Nr. 207

Das Kugelfall Viskosimeter nach Höppler

Sara Krieg
sara.krieg@udo.edu

Marek Karzel
marek.karzel@udo.edu

Durchführung: 06.11.2018 Abgabe: 13.11.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie **3**

2 Durchführung **4**

3 Auswertung **5**

3.1 Viskosität von Wasser 5

3.2 Temperaturabhängigkeit der Viskosität 7

3.3 Reynolds Zahl 7

4 Diskussion **9**

1 Theorie

Bei diesem Versuch soll die Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität von destilliertem Wasser mit Hilfe der Kugelfall Methode nach Höppler ermittelt werden. Dazu wird die Apperaturkonstante des verwendeten Viskosimeters ermittelt. Es muss desweiteren mit Hilfe der Reynoldzahl überprüft werden, ob laminare Strömungsverhältnisse gegeben sind.

Zunächst werden die Kräfte betrachtet, die auf einem Körper wirken, der sich durch eine Flüssigkeit bewegt:

$$F_{ges} = F_g - F_a - F_r \tag{1}$$

Dabei bezeichnet F_g die Gravitationskraft, F_a die Auftriebskraft und F_r die Reibungskraft, welche hier zunächst ohne Beweis als Stokesche Reibung angenommen wird. Somit ergibt sich:

$$F_{ges} = \rho_K \cdot V_K \cdot g - (\rho_K - \rho_F) \cdot V_K - 6\pi \cdot \eta \cdot v \cdot r \tag{2}$$

Dabei ist ρ_K die Dichte der Kugel, V_K das Volumen der Kugel, ρ_F die Dichte der verwendeten Flüssigkeit, η die Viskosität, v die Geschwindigkeit mit der die Kugel fällt und r ihr Radius. Die Geschwindigkeit v wird konstant, sobald sich ein Kräftegleichgewicht zwischen den wirkenden Kräften einstellt.

Der Begriff Viskosität η lässt sich als "Zähflüssigkeit" interpretieren. Diese Größe ist materialabhängig, was intuitiv klar ist, wenn man betrachtet, dass sich zum Beispiel Honig sehr viel zähflüssiger bewegt als Wasser, was bedeutet, dass die Viskosität von Honig weitaus höher ist. Demnach werden Bewegungen von Flüssigkeiten durch die dynamische Viskosität dieser charakterisiert. Bestimmen lässt sich η zum Beispiel mit dem Kugelfallviskosimeter nach Höppler, welches hier verwendet wird. Dabei gilt die folgende empirische Gleichung:

$$\eta = K \cdot (\rho_K - \rho_F) \cdot t \tag{3}$$

Mit der Falldauer t, sowie der Apperaturkonstanten K. Die dynamische Viskosität wird als dynamisch bezeichnet, weil sie stark temperaturabhängig ist. Häufig gilt die Andradesche Gleichung:

$$\eta(T) = A \cdot exp(\frac{B}{T}) \tag{4}$$

Dabei sind A und B Konstanten.

Diese Zusammenhänge gelten allerdings nur für sogenannte "Newtonsche Fluide", in denen der Geschwindigkeitsverlauf linear ist. Vorraussetzung für solche Fluide sind laminare Strömungsverhältnisse, bei denen die Flüssigkeitsschichten wirbelfrei aneinander abgleiten. Erst wenn solche Strömungsverhältnisse gegeben sind, kann die Reibungskraft als Stokesche Reibung angenommen werden. Ob eine Strömung laminar oder turbulent ist, kann anhand der Reynolds-Zahl abgeschätzt werden.

$$Re = \frac{\rho_F \cdot v_m \cdot 2r}{\eta} \tag{5}$$

Dabei bezeichnet ρ_F die Dichte und η die Viskosität der Flüssigkeit. v_m ist die mittlere Geschwindigkeit der Kugel und r ihr Radius. Erhält man für Re einen Wert, der unter 2000 liegt, so kann man davon ausgehen, dass die Strömung laminar ist.

[**sample**]

2 Durchführung

Das verwendete Viskosimeter ist in Abbildung 1 dargestellt.

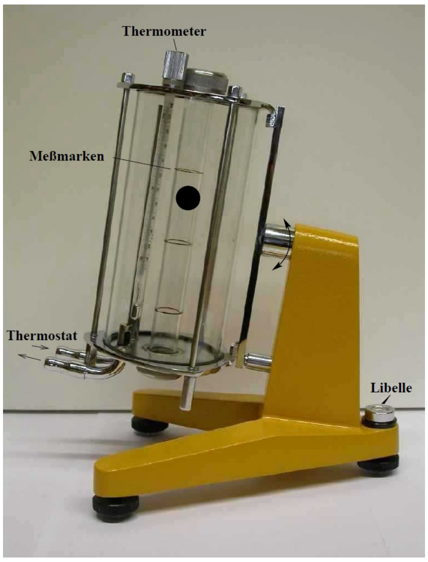

Abbildung 1: Höppler Viskosimeter

Drei an dem inneren Rohr befindliche Messmarken makieren eine Strecke von 10 cm. Umgeben wird das Rohr von Wasser, dessen Temperatur durch ein angeschlossenes Thermostat samt Pumpe geregelt wird. An einem Thermometer kann die momentane Temperatur abgelesen werden. Durch Abschrauben des Deckels kann das Glasrohr im Inneren mit dem Fluid und der Kugel befüllt werden. Die gesamte Zylinderstruktur lässt sich um 180° rotieren. Eine Libelle zeigt an, ob sich der Aufbau in Waage befindet. Für das Experiment stehen zwei Glaskugeln mit unterschiedlichen Radien zur Verfügung.

Zunächst werden die Radien der beiden Glaskugeln und das Gewicht mit einer Waage bestimmt. Daraus lässt sich jeweils die Dichte bestimmen. Danach wird das Viskosimeter in Waage gebracht und danach mit destilliertem Wasser befüllt. Entstandene Luftblässchen werden mit einem Glasstab entfernt und danach die kleinere der beiden Kugeln in die Flüssigkeit eingetaucht. Das Viskosimeter wird verschlossen und mit Stopuhr gemessen, wielange die Kugel benötigt, um die 10 cm Flüssigkeit bei Raumtemperatur zu durchlaufen. Der Vorgang wird durch kippen des Glaszylinders insgesamt 10 Mal wiederholt, bevor auch die zweite Kugel auf die selbe Art verwendet wird. Es entstehen folglich für jede Kugel 10 Messwerte, außerdem wird die Temperatur des Wassers notiert.

Da man nun auch die Temperaturabhängigkeit messen will, wird das Thermostat angeschaltet. Das Wasserbad wird bis zu 70°C aufgeheizt. Um zu gewährleisten, dass das destillierte Wasser im Inneren ebenfalls die neue Temperatur angenommen hat, wird eine Wartezeit von einer Minute eingehalten. Auf diese Weise werden für die große Kugel Fallzeiten bei 10 Temperaturen von 21.5°C bis 70°C ermittelt. Jede Fallzeit wird dabei zwei Mal gemessen.

3 Auswertung

3.1 Viskosität von Wasser

Zunächst wird die Dichte der beiden Kugeln berechnet. Für die Kugeln ergaben sich die in Tabelle 1 dargestellten Messwerte für den Durchmesser und die Masse, sowie die daraus berechneten Werte für das jeweilige Volumen und die Dichte.

Tabelle 1: Messwerte für Durchmesser, Masse und berechnetes Volumen und Dichte

$d\,/\,\mathrm{mm}$	$m\,/\,\mathrm{g}$	$V\,/\,\mathrm{cm}^3$	$\rho\,/\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
15.8	5.38	2.07	2.60
15.6	4.95	1.99	2.49

Zunächst wurde die Fallzeit der kleinen und großen Kugel bei 21.5°C jeweils 10 Mal gemessen. Die ermittelten Werte sind in Tabelle 4 aufgetragen.

Tabelle 2: Messwerte für die Fallzeiten

$t\,(kleine\ Kugel)\,/\,\mathrm{s}$	$t\,(grosse\ Kugel)\,/\,\mathrm{s}$
12.47	79.95
12.53	80.32
12.33	80.27
12.29	80.10
12.12	80.04
12.38	79.84
12.46	80.15
12.53	79.18
12.46	80.15
12.41	79.92

Aus diesen Werten werden Mittelwert und Standardabweichung gebildet. t_g ist dabei die Fallzeit der großen und t_k die Fallzeit der kleinen Kugel.

$$t_g = (12{,}40 \pm 0{,}12)\,\mathrm{s}$$
$$t_k = (80{,}00 \pm 0{,}31)\,\mathrm{s}$$

Nun berechnet sich die Viskosität η des Wassers nach (3). Die Apperaturkonstante der kleinen Kugel ist gegeben mit

$$K_k = 0{,}0764\,\frac{\mathrm{mPa\,cm^3}}{\mathrm{g}} \tag{6}$$

Mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial\eta}{\partial t}\right)^2 \cdot (\Delta t)^2} \tag{7}$$
$$= \sqrt{(K \cdot (\rho_K - \rho_F))^2 \cdot (\Delta t)^2} \tag{8}$$

und der Dichte des Wassers

$$\rho_F = 998{,}8\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} \tag{9}$$

ergibt sich folgender Wert für die Viskosität η:

$$\eta = (0{,}009\,114 \pm 0{,}000\,035)\,\mathrm{kg/(ms)} \tag{10}$$

Aus diesem Wert kann die Apperaturkonstante K der großen Kugel bestimmt werden. Dafür wird die Formel 3 nach K umgestellt:

$$K = \frac{\eta}{(\rho_K - \rho_F) \cdot t} \tag{11}$$

Mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta K = \sqrt{\left(\frac{\partial K}{\partial \eta} \cdot \Delta\eta\right)^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial t} \cdot \Delta t\right)^2} \tag{12}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{1}{(\rho_K - \rho_F) \cdot t} \cdot \Delta\eta\right)^2 + \left(\frac{-\eta}{(\rho_K - \rho_F) \cdot t^2} \cdot \Delta t\right)^2} \tag{13}$$

ergibt sich für K:

$$K = (76{,}40 \pm 0{,}32)\,\frac{\mathrm{nm^2}}{\mathrm{s^2}} \tag{14}$$

Tabelle 3: Temperaturabhängige Fallzeiten und Viskositäten

T / K	$\frac{1}{T}$ / mK^{-1}	t / s		$\bar{t}$	η / g m/s
300.15	3.33	72.00	71.18	71.59 ± 0.41	8.16 ± 0.006
304.15	3.29	66.13	65.47	65.80 ± 0.33	7.50 ± 0.005
308.15	3.25	61.93	60.90	61.42 ± 0.52	7.00 ± 0.007
315.15	3.17	53.89	53.58	53.74 ± 0.16	6.12 ± 0.003
319.65	3.13	49.50	49.77	49.64 ± 0.14	5.66 ± 0.003
323.65	3.09	44.95	46.20	45.58 ± 0.63	5.18 ± 0.007
328.15	3.05	43.30	43.16	43.23 ± 0.07	4.93 ± 0.002
333.15	3.00	40.30	40.29	40.30 ± 0.01	4.60 ± 0.002
338.15	2.96	38.43	37.80	38.11 ± 0.32	4.34 ± 0.004
343.15	2.91	36.40	36.18	36.29 ± 0.11	4.12 ± 0.002

3.2 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Die für 10 Temperaturen zwischen 21°C und 70°C gemessenen Fallzeiten sind in Tabelle 3 eingetragen.

In der Tabelle sind die jeweiligen Mittelwerte der Fallzeiten mit deren Standardabweichung aus den beiden Messungen für eine Temperatur aufgeführt. Außerdem wird die jeweilige Viskosität nach Formel (3) ausgerechnet und deren Fehler durch die Gaußsche Fehlerfortpflanzung nach (8) berechnet.

Nun wird $ln(\eta)$ gegen $1/T$ in Abbildung 2 aufgetragen.

Die lineare Regression, durchgeführt mit Python und Numpy, liefert folgende Geradengleichung:

$$\ln \eta = B \cdot \frac{1}{T} + \ln A \tag{15}$$

Dabei ergeben sich die Parameter zu:

$$A = \exp\left(-10.353 \pm 0.1742\right) = (3{,}19 \cdot 10^{-5} \pm 5{,}56 \cdot 10^{-6}) \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}}$$
$$B = (1658{,}4320 \pm 55{,}8256)\,\mathrm{K}$$

3.3 Reynolds Zahl

Mit den berechneten Werten lässt sich nun die Reynoldszahl für die jeweiligen Temperaturen berechnen. Die Ergebnisse für die große Kugel sind in Tabelle 4 aufgeführt.

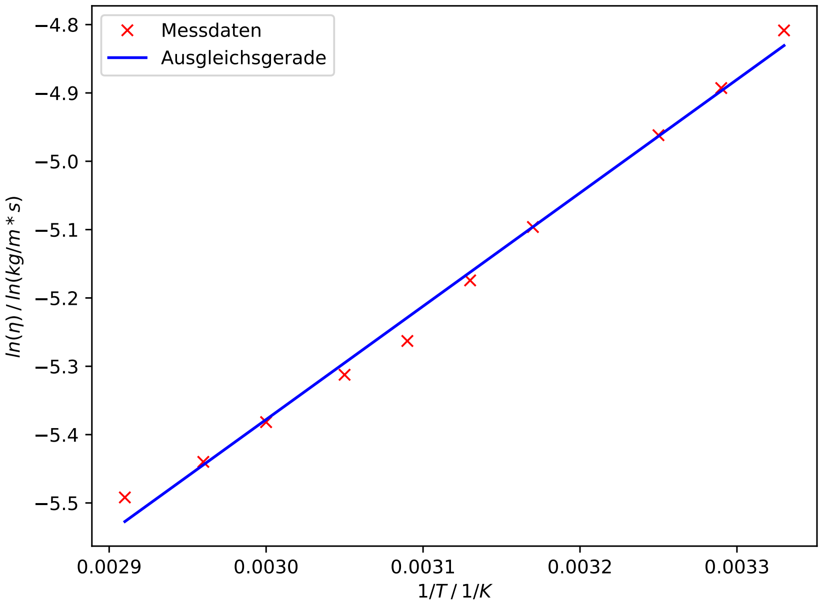

Abbildung 2: Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Tabelle 4: Temperaturabhängige Reynoldszahl

T / K	v / mm/s	Re
300.15	1.397 ± 0.008	0.3182± 0.0021
304.15	1.520 ± 0.008	0.3767± 0.0023
308.15	1.682 ± 0.014	0.4320± 0.0040
315.15	1.861 ± 0.006	0.5650± 0.0040
319.65	2.015 ± 0.006	0.6617± 0.0029
323.65	2.199 ± 0.030	0.7890± 0.0110
328.15	2.313 ± 0.004	0.8721± 0.0032
333.15	2.481 ± 0.001	1.0025± 0.0033
338.15	2.624 ± 0.022	1.1240± 0.0100
343.15	2.762 ± 0.008	1.2460± 0.0050

4 Diskussion