

Versuch Nr. 301

# **Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen**

Sara Krieg  
sara.krieg@udo.edu

Marek Karzel  
marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 30.10.2018

Abgabe: 06.11.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

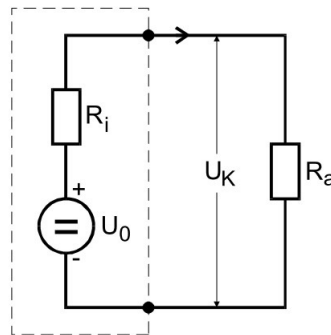
## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
3.1	Bestimmung von $U_0$ und $R_i$ der Monozelle . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>7</b>

# 1 Theorie

Ziel des Versuches ist es, Leerlaufspannungen und Innenwiderstände verschiedener Spannungsquellen zu bestimmen.

Unter dem Begriff "Spannungsquelle" wird ein Gerät verstanden, dass über einen endlichen Zeitraum konstante elektrische Leistung liefern kann. Beispiele sind Galvanische Elemente, Dynamos oder LC - Generatoren. Als Leerlaufspannung  $U_0$  bezeichnet man diejenige Spannung, die anliegt, wenn der Quelle kein Strom  $I$  entnommen wird. Wird ein Verbraucher an die Quelle angeschlossen, sinkt die "Klemmspannung"  $U_k$  auf einem Wert unter  $U_0$  ab. Es gilt also  $U_k < U_0$ . Dies kann man durch die Zuordnung eines Innenwiderstandes  $R_i$  zu der Spannungsquelle erklären. Das Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle ist in Abbildung 1 in dem gestrichelten Bereich dargestellt.



**Abbildung 1:** Ersatzschaltbild für eine reale Spannungsquelle mit Lastwiderstand  $R_a$

Das Zweite Kirchhoffsche Gesetz, die Maschenregel, besagt, dass die Summe der Leerlaufspannungen gleich der Summe der Spannungsabfälle an den Widerständen der Masche ist. Angewandt auf unsere Schaltung ergibt sich:

$$U_k = I \cdot R_a = U_0 - I \cdot R_i \quad (1)$$

Daraus folgt direkt, dass  $U_k$  mit zunehmendem Stromfluss abnehmen muss. Möchte man nun  $U_0$  messen, ist es dementsprechend sinnvoll ein Spannungsmessgerät mit hohem Innenwiderstand zu verwenden. Da  $I = \frac{U}{R}$  gilt, wird durch einen hohen Widerstand der durch das Messgerät fließende Strom minimiert. Dadurch kann in (1)  $I \cdot R_i$  vernachlässigt werden, sodass  $U_0 \approx U_k$  gilt.

$R_i$  sorgt außerdem dafür, dass der Spannungsquelle keine beliebig hohe elektrische Leistung entnommen werden kann. Das wird deutlich durch Betrachtung der Leistung:

$$P = I^2 \cdot R_a \quad (2)$$

Durch Umformen von (1) nach  $I$  ergibt sich:

$$I = \frac{U_0}{R_a + R_i} \quad (3)$$

Einsetzen von (3) in (2) liefert:

$$P = \frac{U_0^2 \cdot R_a}{(R_a + R_i)^2} \quad (4)$$

Dies ist eine Funktion für die Leistung, die abhängig von  $R_a$  ist. Untersucht man  $P(R_a)$  genauer, so stellt man fest, dass die Funktion ein Maximum durchläuft. Um festzustellen, an welcher Stelle dieses Maximum liegt, wird (4) zunächst abgeleitet.

$$\frac{\partial P}{\partial R_a} = \frac{U_0^2 \cdot (R_i^2 - R_a^2)}{(R_a + R_i)^4} \quad (5)$$

Das Maximum ergibt sich nun durch Nullsetzen der ermittelten Ableitung.

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial R_a} &= 0 \\ \Leftrightarrow U_0^2 (R_i^2 - R_a^2) &= 0 \\ \Leftrightarrow R_a &= R_i \end{aligned}$$

Der letzte Schritt ergibt sich, da  $R_a, R_i > 0$  gilt. Das bedeutet, dass die Leistung genau dann maximal wird, wenn der Innenwiderstand  $R_i$  der Spannungsquelle genau dem Lastwiderstand  $R_a$  entspricht. Diesen Fall nennt man Leistungsanpassung.

Auch Generatoren kann ein Innenwiderstand zugeordnet werden. Dieser muss allerdings eine differentielle Größe

$$R_i = \frac{dU_k}{dI} \quad (6)$$

sein, da die Änderung des Belastungsstroms das elektrische Verhalten des Generators beeinflusst.

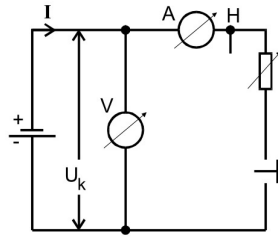
[sample]

## 2 Durchführung

Bei diesem Experiment werden vier Messungen durchgeführt.

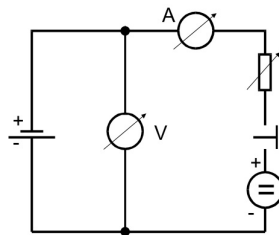
Zunächst wird die Leerlaufspannung einer Monozelle unmittelbar mit einem Spannungsmesser ermittelt. Der Eingangswiderstand  $R_v$  wird dabei notiert.

Danach wird die Klemmspannung  $U_k$  in Abhängigkeit vom Belastungsstrom  $I$  gemessen. Dazu wird der Aufbau gemäß 2 verwendet. Der Belastungswiderstand  $R_a$  wird in einem Bereich von 0 - 50Ω variiert. Dabei werden 14 Messwerte für  $U_k$  und  $I$  notiert.



**Abbildung 2:** Messschaltung zur Bestimmung von  $U_0$  und  $R_i$

Im nächsten Schritt wird eine Gegenspannung an die Monozelle gemäß 3 angelegt. Diese ist zirka 2V größer als die Leerlaufspannung  $U_0$ . Dadurch fließt ein Strom in entgegengesetzter Richtung durch die Schaltung. Wie zuvor wird  $U_k$  in Abhängigkeit von  $I$  gemessen.



**Abbildung 3:** Verwendung einer Gegenspannung

Bei der letzten Messung benutzt man einen Aufbau gemäß 2. Statt einer Monozelle als Spannungsquelle wird allerdings der Sinus- und Rechteckausgang eines RC - Generators verwendet. Für jeden Ausgang werden jeweils 11 und 17 Messwerte notiert. Bei der Rechteckspannung liegt der Variationsbereich von  $R_a$  bei 20 - 250 $\Omega$  und bei der Sinusspannung bei 0.1 - 5 k $\Omega$ . Zu beachten ist, dass die Eichung der Messgeräte nur für einen bestimmten Frequenzbereich gültig sind. Deswegen wird die Frequenz der Spannungen auf einen Wert in diesem Bereich festgelegt.

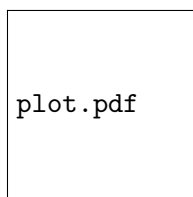
### 3 Auswertung

#### 3.1 Bestimmung von $U_0$ und $R_i$ der Monozelle

Es wird die Klemmspannung  $U_k$  in Abhängigkeit des Stromes  $I$  gemessen. Die aufgenommenen Werte sind in 1 aufgeführt.

**Tabelle 1:** Spannungs- und Stromwerte der Monozelle

$U_k / \text{V}$	$I / \text{mA}$
1.550	25.0
1.525	27.5
1.500	31.0
1.450	38.0
1.425	46.0
1.400	49.5
1.350	57.0
1.300	61.5
1.250	77.5
1.200	85.0
1.100	110.0
0.700	175.0
0.450	215.0
0.400	225.0



**Abbildung 4:** Plot.

## 4 Diskussion