

Typst 入門

Manato1fg

東京大学工学部計数工学科システム情報コース 3 年

1. はじめに

素敵な文章. これはとても素敵な文章ですよ.

1.1. 節

節もこのように作成できます.

1.2. フォントの切り替え

```
set text(  
  font: (  
    "Times New Roman",  
    "Yonaga Old Mincho"  
  ),  
  size: 12pt  
)
```

template.typ で上記のように設定しておくと英語の場合は Times New Roman, 日本語の場合は夜永オールド明朝で表示されます.

1.3. 数式

数式は次のようになります.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2) = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (1)$$

あるいは $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ のようにインラインで記述することもできます.

インラインで記述する場合は `$...$` で囲み, ブロックレベルにする場合は `$... $` で囲みます.

1.4. 脚注

脚注は `#footnote("")` と設定します¹. 名前を付けられるので¹ と参照することもできます.

¹例えばこのようにね

2. 章

章は参照することもできます. @chap→第 1 章

2.1. 定義・定理・系

定義や定理はこちらをコピーしました.

定義 2.1.1: 円周率とは, 円の直径に対する円周の長さの比率のことである. これを特別な数字として π と表す.

定理 2.1.1 (Euler): 平方数の逆数の和について以下が成り立つ.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \quad (1)$$

式 (2.1) はオイラーの公式として知られている. 定義と定理のカウンターは別々にしています.

定義 2.1.2: Maxwell 方程式とは以下の四式のことを指す.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5)$$

定理 2.1.2: 真空中では電磁波は波として振る舞う.

証明の前に以下のベクトル解析の公式を証明しておこう.

補題 2.1.2.1: なめらかなベクトル場 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^3$ について以下が成り立つ.

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (6)$$

証明:

$\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$ について左辺の第一成分だけ計算してみよう.

$$\nabla \times \mathbf{A} := \begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

であるから,

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}|_x &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) A_x \end{aligned}$$

を得る.

よって他の各成分についても同様に計算することで証明することができる. \square

では定理 2.1.2 を示してみよう.

証明:

真空中では定義 2.1.2 において $\rho = 0, \mathbf{j} = \mathbf{0}$ としてよい. 式 (2.3) で両辺の rot を計算する.

左辺は補題 2.1.2.1 より,

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} &= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \\ &= -\nabla^2 \mathbf{E} \end{aligned} \tag{7}$$

右辺は

$$\begin{aligned} -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B}) \\ &= -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \end{aligned} \tag{8}$$

である.

よって, 式 (2.7), 式 (2.8) より,

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \tag{9}$$

を得る. これは波動方程式であり, その速さは $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ である. \mathbf{B} についても同様の計算で速さ c で進む波であると分かる. \square

定義 2.1.3: $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ を光速と呼ぶ.

Remark: 光速は現在では299,792,458 m/s と定義される物理定数である.