  $L_I$  Kante kann im vorliegenden Versuch wegen zu geringer Auflösung der Messtemperatur nicht berücksichtigt werden.

## 1.3 Analyse des Röntgenspektrums über die Bragg-Reflexion

Um das Röntgenspektrum hinsichtlich seiner Intensität in Abhängigkeit von der Wellenlänge untersuchen zu können, wird ein Kristall mit gegebener Gitterkonstante  $d$  verwendet. Die in einem bestimmten Winkel  $\theta$  auf den Kristall auftreffende Strahlung wird, wie in Abbildung 1 dargestellt, am Gitter gebeugt, sodass dort ein Intensitätsmaximum entsteht.

Für den Glanzwinkel  $\theta_{\text{glanz}}(\lambda)$  tritt konstruktive Interferenz auf, sodass die Strahlung hier verstärkt wird. Die Wellenlänge zum zugehörigen Winkel lässt sich aus der Bragg-Bedingung zu

$$\lambda = \frac{2d \sin \theta}{n} \quad (7)$$

bestimmen, wobei  $n$  die Ordnung des Maximums beschreibt.

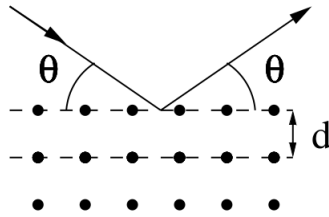


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Bragg-Reflexion.[1]

## 2 Durchführung

Bei diesem Versuch wird ein Röntgengerät, dargestellt in Abbildung 2, verwendet.

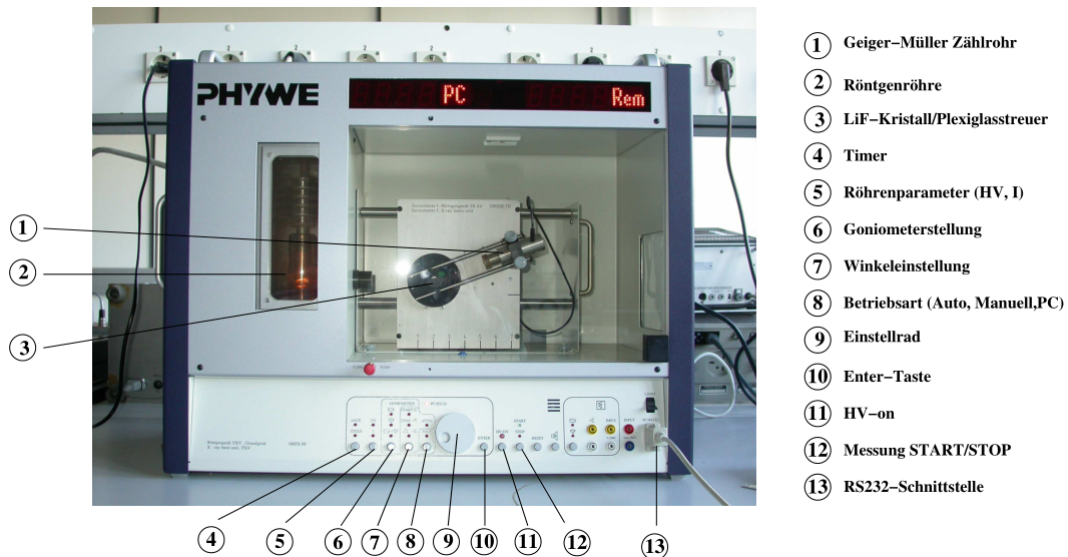


Abbildung 2: Röntgengerät. [1]

Es besteht grundsätzlich aus einer Kupfer-Röntgen-Röhre, welche auf einen um sich selbst rotierenden LiF-Kristall gerichtet ist. Auf einer Kreisbahn um den Kristall kann wiederum ein auf jenen gerichtetes Geiger-Müller-Zählrohr bewegt werden. Diese Komponenten sind durch einen Computer miteinander verbunden und mit einer dafür entwickelten Software steuerbar. Allerdings funktioniert das Gerät allerdings auch ohne diesen Computer. Mit dieser Software können die Spannungs- und Stromzufuhr der Röntgenröhre einzeln oder simultan festgelegt und variiert werden. Beispiel ist ein 2:1 Modus, dabei hat das Zählrohr den doppelten Winkel des Kristalls. Zusätzlich können der Winkelzuwachs und die Integrationszeit, also die Zeit in der jeder Winkel gehalten werden soll, eingestellt werden. Außerdem nimmt die Software die Zählrate in Abhängigkeit des Winkels des Kristalls auf. Für die Messung der Absorptionsspektren können vor das

Geiger-Müller-Zählrohr Blenden mit verschiedenen Absorbern geschraubt werden. Es ist zu beachten, das Röntgengerät nur im geschlossenen Zustand laufen zu lassen.

Bei jeder Untersuchung wird die Stromstärke auf  $I = 1 \text{ mA}$  und die Beschleunigungsspannung der Röntgenröhre auf  $U = 35 \text{ kV}$  gestellt.

## 2.1 Überprüfung der Bragg Bedingung

Um die Bragg Bedingung zu überprüfen, wird zunächst der LiF-Kristall auf einen festen Winkel  $14^\circ$  relativ zur Strahllinie gestellt. Das Zählrohr fährt den Winkelbereich von  $26^\circ$  und  $30^\circ$  in  $0,1^\circ$ -Schritten mit einer Integrationszeit von 20 s ab. Somit liegt  $14^\circ$  genau in diesem Bereich, da wir  $2\theta$  betrachten, also  $28^\circ$ .

## 2.2 Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgen-Röhre

Zum Messen des Emissionsspektrums und auch für die folgenden Messungen wird die Messmethode auf den 2:1 Koppel-Modus umgestellt. Die Drehung des Kristalls soll von  $4^\circ$  bis  $26^\circ$  stattfinden, diesmal jedoch in  $0,2^\circ$ -Schritten mit einer Integrationszeit von 5 s.

## 2.3 Absorptionsspektren

Zunächst wird die Öffnung des Zählrohrs mit dem entsprechenden Absorber versehen. Die Messung erfolgt in  $0,1^\circ$ -Schritten mit einer Integrationszeit von 20 s. Dabei wird versucht, den Teil des Spektrums aufzunehmen, in der die K-Kante zu sehen ist. Dies wird für Zink, Strontium, Brom und Zirkonium getan. Bei der letzten Messung mit Gold wird ein Spektrum aufgenommen, welches die ersten drei L-Kanten beinhaltet, von denen allerdings nur die  $L_{II}$ - und  $L_I$ -Kante aufgelöst werden können.

# 3 Auswertung

## 3.1 Vorbereitung

Die Größen Ordnungszahl  $Z$ , Literaturwert der K-Kante  $E_K^{\text{Lit}}$ , der zugehörige Glanzwinkel  $\theta_{\text{glanz}}^{\text{Lit}}$  und die Abschirmkonstante  $\sigma_K$  verschiedener Elemente sind in Tabelle 1 aufgelistet.

Dabei ergibt sich der Glanzwinkel

$$\theta_{\text{glanz}} = \arcsin\left(\frac{h \cdot c}{E \cdot 2d}\right) \quad (8)$$

durch die Umstellung der Gleichung (7) und durch Einsetzen des Ausdrucks  $\lambda = \frac{h \cdot c}{E}$ . Weiterhin beträgt die Gitterkonstante des Kristalls  $d_{\text{LiF}} = 201,4 \text{ pm}$ .

Die Abschirmkonstante  $\sigma_K$  ergibt sich für die K-Schale aus Gleichung (3) durch Einsetzen des Ausdrucks  $z_{\text{eff}} = z - \sigma$  und durch Umstellung zu

$$\sigma_K = z - \sqrt{\frac{E_n}{R_\infty}}. \quad (9)$$

**Tabelle 1:** Literaturwerte und daraus errechnete Größen verschiedener Elemente [2]

	$Z$	$E_K^{\text{Lit}} / \text{keV}$	$\theta_{\text{glanz}}^{\text{Lit}} / ^\circ$	$\sigma_k$
Cu	29	08,98	20,05	3,30
Zn	30	09,65	18,60	3,36
Ge	32	11,10	16,10	3,43
Br	35	13,47	13,22	3,53
Rb	37	15,19	11,69	3,58
Sr	38	16,10	11,03	3,60
Zr	40	18,00	09,85	3,62
Nb	41	18,99	09,33	3,63
Au	79	80,77	02,18	1,94

Weiterhin sind zur Überprüfung der Absorption die folgenden Werte für Kupfer ermittelt worden:

$$\text{Für } K_\alpha : E_{K_\alpha} = 8,046 \text{ keV},$$

$$\text{Für } K_\beta : E_{K_\beta} = 8,904 \text{ keV}$$

$$\theta_{K_\alpha} = 22,49^\circ,$$

$$\theta_{K_\beta} = 20,22^\circ.$$

### 3.2 Überprüfung der Bragg Bedingung

Nach der Braggbedingung ist zu erwarten, dass das gemessene Intensitätsmaximum für einen bestimmten Glanzwinkel auftritt. Dies wird durch Abbildung 3 verifiziert. In jener ist eindeutig ein Maximum mit etwa 310 Impulsen bei  $27,25^\circ$  zu erkennen.

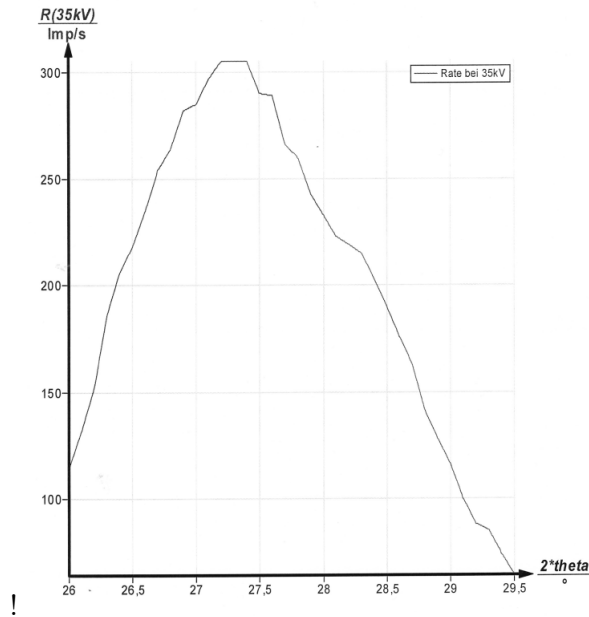


Abbildung 3: Winkelabhängigkeit der Intensitätsmessung

### 3.3 Das Emissionsspektrum einer Kupferröntgenröhre

Das gemessene Emissionsspektrum der Kupferanode ist in Abbildung 4 abgebildet. In dieser sind mit zunehmendem Winkel gut der Grenzwinkel bei etwa  $5^\circ$ , der Bremsberg im Bereich von  $5^\circ$  bis  $19^\circ$ , die  $K_\beta$ -Kante bei etwa  $20^\circ$  und die  $K_\alpha$ -Kante bei etwa  $22,5^\circ$  zu erkennen.

Nach Formel (7) mit  $n = 1$  ergeben sich aus dem gemessenen Grenzwinkel die minimale Wellenlänge  $\lambda_{\min} = 35,106 \text{ pm}$  und maximale Energie  $E_{\max} = 5,658 \text{ fJ} = 35,316 \text{ keV}$ . Die nach Formel (1) errechneten Werte sind hingegen hingegen  $\lambda_{\min} = 35,424 \text{ pm}$  und  $E_{\max} = 5,608 \text{ fJ} = 35 \text{ keV}$ . Dabei weichen die gemessenen Werte um  $0,9\%$  von den errechneten ab.

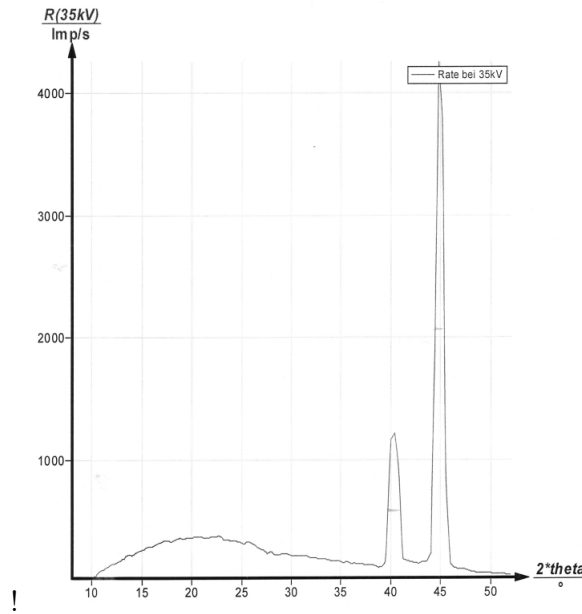
Die Halbwärtsbreiten betragen für die  $K_\alpha$ -Kante bei 2100 Impulsen etwa  $\Delta\theta_\alpha = 0,5^\circ$  und die  $K_\beta$ -Kante bei 600 Impulsen etwa  $\Delta\theta_\beta = 0,7^\circ$ . Mithilfe der Formel

$$\Delta E = \frac{h \cdot c}{2d \cdot \sin(\Delta\theta)} \quad (10)$$

ergeben sich die Energiedifferenzen

$$\begin{aligned} \Delta E_\alpha &= 0,252 \text{ keV} \\ \Delta E_\beta &= 0,353 \text{ keV} . \end{aligned}$$





**Abbildung 4:** Emissionsspektrum der Kupferanode

Das Auflösungsvermögen der Apparatur ergibt sich dabei als der Mittelwert der Energiedifferenzen  $x = (0,3025 \pm 0,0505)$  keV.

Für die K-Linien ergeben sich aus den abgelesenen Glanzwinkeln

$$\theta_{K_\alpha} = 22,5^\circ$$

$$\theta_{K_\beta} = 20^\circ$$

die Energien

$$E_{K_\alpha} = 8,043 \text{ keV}$$

$$E_{K_\beta} = 9,000 \text{ keV}$$

Aus Gleichung (9) lässt sich mit der Energie der  $K_\beta$ -Schale die erste Abschirmkonstante als  $\sigma_1 = 3.275$  berechnen. Aus der Gleichung (3) ergibt sich die Beziehung

$$E_{K_\alpha} = R_\infty(z - \sigma_1)^2 \frac{1}{1^2} - R_\infty(z - \sigma_2)^2 \frac{1}{2^2}, \quad (11)$$

die sich zu

$$\sigma_2 = z - 2\sqrt{\frac{R_\infty(z - \sigma_1)^2 - E_\alpha}{R_\infty}} \quad (12)$$

umstellen lässt, sodass sich die zweite Abschirmkonstante  $\sigma_1 = 12.223$  bestimmen lässt.

### 3.4 Die Absorptionsspektren verschiedener Stoffe

#### 3.4.1 Zink

In Abbildung 5 ist das gemessene Absorptionsspektrum von Zink abgebildet. Die K-Kante ist bei etwa  $18,5^\circ$  lokalisiert. Durch Umstellung der Gleichung (8) wird die Absorptionssenergie als  $E_{\text{Zn, K}} = 9,701 \text{ keV}$  mit einer relativen Abweichung zum theoretischen Wert von  $0,53 \%$  bestimmt. Die Abschirmkonstante berechnet sich nach Gleichung (9) zu  $\sigma_{\text{Zn, K}} = 3.293$  mit einer relativen Abweichung von  $2,0 \%$ .

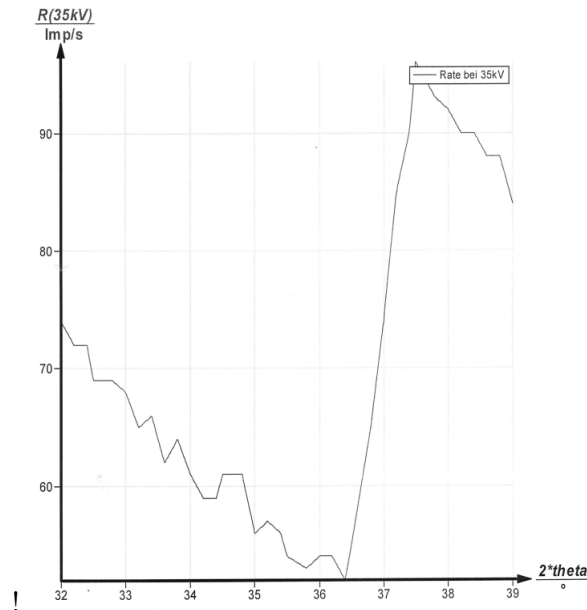


Abbildung 5: Absorptionsspektrum von Zink

#### 3.4.2 Brom

Das Absorptionsspektrum von Brom ist in Abbildung 6 zu sehen. Auch hier ist deutlich eine K-Kante bei etwa  $13,0^\circ$  zu erkennen. Es ergeben sich nach den Gleichungen (8) und (9) die Absorptionssenergie  $E_{\text{Br, K}} = 13,683 \text{ keV}$  mit einer relativen Abweichung von  $1,58 \%$  zum Literaturwert und die Absorptionskonstante  $\sigma_{\text{Br, K}} = 3.281$  mit einer relativen Abweichung von  $7,05 \%$ .



Abbildung 6: Absorptionsspektrum von Brom

### 3.4.3 Strontium

Abbildung 7 zeigt das Absorptionsspektrum von Strontium mit einer K-Kante bei etwa  $10,8^\circ$  mit der nach Formel (8) zugehörigen Absorptionssenergie  $E_{\text{Sr, K}} = 16,427 \text{ keV}$ , die um 2,03 % vom Theoriewert abweicht. Die sich nach Formel (9) ergebende Absorptionskonstante  $\sigma_{\text{Sr, K}} = 3.246$  weicht um 9,83 % ab.

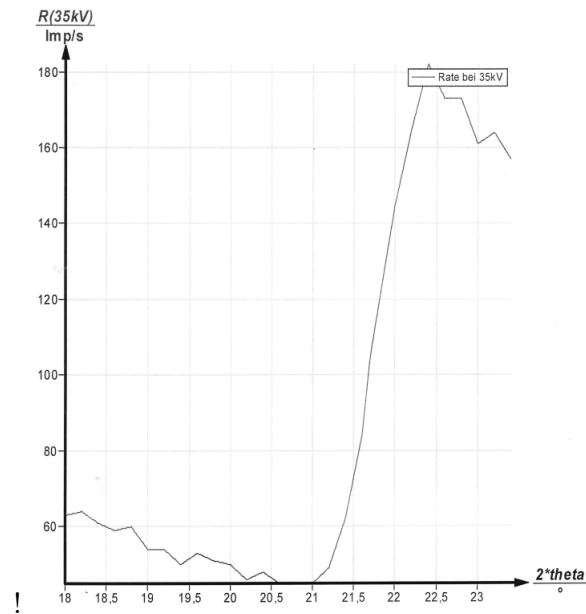


Abbildung 7: Absorptionsspektrum von Strontium

#### 3.4.4 Zirkonium

Das Absorptionsspektrum von Zirkonium ist in Abbildung 8 dargestellt. Bei einem Winkel von  $9,65^\circ$  ist die K-Kante zu erkennen. Die Absorptionssenergie von  $E_{Zr, K} = 18,362 \text{ keV}$  weicht um 2,01 % relativ ab. Nach Formel (9) ergibt sich die Abschirmkonstante  $\sigma_{Sr, K} = 3.256$ , die um 10,06 % von ihrem Theoriewert abweicht.

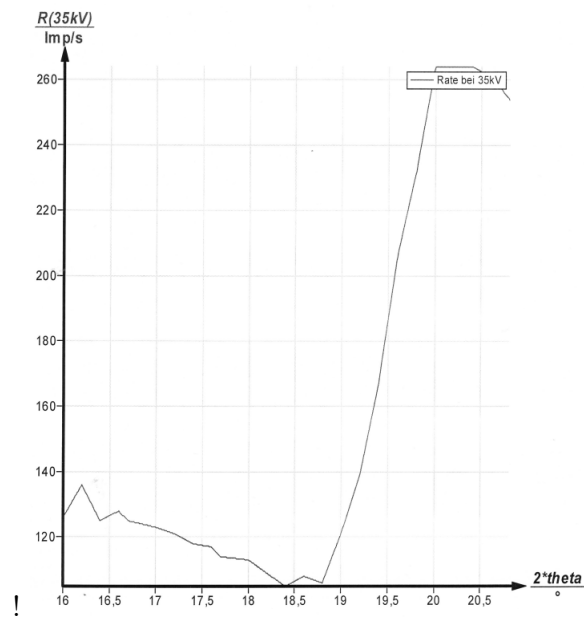


Abbildung 8: Absorptionsspektrum von Zirkonium

### 3.5 Mosleysches Gesetz

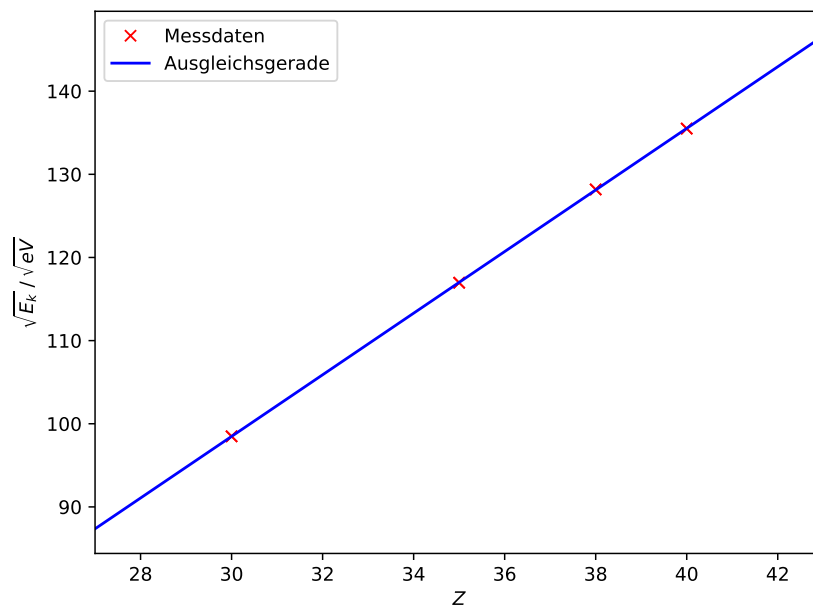


Abbildung 9: Die Quadratwurzeln der Absorptionsenergien verschiedener Elemente

Die Quadratwurzeln der Absorptionsenergien verschiedener Elemente sind in Abbildung 9 gegen die jeweilige Ordnungszahl aufgetragen.

Nach einer linearen Regression mittels python ergeben sich die Regressionsparameter als

$$a = (3,705 \pm 0,005) \frac{1}{\text{keV}^{1/2}}$$

$$b = (-12,663 \pm 0,192) \text{ keV}^{1/2}$$

Nach Gleichung (3) ist die Quadratwurzel der Rydberg-Energie  $\sqrt{R_\infty}$  die Geradensteigung. Folglich beträgt die experimentell bestimmte Rydbergenergie  $R_\infty = 13,73 \text{ eV}$  und weicht von ihrem Theoriewert um etwa 0,96 % ab.

### 3.6 Die L-Kanten des Absorptionsspektrums von Gold

In Abbildung 10 ist das gemessene Absorptionsspektrum von Gold abgebildet. Die L-Kante sind bei etwa  $13,5^\circ$  und  $15,0^\circ$  lokalisiert. Durch Umstellung der Gleichung (8) werden die Absorptionssenergien  $E_1 = 13,185 \text{ keV}$  und  $E_2 = 11,893 \text{ keV}$  bestimmt. Die Energiedifferenz beträgt also  $\Delta E_{\text{Au, L}} = 1,292 \text{ keV}$ . Die Abschirmkonstante berechnet sich nach Gleichung (6) zu  $\sigma_{\text{Au, L}} = 9.127$  mit der Feinstrukturkonstante  $\alpha = 0.0072974$ .

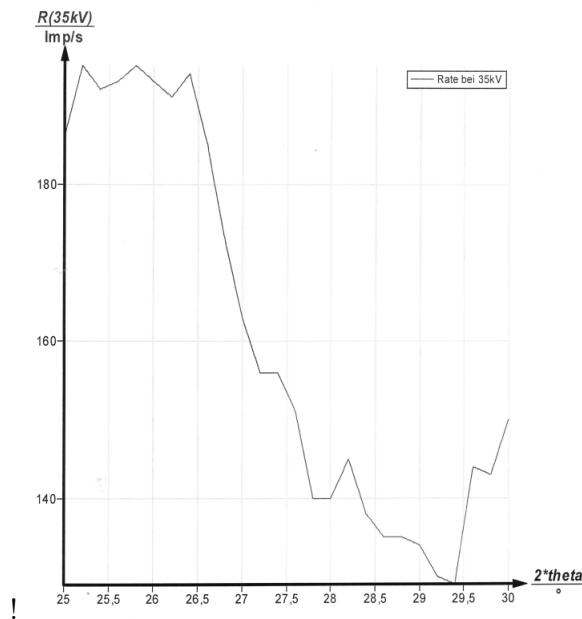


Abbildung 10: Absorptionsspektrum von Gold

## 4 Diskussion

Insgesamt sind die Messungen recht genau und die meisten Abweichungen liegen nur etwa in einem Bereich von ein bis zwei Prozent. Zu den Ungenauigkeiten führen das begrenzte Auflösungsvermögen der Apparatur, sowie die Integrationszeiten von stellenweise nur 5 s. So kommt es zu den Abweichungen der Abschirmkonstanten von bis zu 10 %.

Außerdem war bei der Messung des Absorptionsspektrums von Germanium keine K-Kante zu erkennen, sodass dabei keine weiteren Berechnungen möglich waren.

## 5 Literaturverzeichnis

- [1]: TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 602: Röntgenemission und -absorption.*
- [2]: <https://wissen.science-and-fun.de/tabellen-fur-spektroskopiker/wellenlaengen-und-anregungsenergien-von-k-und-l-absorptionskanten/>