

Nr. 103

Biegung elastischer Stäbe

Sara Krieg
sara.krieg@udo.edu

Marek Karzel
marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 27.11.2018

Abgabe: 04.12.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Theorie | 3 |
| 1.1 | Die Spannung an elastischen Körpern | 3 |
| 1.2 | Die Biegung eines Stabes bei einseitiger Einspannung | 3 |
| 1.3 | Die Biegung eines Stabes mit beidseitiger Auflage | 4 |
| 1.4 | Berechnung der Flächenträgheitsmomente | 5 |
| 2 | Durchführung | 5 |
| 3 | Auswertung | 6 |
| 3.1 | Bestimmung der Elastizitätsmodule zweier einseitig eingespannter Stäbe . | 6 |
| 3.1.1 | Stab mit quadratischem Querschnitt | 6 |
| 3.1.2 | Stab mit zylindrischem Querschnitt | 9 |
| 3.2 | Bestimmung des Elastizitätsmodul eines beidseitig aufgelegten Stabes . . | 11 |
| 4 | Diskussion | 14 |
| 5 | Literaturverzeichnis | 15 |

1 Theorie

Ziel des Versuches ist es, Elastizitätsmodule verschiedener Materialien zu ermitteln, indem die Biegung elastischer Stäbe untersucht wird.

1.1 Die Spannung an elastischen Körpern

Die physikalische Größe der mechanischen Spannung σ_m ist die wirkende Kraft F pro Fläche A . Sie setzt sich zusammen aus der Normalspannung σ , die senkrecht zur Oberfläche wirkt und einer tangential zur Fläche wirkenden Tangentialspannung.

Spannungen können an Körpern zu Gestalt- und Volumenveränderungen führen. Liegt durch Druck oder Zug eine Spannung nur in einer Körperdimension vor, so ist sie proportional zur Längenänderung $\frac{\Delta L}{L}$ und es ergibt sich das Hooksche Gesetz

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

mit dem materialspezifischen Elastizitätsmodul E als Proportionalitätsfaktor. Mithilfe einer hinreichend genauen Apparatur kann der Elastizitätsmodul durch Messung der Längenänderung $\frac{\Delta L}{L}$ bestimmt werden.

Allerdings kann der Elastizitätsmodul E auch unter geringerem Kraftaufwand durch die Biegung von Stäben bestimmt werden, so wie es Gegenstand dieses Versuches sein soll. Hier reichen schon kleinere Kräfte aus, um eine Veränderung des Körpers zu bewirken. Dazu werden zwei unterschiedliche Arten der Biegung untersucht, wie sie in Abbildung 1, dargestellt sind.

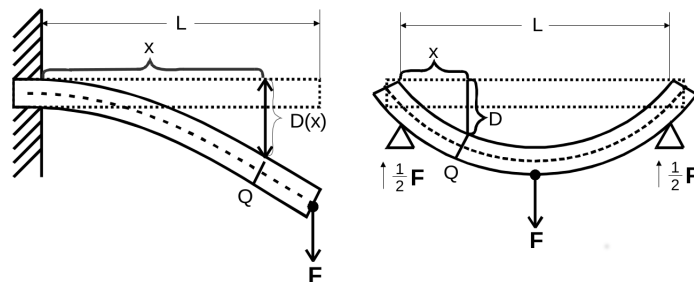


Abbildung 1: Biegung eines einseitig eingespannten elastischen Stabes links.
Biegung eines beidseitig eingespannten Stabes rechts. [1]
Dabei wird durch die Strichelung die neutrale Faser markiert, die ihre Länge beibehält.

Bei den dargestellten Biegungen handelt es sich um die Biegungen eines einseitig eingespannten und eines beidseitig aufgelegten Stabes.

1.2 Die Biegung eines Stabes bei einseitiger Einspannung

Die am uneingespannten Ende des Stabes wirkende Gravitationskraft F eines aufgehängten Gewichtes, biegt den Stab mit der Durchbiegung $D(x)$ und bewirkt ein angreifendes

Drehmoment

$$M_F = F \cdot (L - x)$$

mit der Länge des Hebelarms $(L - x)$.

Dieses Drehmoment verursacht eine Dehnung der oberen und eine Stauchung der unteren Stabschichten, sodass der Querschnitt Q sich nicht mehr in vertikaler, sondern in verdrehter Position befindet. Einzig die neutrale Faser in der Mitte des Querschnitts Q behält ihre Länge bei. An allen anderen Fasern kommt es, aufgrund der Elastizität des Körpers, zu Normalspannungen, die sich zu einem zu M_F entgegengesetzten Drehmoment M_σ aufsummieren:

$$M_\sigma = \int_Q y \sigma(y) \, dq.$$

Dabei beschreibt y den Abstand des Flächenelements dq zur neutralen Faser.

Zwischen den Drehmomenten stellt sich ein Gleichgewicht mit fester Durchbiegung $D(x)$ ein, sodass

$$\begin{aligned} M_F &= M_\sigma \\ \Leftrightarrow \int_Q y \sigma(y) \, dq &= F \cdot (L - x) \end{aligned}$$

gilt.

Damit ergibt sich für die Durchbiegung

$$D(x) = \frac{F}{2EI} \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} \right) \quad (\text{für } 0 \leq x \leq L) \quad (1)$$

mit dem Flächenträgheitsmoment

$$I = \int_Q y^2 \, dq(y). \quad (2)$$

1.3 Die Biegung eines Stabes mit beidseitiger Auflage

Am beidseitig aufgelegten Stab wirkt nach Abbildung 1 die Gravitationskraft $\frac{F}{2}$ eines Gewichtes an der Mitte der Querschnittsfläche Q mit einem Hebelarm der Länge x und bewirkt somit das Drehmoment

$$\begin{aligned} M_F &= -\frac{F}{2}x & (\text{für } 0 \leq x \leq \frac{L}{2}) \\ M_F &= -\frac{F}{2}(L - x) & (\text{für } \frac{L}{2} \leq x \leq L) \end{aligned}$$

Damit ergibt sich analog die Durchbiegung

$$D(x) = \frac{F}{48EI} (3L^2x - 4x^3) \quad (\text{für } 0 \leq x \leq \frac{L}{2}) \quad (3)$$

$$D(x) = \frac{F}{48EI} (4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3) \quad (\text{für } \frac{L}{2} \leq x \leq L) \quad (4)$$

1.4 Berechnung der Flächenträgheitsmomente

Das Flächenträgheitsmoment I ist durch (2) definiert. Für einen Stab mit quadratischem Querschnitt mit Kantenlänge a ergibt sich demnach:

$$I_Q = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} y^2 dy dz = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{2}{3} \frac{a^3}{8} dz = a \cdot \frac{2}{3} \frac{a^3}{8} = \frac{a^4}{12}. \quad (5)$$

Weiterhin ergibt sich für einen runden Stab mit Durchmesser d unter Verwendung von Polarkoordinaten:

$$I_K = \int_0^2 \pi \int_0^{\frac{d}{2}} (r \cdot \sin(\varphi))^2 \cdot dr d\varphi = \frac{1}{4} \left(\frac{d}{2}\right)^4 \int_0^2 \pi \sin^2(\varphi) d\varphi \quad (6)$$

$$= \frac{d^4}{64} \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin(\varphi) \cos \varphi}{2} \Big|_0^2 \pi = \frac{\pi}{64} d^4. \quad (7)$$

2 Durchführung

In Abbildung 2 ist die schematische Darstellung der Apparatur zur Vermessung elastisch gebogener Stäbe zu sehen.

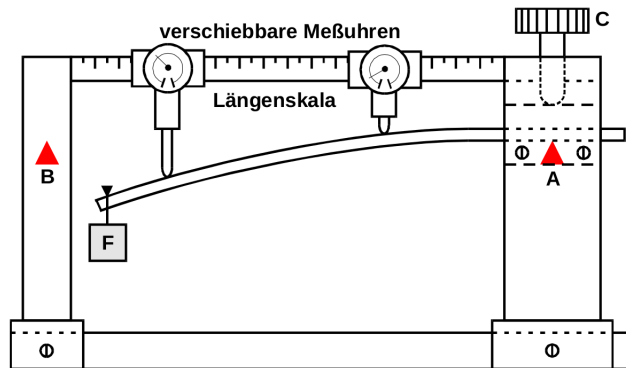


Abbildung 2: Schematischer Aufbau der Apparatur [1]

Mit dieser Apparatur werden beide Messungen durchgeführt. Zunächst wird der Stab einseitig eingespannt. Mit Hilfe der verschiebbaren Meßuhren wird eine Messung der Durchbiegung des Stabes ohne angehängtes Gewicht vorgenommen. Anschließend wird die Messung mit einem angehängtem Gewicht wiederholt, um aus der Differenz die

tatsächliche Durchbiegung bestimmen zu können. Zudem wird die Länge L zwischen Gewicht und Einspannung bestimmt. Diese Messung wird jeweils mit einem eckigen und einem runden Stab durchgeführt und das angehängte Gewicht m_1 gewogen. Bei der zweiten Messung wird der Stab beidseitig an den Punkten A und B aufgelegt. Wieder wird erst eine Messung ohne Gewicht durchgeführt, bevor dieses in der Mitte des Stabes eingehängt wird. Diese Messung wird nur für einen rechteckigen Stab durchgeführt. Wieder wird die Masse m_2 des angehängten Gewichtes bestimmt. Zuletzt werden die verwendeten Stäbe vermessen.

3 Auswertung

3.1 Bestimmung der Elastizitätsmodule zweier einseitig eingespannter Stäbe

3.1.1 Stab mit quadratischem Querschnitt

Bei der Messung des Stabes mit rechteckigem Querschnitt, einer Länge $L_1 = 60$ cm und einem Gewicht von $m_1 = 464,3$ g ergaben sich die Messwerte in Tabelle 1. Dabei ergibt sich die Durchbiegung D durch die Differenz von b_1 und b_2 . Der Linearisierungsterm ergibt sich mit $Lx^2 - \frac{x^3}{3}$.

Nun wird die Durchbiegung D gegen $Lx^2 - \frac{x^3}{3}$ graphisch aufgetragen und eine lineare Regressions mittels Python und matplotlib durchgeführt. Der resultierende Graph ist in Abbildung 3 dargestellt.

Die Regression wird mit $D(x) = a_1 \cdot x + c_1$ durchgeführt. Dabei ergeben sich die Parameter zu:

$$\begin{aligned} a_1 &= (0,0140 \pm 0,0002) \text{ 1/m}^2, \\ c_1 &= (0,075\,20 \pm 0,013\,64) \text{ mm.} \end{aligned}$$

Nach Formel (1) ergibt sich die Formel:

$$E = \frac{F_G}{2a_1 I}.$$

Hierbei ist $F_G = m_g \cdot g$ mit $m_g = 0,528$ kg und $g = 9,81$ m/s². Das Flächenträgheitsmoment ergibt sich nach Formel (5) zu $\frac{1}{12}10^{-8}$ m⁴. Der Elastizitätsmodul ist also gegeben durch:

$$E = (2,220 \pm 0,032) \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2.$$

Der statistische Fehler ergibt sich mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung zu:

$$\Delta E = \frac{\partial E}{\partial m_1} \cdot \Delta m_1 = \frac{-F_G}{2Im^2} \cdot \Delta m_1.$$

Tabelle 1: Messdaten für die Biegung eines elastischen Stabes bei einseitiger Einspannung und rechteckigem Querschnitt. x beschreibt die aktuelle Position auf dem Stab mit Nullpunkt bei der Einspannung. D ist die resultierende Durchbiegung an dieser Position.

| x / cm | b_1 / mm | b_2 / mm | D / mm | $Lx^2 - \frac{x^3}{3} / 10^5 \text{ mm}^3$ |
|-----------------|-------------------|-------------------|-----------------|--|
| 2,5 | -0,005 | 0,60 | 0,065 | 3,323 |
| 5,5 | -0,270 | -0,215 | 0,055 | 15,780 |
| 8,5 | -0,380 | -0,280 | 0,100 | 36,968 |
| 11,0 | -0,435 | -0,300 | 0,135 | 60,903 |
| 13,0 | -0,480 | -0,305 | 0,175 | 83,937 |
| 15,0 | -0,500 | -0,310 | 0,190 | 110,250 |
| 17,0 | -0,540 | -0,265 | 0,275 | 139,683 |
| 19,0 | -0,580 | -0,265 | 0,315 | 172,077 |
| 21,0 | -0,620 | -0,240 | 0,380 | 207,270 |
| 23,0 | -0,620 | -0,225 | 0,395 | 245,103 |
| 25,0 | -0,720 | -0,220 | 0,500 | 285,417 |
| 27,0 | -0,810 | -0,235 | 0,575 | 328,050 |
| 29,0 | -0,850 | -0,220 | 0,630 | 372,843 |
| 31,0 | -0,900 | -0,250 | 0,650 | 419,637 |
| 33,0 | -0,990 | -0,190 | 0,800 | 468,270 |
| 35,0 | -1,025 | -0,130 | 0,895 | 518,583 |
| 37,0 | -1,040 | -0,080 | 0,960 | 570,417 |
| 39,0 | -1,050 | -0,070 | 0,980 | 623,610 |
| 41,0 | -1,080 | -0,030 | 1,050 | 678,003 |
| 42,0 | -1,100 | -0,020 | 1,080 | 705,600 |
| 43,0 | -1,100 | 0,005 | 1,105 | 733,437 |
| 44,0 | -1,100 | 0,030 | 1,130 | 761,493 |
| 45,0 | -1,090 | 0,055 | 1,145 | 789,750 |
| 46,0 | -1,090 | 0,120 | 1,210 | 818,187 |
| 47,0 | -1,090 | 0,160 | 1,250 | 846,783 |
| 48,0 | -1,100 | 0,160 | 1,260 | 875,520 |
| 49,0 | -1,100 | 0,190 | 1,290 | 904,377 |
| 49,5 | -1,110 | 0,220 | 1,330 | 918,843 |

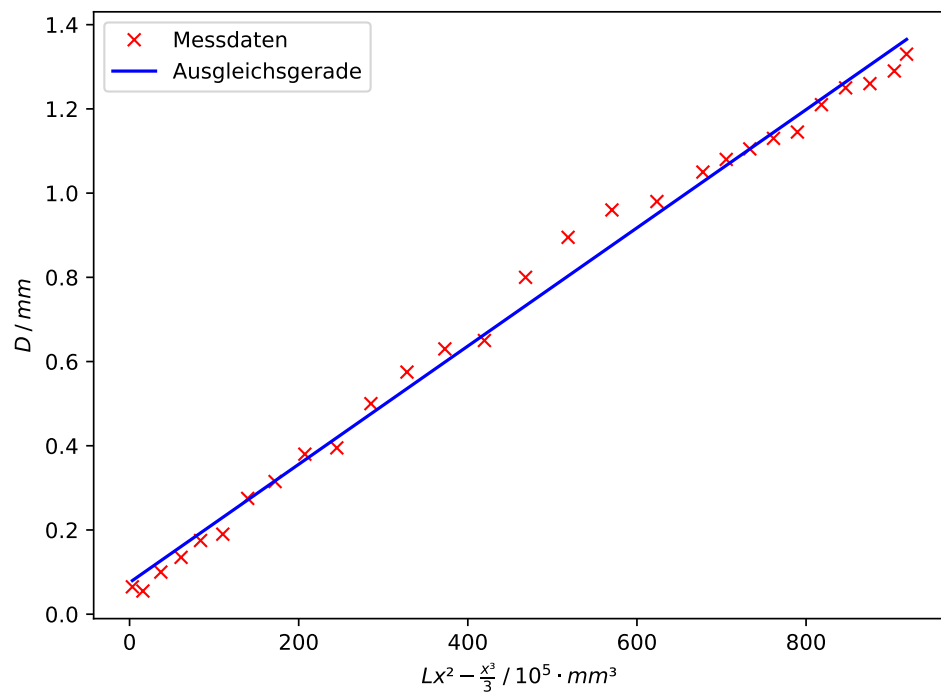


Abbildung 3: Durchbiegung eines einseitig eingespannten elastischen Stabes mit rechteckigem Querschnitt aufgetragen gegen einen Linearisierungsterm

3.1.2 Stab mit zylindrischem Querschnitt

Das Verfahren läuft analog mit dem runden Stab mit $L = 55,2 \text{ cm}$. Die entsprechenden Messdaten finden sich in Tabelle 2.

Tabelle 2: Messdaten für die Biegung eines elastischen Stabes bei einseitiger Einspannung und zylindrischem Querschnitt. x beschreibt die aktuelle Position auf dem Stab mit Nullpunkt bei der Einspannung. D ist die resultierende Durchbiegung an dieser Position.

| x / cm | b_1 / mm | b_2 / mm | D / mm | $Lx^2 - \frac{x^3}{3} / 10^5 \text{ mm}^3$ |
|-----------------|-------------------|-------------------|-----------------|--|
| 2,5 | 0,000 | 0,170 | 0,170 | 3,398 |
| 5,5 | -0,110 | 0,050 | 0,160 | 16,143 |
| 8,5 | -0,310 | 0,020 | 0,330 | 37,835 |
| 11,0 | -0,395 | 0,030 | 0,425 | 62,355 |
| 13,0 | -0,455 | 0,065 | 0,520 | 85,965 |
| 15,0 | -0,510 | 0,013 | 0,523 | 112,950 |
| 17,0 | -0,570 | 0,270 | 0,840 | 143,151 |
| 19,0 | -0,600 | 0,400 | 1,000 | 176,409 |
| 21,0 | -0,645 | 0,560 | 1,205 | 212,562 |
| 23,0 | -0,710 | 0,775 | 1,485 | 251,451 |
| 25,0 | -0,680 | 0,985 | 1,665 | 292,917 |
| 27,0 | -0,650 | 1,150 | 1,800 | 336,798 |
| 29,0 | -0,630 | 1,565 | 2,195 | 382,935 |
| 31,0 | -0,600 | 1,700 | 2,300 | 431,169 |
| 33,0 | -0,560 | 2,000 | 2,560 | 481,338 |
| 35,0 | -0,560 | 2,260 | 2,820 | 533,283 |
| 37,0 | -0,555 | 2,460 | 3,015 | 586,845 |
| 39,0 | -0,550 | 2,820 | 3,370 | 641,862 |
| 41,0 | -0,550 | 3,050 | 3,600 | 698,175 |
| 42,0 | -0,550 | 3,200 | 3,750 | 726,768 |
| 43,0 | -0,550 | 3,385 | 4,935 | 755,625 |
| 44,0 | -0,550 | 3,500 | 4,050 | 784,725 |
| 45,0 | -0,540 | 3,630 | 4,170 | 814,050 |
| 46,0 | -0,520 | 3,780 | 4,300 | 843,579 |
| 47,0 | -0,500 | 3,930 | 4,430 | 873,291 |
| 48,0 | -0,480 | 4,030 | 4,510 | 903,168 |

Trägt man nun erneut D gegen $L \cdot x^2 - \frac{x^3}{3}$ auf und führt eine Ausgleichsrechnung mittels matplotlib durch, ergibt sich Abbildung 4.

Die Regressionsparameter ergeben sich dabei zu:

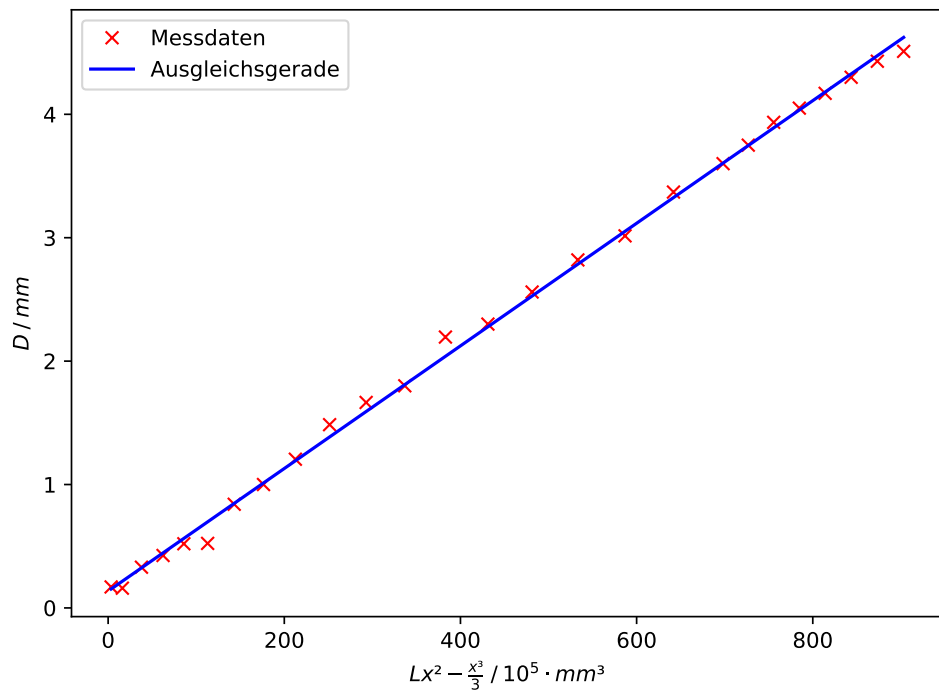


Abbildung 4: Durchbiegung eines einseitig eingespannten elastischen Stabes mit zylindrischem Querschnitt aufgetragen gegen einen Linearisierungsterm

$$a_2 = (0,0497 \pm 0,0004) \, 1/\text{m}^2,$$

$$c_2 = (0,1362 \pm 0,0232) \, \text{mm}.$$

Bei diesem Stab ist das Flächenträgheitsmoment nach Formel (7) gegeben durch $\frac{\pi}{64} \text{cm}^4$. Schließlich ergibt sich für den Elastizitätsmodul E wie oben mit Formel (1) und durch das Flächenträgheitsmoment:

$$E = (1,037 \pm 0,008) \cdot 10^5 \, \text{N/mm}^2.$$

Dabei betrug die Masse des angehängten Gewichtes $m_2 = 0,516 \, \text{kg}$.

3.2 Bestimmung des Elastizitätsmodul eines beidseitig aufgelegten Stabes

Die aufgenommenen Messdaten eines beidseitig aufgelegten eckigen Stabes mit Länge $L = 60,3 \, \text{cm}$ finden sich in Tabelle 3. Die Durchbiegung wird durch $D = b_1 - b_2$ berechnet. Außerdem wird für die rechte Seite von dem Gewicht der Linearisierungsterm $3L^2x - 4x^3$ und für die linke Seite $4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3$ bestimmt.

Für beide Seiten wie Durchbiegung D graphisch gegen den jeweiligen Linearisierungsterm aufgetragen und jeweils eine lineare Regression durchgeführt. Dabei ergeben sich die Abbildungen 5 und 6.

Die Regressionsparamter der Regression für die rechte Seite des Stabes lauten:

$$a_3 = (0,00449 \pm 0,00004) \, 1/\text{m}^2,$$

$$c_3 = (-0,0198 \pm 0,0377) \, \text{mm}.$$

Und für die linke Seite des Stabes ergibt sich:

$$a_4 = (0,00308 \pm 0,00001) \, 1/\text{m}^2,$$

$$c_4 = (-0,1534 \pm 0,0275) \, \text{mm}.$$

Gemäß der Formel (4) gilt für die beiden Elastizitätsmodule, rechts und links, der Zusammenhang:

$$E = \frac{F_G}{48a_i I} \text{ mit } i = 3, 4$$

Hier ist $F_G = m \cdot g$ mit $m = 1,2033 \, \text{kg}$ und $g = 9,81 \, \text{m/s}^2$. Mit (5) folgt für $I = \frac{1}{12} 10^{-8} \, \text{m}^4$. Damit ergibt sich für die Elastizitätsmodule:

$$E_R = (6,57 \pm 0,06) \cdot 10^4 \, \text{N/mm}^2,$$

$$E_L = (9,581 \pm 0,031) \cdot 10^4 \, \text{N/mm}^2.$$

Tabelle 3: Biegung eines beidseitig aufgelegten elastischen Stabes mit rechteckigem Querschnitt. x beschreibt die aktuelle Position auf dem Stab mit Nullpunkt bei der rechten Auflage. D ist die resultierende Durchbiegung an dieser Position. Desweiteren sind die Werte für die verschiedenen Linearisierungsterme berechnet worden.

| x / cm | b_1 / mm | b_2 / mm | D / mm | $3L^2x - 4x^3 / 10^5 \text{ mm}^3$ |
|----------|------------|------------|----------|---|
| 2,5 | 0,005 | 0,130 | 0,125 | 181,180 |
| 5,5 | 0,015 | 0,165 | 0,150 | 393,315 |
| 8,5 | 0,060 | 0,280 | 0,220 | 593,570 |
| 11,0 | 0,130 | 0,390 | 0,260 | 746,700 |
| 13,0 | 0,110 | 0,450 | 0,340 | 857,503 |
| 15,0 | 0,180 | 0,570 | 0,390 | 955,827 |
| 17,0 | 0,220 | 0,650 | 0,430 | 1039,751 |
| 18,0 | 0,195 | 0,655 | 0,460 | 1075,712 |
| 19,0 | 0,225 | 0,660 | 0,435 | 1107,354 |
| 20,0 | 0,240 | 0,730 | 0,490 | 1134,436 |
| 21,0 | 0,270 | 0,740 | 0,470 | 1156,718 |
| 22,0 | 0,245 | 0,755 | 0,510 | 1173,960 |
| 23,0 | 0,250 | 0,765 | 0,515 | 1185,921 |
| 24,0 | 0,255 | 0,790 | 0,535 | 1192,363 |
| 25,0 | 0,260 | 0,800 | 0,540 | 1193,045 |
| 26,0 | 0,310 | 0,810 | 0,500 | 1187,727 |
| 27,0 | 0,320 | 0,950 | 0,630 | 1176,169 |
| x / cm | b_1 / mm | b_2 / mm | D / mm | $4x^3 - 12Lx^2 + 9L^2x - L^3 / 10^5 \text{ mm}^3$ |
| 28,0 | 0,300 | 0,840 | 0,540 | 2175,441 |
| 29,0 | 0,330 | 0,850 | 0,520 | 2187,717 |
| 30,0 | 0,335 | 0,850 | 0,515 | 2192,481 |
| 31,0 | 0,355 | 0,850 | 0,495 | 2189,973 |
| 32,0 | 0,350 | 0,890 | 0,540 | 2180,433 |
| 33,0 | 0,365 | 0,855 | 0,490 | 2164,101 |
| 34,0 | 0,355 | 0,850 | 0,495 | 2141,217 |
| 35,0 | 0,365 | 0,870 | 0,505 | 2112,021 |
| 37,0 | 0,380 | 0,840 | 0,460 | 2035,653 |
| 39,0 | 0,385 | 0,840 | 0,455 | 1936,918 |
| 41,0 | 0,400 | 0,830 | 0,430 | 1817,734 |
| 43,0 | 0,415 | 0,780 | 0,365 | 1680,022 |
| 45,0 | 0,415 | 0,750 | 0,335 | 1525,702 |
| 48,0 | 0,420 | 0,650 | 0,230 | 1267,283 |
| 49,5 | 0,420 | 0,600 | 0,180 | 1127,705 |

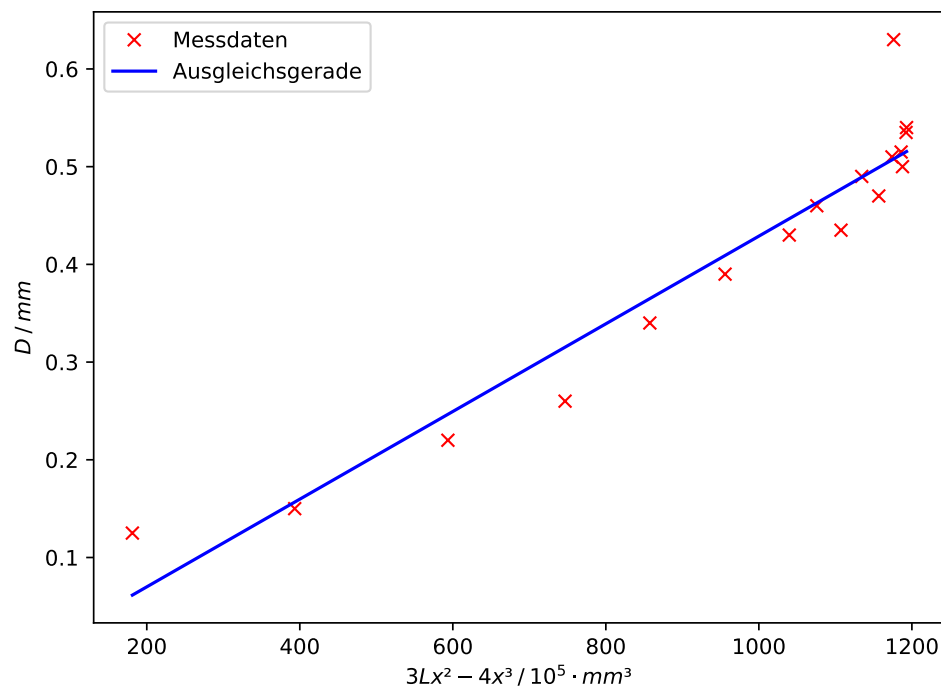


Abbildung 5: Messdaten für die rechte Seite eines beidseitig aufgelegten elastischen Stabes mit rechteckigem Querschnitt, aufgetragen gegen einen Linearisierungsterm.

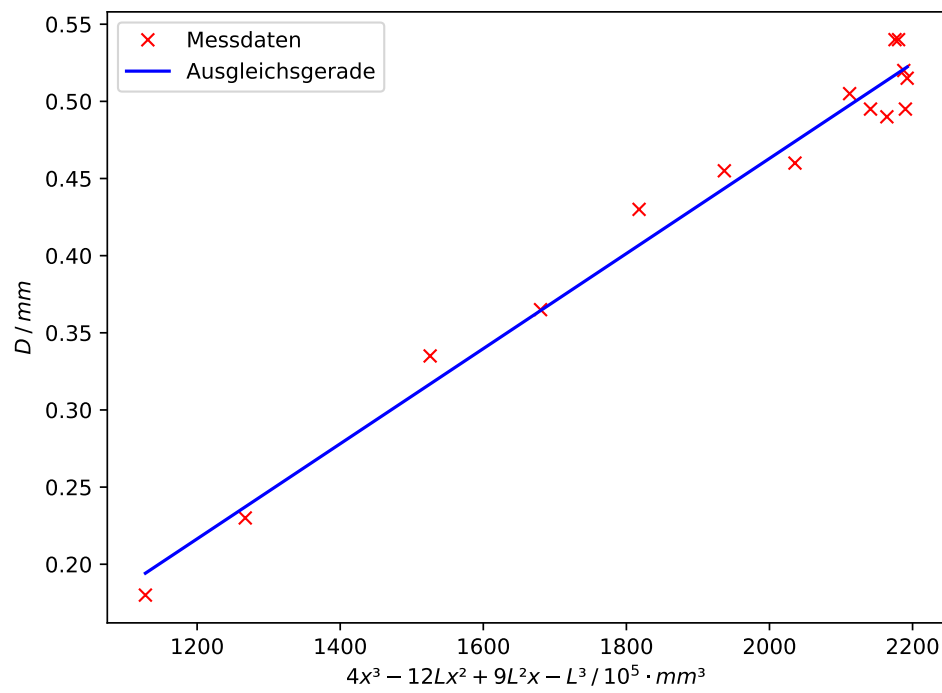


Abbildung 6: Messdaten für die linke Seite eines beidseitig aufgelegten elastischen Stabes mit rechteckigem Querschnitt, aufgetragen gegen einen Linearisierungsterm.

Bildet man aus diesen Werten den Mittelwert ergibt sich schließlich:

$$E_M = (8,0755 \pm 1,5055) \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2,$$

wobei der Fehler mit

$$\Delta E_M = \sqrt{(\Delta E_R)^2 + (\Delta E_L)^2}$$

berechnet wird.

4 Diskussion

Die Werte der Elastizitätsmodule ergeben sich zu

$$E_Q = (2,220 \pm 0,032) \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2,$$

$$E_K = (1,037 \pm 0,008) \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2.$$

Es ist zu erkennen, dass die Bestimmung dieser Elastizitätsmodule gut funktioniert, was sich dadurch äußert, dass der statistische Fehler beider Elastizitätsmodule etwa bei 1 % liegt. Systematische Abweichungen sind hier demnach nicht zu erkennen. Somit kann die theoretische Formel (1) zur Beschreibung der Biegung elastischer Stäbe (bei kleinen Auslenkungen gegenüber der Stablänge) als bestätigt angesehen werden.

Bei der Bestimmung des Elastizitätsmoduls eines beidseitig aufliegenden Stabes mit quadratischem Querschnitt erhält man folgenden Mittelwert:

$$E_M = (8,0755 \pm 1,5055) \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2.$$

Es ist zu erkennen, dass der statistische Fehler des Mittelwertes mit 18,64 % recht groß ist. Dies ist mit dem großen Unterschied der beiden Elastizitätsmodule der rechten und der linken Seite zu erklären. Ein möglicher Grund dafür ist, dass das angehängte Gewicht nicht exakt in der Mitte des Stabes plaziert worden ist. Somit resultiert eine leicht asymmetrische Biegung des Stabes. Daraus folgen auch für beide Seiten des Stabes unterschiedliche Elastizitätsmodule, da in der Herleitung von einer perfekt symmetrischen Durchbiegung ausgegangen wird.

Des Weiteren werden Folgerungen getroffen, aus welchem Material die Stäbe bestehen. Der einseitig eingespannte quadratische Stab scheint aus Stahl zu bestehen. Nicht rostender Stahl besitzt ein Elastizitätsmodul von $220\,000 \text{ N/mm}^2$ [2] und eine Dichte von $7,85 \text{ g/cm}^3$ [3], was gut zu dem ermittelten Wert passt. Die ermittelte Dichte des Stabes passt mit $7,74 \text{ g/cm}^3$ ebenfalls zu diesen Literaturwerten.

Der einseitig eingespannte runde Stab besteht anhand des Elastizitätsmoduls entweder aus Messing oder Kuper. Der Literaturwert des Elastizitätsmoduls von Messing variiert von 78 bis 123 GPa [4] und fasst damit den im Experiment ermittelten Wert mit ein. Das Gleiche gilt für Kupfer, dessen Literaturwert des Elastizitätsmoduls von 100 bis 130 GPa variiert. Die ermittelte Dichte des Stabes liegt bei $8,31 \text{ g/cm}^3$, was besser zu

dem Wert der Dichte von Messing mit $8,73 \text{ g/cm}^3$ [3] passt. Demnach scheint dieser Stab aus Messing zu bestehen.

Zuletzt wird der beidseitig aufliegende Stab betrachtet. Die Bestimmung des Materials anhand des Elastizitätsmoduls erweist sich als schwierig, da der statistische Fehler sehr groß ist und demnach viele Materialien in Betracht gezogen werden müssen. Die Dichte von $8,33 \text{ g/cm}^3$ deutet allerdings erneut auf Messing hin. Der ermittelte Elastizitätsmodul passt allerdings nicht zu dieser Deutung. Demnach scheint dieser falsch ermittelt worden zu sein, wie bereits vermutet.

5 Literaturverzeichnis

- [1]: TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 103: Biegung elastischer Stäbe.*
- [2]: <https://vergleichsspannung.de/glossar/e-modul/> (Werte entnommen am 01.12.2018)
- [3]: Wikibooks. https://de.wikibooks.org/wiki/Tabellensammlung_Chemie/_Dichte_fester_Stoffe (Werte entnommen am 01.12.2018)
- [4]: Wikipedia. <https://de.wikipedia.org/wiki/Elastizit%C3%A4tsmodul> (Werte entnommen am 01.12.2018)