



```
In [ ]: import pandas as pd
```

```
df=pd.read_csv("BTC_1sec.csv")  
df
```

```
Out[ ]:
```

	Unnamed: 0	system_time	midpoint	spread	buys	
0	0	2021-04-07 11:32:42.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
1	1	2021-04-07 11:32:43.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
2	2	2021-04-07 11:32:44.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
3	3	2021-04-07 11:32:45.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
4	4	2021-04-07 11:32:46.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
...	...	...	...	...	...	...
792384	792384	2021-04-16 15:41:22.216259+00:00	61450.005	0.01	806.315077	218
792385	792385	2021-04-16 15:41:23.216259+00:00	61450.005	0.01	2657.320267	107
792386	792386	2021-04-16 15:41:24.216259+00:00	61450.005	0.01	614.178102	344
792387	792387	2021-04-16 15:41:25.216259+00:00	61450.005	0.01	208.586528	165
792388	792388	2021-04-16 15:41:26.216259+00:00	61450.005	0.01	1091.238495	3013

792389 rows × 156 columns

```
In [ ]: import numpy as np  
for i in range (15):  
    df[f'bid_price_{i}'] = df['midpoint'] * np.exp(df[f'bids_distance_{i}'])  
df
```

Out[ ]:

	Unnamed: 0	system_time	midpoint	spread	buys	
0	0	2021-04-07 11:32:42.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
1	1	2021-04-07 11:32:43.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
2	2	2021-04-07 11:32:44.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
3	3	2021-04-07 11:32:45.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
4	4	2021-04-07 11:32:46.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
...	...	...	...	...	...	...
792384	792384	2021-04-16 15:41:22.216259+00:00	61450.005	0.01	806.315077	218
792385	792385	2021-04-16 15:41:23.216259+00:00	61450.005	0.01	2657.320267	107
792386	792386	2021-04-16 15:41:24.216259+00:00	61450.005	0.01	614.178102	344
792387	792387	2021-04-16 15:41:25.216259+00:00	61450.005	0.01	208.586528	165
792388	792388	2021-04-16 15:41:26.216259+00:00	61450.005	0.01	1091.238495	3013

792389 rows × 171 columns

```
In [ ]: for i in range (15):  
         df[f'bids_distance_{i}'] = df['midpoint'] - df[f'bid_price_{i}']  
         df
```

Out[ ]:

	Unnamed: 0	system_time	midpoint	spread	buys	
0	0	2021-04-07 11:32:42.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
1	1	2021-04-07 11:32:43.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
2	2	2021-04-07 11:32:44.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
3	3	2021-04-07 11:32:45.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
4	4	2021-04-07 11:32:46.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0
...	...	...	...	...	...	...
792384	792384	2021-04-16 15:41:22.216259+00:00	61450.005	0.01	806.315077	218
792385	792385	2021-04-16 15:41:23.216259+00:00	61450.005	0.01	2657.320267	107
792386	792386	2021-04-16 15:41:24.216259+00:00	61450.005	0.01	614.178102	344
792387	792387	2021-04-16 15:41:25.216259+00:00	61450.005	0.01	208.586528	165
792388	792388	2021-04-16 15:41:26.216259+00:00	61450.005	0.01	1091.238495	3013

792389 rows × 7 columns

In [ ]: df

Out[ ]:

	Unnamed: 0	system_time	midpoint	spread	buys	sells
<b>0</b>	0	2021-04-07 11:32:42.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0.0
<b>1</b>	1	2021-04-07 11:32:43.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0.0
<b>2</b>	2	2021-04-07 11:32:44.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0.0
<b>3</b>	3	2021-04-07 11:32:45.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0.0
<b>4</b>	4	2021-04-07 11:32:46.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0.0
...	...	...	...	...	...	...
<b>228105</b>	228105	2021-04-10 02:55:09.215230+00:00	58477.895	0.01	184.862092	0.0
<b>228106</b>	228106	2021-04-10 02:55:10.215230+00:00	58477.895	0.01	200.935327	0.0
<b>228107</b>	228107	2021-04-10 02:55:11.215230+00:00	58477.895	0.01	0.000000	0.0
<b>228108</b>	228108	2021-04-10 02:55:12.215230+00:00	58477.895	0.01	141.303658	0.0
<b>228109</b>	228109	2021-04-10 02:55:13.215230+00:00	58487.135	0.01	0.000000	0.0

228110 rows × 7 columns

```
In [ ]: col_vol = f' bids_notional_{1}'

df['dV'] = df[col_vol].diff()
df['system_time'] = pd.to_datetime(df['system_time'])

df['dt'] = df['system_time'].diff().dt.total_seconds()
```

In [ ]: df

Out[ ]:

	Unnamed: 0	system_time	midpoint	spread	buys	sells
0	0	2021-04-07 11:32:42.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0.0
1	1	2021-04-07 11:32:43.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0.0
2	2	2021-04-07 11:32:44.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0.0
3	3	2021-04-07 11:32:45.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0.0
4	4	2021-04-07 11:32:46.122161+00:00	56035.995	0.01	0.000000	0.0
...	...	...	...	...	...	...
228105	228105	2021-04-10 02:55:09.215230+00:00	58477.895	0.01	184.862092	0.0
228106	228106	2021-04-10 02:55:10.215230+00:00	58477.895	0.01	200.935327	0.0
228107	228107	2021-04-10 02:55:11.215230+00:00	58477.895	0.01	0.000000	0.0
228108	228108	2021-04-10 02:55:12.215230+00:00	58477.895	0.01	141.303658	0.0
228109	228109	2021-04-10 02:55:13.215230+00:00	58487.135	0.01	0.000000	0.0

228110 rows × 7 columns

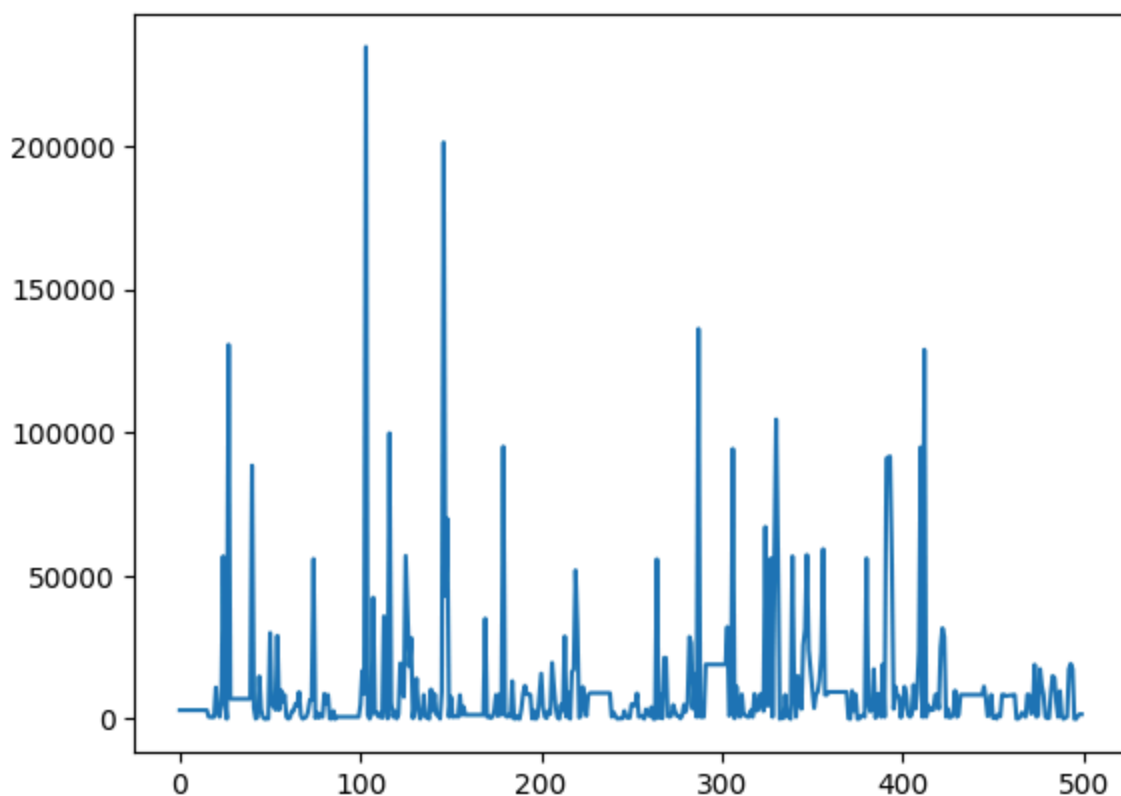
```
In [ ]: col_vol = f' bids_notional_{0}'

df['dV1'] = df[col_vol].diff()
df['system_time'] = pd.to_datetime(df['system_time'])

df['dt'] = df['system_time'].diff().dt.total_seconds()
```

```
In [ ]: from matplotlib import pyplot as plt
plt.plot(df[' bids_notional_0'][:500].values)
```

Out[ ]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x7faf116a9710>]



```
In [ ]: from sklearn.linear_model import LinearRegression
```

```
In [ ]: df['system_time'] = pd.to_datetime(df['system_time'])
```

```
In [ ]: V_col = f'bids_notional_{level}'
        df = df.copy()
        df['V'] = df[V_col]
        df['dV'] = df['V'].diff()
        df['dt'] = df['system_time'].diff().dt.total_seconds()
        results = []

        return results

forecasts = rolling_cir_estimation(df, level=1, start_idx=10000, window_size=2
```

```
Out[ ]: []
```

```
In [ ]: results=[]
```

```
In [ ]: import numpy as np
import pandas as pd
from sklearn.linear_model import LinearRegression

def rolling_cir_estimation(df, level=2, start_idx=10000, window_size=2000, for
    V_col = f'bids_notional_{level}'
```

```

df = df.copy()
df['V'] = df[V_col]
df['dV'] = df['V'].diff()
df['dt'] = df['system_time'].diff().dt.total_seconds()
results = []

for t in range(start_idx, len(df) - forecast_horizon):
    window = df.iloc[t - window_size:t].dropna()
    if window.empty or window['dt'].min() <= 0:
        results.append(np.nan)
        continue

    V = window['V'].values.reshape(-1, 1)
    dV_dt = (window['dV'] / window['dt']).values
    dV2_dt = (window['dV']**2 / (2 * window['dt'])).values

    reg_drift = LinearRegression().fit(V, dV_dt)
    reg_diff = LinearRegression().fit(V, dV2_dt)

    a = reg_drift.intercept_
    b = -reg_drift.coef_[0]
    c = reg_diff.intercept_
    d = reg_diff.coef_[0]

    lam = a + 2 * c
    mu = 2 * c - a
    nu = b

    Vt = df.iloc[t]['V']
    Ft = lam - mu - nu * Vt
    Dt = max(0.0, 0.5 * (lam + mu + nu * Vt))
    dV = Ft + np.sqrt(Dt) * np.random.normal()
    forecast = Vt + dV

    results.append(forecast)

return results

```

In [ ]: forecasts

```
Out[ ]: [np.float64(-142530.66976729347),
np.float64(-67702.24251604965),
np.float64(-30358.465338253853),
np.float64(31442.941952164358),
np.float64(-142009.5962805752),
np.float64(-70029.26145518688),
np.float64(-160779.07269304624),
np.float64(151353.07995193382),
np.float64(-21651.646860293753),
np.float64(43010.05279779067),
np.float64(-5769.6333562433865),
np.float64(-47428.37340503702),
np.float64(108903.60070767741),
np.float64(99192.64878587797),
np.float64(-37470.52238400596),
np.float64(-9537.77909384769),
np.float64(-74373.02731933919),
np.float64(-176160.07181612027),
np.float64(-89462.52354824272),
np.float64(-125507.3948814596),
np.float64(-23814.6258965623),
np.float64(-97643.01568425962),
np.float64(-176757.6416735227),
np.float64(-90988.55312396362),
np.float64(-34407.90798181406),
np.float64(-70417.33182920021),
np.float64(473480.53910955193),
np.float64(351196.5398864501),
np.float64(202592.78978543435),
np.float64(-20835.857747735514),
np.float64(-19.696125667367596),
np.float64(62413.34945131307),
np.float64(-12164.24491282295),
np.float64(59549.26377522381),
np.float64(96721.1420574373),
np.float64(89266.50235988198),
np.float64(98359.6590486752),
np.float64(77645.64720606472),
np.float64(-88582.8458846886),
np.float64(-50558.08744593483),
np.float64(95038.74277375176),
np.float64(7439.91685760564),
np.float64(-2334.0516550460015),
np.float64(-27097.986940354036),
np.float64(-9244.943224100338),
np.float64(450.2339151120832),
np.float64(49788.99566852668),
np.float64(39493.05905548061),
np.float64(170186.55395232284),
np.float64(198378.6733845),
np.float64(125465.08000861263),
np.float64(160399.02986591338),
np.float64(101025.29257588225),
np.float64(171422.00132766922),
```



np.float64(114263.34067279007),  
np.float64(57123.61803670554),  
np.float64(175697.0126779346),  
np.float64(50932.33391591313),  
np.float64(285378.9309818427),  
np.float64(187199.60023575922),  
np.float64(-27907.996880317573),  
np.float64(139097.11657541103),  
np.float64(260206.6971694005),  
np.float64(145561.3259956392),  
np.float64(47890.966689983536),  
np.float64(-111056.40356781046),  
np.float64(45441.450801266496),  
np.float64(810245.1852376134),  
np.float64(589572.248338366),  
np.float64(677933.3458914559),  
np.float64(55683.427913093474),  
np.float64(-101416.37266596511),  
np.float64(-173036.64594681456),  
np.float64(-42678.12279047168),  
np.float64(-114651.58546295713),  
np.float64(-163675.6254170871),  
np.float64(-64133.35988636865),  
np.float64(172324.8217922485),  
np.float64(-137949.3460682222),  
np.float64(-240673.7977566569),  
np.float64(195275.67815107308),  
np.float64(-35256.60567609711),  
np.float64(-63615.85625141577),  
np.float64(-48890.85374524938),  
np.float64(-45904.484195041085),  
np.float64(-76808.57416986328),  
np.float64(-39153.72181632654),  
np.float64(89914.49372374403),  
np.float64(16562.490615967166),  
np.float64(38428.005769863725),  
np.float64(-9024.909926249064),  
np.float64(-43321.79634068996),  
np.float64(12880.425635444077),  
np.float64(218134.08020345602),  
np.float64(365564.15378135216),  
np.float64(-53996.692841309334),  
np.float64(353768.3465541898),  
np.float64(13483.731577328013),  
np.float64(446530.31016063463),  
np.float64(-52085.6783815321),  
np.float64(35657.52803008107),  
np.float64(6118.5851668621945),  
np.float64(82340.67260356317),  
np.float64(40643.102195438085),  
np.float64(13542.669481529316),  
np.float64(206528.30299204352),  
np.float64(18615.501773796823),  
np.float64(89480.07663664706),

np.float64(-3511.583904062296),  
np.float64(-62951.25318160655),  
np.float64(-75036.76080763026),  
np.float64(63125.44879272126),  
np.float64(-158676.81485061994),  
np.float64(65322.39333785909),  
np.float64(-31972.446491759532),  
np.float64(-129173.49995293381),  
np.float64(-68580.30836927952),  
np.float64(-15922.83114157568),  
np.float64(-21551.530495579267),  
np.float64(22649.29751800534),  
np.float64(-72462.71336589454),  
np.float64(50097.0947301267),  
np.float64(3426.838610548264),  
np.float64(-21578.415960705253),  
np.float64(-130032.98563940628),  
np.float64(91292.42650780664),  
np.float64(-38584.52402809922),  
np.float64(117502.5835329451),  
np.float64(-62635.304433096),  
np.float64(-78220.1813644832),  
np.float64(-112142.80245455162),  
np.float64(-154215.8408746488),  
np.float64(-37512.82461273089),  
np.float64(117849.89609270336),  
np.float64(-218.55574162197445),  
np.float64(49555.275718185774),  
np.float64(61515.52532139359),  
np.float64(17916.858000268738),  
np.float64(-112122.16975933331),  
np.float64(-80718.75880090104),  
np.float64(-83299.07944209638),  
np.float64(28889.49418859258),  
np.float64(67517.01365233908),  
np.float64(-37301.17029539784),  
np.float64(-20052.202551553986),  
np.float64(39950.03138324151),  
np.float64(-4063.110759263669),  
np.float64(-18167.771092882933),  
np.float64(-71897.34345394956),  
np.float64(5003.855488990601),  
np.float64(-38452.14472660632),  
np.float64(133743.57303709848),  
np.float64(182090.3653379637),  
np.float64(218363.92606163875),  
np.float64(473374.7332305729),  
np.float64(368883.2312810546),  
np.float64(521275.5368754662),  
np.float64(391862.2488466064),  
np.float64(-80306.75091510624),  
np.float64(41795.42961410817),  
np.float64(-91277.70344462803),  
np.float64(-160320.46706495772),

np.float64(-79839.13398367779),  
np.float64(150596.1861469477),  
np.float64(78517.37340730897),  
np.float64(180628.44548529902),  
np.float64(196391.01177095974),  
np.float64(153825.97589851785),  
np.float64(205546.04912468576),  
np.float64(317101.8921690221),  
np.float64(156239.53781968626),  
np.float64(213189.03011021897),  
np.float64(186538.73247437138),  
np.float64(141054.37368194963),  
np.float64(205473.6446022339),  
np.float64(-21740.691750284102),  
np.float64(101860.8223075005),  
np.float64(-72309.99571895314),  
np.float64(193316.4658942909),  
np.float64(128779.46313258645),  
np.float64(-99704.71313297469),  
np.float64(25727.70080789394),  
np.float64(-146557.44755612183),  
np.float64(242457.23241928208),  
np.float64(-110325.56280217445),  
np.float64(131124.40597420064),  
np.float64(47421.65739652357),  
np.float64(249116.86133729052),  
np.float64(64019.39292102695),  
np.float64(61124.64085994352),  
np.float64(45802.30970367155),  
np.float64(33120.48033193626),  
np.float64(155555.67372737982),  
np.float64(11799.462371848233),  
np.float64(75159.31598125308),  
np.float64(73568.44156759468),  
np.float64(-78244.30714963582),  
np.float64(-25852.553106095176),  
np.float64(91667.2551453705),  
np.float64(-142980.8476959876),  
np.float64(45076.133293074265),  
np.float64(88447.20628655932),  
np.float64(337884.3477572146),  
np.float64(201026.6947467398),  
np.float64(57679.473842693245),  
np.float64(-94049.94982935896),  
np.float64(-2262.0517028188333),  
np.float64(86848.04531208996),  
np.float64(341697.41604966763),  
np.float64(5260.398010098354),  
np.float64(83642.42402175264),  
np.float64(65977.96663608438),  
np.float64(87605.77743645146),  
np.float64(117084.93163753895),  
np.float64(-11984.052237811207),  
np.float64(-4901.199370193994),

np.float64(-110682.1026595353),  
np.float64(45041.16202584715),  
np.float64(47131.04487401087),  
np.float64(46370.78434176091),  
np.float64(13846.381209666426),  
np.float64(-48661.697319903586),  
np.float64(-45474.32176098721),  
np.float64(-185242.5854608809),  
np.float64(3761.8123242821603),  
np.float64(12800.014848834107),  
np.float64(16284.89750360167),  
np.float64(52979.37407266585),  
np.float64(-4298.288503234187),  
np.float64(18588.78325456869),  
np.float64(-64221.728675213235),  
np.float64(-140212.93618983973),  
np.float64(-102702.2448062083),  
np.float64(-68030.12807376886),  
np.float64(-10759.428309978743),  
np.float64(-35418.03538780201),  
np.float64(121926.4531065657),  
np.float64(195112.85007169968),  
np.float64(283936.8686001988),  
np.float64(334723.93024074176),  
np.float64(367577.64957869524),  
np.float64(185269.4763828984),  
np.float64(459885.88135368424),  
np.float64(340332.33055246586),  
np.float64(57347.35647117143),  
np.float64(34890.19136730908),  
np.float64(11387.203996107568),  
np.float64(29979.164747135095),  
np.float64(-211756.00029497864),  
np.float64(-55108.47163761097),  
np.float64(31854.81541010236),  
np.float64(-147331.03870152857),  
np.float64(-55343.31804521414),  
np.float64(-19492.32309632738),  
np.float64(-62457.150971904906),  
np.float64(-4052.23547076033),  
np.float64(6745.746635305397),  
np.float64(121169.70043842158),  
np.float64(-96940.85303058883),  
np.float64(43011.15980293842),  
np.float64(14773.08367248554),  
np.float64(29404.511123160068),  
np.float64(-44735.07303743795),  
np.float64(256822.31321652682),  
np.float64(108458.77808186025),  
np.float64(284622.3079849038),  
np.float64(206841.82562916868),  
np.float64(132763.29030521243),  
np.float64(215119.89850388217),  
np.float64(-9588.937831578463),

np.float64(-33418.22805082236),  
np.float64(5825.128985040741),  
np.float64(37392.50693551047),  
np.float64(-40538.51251423915),  
np.float64(38482.84797710662),  
np.float64(34096.384392434884),  
np.float64(66526.66702030286),  
np.float64(-89351.29797777248),  
np.float64(-56164.08173859339),  
np.float64(64244.31056310709),  
np.float64(-67769.83652322373),  
np.float64(-175121.23930677978),  
np.float64(-82849.09770464314),  
np.float64(-53060.28582932445),  
np.float64(-134684.4366202767),  
np.float64(-83254.96549057247),  
np.float64(21855.434106245273),  
np.float64(-82695.73350235919),  
np.float64(-46055.89226521504),  
np.float64(27184.717505307657),  
np.float64(313365.15646259754),  
np.float64(357837.9906003693),  
np.float64(463018.54656518216),  
np.float64(477162.2823128929),  
np.float64(369627.67629375047),  
np.float64(336542.9282057895),  
np.float64(215199.200934421),  
np.float64(126712.36182965079),  
np.float64(-55102.39762024014),  
np.float64(-59956.663009270706),  
np.float64(-17524.69138814446),  
np.float64(-120354.22031293059),  
np.float64(26194.339475539826),  
np.float64(-78006.27374988521),  
np.float64(-72361.13068827277),  
np.float64(-104372.03299765252),  
np.float64(29337.75011236353),  
np.float64(-88841.65130132454),  
np.float64(17588.22260183611),  
np.float64(-112234.71361708736),  
np.float64(-6281.671807338171),  
np.float64(-46104.68029814569),  
np.float64(132556.09564712067),  
np.float64(-51038.63647683162),  
np.float64(-87643.92974525424),  
np.float64(44905.97659966334),  
np.float64(-55786.060021047226),  
np.float64(1135.2788627460613),  
np.float64(33276.65813091198),  
np.float64(-70011.26908247829),  
np.float64(78911.29520403367),  
np.float64(-32343.389693371573),  
np.float64(-22765.932732763544),  
np.float64(-56106.26075927537),

```
np.float64(-622.6357968611046),
np.float64(-29519.174230765442),
np.float64(97849.5672033324),
np.float64(12055.867348532352),
np.float64(-71821.1555406523),
np.float64(-92809.22751503611),
np.float64(13004.123951000765),
np.float64(-129149.08006901073),
np.float64(-70667.585357206),
np.float64(8773.299359823613),
np.float64(206023.70654946577),
np.float64(263524.68149195984),
np.float64(107688.9684070807),
np.float64(152685.1099537409),
np.float64(356557.487141069),
np.float64(45597.07665459544),
np.float64(-8379.523768723906),
np.float64(75011.402884137),
np.float64(53591.705154407464),
np.float64(51070.8164303936),
np.float64(-135972.37231583413),
np.float64(-56524.97017128093),
np.float64(-137586.3878699246),
np.float64(31886.040536036584),
np.float64(372771.17759719474),
np.float64(541244.1418684663),
np.float64(509775.1755826515),
np.float64(488429.40382878465),
np.float64(455438.10901426565),
np.float64(264476.7200596893),
np.float64(-51313.677417744366),
np.float64(-24353.86544382249),
np.float64(-99861.41473811318),
np.float64(-13061.023795549085),
np.float64(70739.67055673215),
np.float64(6112.566476606895),
np.float64(-114200.22531670111),
np.float64(34637.505880000936),
np.float64(33347.09719605242),
np.float64(301895.8318529937),
np.float64(186377.55434586972),
np.float64(-137077.0802860697),
np.float64(-93116.50860015859),
np.float64(114985.6105302027),
np.float64(16122.226304572767),
np.float64(-63397.43902164962),
np.float64(1324.4854039565544),
np.float64(-54637.90730710269),
np.float64(-9846.702814962955),
np.float64(-96475.45729385933),
np.float64(-28059.49875718467),
np.float64(-138260.51640078734),
np.float64(-54792.694265588296),
np.float64(91126.69835323727),
```

np.float64(-3995.1574738518684),  
np.float64(38803.56128631758),  
np.float64(-29350.26133480732),  
np.float64(58440.40986056191),  
np.float64(111633.16719919864),  
np.float64(26707.882448996374),  
np.float64(112459.58129160534),  
np.float64(289483.63271666795),  
np.float64(227192.68848551455),  
np.float64(275918.8409898541),  
np.float64(263348.059163864),  
np.float64(105406.25185243945),  
np.float64(278818.50719358504),  
np.float64(-117203.79736893604),  
np.float64(24240.217700376408),  
np.float64(-62257.22192933796),  
np.float64(21624.325452078585),  
np.float64(-738.4089571533696),  
np.float64(33260.09231348239),  
np.float64(-62735.536924149645),  
np.float64(45962.735780840456),  
np.float64(-25945.748643417843),  
np.float64(-51377.27932734021),  
np.float64(38662.416469910226),  
np.float64(80883.01700963182),  
np.float64(99533.11209956855),  
np.float64(178307.11413230348),  
np.float64(25705.470521935204),  
np.float64(56415.860603035995),  
np.float64(120359.55415948044),  
np.float64(38135.03198635751),  
np.float64(57717.37074860292),  
np.float64(15680.48612908204),  
np.float64(76117.71538703726),  
np.float64(61459.5727623641),  
np.float64(-50827.655869052614),  
np.float64(44019.86552437272),  
np.float64(103024.5529550892),  
np.float64(264561.1191771295),  
np.float64(-8527.1481696126),  
np.float64(-150328.6982141449),  
np.float64(-3439.667850019563),  
np.float64(154369.47335183917),  
np.float64(88002.55268589144),  
np.float64(321563.3669505882),  
np.float64(356002.39291290694),  
np.float64(525201.1462993702),  
np.float64(450587.5165798699),  
np.float64(452305.8473602777),  
np.float64(547728.4117448716),  
np.float64(511730.7925248445),  
np.float64(458243.62041925144),  
np.float64(511672.94788786507),  
np.float64(471769.3365834963),

np.float64(440587.9426238695),  
np.float64(526564.1794194595),  
np.float64(456809.55739183305),  
np.float64(450160.6493427586),  
np.float64(454962.882652807),  
np.float64(563453.6237352517),  
np.float64(25854.471591957135),  
np.float64(-1308.619077669413),  
np.float64(16444.357358087444),  
np.float64(70014.46885486165),  
np.float64(-69128.58624439008),  
np.float64(-39701.78082822893),  
np.float64(-75665.85611521342),  
np.float64(-79486.50297273102),  
np.float64(135046.4761206533),  
np.float64(66028.93143877332),  
np.float64(-50659.403291600654),  
np.float64(28844.99873737862),  
np.float64(24529.044409646966),  
np.float64(-155086.4459411272),  
np.float64(-44470.917841324204),  
np.float64(32500.20683499233),  
np.float64(-61771.938660662214),  
np.float64(100837.92497503947),  
np.float64(82454.2798781906),  
np.float64(-40115.85218154502),  
np.float64(-16892.690662208),  
np.float64(434765.0490279448),  
np.float64(287032.96879153454),  
np.float64(-205898.9510379324),  
np.float64(-2512.934238337839),  
np.float64(81205.75605287714),  
np.float64(-80004.28052748184),  
np.float64(-80447.1860238702),  
np.float64(-37746.30282660266),  
np.float64(19192.173605592325),  
np.float64(59937.75765985642),  
np.float64(75019.36962886043),  
np.float64(-50264.770031247404),  
np.float64(14342.158999776831),  
np.float64(26288.471474104357),  
np.float64(-100512.5000687326),  
np.float64(-30020.911500978516),  
np.float64(-121218.56377689121),  
np.float64(-94967.35073743912),  
np.float64(86347.76331176684),  
np.float64(96317.5145846601),  
np.float64(112784.94813327119),  
np.float64(-103680.03293582378),  
np.float64(40502.50248052565),  
np.float64(-65007.76015945725),  
np.float64(39249.45537817705),  
np.float64(-4124.13271512252),  
np.float64(87274.88764711702),



```
np.float64(-9443.3981131845),
np.float64(44812.274737317086),
np.float64(-72088.05124274737),
np.float64(85248.4720549226),
np.float64(45097.40579505525),
np.float64(7601.619502263646),
np.float64(7369.865853763269),
np.float64(-117955.47436441142),
np.float64(-30948.117798236955),
np.float64(-48418.396000779685),
np.float64(-29603.729042990133),
np.float64(-36918.68439983768),
np.float64(-107578.90614496297),
np.float64(-28576.514318211164),
np.float64(-84427.38310478843),
np.float64(4474.632442538288),
np.float64(7303.97078620948),
np.float64(52205.45312784416),
np.float64(110329.10207608831),
np.float64(341957.0827357043),
np.float64(323113.33124972595),
np.float64(353116.5605581857),
np.float64(47267.62912488476),
np.float64(-79759.82536957247),
np.float64(235157.89583699298),
np.float64(306679.2987279573),
np.float64(136335.62813433632),
np.float64(104938.77801768089),
np.float64(97062.77402528265),
np.float64(289268.58860565035),
np.float64(-22664.235041636),
np.float64(199859.57744464726),
np.float64(301607.87511810975),
np.float64(324674.850769411),
np.float64(103625.49227786709),
np.float64(277912.0246947682),
np.float64(194605.20853930546),
np.float64(249201.95652596225),
np.float64(-47019.12106563925),
np.float64(18453.07267257292),
np.float64(-79897.04454557669),
np.float64(3606.0390866270172),
np.float64(-152141.4054094034),
np.float64(102364.34363880295),
np.float64(31815.00517566288),
np.float64(-100426.60382631392),
np.float64(33808.37572989948),
np.float64(-43724.53546767644),
np.float64(-99796.7516471533),
np.float64(235704.36605786596),
np.float64(243913.40183261494),
np.float64(317632.53264358744),
np.float64(213341.86423751144),
np.float64(161633.04435916283),
```

np.float64(173428.04589948207),  
np.float64(313898.1055836269),  
np.float64(504512.3502837441),  
np.float64(543865.9030826355),  
np.float64(467058.00399505894),  
np.float64(318133.8706570891),  
np.float64(398115.6458088751),  
np.float64(156923.00058887355),  
np.float64(365222.10872954037),  
np.float64(483772.2596798442),  
np.float64(278019.4263785107),  
np.float64(449918.13024049246),  
np.float64(398819.4046796268),  
np.float64(200452.80208856534),  
np.float64(230841.1573297925),  
np.float64(173731.91464844096),  
np.float64(238798.79941345533),  
np.float64(185788.65561433634),  
np.float64(377071.72012233816),  
np.float64(268969.30346624594),  
np.float64(243499.50641687278),  
np.float64(236624.89780598073),  
np.float64(203652.6793006198),  
np.float64(203408.26578729658),  
np.float64(179835.80851956655),  
np.float64(354377.0315553999),  
np.float64(261367.9407853783),  
np.float64(347570.9308212842),  
np.float64(468222.88989973674),  
np.float64(239762.84580358377),  
np.float64(278308.778601605),  
np.float64(445370.16368726053),  
np.float64(414518.59999217),  
np.float64(310115.03875748493),  
np.float64(500910.2208744873),  
np.float64(509302.79127681645),  
np.float64(546775.5644530737),  
np.float64(634061.3699768947),  
np.float64(116737.3991481553),  
np.float64(-2764.2989231868123),  
np.float64(1478.6195848620919),  
np.float64(-21376.74922209044),  
np.float64(188344.50427495557),  
np.float64(404320.88089248736),  
np.float64(235080.1784595328),  
np.float64(209391.11509354718),  
np.float64(245540.25131350892),  
np.float64(161331.30897986752),  
np.float64(30727.00453711071),  
np.float64(379617.4412172395),  
np.float64(479152.82899609033),  
np.float64(486316.07466507016),  
np.float64(-73116.91599729442),  
np.float64(149800.91427873337),

np.float64(287984.8644239933),  
np.float64(449939.72119323106),  
np.float64(218614.8604495356),  
np.float64(66700.40916497941),  
np.float64(300333.0455066402),  
np.float64(207080.79455502622),  
np.float64(334501.0744665115),  
np.float64(329690.7085650671),  
np.float64(166340.05374257476),  
np.float64(160916.58354731958),  
np.float64(367756.127810382),  
np.float64(171698.53874732857),  
np.float64(316431.68868055503),  
np.float64(670450.6228577723),  
np.float64(314180.12018372724),  
np.float64(338265.8637832313),  
np.float64(276496.4804309825),  
np.float64(382802.74865878467),  
np.float64(403673.3488813318),  
np.float64(380975.1754877673),  
np.float64(340645.1595543376),  
np.float64(364290.0841618667),  
np.float64(405829.9353851578),  
np.float64(205995.76985932435),  
np.float64(-171736.06935179618),  
np.float64(197606.5987999836),  
np.float64(27201.118453180905),  
np.float64(-53528.24282122802),  
np.float64(375569.4487900061),  
np.float64(317908.28426170856),  
np.float64(186904.69927377038),  
np.float64(327897.92988115386),  
np.float64(345024.89032785693),  
np.float64(355348.76020611),  
np.float64(301717.484408684),  
np.float64(356054.65024962055),  
np.float64(308836.50704275945),  
np.float64(422388.87491580483),  
np.float64(330145.51306787686),  
np.float64(355575.69933435915),  
np.float64(406988.99286924873),  
np.float64(259638.6498084801),  
np.float64(367224.61142600264),  
np.float64(244501.5914134738),  
np.float64(374584.65299686283),  
np.float64(376364.7314023008),  
np.float64(435339.28645573946),  
np.float64(485937.7008730863),  
np.float64(771642.2354290824),  
np.float64(-27952.88010806343),  
np.float64(-131597.869455514),  
np.float64(-68091.82602059597),  
np.float64(19200.044566880446),  
np.float64(-92708.60803008874),

np.float64(-117462.05694585669),  
np.float64(-26908.30223333031),  
np.float64(24757.063373351004),  
np.float64(-1841.6885227306775),  
np.float64(-14466.60766158209),  
np.float64(-89063.83993645172),  
np.float64(31177.96691431802),  
np.float64(-29626.237159132794),  
np.float64(-75289.75031323885),  
np.float64(-89706.13253395472),  
np.float64(-16894.290664330223),  
np.float64(91859.60582909179),  
np.float64(-580.9215806118955),  
np.float64(-58825.91580581417),  
np.float64(-8496.979323342155),  
np.float64(-65487.461791823356),  
np.float64(-92213.6519080736),  
np.float64(84752.30873943682),  
np.float64(-2757.5461963621347),  
np.float64(470881.8127888362),  
np.float64(83794.85659693864),  
np.float64(222771.0186067606),  
np.float64(57442.175661558336),  
np.float64(-24784.026955444828),  
np.float64(-108252.3293399674),  
np.float64(-162109.52914770317),  
np.float64(60837.545323184015),  
np.float64(124668.0722203861),  
np.float64(-160563.20468640106),  
np.float64(-49510.8723502565),  
np.float64(-67513.80376945165),  
np.float64(223706.66176865716),  
np.float64(222496.3801913474),  
np.float64(59313.88191622324),  
np.float64(347218.0081267923),  
np.float64(316183.8631780637),  
np.float64(207223.04809840114),  
np.float64(44519.42463217926),  
np.float64(52346.782268506446),  
np.float64(269194.5860984045),  
np.float64(35208.9137102783),  
np.float64(70995.8650493874),  
np.float64(140795.42608801535),  
np.float64(48429.64667485582),  
np.float64(38924.53990285504),  
np.float64(230679.87355617253),  
np.float64(70628.41724228277),  
np.float64(437365.3735285986),  
np.float64(337721.0583172692),  
np.float64(97947.2218099761),  
np.float64(218197.32096950756),  
np.float64(47272.806028330066),  
np.float64(38543.40085929686),  
np.float64(-91530.10198880208),

np.float64(-78826.3620987864),  
np.float64(239824.21870225627),  
np.float64(259179.98546722968),  
np.float64(39810.35766061436),  
np.float64(107726.67610990602),  
np.float64(91453.42727792877),  
np.float64(191459.97072276246),  
np.float64(84622.22663309454),  
np.float64(186038.6422673786),  
np.float64(168933.64863021977),  
np.float64(127174.39733715625),  
np.float64(145081.85606267318),  
np.float64(61841.659228755685),  
np.float64(-55105.27008527908),  
np.float64(54887.7687118166),  
np.float64(-39705.70999798493),  
np.float64(-130905.96972311827),  
np.float64(251846.8308149788),  
np.float64(258247.343470383),  
np.float64(257816.37383425742),  
np.float64(102761.03076645586),  
np.float64(387581.5963201495),  
np.float64(44777.58212486515),  
np.float64(-80652.82491727427),  
np.float64(155285.396441101),  
np.float64(59755.217863177844),  
np.float64(-85899.48082282284),  
np.float64(-28125.747907457175),  
np.float64(163378.71516710002),  
np.float64(46929.19588364872),  
np.float64(64123.98606366526),  
np.float64(107807.8911222376),  
np.float64(138734.2669594009),  
np.float64(171309.92686921984),  
np.float64(114078.11743951018),  
np.float64(189919.74977145178),  
np.float64(-113683.65192058476),  
np.float64(-43921.786314271616),  
np.float64(21938.308606303923),  
np.float64(418676.23043987295),  
np.float64(16488.38614328725),  
np.float64(388.05949372541363),  
np.float64(-52420.28003878),  
np.float64(-85509.8442074389),  
np.float64(-163442.55938016356),  
np.float64(-93695.35752931717),  
np.float64(-146167.75162549346),  
np.float64(9272.030049124034),  
np.float64(311564.22427592747),  
np.float64(6768.196217592027),  
np.float64(-13501.884201689612),  
np.float64(-95063.85435645534),  
np.float64(-17118.18577485229),  
np.float64(-144120.3500323891),

np.float64(-84445.80963924952),  
np.float64(-170082.0448975768),  
np.float64(32864.39687894053),  
np.float64(-92206.89137792366),  
np.float64(-114.27831872759998),  
np.float64(37164.73985606631),  
np.float64(-138865.3442774496),  
np.float64(-173967.93687922004),  
np.float64(-8190.688899294601),  
np.float64(-30676.47665074021),  
np.float64(-53786.57571036095),  
np.float64(-124739.859575838),  
np.float64(183244.9030299587),  
np.float64(-28160.789061246156),  
np.float64(62411.32646807747),  
np.float64(-4763.369011252078),  
np.float64(-110596.90680543188),  
np.float64(-115012.10293950645),  
np.float64(95408.62838443527),  
np.float64(-6344.05562382051),  
np.float64(-21651.639553655343),  
np.float64(-13012.602249492902),  
np.float64(79968.22270677131),  
np.float64(-41537.60007378363),  
np.float64(371790.80948909617),  
np.float64(529512.5696517037),  
np.float64(375269.5622567688),  
np.float64(549785.656064077),  
np.float64(45591.05708825367),  
np.float64(36783.59237122695),  
np.float64(-79144.57728431016),  
np.float64(-128793.29459603273),  
np.float64(-48457.236996655425),  
np.float64(-58201.59372183091),  
np.float64(-35596.55481029425),  
np.float64(22582.93809690637),  
np.float64(-38168.58965749576),  
np.float64(10785.075798583828),  
np.float64(11709.548862428004),  
np.float64(-10765.040918805702),  
np.float64(22622.44372434631),  
np.float64(192739.68425861697),  
np.float64(270324.70094534906),  
np.float64(-29776.840530919115),  
np.float64(-17979.70304797076),  
np.float64(-149.4225273727061),  
np.float64(-93556.38948620058),  
np.float64(423681.70539930824),  
np.float64(331845.17236564995),  
np.float64(388917.2493526236),  
np.float64(399759.57480672933),  
np.float64(352260.20963355585),  
np.float64(279019.9884537224),  
np.float64(359809.4154855074),

np.float64(316585.0792531589),  
np.float64(345049.273553394),  
np.float64(388718.14673891384),  
np.float64(395449.59274980566),  
np.float64(71872.1486064186),  
np.float64(199677.6523093315),  
np.float64(493816.9937928271),  
np.float64(150092.24609597833),  
np.float64(-9918.685770125747),  
np.float64(18409.820232639453),  
np.float64(60388.51888235893),  
np.float64(-17053.431496895817),  
np.float64(117266.7566990611),  
np.float64(87507.14045955389),  
np.float64(136934.51787448238),  
np.float64(112334.73268749227),  
np.float64(40253.79479965102),  
np.float64(-16773.79788553063),  
np.float64(73809.80107986131),  
np.float64(5967.043946048834),  
np.float64(36830.47833815222),  
np.float64(102664.83026163568),  
np.float64(40926.73225313882),  
np.float64(596683.2936244304),  
np.float64(553097.232403763),  
np.float64(354456.3546123627),  
np.float64(490607.68222301494),  
np.float64(380717.8927502183),  
np.float64(547806.41338536),  
np.float64(272613.3418303317),  
np.float64(248805.17872791082),  
np.float64(351391.37359263503),  
np.float64(327530.3760829271),  
np.float64(418988.8970767474),  
np.float64(247322.12918970038),  
np.float64(394120.4475228435),  
np.float64(446936.15249031293),  
np.float64(18416.52410476296),  
np.float64(-77125.19368301044),  
np.float64(-3159.4616295129163),  
np.float64(26167.250036342877),  
np.float64(269394.4126008133),  
np.float64(427469.02708262624),  
np.float64(464265.0709485615),  
np.float64(417504.3167395543),  
np.float64(498.0348257710284),  
np.float64(-18923.863053187335),  
np.float64(-22847.95075716213),  
np.float64(-21257.733787679863),  
np.float64(29147.377709333192),  
np.float64(-61546.42049928996),  
np.float64(211196.79137791428),  
np.float64(209770.17962070598),  
np.float64(468399.62851965945),

np.float64(437728.6332716979),  
np.float64(-74424.57036679075),  
np.float64(-2014.1919010897218),  
np.float64(53512.4413819448),  
np.float64(-80596.67291096365),  
np.float64(76856.19798008604),  
np.float64(-171522.18055790386),  
np.float64(-151103.3794666767),  
np.float64(-141425.5448643281),  
np.float64(-107148.71709024603),  
np.float64(91488.96777387164),  
np.float64(21256.5083860011),  
np.float64(20727.434884563394),  
np.float64(-30940.62342462283),  
np.float64(-36385.881062566725),  
np.float64(44769.999565225575),  
np.float64(-77886.84592275934),  
np.float64(-104125.93609269953),  
np.float64(-137870.03762950908),  
np.float64(17853.555795057444),  
np.float64(137023.1354153463),  
np.float64(430429.00022420404),  
np.float64(97433.97514524353),  
np.float64(41701.02291505286),  
np.float64(180856.0666341086),  
np.float64(114801.0777656293),  
np.float64(52717.88006352383),  
np.float64(91489.49147869207),  
np.float64(200200.82365882417),  
np.float64(198432.34094908743),  
np.float64(-27236.982034741668),  
np.float64(-17140.839808484117),  
np.float64(-2134.7593043494417),  
np.float64(-26491.582902526818),  
np.float64(-95556.76482732236),  
np.float64(20889.196271320427),  
np.float64(38025.22708967116),  
np.float64(-28403.59169778839),  
np.float64(-90171.22878365873),  
np.float64(87700.40841325851),  
np.float64(-123252.14122300723),  
np.float64(326185.1469591933),  
np.float64(-45272.33161939753),  
np.float64(-85946.00210681939),  
np.float64(100263.31836822868),  
np.float64(145288.72616221686),  
np.float64(365833.64593058906),  
np.float64(365389.620884079),  
np.float64(452994.32831735077),  
np.float64(32581.408298610666),  
np.float64(218804.0840332923),  
np.float64(-122510.7878288738),  
np.float64(6413.37927834873),  
np.float64(-33898.96736321375),



np.float64(20434.03096615173),  
np.float64(23449.153355767332),  
np.float64(-49093.31697327128),  
np.float64(47538.99901203456),  
np.float64(-45743.42370736338),  
np.float64(20022.76600692027),  
np.float64(-10439.680153543042),  
np.float64(-39534.86838780368),  
np.float64(19065.66987351614),  
np.float64(-18272.29291169545),  
np.float64(-88533.8442026423),  
np.float64(-66322.89612891882),  
np.float64(-113689.53688888591),  
np.float64(74513.51961501723),  
np.float64(95022.58746950868),  
np.float64(109645.0898302809),  
np.float64(230497.28463537348),  
np.float64(179137.03974105717),  
np.float64(84582.19043037805),  
np.float64(128053.55870358102),  
np.float64(170170.44314044897),  
np.float64(47304.21548448497),  
np.float64(47087.20917181359),  
np.float64(227544.25435332287),  
np.float64(26835.146537226305),  
np.float64(126660.08082834646),  
np.float64(-23243.330329067383),  
np.float64(54354.26213979442),  
np.float64(-21377.108032275613),  
np.float64(6095.988737489082),  
np.float64(25221.432296035455),  
np.float64(-112761.28553001018),  
np.float64(-121261.58450607762),  
np.float64(55996.89554949656),  
np.float64(29248.82476383513),  
np.float64(-114937.31982356342),  
np.float64(-90031.4582305433),  
np.float64(-33317.67250092889),  
np.float64(-55566.599980922125),  
np.float64(-119643.99023346169),  
np.float64(73657.04666054345),  
np.float64(-55634.94619665829),  
np.float64(-64904.04184266222),  
np.float64(-102150.83640641626),  
np.float64(-120613.62421632223),  
np.float64(-29380.071845359904),  
np.float64(-3591.464208485875),  
np.float64(-61922.58679530144),  
np.float64(-119197.26080720211),  
np.float64(84593.77999759083),  
np.float64(-21166.098522596803),  
np.float64(-87234.8729524757),  
np.float64(106851.11084015013),  
np.float64(-147093.5566146161),

```

np.float64(78329.78013311294),
np.float64(-46304.82408688331),
np.float64(61501.812259498445),
np.float64(77289.64860906836),
np.float64(29693.8033917429),
np.float64(-30928.756130143236),
np.float64(-86841.65409046225),
np.float64(-66154.21728130116),
np.float64(31481.02793150655),
np.float64(-101242.84825133983),
np.float64(5586.11032932423),
np.float64(-148214.0081214974),
np.float64(266396.31361163605),
np.float64(307531.5077242771),
np.float64(566981.3331321436),
np.float64(631158.982327923),
np.float64(45143.551299191546),
np.float64(147318.87954379863),
np.float64(206303.3518674444),
np.float64(175530.26214690515),
np.float64(37220.37524621404),
np.float64(199458.20475528535),
np.float64(244876.82698045674),
np.float64(-57549.665192083805),
np.float64(258448.38513561373),
np.float64(100701.05104299547),
np.float64(68312.98850067687),
np.float64(197730.57719871352),
...]
```

```

In [ ]: import numpy as np
import pandas as pd
from sklearn.linear_model import LinearRegression

def rolling_cir_estimation(df, level=2, start_idx=10000, window_size=2000, for
    V_col = f'bids_notional_{level}'
    df = df.copy()
    df['V'] = df[V_col]
    df['dV'] = df['V'].diff()
    df['dt'] = df['system_time'].diff().dt.total_seconds()
    results = []

    for t in range(start_idx, len(df) - forecast_horizon):
        window = df.iloc[t - window_size:t].dropna()
        if window.empty or window['dt'].min() <= 0:
            results.append(np.nan)
            continue

        V = window['V'].values.reshape(-1, 1)
        dV_dt = (window['dV'] / window['dt']).values
        dV2_dt = (window['dV']**2 / (2 * window['dt'])).values

        reg_drift = LinearRegression().fit(V, dV_dt)
```

```

reg_diff = LinearRegression().fit(V, dV2_dt)

a = reg_drift.intercept_
b = -reg_drift.coef_[0]
c = reg_diff.intercept_
d = reg_diff.coef_[0]

lam = a + 2 * c
mu = 2 * c - a
nu = b

Vt = df.iloc[t]['V']
Ft = lam - mu - nu * Vt
Dt = max(0.0, 0.5 * (lam + mu + nu * Vt))
dV = Ft + np.sqrt(Dt) * np.random.normal()
forecast = Vt + dV

results.append(forecast)

return results

forecasts = rolling_cir_estimation(df[:10000], level=0, start_idx=1000, window

```

```

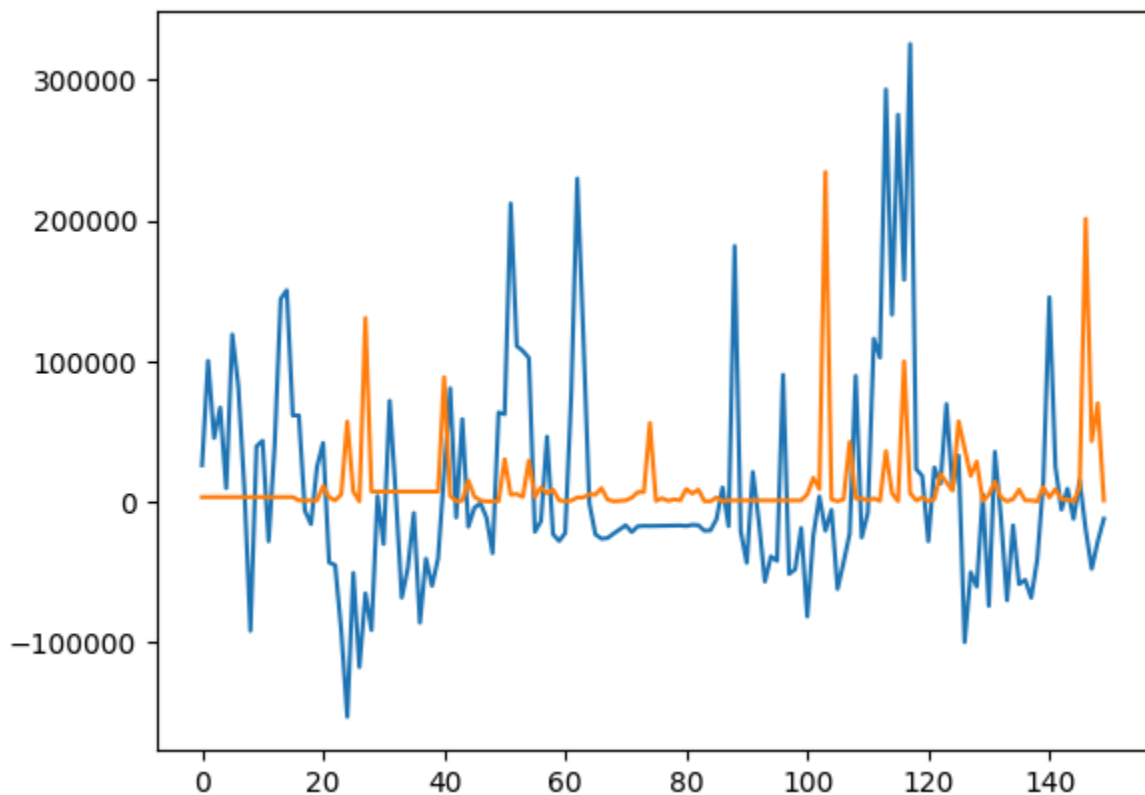
In [ ]: plt.plot(forecasts[:150])
plt.plot(df['bids_notional_0'][:150])

```

```

Out[ ]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x7faefee8b050>]

```



In [ ]: