3 Programação em Máquina de Turing

Entrega: até DOMINGO 09/NOVEMBRO 23:59h

Instruções:

Utilize o **Simulador de Máquina de Turing** disponível em

`http://www.inf.ufrgs.br/~rma/simuladores/turing.html`

para desenvolver as rotinas pedidas abaixo. Cada programa deve ser nomeado

`<nro questao><nro item>.mt`

Exemplo: `1a.mt`, `1b.mt`, `2a.mt`, …(preste atenção em maiúsculas e minúsculas no nome do arquivo e nos símbolos usados pelas máquinas de Turing)

Envie (via Moodle da turma) um arquivo .ZIP contendo o arquivo do programa desenvolvido, junto com um arquivo de texto indicando os componentes do grupo. Os grupos devem ter 3 ou 4 integrantes. Somente um componente do grupo deverá fazer a submissão (pelo grupo inteiro).

Considere a seguinte codificação de números naturais por strings de um único símbolo (unário):

$$\begin{array}{ccc} 0 & \mapsto & \varepsilon \\ 1 & \mapsto & A \\ 2 & \mapsto & AA \\ 3 & \mapsto & AAA \\ & \vdots & \end{array}$$

Similarmente, considere a codificação de pares de números naturais (a, b) através da justaposição das respectivas codificações em unário, utilizando-se o símbolo A para representar a e B para representar b:

$$\begin{array}{lcl} AABBB & \mapsto & (2,3) \\ BBBB & \mapsto & (0,4) \\ BABBA & \mapsto & (2,3) \\ \varepsilon & \mapsto & (0,0) \end{array}$$

---

1. Para as funções abaixo do tipo $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$, desenvolva Máquinas de Turing M sobre o alfabeto $\{A\}$ que as compute. O resultado deve ser deixado na fita em unário, utilizando exclusivamente o símbolo A:
   (a) $f(x) = 2^{\lceil \frac{x}{2} \rceil} + x$
   Exemplos:
   $\langle M\rangle(A) = AAA$
   $\langle M\rangle(\varepsilon) = A$
   $\langle M\rangle(AAA) = AAAAAAA$

   (b) $f(x) = x \mod 3$ onde $\mod$ é a operação módulo que retorna o resto da divisão
   Exemplos:
   $\langle M\rangle(\varepsilon) = \varepsilon$
   $\langle M\rangle(AAAAAAAAA) = \varepsilon$
   $\langle M\rangle(AAAAAAA) = A$

2. Para cada função abaixo do tipo $\mathbb{N}\times\mathbb{N} \to \mathbb{N}$, desenvolva uma Máquina de Turing M sobre o alfabeto $\{A, B\}$ que a compute. O resultado deve ser deixado na fita em unário, utilizando exclusivamente o símbolo A:
   (a) $f(m, n) = m \ \mathsf{NAND}\ n$
   Considere 0 sendo false, e n>0 sendo true. Devolva somente 0 ou 1. Exemplos:
   $\langle M\rangle(AB) = \varepsilon$
   $\langle M\rangle(AABBB) = \varepsilon$
   $\langle M\rangle(A) = A$

3. Para cada função a seguir do tipo $\mathbb{N}\times\mathbb{N} \to \mathbb{N}\times\mathbb{N}$, desenvolva uma Máquina de Turing M sobre o alfabeto $\{A, B\}$ que a compute.
   (a) $\mathsf{f}(m, n) = \begin{cases} (n, m) & \text{se } m < n \\ (m, n) & \text{caso contrário} \end{cases}$
   Exemplos:
   $\langle M\rangle(AABB) = AABB$
   $\langle M\rangle(BBB) = AAA$
   $\langle M\rangle(AAB) = AAB$

4. Para cada alfabeto Σ e linguagem $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ especificados abaixo, desenvolva uma máquina de Turing M sobre Σ tal que
   $\text{ACEITA}(M) = \mathcal{L} \ \wedge\ \text{LOOP}(M) = \varnothing$
   (a) $\Sigma = \{1, 2\}$, $\mathcal{L} = \{1^m 2^n \mid m > 0 \ \wedge\ m \geq n\}$
   $\mathcal{L} = \{1, 12, 11, 112, 1122, 1111, \ldots\}$
   (b) $\Sigma = \{A\}$, $\mathcal{L} = \{A^n \mid \exists x \geq 0, n = x^2\}$
   $\mathcal{L} = \{\varepsilon, A, AAAA, AAAAAAAAA, \ldots\}$
   (c) $\Sigma = \{(, *,)\}$, $\mathcal{L} = \{({}^n *^m)^n \mid n > 0 \ \wedge\ m \geq 0\}$
   $\mathcal{L} = \{(), (*), (**), (()), ((*)), \ldots\}$
   (d) $\Sigma = \{d, p\}$, $\mathcal{L} = \{w \mid w \in \Sigma^* \ \wedge\ w = w^R\}$
   $\mathcal{L} = \{\varepsilon, d, p, dd, pp, ddd, dpd, pdp, ppp, \ldots\}$