

Interrogation 1 (durée 15mn) - — corrigé

Répondre directement sur la feuille de façon courte mais précise

Question 1 : Donner un exemple de fonction partielle de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ dans \mathbb{N} .

► La fonction f de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ dans \mathbb{N} de la division *exacte* par 3 de la somme de deux arguments. Elle est partielle car elle n'est définie que pour les couples d'entiers (x, y) dont la somme est divisible par 3 :

$$f(x, y) = p \quad \text{si } x + y = 3p \quad \blacktriangleleft$$

Question 2 : Soit une Machine de Turing simple Z , avec un ensemble de symboles $A(Z) = \{B, |, a, b\}$, et un ensemble d'états $E(Z) = \{q_0, q_1, q_2\}$.

Dire précisément ce que signifient les notations suivantes :

1. $q_0|^3$

► Cette notation représente une configuration initiale de la MT Z où Z est dans l'état q_0 , sa tête de lecture est positionnée sur une case contenant $|$, les 2 cases suivantes contiennent également $|$, et ces 3 cases sont les seules cases non vides de la bande. \blacktriangleleft

2. $q_0|^3 \mid_Z q_1 a|^2 \mid_Z a q_1|^2$

► Cette notation représente une séquence de 2 pas de calcul de la MT Z : le premier correspond à l'application d'une instruction qui écrit le symbole "a" dans la case courante et passe dans l'état q_1 , le second correspond à l'application d'une instruction qui déplace la tête de lecture d'une case vers la droite en restant dans l'état q_1 . \blacktriangleleft

3. $a|^2 b|^2 q_2 B = \text{Res}_Z(q_0|^3)$

► Cette notation représente un calcul (une séquence finie de pas de calculs) effectué par la MT Z à partir de la configuration initiale $q_0|^3$ dont le résultat est la configuration terminale $a|^2 b|^2 q_2 B$ (Z s'arrête sur cette configuration car aucune instruction ne s'applique). \blacktriangleleft

4. $\Psi_Z^{(1)}$

► Cette notation représente la fonction de \mathbb{N} dans \mathbb{N} calculée par la MT Z , en lui donnant comme entrée $|^{n+1}$ (le codage unaire d'un entier n) et en interprétant comme résultat de la fonction appliquée à n le nombre de $|$ sur la bande de Z au moment de l'arrêt (pour les entiers n tels que Z ne s'arrête pas à partir de la configuration initiale $q_0|^{n+1}$, la fonction n'est pas définie). \blacktriangleleft

5. $\Psi_Z^{(1)}(2)$

► Cette notation représente la valeur de la fonction de \mathbb{N} dans \mathbb{N} calculée par la MT Z , quand elle est calculée sur l'entier 2 (cette valeur, si elle existe, est le nombre de $|$ sur la bande de Z au moment de l'arrêt après l'exécution de Z à partir de la configuration initiale $q_0||$, puisque le mot $||$ est le codage unaire de l'entier 2 en entrée de Z). \blacktriangleleft

Question 3 : Donner un exemple d'un programme de MT Z définie sur l'ensemble de symboles $A(Z) = \{B, |\}$, qui diverge à partir de la configuration initiale $q_0|$ et qui s'arrête quand on l'exécute à partir de la configuration initiale $q_0|^2$.

►

$$Z = \begin{bmatrix} q_0 & | & R & q_1 \\ q_1 & B & B & q_1 \\ q_1 & | & | & q_2 \end{bmatrix}$$

◀