

Nr. 406

Beugung am Spalt

Sara Krieg
sara.krieg@udo.edu

Marek Karzel
marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 30.04.2019

Abgabe: 07.05.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Einfachspalt	3
1.2	Doppelspalt	5
1.3	Fourier-Transformation	5
2	Durchführung	5
3	Auswertung	6
4	Diskussion	6

1 Theorie

In diesem Versuch wird die Beugung des Lichtes am Einzel- und Doppelspalt untersucht. Hierbei ist der Wellencharakter des Lichtes von besonderer Bedeutung. Mit Hilfe der Beugungsbilder sollen Rückschlüsse auf die Geometrie der Spalte geschlossen werden. Lichtbeugung tritt dann auf, wenn die Größe der verursachenden Hindernisse in der Größenordnung der Wellenlänge λ des Lichtes liegt. Es gibt zwei grundlegende Versuchsanordnungen, um diese Beugung zu untersuchen: Die Anordnung nach Fraunhofer und die nach Fresnel. Beide sind in Abbildung 1 dargestellt.

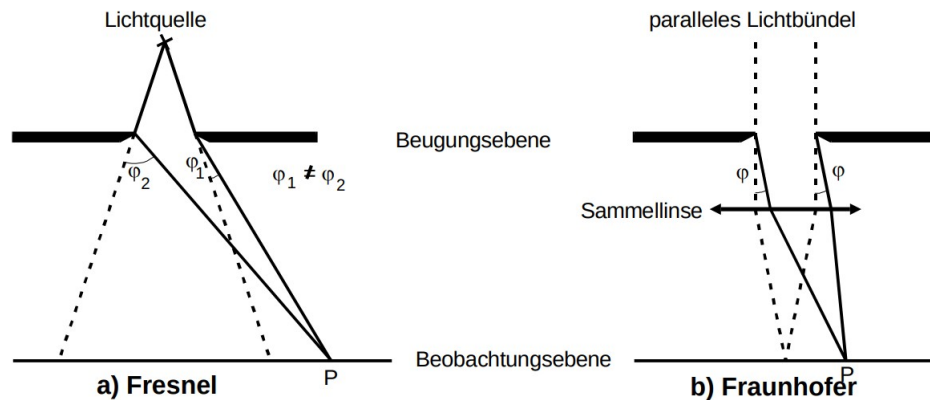


Abbildung 1: Fresnelsche und Fraunhofer Beugung an einem Spalt.[1]

Bei dem Aufbau nach Fresnel liegen sowohl die Bildebene als auch die Punktquelle im Endlichen. Dies führt dazu, dass die Lichtstrahlen unter verschiedenen Winkeln im Interferenzpunkt einfallen. Unter einer Verschiebung der Lichtquelle ins Unendliche resultiert stattdessen ein paralleles Lichtbündel mit einer ebenen Wellenfront. Dadurch interferieren im Punkt P nur diejenigen Lichtstrahlen, die unter dem gleichem Winkel φ gebeugt werden.

Dies entspricht der Betrachtung von Fraunhofer. Diese Näherung ist mathematisch relativ einfach zu beschreiben, weswegen in diesem Versuch nur diese betrachtet wird.

In diesem Versuch werden sowohl die Beugungseffekte an einem Einfachspalt als auch an einem Doppelspalt betrachtet.

1.1 Einfachspalt

Als Untersuchungsobjekt wird ein Spalt angenommen, dessen Länge sehr groß gegen die Breite sei, sodass das Lichtbündel nur in einer Koordinate begrenzt wird. Wenn nun eine ebene Welle (realisiert durch Linsen) auf diesen Spalt trifft, findet das Huygensche Prinzip Anwendung. Dies besagt, dass von jedem beliebigen Punkt einer Wellenfront eine Kugelwelle ausgeht. Durch Überlagerung dieser Kugelwellen ergibt sich eine neue Wellenfront, die die Einhüllende der ausgesandten Kugelwellen ist.

Um den Zustand an einem Punkt der Wellenfront zu beschreiben, gelingt dies durch eine

Überlagerung aller Kugelwellen, die zu einem bestimmten Zeitpunkt dort ankommen. Es ist also nötig über alle Strahlenbündel zu summieren, die unter einem Winkel Φ abgelenkt werden, um die Amplitude zu bestimmen. Dieses Strahlenbündel ist klein, sodass diese Integration in eine über die Spaltbreite b übergeht. Die einfallende Welle wird durch

$$A(z, t) = A_0 \exp \left(i \left(\omega t - 2\pi \frac{z}{\lambda} \right) \right)$$

beschrieben. Die Phasendifferenz von zwei Strahlen die in der Strahlebene den Abstand x besitzen, wie in Abbildung 2 dargestellt, beträgt nun

$$\delta = \frac{2\pi x \sin(\Phi)}{\lambda}.$$

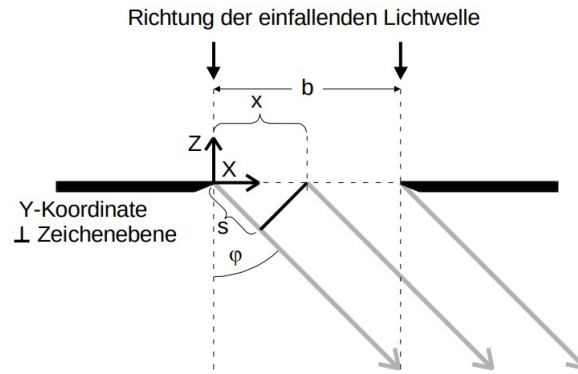


Abbildung 2: Skizze zur Ableitung einer Phasenbeziehung zwischen 2 Teilstrahlen bei der Fraunhoferschen Beugung am Spalt. [1]

Nach Ausführung der Integration und einigen Umformung ergibt sich schließlich für die Amplitude des in Φ -Richtung abgelenkten Strahlenbündels:

$$B(z, t, \phi) = A_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \cdot \exp \left(\frac{\pi i b \sin(\Phi)}{\lambda} \right) \cdot \frac{\lambda}{\pi \sin(\Phi)} \sin \left(\frac{\pi b \sin(\Phi)}{\lambda} \right).$$

Die beiden Exponentialfunktionen stellen dabei nur Phasenfunktionen dar, wobei die Erste die Orts- und Zeitabhängigkeit der Amplitude beschreibt und die Zweite einen richtungsabhängigen Phasenvektor darstellt. Daraus ergibt sich, dass nur die letzten beiden Terme für experimentelle Untersuchungen relevant sind. Da sich die Amplitude nicht direkt messen lässt wird nun die zeitlich gemittelte Intensität betrachtet. Dabei gilt:

$$I(\Phi) \propto B(\Phi)^2 = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\Phi)} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\Phi)}{\lambda} \right).$$

Diese wird niemals negativ und besitzt bei den Nulldurchgängen der Amplitudenfunktion $B(\Phi)$ Minima.

1.2 Doppelspalt

Die mathematische Betrachtung erfolgt analog zu der des Einzelspalts. Er wird als Überlagerung zweier Einzelspalte der Breite b betrachtet, die sich im Abstand s zueinander befinden. Dann ergibt sich die Intensitätsverteilung zu:

$$I(\Phi) \propto B(\Phi)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\pi s \sin(\Phi)}{\lambda} \right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\Phi)} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\Phi)}{\lambda} \right).$$

Diese Verteilung entspricht der des Einzelspaltes multipliziert mit einem \cos^2 -Term. Dies führt zu zusätzlichen Minima.

1.3 Fourier-Transformation

Die Amplitudenverteilung der Fraunhofer Beugung ist auch allgemeiner zugänglich, denn es zeigt sich, dass $B(\Phi)$ als Fouriertransformierte der Amplitudenverteilung der einfallenden Welle in der Beugungsebene aufgefasst werden kann. Wird $f(x)$ durch

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(ix\gamma) dx$$

in ihre Fouriertransformierte $g(\gamma)$ transformiert, so lässt sich diese durch geschickte Wahl von γ mit der Amplitudenverteilung, bisher als $B(\Phi)$ bezeichnet, identifizieren. Im Vorliegendem Fall des Einzelspaltes sei $f(x)$ gegeben als:

$$f(x) = \begin{cases} A_0, & 0 \leq x \leq b \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Wird dies in $g(\gamma)$ eingesetzt und daraufhin die Eulersche Formel angewendet, so ergeben sich Übereinstimmungen von $g(\gamma)$ und $B(\Phi)$ mit

$$\gamma = \frac{2\pi \sin(\Phi)}{\lambda},$$
$$g(\gamma) = \frac{2A_0}{\gamma} \cdot \exp\left(\frac{i\gamma b}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\gamma b}{2}\right).$$

Hieraus ergibt sich, dass die Fouriertransformierte das Huygensche Prinzip mathematisch formuliert.

2 Durchführung

Ein schematischer Aufbau ist in Abbildung 3 dargestellt.

Zunächst wird die Strecke L ausgemessen, die den Abstand zwischen dem Spalt und dem Photoelement angibt. Anschließend wird der erste Einzelspalt untersucht. Es ist darauf zu achten, dass vor jeder Messung bereits ein Strom I_{Dunkel} gemessen werden muss, da das Photoelement auch im unbeleuchteten Zustand eine Intensität wahrnimmt. Dazu

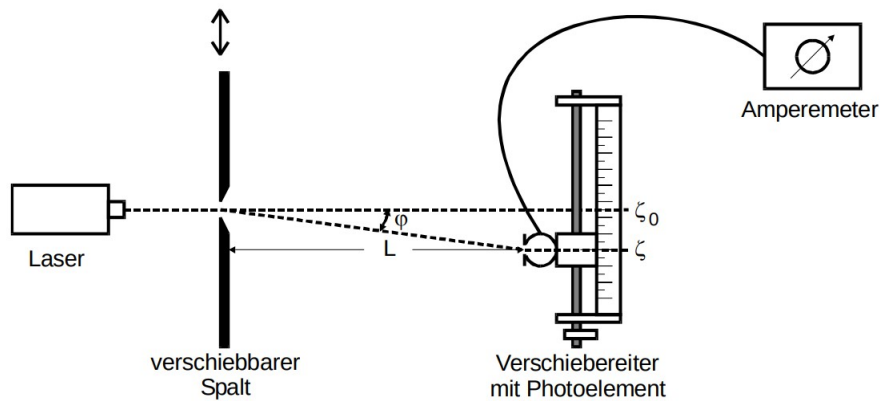


Abbildung 3: Versuchsanordnung zur Abmessung einer Beugungsfigur. [1]

wird das Photoelement mit einem kalten lichtundurchlässigem Gegenstand abgedeckt und daraufhin der Dunkelstrom I_{Dunkel} notiert. Für die eigentliche Intensitätsmessung wird der Gegenstand wieder entfernt und der angezeigte Strom I notiert.

Das Photoelement wird nach diesen beiden Messungen weiter verschoben und die nächsten Messungen werden durchgeführt. In der Nähe des Hauptmaximums wird das Photoelement in 0,25 mm Schritten bewegt, weiter außen in 0,5 mm bzw. 1 mm Schritten. Aus dieser Messung ergeben sich insgesamt Datentripel bestehend aus der Verschiebung x des Photoelements, des Dunkelstroms I_{Dunkel} und I .

Insgesamt wird das Photoelement in beide Richtung des Hauptmaximas um 25 mm verschoben.

Der zweite Einzelspalt und der Doppelspalt werden analog vermessen.

Als letzter Schritt werden die Spalte mit einem Mikroskop untersucht. Dazu wird zunächst ein Lineal mit dem Mikroskop betrachtet, um dessen Vergrößerung bestimmen zu können. Anschließend werden die Breiten b der Einzelspalte und des Doppelspalts, sowie der Spaltabstand s des Letzteren bestimmt und alle Werte notiert.

3 Auswertung

4 Diskussion