

Versuch Nr. 301

Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

Sara Krieg
sara.krieg@udo.edu

Marek Karzel
marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 30.10.2018

Abgabe: 06.11.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Durchführung	4
3	Auswertung	5
3.1	Bestimmung von U_0 und R_i der Monozelle	5
3.2	Bestimmung von U_0 und R_i der Monozelle mit Gegenspannung	8
3.3	Bestimmung von U_0 und R_i des Rechteckausgangs eines RC-Generators .	8
3.4	Bestimmung von U_0 und R_i des Sinusausgangs eines RC-Generators . . .	8
4	Diskussion	11
	Literatur	11

1 Theorie

Ziel des Versuches ist es, Leerlaufspannungen und Innenwiderstände verschiedener Spannungsquellen zu bestimmen.

Unter dem Begriff "Spannungsquelle" wird ein Gerät verstanden, dass über einen endlichen Zeitraum konstante elektrische Leistung liefern kann. Beispiele sind Galvanische Elemente, Dynamos oder LC - Generatoren. Als Leerlaufspannung U_0 bezeichnet man diejenige Spannung, die anliegt, wenn der Quelle kein Strom I entnommen wird. Wird ein Verbraucher an die Quelle angeschlossen, sinkt die "Klemmspannung" U_k auf einem Wert unter U_0 ab. Es gilt also $U_k < U_0$. Dies kann man durch die Zuordnung eines Innenwiderstandes R_i zu der Spannungsquelle erklären. Das Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle ist in Abbildung 1 in dem gestrichelten Bereich dargestellt.

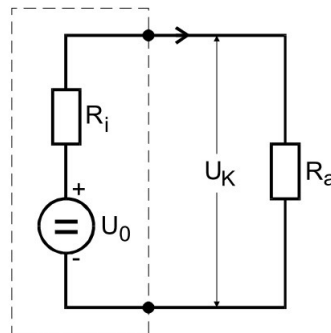


Abbildung 1: Ersatzschaltbild für eine reale Spannungsquelle mit Lastwiderstand R_a

Das Zweite Kirchhoffsche Gesetz, die Maschenregel, besagt, dass die Summe der Leerlaufspannungen gleich der Summe der Spannungsabfälle an den Widerständen der Masche ist. Angewandt auf unsere Schaltung ergibt sich:

$$U_k = I \cdot R_a = U_0 - I \cdot R_i \quad (1)$$

Daraus folgt direkt, dass U_k mit zunehmendem Stromfluss abnehmen muss. Möchte man nun U_0 messen, ist es dementsprechend sinnvoll ein Spannungsmessgerät mit hohem Innenwiderstand zu verwenden. Da $I = \frac{U}{R}$ gilt, wird durch einen hohen Widerstand der durch das Messgerät fließende Strom minimiert. Dadurch kann in (1) $I \cdot R_i$ vernachlässigt werden, sodass $U_0 \approx U_k$ gilt.

R_i sorgt außerdem dafür, dass der Spannungsquelle keine beliebig hohe elektrische Leistung entnommen werden kann. Das wird deutlich durch Betrachtung der Leistung:

$$P = I^2 \cdot R_a \quad (2)$$

Durch Umformen von (1) nach I ergibt sich:

$$I = \frac{U_0}{R_a + R_i} \quad (3)$$

Einsetzen von (3) in (2) liefert:

$$P = \frac{U_0^2 \cdot R_a}{(R_a + R_i)^2} \quad (4)$$

Dies ist eine Funktion für die Leistung, die abhängig von R_a ist. Untersucht man $P(R_a)$ genauer, so stellt man fest, dass die Funktion ein Maximum durchläuft. Um festzustellen, an welcher Stelle dieses Maximum liegt, wird (4) zunächst abgeleitet.

$$\frac{\partial P}{\partial R_a} = \frac{U_0^2 \cdot (R_i^2 - R_a^2)}{(R_a + R_i)^4} \quad (5)$$

Das Maximum ergibt sich nun durch Nullsetzen der ermittelten Ableitung.

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial R_a} &= 0 \\ \Leftrightarrow U_0^2 (R_i^2 - R_a^2) &= 0 \\ \Leftrightarrow R_a &= R_i \end{aligned}$$

Der letzte Schritt ergibt sich, da $R_a, R_i > 0$ gilt. Das bedeutet, dass die Leistung genau dann maximal wird, wenn der Innenwiderstand R_i der Spannungsquelle genau dem Lastwiderstand R_a entspricht. Diesen Fall nennt man Leistungsanpassung.

Auch Generatoren kann ein Innenwiderstand zugeordnet werden. Dieser muss allerdings eine differentielle Größe

$$R_i = \frac{dU_k}{dI} \quad (6)$$

sein, da die Änderung des Belastungsstroms das elektrische Verhalten des Generators beeinflusst.

[1]

2 Durchführung

Bei diesem Experiment werden vier Messungen durchgeführt.

Zunächst wird die Leerlaufspannung einer Monozelle unmittelbar mit einem Spannungsmesser ermittelt. Der Eingangswiderstand R_v wird dabei notiert.

Danach wird die Klemmspannung U_k in Abhängigkeit vom Belastungsstrom I gemessen. Dazu wird der Aufbau gemäß 2 verwendet. Der Belastungswiderstand R_a wird in einem Bereich von 0 - 50Ω variiert. Dabei werden 14 Messwerte für U_k und I notiert.

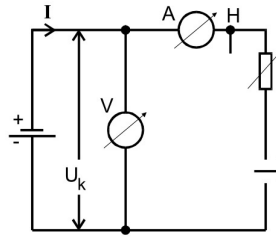


Abbildung 2: Messschaltung zur Bestimmung von U_0 und R_i

Im nächsten Schritt wird eine Gegenspannung an die Monozelle gemäß 3 angelegt. Diese ist zirka 2V größer als die Leerlaufspannung U_0 . Dadurch fließt ein Strom in entgegengesetzter Richtung durch die Schaltung. Wie zuvor wird U_k in Abhängigkeit von I gemessen.

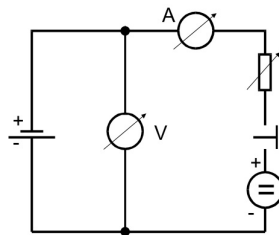


Abbildung 3: Verwendung einer Gegenspannung

Bei der letzten Messung benutzt man einen Aufbau gemäß 2. Statt einer Monozelle als Spannungsquelle wird allerdings der Sinus- und Rechteckausgang eines RC - Generators verwendet. Für jeden Ausgang werden jeweils 11 und 17 Messwerte notiert. Bei der Rechteckspannung liegt der Variationsbereich von R_a bei 20 - 250 Ω und bei der Sinusspannung bei 0.1 - 5 k Ω . Zu beachten ist, dass die Eichung der Messgeräte nur für einen bestimmten Frequenzbereich gültig sind. Deswegen wird die Frequenz der Spannungen auf einen Wert in diesem Bereich festgelegt.

3 Auswertung

3.1 Bestimmung von U_0 und R_i der Monozelle

Es wird die Klemmspannung U_k in Abhängigkeit des Stromes I gemessen. Die aufgenommenen Werte sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Es wird eine lineare Regression durchgeführt, um die Leerlaufspannung und den Innenwiderstand zu berechnen. Hierfür verwenden wir Python. Es ergibt sich die in ?? dargestellte Ausgleichsgerade.

Tabelle 1: Spannungs- und Stromwerte der Monozelle

U_k / V	I / mA
1.550	25.0
1.525	27.5
1.500	31.0
1.450	38.0
1.425	46.0
1.400	49.5
1.350	57.0
1.300	61.5
1.250	77.5
1.200	85.0
1.100	110.0
0.700	175.0
0.450	215.0
0.400	225.0

Tabelle 2: Spannungs- und Stromwerte der Monozelle unter Gegenspannung

U_k / V	I / mA
1.900	40.0
1.925	42.0
1.950	45.5
1.975	52.5
2.000	55.5
2.050	65.0
2.100	73.0
2.150	82.5
2.200	90.0
2.250	101.0
2.300	105.0
2.400	120.0
2.500	140.0
2.700	170.0
3.000	220.0

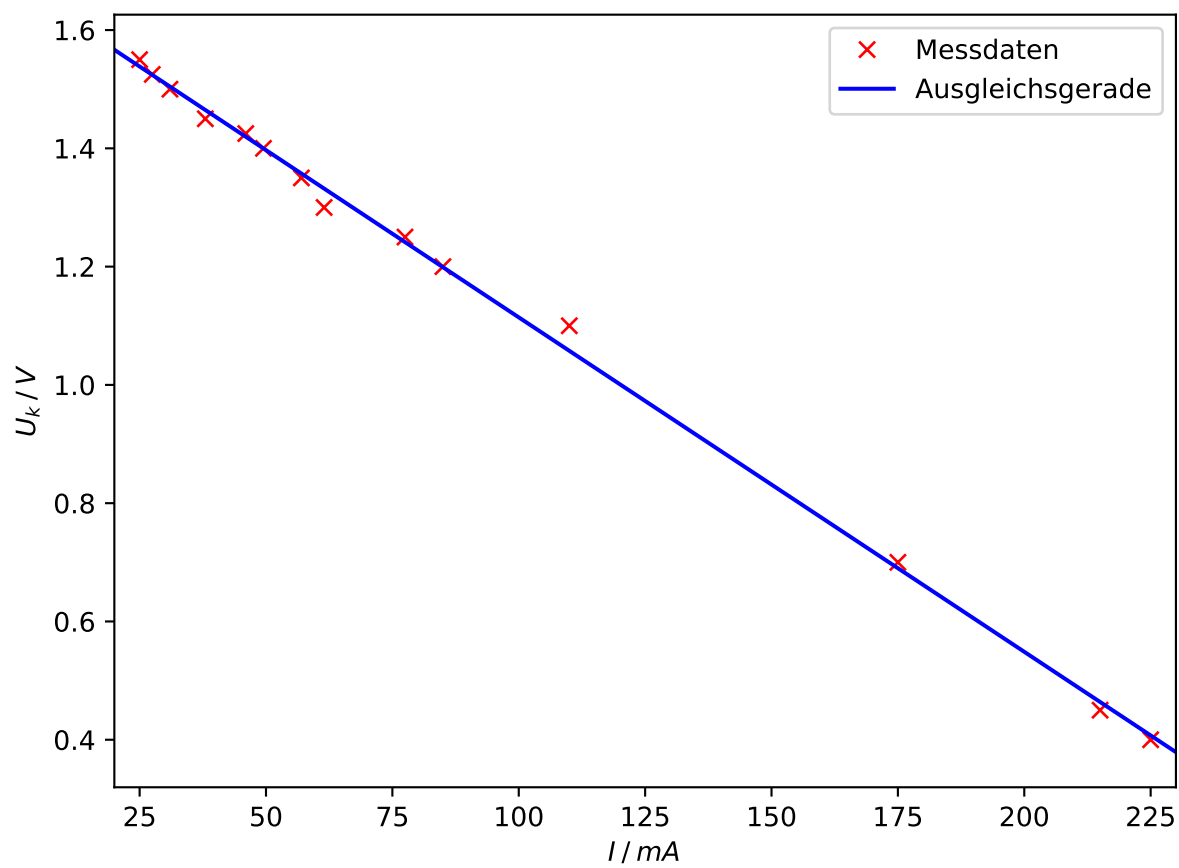


Abbildung 4: Plot1

3.2 Bestimmung von U_0 und R_i der Monozelle mit Gegenspannung

3.3 Bestimmung von U_0 und R_i des Rechteckausgangs eines RC-Generators

Tabelle 3: Spannungs- und Stromwerte der Rechteckspannung

U_k / V	I / mA
0.54	2.15
0.52	2.50
0.50	2.85
0.48	3.25
0.46	3.65
0.42	4.55
0.38	5.20
0.35	5.80
0.30	6.75
0.25	7.7
0.20	8.55

3.4 Bestimmung von U_0 und R_i des Sinusausgangs eines RC-Generators

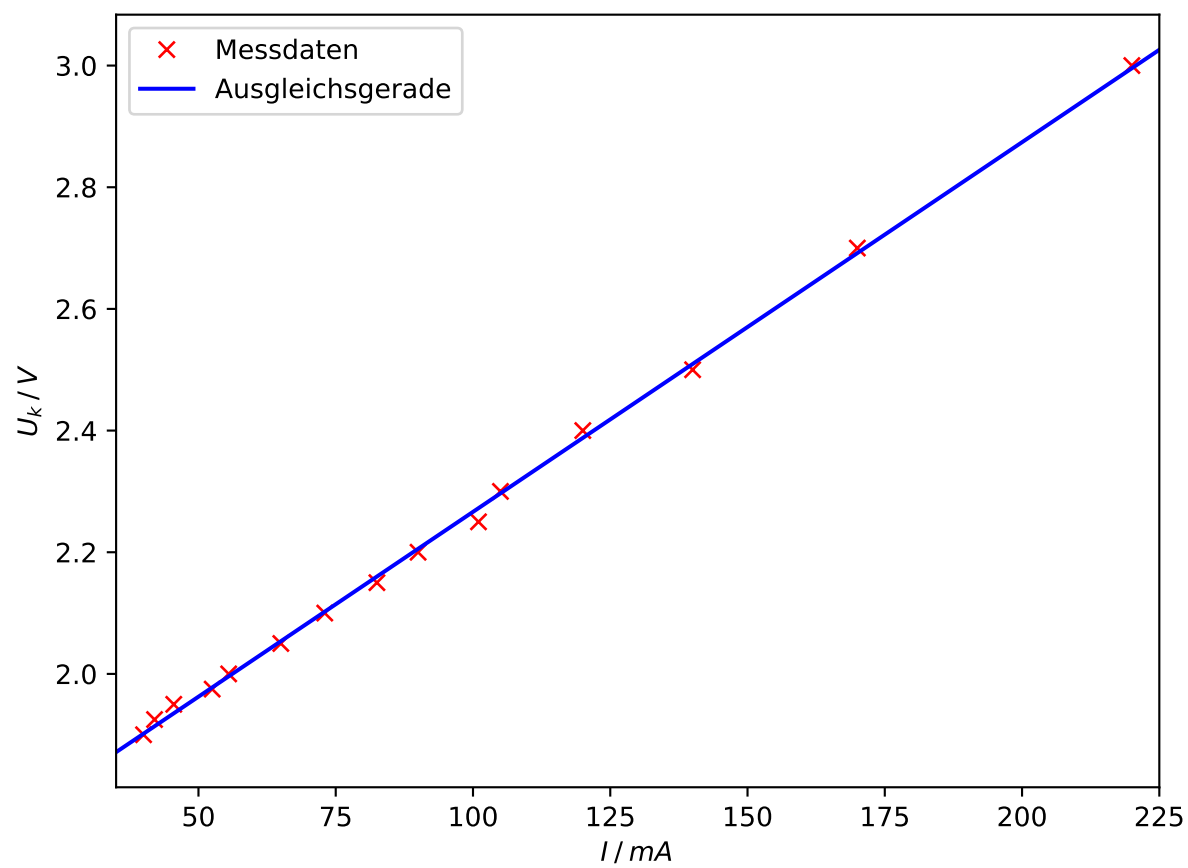


Abbildung 5: Plot2

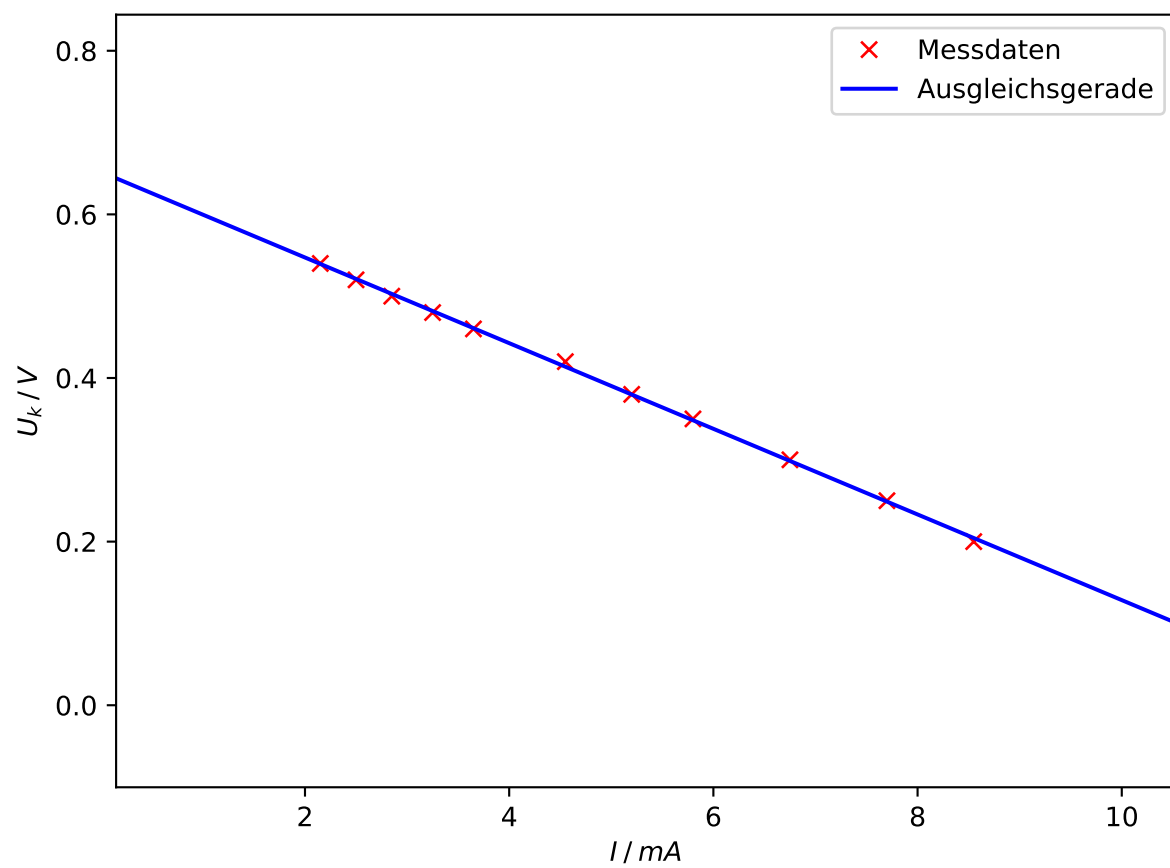


Abbildung 6: Plot3

Tabelle 4: Spannungs- und Stromwerte der Sinusspannung

U_k / V	I / mA
2.100	0.355
2.000	0.600
1.900	0.650
1.800	0.850
1.750	0.950
1.700	1.050
1.650	1.100
1.600	1.200
1.550	1.275
1.500	1.350
1.450	1.425
1.400	1.500
1.375	1.575
1.300	1.650
1.250	1.725
1.000	2.125
0.750	2.550

4 Diskussion

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch zum Literaturverzeichnis*. 2014.