

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет “Львівська політехніка”
Інститут комп’ютерних наук та інформаційних технологій
Кафедра автоматизованих систем управління



ГРАФІЧНО-РОЗРАХУНКОВА РОБОТА

з дисципліни

“Математичні методи дослідження операцій”

для студентів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

спеціальності 122 “Комп’ютерні науки”

Мета графічно-розрахункової роботи:

закріпити і поглибити теоретичні знання методів розв'язання задач дослідження операцій, сформувані практичні навички розв'язання задач.

Вимоги до звіту з РГР

Звіт про виконання розрахунково-графічної роботи повинен містити:

- титульна сторінка (зразок додається нижче);
- індивідуальне завдання (варіант визначено викладачем);
- виконання всіх пунктів індивідуального завдання;
- висновки по кожному завданню.

Оформити звіт слід засобами текстового редактора.

Шрифт – Times New Roman 14 pt, інтервал 1,15.

Параметри сторінки: розмір А4; відступи: зліва 25 мм, зверху і знизу 20 мм, справа 10 мм.

Обов'язково додати нумерацію сторінок (знизу, справа), та прізвище автора на кожній сторінці (знизу, зліва).

Варіанти завдань розрахунково-графічної роботи
з дисципліни «Математичні методи дослідження операцій»

Варіант – порядковий номер студента у журналі групи.

Завдання 1. Одновимірна оптимізація.

Знайти мінімальне / максимальне значення функції $f(x)$ на проміжку $[a, b]$. Точку x^* визначити з точністю $\varepsilon = 0.01$. Розрахунки зробити вручну двома методами, вказати кількість ітерацій, необхідних для досягнення заданої точності. Зробити висновок про ефективність методів. Варіанти завдань наведено в таблиці.

| № п/п | Функція | Інтервал | f_{\min} / f_{\max} | Метод |
|-------|---|------------------|-----------------------|--|
| 1. | $f(x) = x - 0.5x^2 + x^3 - (1/7)x^7$ | [1;1.5] | f_{\min} | Пауела Ділення інтервалу наполовину |
| 2. | $f(x) = 5x + x^2 - 0.25x^4$ | [2;3] | f_{\max} | Загального перебору Пауела |
| 3. | $f(x) = 1 + x - 2.5x^2 + 0.25x^4$ | [0;1] | f_{\max} | Ньютона-Рафсона Ділення інтервалу наполовину |
| 4. | $f(x) = 2x + 3.5x^2 - (5/3)x^3 + 0.5x^4$ | [0;0.5] | f_{\min} | Золотого січення Ньютона-Рафсона |
| 5. | $f(x) = 2x^2 - (x+1)^4$ | [-3;2] | f_{\max} | Пауела Золотого січення |
| 6. | $f(x) = 2x + x^2 - (1/5)x^3$ | [-1;-0.5] | f_{\min} | Ділення інтервалу наполовину Ньютона-Рафсона |
| 7. | $f(x) = x - 2x^2 + (1/5)x^5$ | [1;2] | f_{\min} | Загального перебору Пауела |
| 8. | $f(x) = 1 - 6x - 3x^2 - x^6$ | [-1;0] | f_{\max} | Золотого січення Ньютона-Рафсона |
| 9. | $f(x) = 2x^2 + 3(5-x)^{4/3}$ | [1.5;2] | f_{\min} | Пауела Загального перебору |
| 10. | $f(x) = 20x - 5x^2 + 8x^{5/4}$ | [3;3.5] | f_{\max} | Золотого січення Пауела |
| 11. | $f(x) = x + x^2 - x^3 + (2/3)x^4 - (4/5)x^5 + (5/3)x^6$ | [-1;0] | f_{\min} | Пауела Ділення інтервалу наполовину |
| 12. | $f(x) = x \sin(x) + 2 \cos(x)$ | $[\pi/4; \pi/3]$ | f_{\min} | Ділення інтервалу наполовину Ньютона-Рафсона |
| 13. | $f(x) = \sqrt{1+x^2} + e^{-2x}$ | [0;1] | f_{\min} | Загального перебору Пауела |
| 14. | $f(x) = 72x + 6x^2 - 8x^3 - x^4$ | [1.5;2] | f_{\max} | Загального перебору Ньютона-Рафсона |
| 15. | $f(x) = 2x - x^2 - e^{-x}$ | [1;1.5] | f_{\min} | Ділення інтервалу наполовину Ньютона-Рафсона |

| | | | | |
|-----|--|--------------|------------|--|
| 16. | $f(x) = 2\sin(x) - \operatorname{tg}(x)$ | $0; \pi/4]$ | f_{\max} | Пауела Ділення інтервалу наполовину |
| 17. | $f(x) = 1 - 32x + 4x^2 + x^4$ | $[1;2]$ | f_{\min} | Золотого січення Пауела |
| 18. | $f(x) = 1 + 4x + 2x^2$ | $[-1;0]$ | f_{\min} | Ньютона-Рафсона Загального перебору |
| 19. | $f(x) = 2 + 5x - 10x^2 - 5x^3 - x^5$ | $[-3;2]$ | f_{\max} | Ділення інтервалу наполовину Пауела |
| 20. | $f(x) = 3 + 120x - 4x^2 - x^4$ | $[2.5;3]$ | f_{\min} | Золотого січення Ньютона-Рафсона |
| 21. | $f(x) = 80x - 30x^2 - 0.25x^4$ | $[1;2]$ | f_{\max} | Ділення інтервалу наполовину |
| 22. | $f(x) = 1 + 2x + 0.5x^2 - (1/6)x^6$ | $[1;1.5]$ | f_{\max} | Загального перебору Пауела |
| 23. | $f(x) = 10x \lg(x/e) - x^2/2$ | $[0.5;1]$ | f_{\min} | Ньютона-Рафсона Загального перебору |
| 24. | $f(x) = 0.5x^2 + x(\lg(x/e) - 2)$ | $[1.5;2]$ | f_{\min} | Пауела Загального перебору |
| 25. | $f(x) = (1/3)x^2 + x(\ln x - 1)$ | $[0.5;1]$ | f_{\max} | Золотого січення Пауела |
| 26. | $f(x) = (1/3)x^3 - (1+x)(\ln(1+x) - 1)$ | $[-0.5;0.5]$ | f_{\min} | Ділення інтервалу наполовину Ньютона-Рафсона |
| 27. | $f(x) = (1/\ln(2))2^x - 2x^2$ | $[3.5;4.5]$ | f_{\min} | Загального перебору Пауела |
| 28. | $f(x) = (1/3)x^3 - e^x - 2x$ | $[-2;1]$ | f_{\max} | Ньютона-Рафсона Ділення інтервалу наполовину |
| 29. | $f(x) = x - 0.5x^2 + \cos(x)$ | $[0;1]$ | f_{\max} | Золотого січення Ньютона-Рафсона |
| 30. | $f(x) = 0.5x^2 - \sin(x)$ | $[0.5;1]$ | f_{\min} | Пауела Ділення інтервалу наполовину |

Завдання 2. Лінійне програмування.

- Сформувати таблицю вхідних даних задачі відповідно до варіанту (різні задачі для парних і непарних варіантів);
- Побудувати математичну модель задачі з поясненням змінних, обмежень і цільової функції;
- Привести математичну модель задачі ЛП до канонічної форми;
- *Знайти рішення задачі: вручну, або з використанням Excel – пошук рішення, або з використанням MathCAD, або скласти власну програму.
- Вихідні дані для задачі подано у таблиці 1.

Задача для парних варіантів.

Підприємство випускає n видів продукції з використанням m видів обмежених ресурсів. Відомі наступні величини:

$b_i (i = \overline{1, m})$ – запас ресурсу i -го виду;

$a_{ij} (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$ – кількість ресурсу i -го виду, що йде на виготовлення одиниці продукції j -го виду;

$c_j (j = \overline{1, n})$ – доход від реалізації одиниці продукції j -го виду.

Потрібно скласти такий план випуску продукції, щоб при її реалізації одержати максимальний доход.

Задача для непарних варіантів.

Є n типів спеціалізованих автомобілів для перевезення поштових відправлень. Необхідно за певним маршрутом перевезти m видів поштових відправлень (контейнери, посилки, мішки). Відомі наступні величини:

$b_i (i = \overline{1, m})$ – кількість поштових відправлень i -го виду, які необхідно перевезти;

$a_{ij} (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$ – місткість поштових відправлень i -го виду, за один рейс автомобіля j -го типу;

$c_j (j = \overline{1, n})$ – витрати на один рейс автомобіля j -го типу.

Потрібно скласти такий план перевезення поштових відправлень, щоб при їхньому перевозі витрати були мінімальні.

Таблиця 1.

| № варіанту | a_{11} | a_{12} | a_{13} | a_{21} | a_{22} | a_{23} | a_{31} | a_{32} | a_{33} | b_1 | b_2 | b_3 | c_1 | c_2 | c_3 |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 8 | 20 | 14 | 16 | 10 | 13 | 12 | 9 | 21 | 360 | 250 | 350 | 16 | 14 | 13 |
| 2 | 9 | 10 | 21 | 14 | 13 | 20 | 14 | 15 | 10 | 400 | 270 | 360 | 17 | 16 | 8 |
| 3 | 10 | 11 | 16 | 10 | 12 | 19 | 15 | 13 | 9 | 380 | 280 | 370 | 20 | 9 | 14 |
| 4 | 11 | 12 | 10 | 11 | 15 | 17 | 16 | 14 | 7 | 360 | 280 | 380 | 15 | 10 | 17 |
| 5 | 12 | 13 | 11 | 12 | 13 | 10 | 17 | 12 | 8 | 510 | 420 | 390 | 5 | 13 | 16 |
| 6 | 13 | 14 | 12 | 13 | 9 | 12 | 19 | 10 | 12 | 490 | 410 | 400 | 7 | 11 | 12 |
| 7 | 14 | 15 | 13 | 14 | 11 | 7 | 20 | 17 | 13 | 470 | 400 | 430 | 9 | 12 | 13 |
| 8 | 11 | 16 | 14 | 16 | 10 | 9 | 18 | 15 | 10 | 450 | 390 | 420 | 11 | 13 | 14 |
| 9 | 10 | 17 | 15 | 18 | 9 | 17 | 16 | 13 | 11 | 430 | 370 | 410 | 13 | 14 | 11 |
| 10 | 2 | 18 | 16 | 20 | 7 | 17 | 14 | 11 | 16 | 410 | 350 | 390 | 15 | 15 | 8 |
| 11 | 7 | 19 | 17 | 19 | 8 | 16 | 12 | 10 | 11 | 390 | 330 | 400 | 17 | 16 | 9 |
| 12 | 8 | 20 | 18 | 18 | 9 | 15 | 9 | 12 | 19 | 370 | 310 | 340 | 19 | 17 | 10 |
| 13 | 9 | 21 | 19 | 17 | 10 | 9 | 11 | 13 | 9 | 350 | 200 | 350 | 21 | 18 | 11 |
| 14 | 10 | 18 | 16 | 16 | 13 | 18 | 13 | 14 | 8 | 330 | 210 | 360 | 20 | 19 | 13 |
| 15 | 11 | 17 | 19 | 15 | 14 | 6 | 15 | 18 | 7 | 310 | 230 | 370 | 19 | 20 | 15 |
| 16 | 12 | 8 | 20 | 14 | 16 | 7 | 17 | 19 | 9 | 320 | 250 | 356 | 18 | 8 | 17 |
| 17 | 13 | 14 | 8 | 13 | 20 | 9 | 19 | 17 | 11 | 340 | 270 | 290 | 17 | 9 | 19 |
| 18 | 14 | 9 | 16 | 12 | 22 | 8 | 10 | 15 | 8 | 360 | 290 | 260 | 16 | 10 | 6 |
| 19 | 15 | 10 | 20 | 11 | 21 | 14 | 12 | 13 | 9 | 380 | 290 | 330 | 15 | 12 | 7 |
| 20 | 16 | 12 | 19 | 10 | 20 | 11 | 14 | 11 | 15 | 400 | 300 | 320 | 14 | 14 | 8 |
| 21 | 17 | 13 | 18 | 9 | 19 | 12 | 16 | 10 | 16 | 420 | 320 | 310 | 13 | 16 | 9 |
| 22 | 18 | 14 | 17 | 8 | 18 | 15 | 18 | 9 | 14 | 440 | 340 | 300 | 12 | 18 | 16 |
| 23 | 19 | 15 | 16 | 7 | 17 | 15 | 22 | 8 | 12 | 460 | 360 | 290 | 11 | 21 | 15 |
| 24 | 18 | 17 | 15 | 6 | 16 | 14 | 9 | 16 | 13 | 480 | 380 | 280 | 10 | 20 | 14 |
| 25 | 21 | 16 | 14 | 5 | 15 | 13 | 12 | 14 | 9 | 500 | 400 | 270 | 9 | 19 | 13 |
| 26 | 22 | 9 | 10 | 4 | 14 | 12 | 11 | 12 | 17 | 520 | 420 | 260 | 8 | 18 | 12 |
| 27 | 14 | 20 | 7 | 21 | 9 | 16 | 19 | 17 | 15 | 280 | 410 | 380 | 14 | 12 | 9 |
| 28 | 20 | 17 | 8 | 20 | 8 | 15 | 18 | 9 | 12 | 290 | 420 | 390 | 13 | 11 | 10 |
| 29 | 19 | 24 | 9 | 19 | 7 | 14 | 17 | 10 | 8 | 300 | 400 | 400 | 9 | 14 | 12 |
| 30 | 18 | 23 | 10 | 18 | 19 | 13 | 16 | 13 | 10 | 310 | 410 | 410 | 10 | 9 | 8 |

Завдання 3. Багатопараметрична оптимізація.

Розв'язати задачу багатопараметричної оптимізації вказаним методом прямого пошуку. Цільова функція – це функція двох змінних, тип екстремуму вказано у варіанті (мінімум/максимум). Зробити висновок про ефективність методу. Варіанти завдань наведено в таблиці.

| № п.п. | Функція | Метод |
|--------|--------------------------------------|---|
| 1. | $x^2 + xy + 3y^2 - 12x - 15y + 2$ | Знайти мінімум за допомогою методу пошуку по симплексу |
| 2. | $-x^2 - 2xy - 5y^2 + 12x + 15y$ | Знайти максимум методом Нелдера-Міда |
| 3. | $x^2 + 4xy + 2y^2 - 6x - 8y$ | Знайти мінімум методом Хука-Джівса |
| 4. | $-x^2 - xy - 3y^2 + 12x + 11y - 6$ | Знайти максимум за допомогою методу пошуку по симплексу |
| 5. | $x^2 + 2xy + y^2 - 3x - 14y$ | Знайти мінімум методом Нелдера-Міда |
| 6. | $3x^2 - 2xy + 4y^2 - 3x + 2y + 5$ | Знайти мінімум методом Хука-Джівса |
| 7. | $3x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x - 10y$ | Знайти мінімум за допомогою методу пошуку по симплексу |
| 8. | $-2x^2 + 2xy - 2y^2 + 12x + 12y + 3$ | Знайти максимум методом Хука-Джівса |
| 9. | $-2x^2 - 5xy - 2y^2 + 20x + 15y + 2$ | Знайти максимум за допомогою методу пошуку по симплексу |
| 10. | $x^2 + xy + 2y^2 - 5x - 10y - 10$ | Знайти мінімум методом Нелдера-Міда |
| 11. | $x^2 + 4y^2 - xy - 6x - 4y + 2$ | Знайти мінімум за допомогою методу пошуку по симплексу |
| 12. | $-4x^2 - 2xy - y^2 + 16x + 10y - 2$ | Знайти максимум методом Хука-Джівса |
| 13. | $-2x^2 - 5xy - 4y^2 + 3x - 5y + 6$ | Знайти максимум за допомогою методу пошуку по симплексу |
| 14. | $4x^2 - 2xy + 2y^2 - 12x - 2y + 4$ | Знайти мінімум методом Нелдера-Міда |
| 15. | $2x^2 + 2y^2 - xy - 16x - 10y - 2$ | Знайти мінімум за допомогою методу пошуку по симплексу |
| 16. | $-2x^2 + xy - y^2 + 12x + y + 5$ | Знайти максимум методом Хука-Джівса |
| 17. | $-2x^2 - xy - 4y^2 + 20x + 12y - 4$ | Знайти максимум за допомогою методу пошуку по симплексу |
| 18. | $x^2 - xy + 3y^2 - 12x - 14y + 6$ | Знайти мінімум методом Нелдера-Міда |
| 19. | $x^2 + 2xy + 4y^2 - 3x - 6y + 8$ | Знайти мінімум за допомогою методу пошуку по симплексу |

| | | |
|-----|--------------------------------------|---|
| 20. | $-x^2 - xy - 3y^2 + 10x + 14y - 2$ | Знайти максимум методом Хука-Джівса |
| 21. | $4x^2 + xy + 5y^2 - 50x + 60y - 5$ | Знайти мінімум за допомогою методу пошуку по симплексу |
| 22. | $3x^2 - 3xy + 2y^2 - 10x - 8y + 5$ | Знайти мінімум методом Хука-Джівса |
| 23. | $-8x^2 - 4xy - 6y^2 + 16x + 10y + 2$ | Знайти максимум за допомогою методу пошуку по симплексу |
| 24. | $5x^2 - xy + y^2 - 10x - y - 5$ | Знайти мінімум методом Нелдера-Міда |
| 25. | $-4x^2 - 4xy - 2y^2 - 2x + 10y + 8$ | Знайти максимум методом Хука-Джівса |
| 26. | $x^2 + 3xy + y^2 - 10x - 12y - 6$ | Знайти мінімум за допомогою методу пошуку по симплексу |
| 27. | $-2x^2 - xy - 5y^2 - 4x + 5y - 6$ | Знайти максимум методом Нелдера-Міда |
| 28. | $5x^2 + 3xy + y^2 + 3x - 4y$ | Знайти мінімум методом Хука-Джівса |
| 29. | $-x^2 - 3xy - 2y^2 - x + 5y + 3$ | Знайти максимум за допомогою методу пошуку по симплексу |
| 30. | $5x^2 + 3xy + 4y^2 + 5x - y - 4$ | Знайти мінімум методом Нелдера-Міда |

Завдання 4. Градієнтні методи.

Розв'язати задачу знаходження мінімуму функції, використовуючи вказаний градієнтний метод. Зробити висновок про ефективність методу. Варіанти завдань наведено в таблиці.

| № п.п. | Функція, початкова точка | Метод пошуку |
|--------|--|--------------------------------|
| 1. | $f(x) = 6x_1^2 + 4x_1x_2 + 3x_2^2 - 3x_1, \quad x^{(0)} = [8, 8]^T$ | Метод Коші |
| 2. | $f(x) = 4x_1^2 + 2x_1x_2 + 5x_2^2 + 2x_2, \quad x^{(0)} = [9, 9]^T$ | Метод Ньютона |
| 3. | $f(x) = 5x_1^2 + 2.8x_1x_2 + 4.2x_2^2, \quad x^{(0)} = [7.0, 7.2]^T$ | Метод Марквардта |
| 4. | $f(x) = 4x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^2 + x_1, \quad x^{(0)} = [0, 0]^T$ | Метод Флетчера-Рівса |
| 5. | $f(x) = 3.5x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2^2 + 2x_1, \quad x^{(0)} = [0, 0]^T$ | Метод Девідона-Флетчера-Пауела |
| 6. | $f(x) = 2x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 - x_2, \quad x^{(0)} = [4, 4.5]^T$ | Метод Ньютона |
| 7. | $f(x) = 4x_1^2 - 2x_1x_2 + 3.5x_2^2 - x_1, \quad x^{(0)} = [5, 5]^T$ | Метод Коші |
| 8. | $f(x) = 5x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2^2 - x_1 + x_2, \quad x^{(0)} = [5, 2]^T$ | Метод Марквардта |
| 9. | $f(x) = 2x_1^2 - 6x_1x_2 + 7x_2^2 - 2x_1, \quad x^{(0)} = [1, 1]^T$ | Метод Девідона-Флетчера-Пауела |
| 10. | $f(x) = 2x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^2 + x_1 - x_2, \quad x^{(0)} = [2, 1]^T$ | Метод Флетчера-Рівса |
| 11. | $f(x) = 8x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2 - 2x_2, \quad x^{(0)} = [6, 6]^T$ | Метод Ньютона |
| 12. | $f(x) = 4x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^2 + x_1 - 2x_2, \quad x^{(0)} = [1, 0]^T$ | Метод Марквардта |
| 13. | $f(x) = 6x_1^2 - 8x_1x_2 + 3x_2^2 + x_1 + 4x_2, \quad x^{(0)} = [0, 0]^T$ | Метод Девідона-Флетчера-Пауела |
| 14. | $f(x) = 3x_1^2 - 7x_1x_2 + 3.5x_2^2 + 3x_2, \quad x^{(0)} = [2, 5]^T$ | Метод Коші |
| 15. | $f(x) = 2x_1^2 - 7x_1x_2 + 3x_2^2 + x_1 - x_2, \quad x^{(0)} = [2, 1]^T$ | Метод Флетчера-Рівса |
| 16. | $f(x) = 2x_1^2 - 5x_1x_2 + 3x_2^2 + x_1 - x_2, \quad x^{(0)} = [0, 0]^T$ | Метод Ньютона |
| 17. | $f(x) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_2^2 + x_1 - 3x_2, \quad x^{(0)} = [0, -1.5]^T$ | Метод Марквардта |

| | | |
|-----|--|--------------------------------|
| 18. | $f(x) = 2.8x_1^2 - x_1x_2 + 3.3x_2^2 - 2x_1 + 4x_2, x^{(0)} = [0, 0]^T$ | Метод Флетчера-Рівса |
| 19. | $f(x) = 4x_1^2 - 7.5x_1x_2 + 3x_2^2 - 3x_1 - 3x_2, x^{(0)} = [0, 0]^T$ | Метод Девідона-Флетчера-Пауела |
| 20. | $f(x) = 5.4x_1^2 - 7.2x_1x_2 + 6x_2^2 - 10x_1 - x_2, x^{(0)} = [2, 2]^T$ | Метод Марквардта |
| 21. | $f(x) = 8x_1^2 - 6x_1x_2 + 3x_2^2 - 7x_1 + 10x_2, x^{(0)} = [1.5, 2.5]^T$ | Метод Коші |
| 22. | $f(x) = 8.5x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2 + 4x_1 - 2.4x_2, x^{(0)} = [1.7, 1.7]^T$ | Метод Ньютона |
| 23. | $f(x) = 12x_1^2 - x_1x_2 + 3x_2^2 - 2x_1 + 10x_2, x^{(0)} = [0.5, 0.1]^T$ | Метод Девідона-Флетчера-Пауела |
| 24. | $f(x) = 2x_1^2 - 7x_1x_2 + 3x_2^2 + 0.7x_1 - 4x_2, x^{(0)} = [1.2, 1.2]^T$ | Метод Флетчера-Рівса |
| 25. | $f(x) = 7x_1^2 + 2.8x_1x_2 + 4x_2^2, x^{(0)} = [7.5, 7.5]^T$ | Метод Марквардта |
| 26. | $f(x) = 4x_1^2 - 2x_1x_2 + 3.5x_2^2 - x_1 + 10x_2, x^{(0)} = [0.5, 0.5]^T$ | Метод Коші |
| 27. | $f(x) = x_1^2 - 5x_1x_2 + 4x_2^2 - x_1 + 10x_2, x^{(0)} = [2, 1.2]^T$ | Метод Флетчера-Рівса |
| 28. | $f(x) = 2x_1^2 - 7x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 + 3x_2, x^{(0)} = [0.1, 0.1]^T$ | Метод Девідона-Флетчера-Пауела |
| 29. | $f(x) = x_1^2 + 4x_1x_2 + 3x_2^2 + 10x_1 - 8x_2, x^{(0)} = [0, 0.1]^T$ | Метод Марквардта |
| 30. | $f(x) = 4x_1^2 - 7.5x_1x_2 + 3x_2^2 - 3x_1 - 3x_2, x^{(0)} = [0, 0]^T$ | Метод Девідона-Флетчера-Пауела |

Завдання 5. Транспортна задача.

Знайти оптимальний план транспортної задачі, якщо відома матриця вартості перевезень (C_{ij}) одиниці вантажу, запаси (a_i) і потреби (b_j) вантажів. Задачу розв'язати методом мінімальної вартості (або північно-західного кута, або Фогеля) та перевірити на оптимальність методом потенціалів. Порівняти початковий опорний план і оптимальний план, зробити висновок. Побудувати математичну модель транспортної задачі, а також двоїсту до неї.

Варіанти завдань наведено нижче.

$$1. C_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 3 & 5 & 10 \\ 12 & 8 & 5 & 7 \\ 6 & 7 & 4 & 8 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = 350; & 250; & 150, \\ b_j = 100; & 230; & 120; & 180. \end{matrix}$$

$$2. C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 8 & 10 \\ 4 & 2 & 6 & 5 \\ 7 & 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = 200; & 350; & 250, \\ b_j = 140; & 305; & 240; & 100. \end{matrix}$$

$$3. C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 5 & 10 \\ 13 & 10 & 2 & 8 \\ 10 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = 150; & 250; & 100, \\ b_j = 250; & 70; & 65; & 185. \end{matrix}$$

$$4. C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = 250; & 120; & 220, \\ b_j = 240; & 160; & 100; & 80. \end{matrix}$$

$$5. C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 4 \\ 10 & 11 & 8 & 10 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = 190; & 180; & 120, \\ b_j = 270; & 140; & 100; & 110. \end{matrix}$$

$$6. C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 & 3 \\ 5 & 7 & 7 & 6 \\ 3 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = 200; & 150; & 250, \\ b_j = 180; & 140; & 120; & 80. \end{matrix}$$

$$7. C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 12 & 10 \\ 10 & 12 & 11 & 13 \\ 10 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = 450; & 150; & 180, \\ b_j = 220; & 180; & 210; & 150. \end{matrix}$$

$$8. C_{ij} = \begin{pmatrix} 14 & 13 & 12 & 11 \\ 8 & 10 & 12 & 9 \\ 10 & 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = 200; & 190; & 130, \\ b_j = 120; & 180; & 200; & 200. \end{matrix}$$

$$9. C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 7 & 12 \\ 10 & 8 & 9 & 11 \\ 10 & 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}, \begin{matrix} a_i = 280; & 190; & 160, \\ b_j = 180; & 210; & 170; & 120. \end{matrix}$$

$$10. C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 3 & 10 \\ 3 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 280; 180; 90, \\ b_j &= 220; 100; 200; 70. \end{aligned}$$

$$11. C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 7 \\ 9 & 8 & 10 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 120; 130; 90, \\ b_j &= 95; 105; 130; 70. \end{aligned}$$

$$12. C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 6 \\ 9 & 7 & 10 & 11 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 200; 170; 250, \\ b_j &= 190; 130; 230; 110. \end{aligned}$$

$$13. C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 9 & 14 & 13 \\ 4 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 10 & 9 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 180; 140; 220, \\ b_j &= 100; 110; 140; 160. \end{aligned}$$

$$14. C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 7 & 8 & 10 & 9 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 120; 140; 100, \\ b_j &= 85; 115; 120; 90. \end{aligned}$$

$$15. C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 6 & 8 \\ 10 & 8 & 7 & 11 \\ 10 & 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 280; 150; 120, \\ b_j &= 170; 220; 160; 130. \end{aligned}$$

$$16. C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 3 & 4 \\ 9 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 170; 130; 80, \\ b_j &= 160; 180; 120; 140. \end{aligned}$$

$$17. C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 7 & 8 \\ 2 & 10 & 5 & 9 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 340; 160; 200, \\ b_j &= 180; 220; 185; 135. \end{aligned}$$

$$18. C_{ij} = \begin{pmatrix} 13 & 12 & 10 & 11 \\ 7 & 10 & 6 & 8 \\ 4 & 3 & 4 & 9 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 190; 110; 90, \\ b_j &= 100; 110; 120; 80. \end{aligned}$$

$$19. C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 2 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 180; 140; 120, \\ b_j &= 160; 100; 140; 30. \end{aligned}$$

$$20. C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 3 \\ 5 & 7 & 3 & 4 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 170; 130; 250, \\ b_j &= 160; 180; 140; 120. \end{aligned}$$

$$21. C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 & 7 \\ 7 & 6 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 210; 170; 190, \\ b_j &= 180; 200; 150; 120. \end{aligned}$$

$$22. C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 9 & 10 \\ 6 & 8 & 5 & 7 \\ 3 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 130; 100; 180, \\ b_j &= 190; 110; 80; 90. \end{aligned}$$

$$23. C_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 & 9 \\ 8 & 4 & 6 & 3 \\ 7 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 220; 150; 280, \\ b_j &= 150; 200; 160; 200. \end{aligned}$$

$$24. C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 4 & 10 \\ 12 & 11 & 3 & 8 \\ 7 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 240; 300; 210, \\ b_j &= 130; 170; 140; 160. \end{aligned}$$

$$25. C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 10 & 3 \\ 7 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 340; 210; 320, \\ b_j &= 180; 140; 150; 170. \end{aligned}$$

$$26. C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 14 & 13 & 10 \\ 11 & 5 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 280; 150; 120, \\ b_j &= 140; 130; 180; 120. \end{aligned}$$

$$27. C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 7 & 6 \\ 3 & 5 & 9 & 4 \\ 4 & 2 & 2 & 9 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 200; 175; 225, \\ b_j &= 120; 180; 200; 110. \end{aligned}$$

$$28. C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 & 3 \\ 8 & 4 & 10 & 8 \\ 3 & 9 & 6 & 7 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 280; 150; 180, \\ b_j &= 160; 140; 180; 150. \end{aligned}$$

$$29. C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 8 & 6 \\ 11 & 12 & 10 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 200; 260; 210, \\ b_j &= 210; 180; 200; 160. \end{aligned}$$

$$30. C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & 8 \\ 9 & 7 & 6 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 10 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} a_i &= 220; 120; 150, \\ b_j &= 110; 230; 150; 200. \end{aligned}$$

Рекомендована література

1. Катренко А.В. Дослідження операцій. Підручник. — Львів: Магнолія Плюс, 2004.
2. Барвінський А.Ф., Олексів І.Я., Крупка З.І. Математичне програмування: приклади і задачі. — Львів: „Інтелект-Захід”, 2004.
3. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Підручник. Сьоме видання. — К.: Видавничий дім «Слово», 2006.
4. Бартіш М.Я., Дудзяний І.М. Дослідження операцій: підручник. Частини 1-5. — Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2007-2013.
5. Теслюк В.М., Андрійчук М.І. Конспект лекцій з курсу «Методи синтезу та оптимізації» для студентів базового напрямку «Комп’ютерні науки», Ч.1. - Львів, 2005 – 64 с.
6. Теслюк В.М., Пелешко Д.Д. Методи цілочисельного програмування та нульового порядку. Конспект лекцій з курсу «Методи синтезу та оптимізації» для студентів базового напрямку 6.050101 «Комп’ютерні науки», Ч.2. Львів, 2013. – 84 с.
7. Теслюк В.М. Градієнтні методи розв’язання оптимізаційних задач. Конспект лекцій з курсу «Методи синтезу та оптимізації» для студентів базового напрямку 6.050101 «Комп’ютерні науки», Ч.3. Львів, 2013. – 67 с.
8. Цегелик Г.Г. Лінійне програмування. — Львів: Світ, 1995.
9. Зайченко О.Ю., Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Збірник задач. — К.: Видавничий дім «Слово», 2007.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний університет «Львівська політехніка»
Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Кафедра автоматизованих систем управління

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА
з дисципліни
«Математичні методи дослідження операцій»

Виконав(ла) : студент(ка) групи КН-_____

_____ (Прізвище та ім'я) _____

Варіант № _____

Прийняла : доц. кафедри АСУ
Казимира І. Я.

Львів, 2023