

Nr.354

Gedämpfte und erzwungene Schwingungen

AUTOR A

authorA@udo.edu

AUTOR B

authorB@udo.edu

Durchführung: 08.01.2019

Abgabe: 15.01.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Durchführung	4
3	Auswertung	5
4	Diskussion	5

1 Theorie

Ziel des Versuches ist es, gedämpfte und erzwungene Schwingungen eines RLC-Schwingkreises zu untersuchen und den Dämpfungswiderstand und die Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung zwischen Kondensator- und Generatorspannung zu bestimmen. Ein solcher Schwingkreis zeichnet sich aus durch eine Kapazität C , einer Induktivität L und einem Widerstand R . Bei einer Schwingung wird beständig Energie zwischen dem B-Feld der Spule und dem E-Feld des Kondensators ausgetauscht. Der Widerstand R sorgt dafür, dass die Energie des Systems fortlaufend abnimmt und so die Amplituden immer kleiner werden, bis sie irgendwann gänzlich abgeklungen sind. Mit Hilfe des zweiten Kirchhoffschen Gesetztes kann man eine Gleichung für den Schaltkreis aufstellen:

$$U_R(t) + U_C(t) + U_L(t) = 0$$

Durch Umformungen kann eine DGL für das System aufgestellt werden:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{I}{LC} = 0 \quad (1)$$

Eine Lösung der DGL ist:

$$I(t) = e^{-t \frac{R}{2L}} \left(I_1 e^{it \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} + I_2 e^{-it \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \right). \quad (2)$$

Es gibt drei verschiedene Fälle, die betrachtet werden müssen. Der erste Fall ist, dass $\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2}$. Die Wurzel im Exponenten bleibt reell und (2) geht über in:

$$I(t) = A_0 e^{-\frac{R}{2L} t} \cdot \cos(2\pi f t + \eta).$$

Hierbei ist η eine Phasenverschiebung. Dieser Fall wird auch als Schwingfall bezeichnet. Wenn nun gilt

$$\begin{aligned} \frac{1}{LC} &= \frac{R^2}{4L^2} \\ \Leftrightarrow R &= 2\sqrt{\frac{L}{C}}, \end{aligned}$$

spricht man vom aperiodischen Grenzfall. Bei diesem Fall geht $I(t)$ ohne Überschwung am schnellsten gegen null.

Wird der RLC-Kreis nun von außen durch eine Wechselspannung zum Schwingen angeregt, so spricht man von einer erzwungenen Schwingung. In diesem Fall liegt eine Inhomogenität in der DGL vor. Durch Lösen der resultierenden DGL erhält man schließlich:

$$U_C(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (3)$$

Diese Lösung hat ein Maximum bei $f = f_{\text{res}}$, das Resonanzüberhöhung genannt wird. Die Breite Δf kann mit

$$\Delta f = |f_1 - f_2| \quad (4)$$

bestimmt werden. Hierbei gilt:

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \quad (5)$$

und

$$f_{1,2} = \pm \frac{1}{2\pi} \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}}. \quad (6)$$

Außerdem weist die Kondensatorspannung $U_C(t)$ eine Phasenverschiebung gegenüber der Erregerspannung auf. Diese kann mit

$$\tan(\phi(\omega)) = \frac{-\omega RC}{1 - LC\omega^2} \quad (7)$$

bestimmt werden.

2 Durchführung

Für die vier durchzuführenden Messungen werden die Schaltpläne gemäß Abbildung 1 verwendet. Hierbei ist zu beachten, dass statt eines Nadelimpulses ein Rechtecksignal benutzt wird.

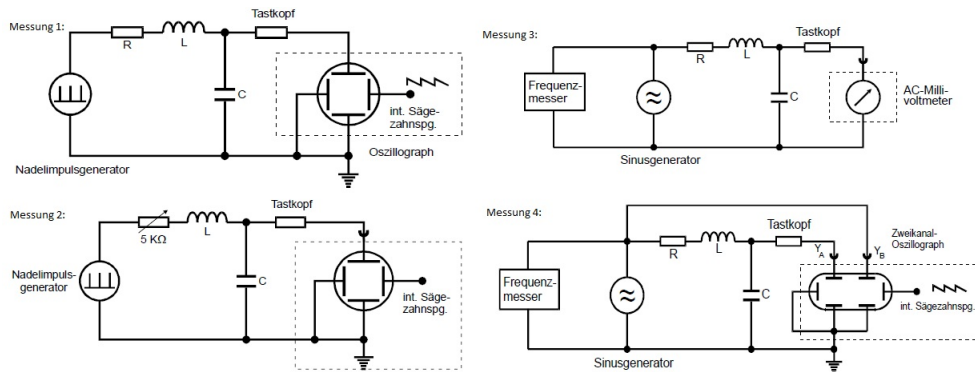


Abbildung 1: Die vier verwendeten Schaltungen

Zunächst werden die bauteilspezifischen Werte, wie Kapazität C und Induktivität L notiert.

Im ersten Versuchsteil wird ein RLC-Kreis mit niederfrequenten Rechteckimpulsen ausgelenkt und so zum Schwingen angeregt. Nach Abfall eines Rechteckimpulses wird

der zeitliche Verlauf der Kondensatorspannung gemessen. Die so entstehende gedämpfte Schwingung wird mit Hilfe eines Oszilloskops aufgezeichnet und gespeichert.

Bei dem zweiten Versuchsteil wird der zuvor feste Widerstand durch einen regelbaren Widerstand, ein Potentiometer, ersetzt. Dieser wird so eingestellt, dass der aperiodische Grenzfall vorliegt, es also gerade zu keiner Schwingung des Systems mehr kommt. Der dazugehörige Wert für R wird notiert. Auch diese entstehende Kurve des Spannungsabfalls wird mit dem Oszilloskops aufgezeichnet und gespeichert.

Im dritten Versuchsteil wird die Kondensatorspannung in Abhängigkeit von der Frequenz einer anliegenden Sinusspannung untersucht. Die Frequenz liegt dabei in einem Bereich von 1-64,5 kHz.

Die letzte Messung untersucht die im dritten Versuchsteil entstehende Phasenverschiebung zwischen der Kondensator- und Sinusspannung. Gemessen wird diese durch den Vergleich der beiden Spannungen auf dem Oszilloskop.

3 Auswertung

3.1 Gedämpfte Schwingung und effektiver Dämpfungswiderstand

Bei der Untersuchung der abklingenden Amplitude ergibt sich die in Abbildung ... zu sehende gedämpfte Schwingung.

4 Diskussion