# Algoritmos ávidos

Pedro O. Pérez M., MTI

Análisis y diseño de algoritmos Tecnológico de Monterrey

pperezm@tec.mx

02-2019



## Contenido

#### Introducción

Definición

Forma general

### Ejemplos clásicos

Cambio de monedas

Búsqueda en profundidad sobre un grafo

Programación de actividades

Reservaciones de hotel

Fracciones egipcias

Subconjunto de producto máximo de un arreglo

Subsecuencia lexicográficamente más grande

## Definición

Se conocen también como *algoritmos miopes*, *golosos*, *ávidos* o *avaros*, y caracterizan por decisiones basados en la información que tienen a primera mano, sin tener en cuenta lo que pueda pasar más adelante. Además, una vez que toman una decisión nunca reconsideran otras posibilidades, lo que ocasionalmente los lleva a caer en puntos muertos o sin salida.

Los algoritmos ávidos también se caracterizan por la rapidez con la que encuentran una solución (cuando la encuentran), que casi nunca es la mejor. Normalmente son utilizados para resolver problemas en los cuales la velocidad de respuesta debe ser muy alta o el espacio de búsqueda es muy grande.

Ejemplos típicos de problemas que se pueden resolver mediante este paradigma están las búsquedas en árboles o graos, solución de laberintos y algunos juegos entre otros. También muchos problemas que requieren obtener máximos o mínimos.

## Forma general

La estrategia general de este tipo de algoritmos se basa en la construcción de una solución que comienza sin elementos, y cada vez que debe tomar algún tipo de decisión lo hace con la información que tiene en ese momento, para, de alguna manera, agregar elementos y así avanzar hacia la solución final. Cada elemento se agrega al conjunto solución, y así hasta llegar a la solución completa o a un punto en el cual el algoritmo no puede seguir avanzando, lo cual no indica que no se encontró una solución al problema.

### Procedure 1 GREEDY\_ALGORITHM

```
Input: C : Set
  S : Set
  while C \neq \emptyset and SOLUTION(S) = false do
     x \leftarrow SELECT(C)
     S \leftarrow S + x
     C \leftarrow C - x
  end while
  if SOLUTION(S) then
     return S
  else
     return Ø
  end if
```

Cambio de monedas

Búsqueda en profundidad sobre un grafo Programación de actividades Reservaciones de hotel Fracciones egipcias Subconjunto de producto máximo de un arreglo

Subsecuencia lexicográficamente más grande

## Cambio de monedas

Dado un sistema monetario S con N monedas de diferentes denominaciones y una cantidad de cambio C, calcular el menor número de monedas del sistema monetario S equivalente a C. Ejemplos:

► Input : s[] = 1, 3, 4 c = 6

Output: 3

**Explanation**: The change will be (4 + 1 + 1) = 3

#### Cambio de monedas

Búsqueda en profundidad sobre un grafo Programación de actividades Reservaciones de hotel Fracciones egipcias Subconjunto de producto máximo de un arreglo Subsecuencia lexicográficamente más grande

### Procedure 2 COIN CHANGE

```
Input: S : Array, c : Integer
min \leftarrow 0
SORT\_DESC(S)
for i \leftarrow 1 to S.length do
min \leftarrow min + (c/S[i])
c \leftarrow c \mod S[i]
end for
```

Cambio de monedas

Búsqueda en profundidad sobre un grafo
Programación de actividades
Reservaciones de hotel
Fracciones egipcias
Subconjunto de producto máximo de un arreglo
Subsecuencia lexicográficamente más grande

## Búsqueda en profundidad

La búsqueda en profundidad (en inglés DFS o Depth First Search) es un algoritmo de búsqueda no informada utilizado para recorrer todos los nodos de un grafo o árbol (teoría de grafos) de manera ordenada, pero no uniforme. Su funcionamiento consiste en ir expandiendo todos y cada uno de los nodos que va localizando, de forma recurrente, en un camino concreto. Cuando ya no quedan más nodos que visitar en dicho camino, regresa (backtracking), de modo que repite el mismo proceso con cada uno de los hermanos del nodo ya procesado <sup>1</sup>.



<sup>1</sup>https://goo.gl/ZsAAzP

Cambio de monedas
Búsqueda en profundidad sobre un grafo
Programación de actividades
Reservaciones de hotel
Fracciones egipcias
Subconjunto de producto máximo de un arreglo
Subsecuencia lexicográficamente más grande

#### Procedure 3 DFS

```
Input: start : Vertex, g : Graph
  visited: Set
  x visit : Stack
  x visit.push(start)
  while !x visit.empty() do
     current \leftarrow x \ visit.pop()
     if current ∉ visited then
        visited.add(current)
       for all v in current.connections() do
          x visit.push(start)
       end for
     end if
  end while
  return visited
```

## Programación de actividades

Te dan N actividades con sus tiempos de inicio  $(S_i)$  y finalización  $(F_i)$ . Selecciona el número máximo de actividades que puede realizar una sola persona, asumiendo que una persona solo puede trabajar en una sola actividad a la vez. <sup>2</sup> Ejemplo:

► Input :

start[] = 
$$(1, 3, 0, 5, 8, 5)$$
  
finish[] =  $(2, 4, 6, 7, 9, 9)$   
Output : 4



<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>https://goo.gl/1RG25M

### Procedure 4 ACTIVITIES SELECTION

```
Input: A : Activity Array
  SORT ASC BY END(A)
  i \leftarrow 1
  S \leftarrow \emptyset + A[i]
  for j \leftarrow 2 to A.length do
     if A[j].start \geq A[i].end then
       S \leftarrow S + A[i]
        i \leftarrow j
     end if
  end for
  return S
```

Cambio de monedas
Búsqueda en profundidad sobre un grafo
Programación de actividades
Reservaciones de hotel
Fracciones egipcias
Subconjunto de producto máximo de un arreglo
Subsecuencia lexicográficamente más grande

## Reservaciones de hotel

Un gerente de hotel debe procesar N reservas anticipadas de habitaciones para la próxima temporada. Su hotel tiene K habitaciones. Las reservas contienen una fecha de llegada y una fecha de salida. Quiere saber si hay suficientes habitaciones en el hotel para satisfacer la demanda.  $^3$ 



<sup>3</sup>https://goo.gl/7e6idL

### Procedure 5 BOOKING PROBLEM

```
Input: Arrival: Array, Departure: Array, n: Integer, k: Integer
  SORT ASC(Arrival)
  SORT ASC(Departure)
  i \leftarrow 1
  i \leftarrow 1
  current \leftarrow 0
  required \leftarrow 0
  while i < nandj < n do
     if Arrival[i] < Departure[j] then
         current \leftarrow current + 1
         required = MAX(current, required)
        i \leftarrow i + 1
     else
         current \leftarrow current - 1
        i \leftarrow i + 1
```

```
while i < n do
  current \leftarrow current + 1
  required = MAX(current, required)
  i \leftarrow i + 1
end while
while i < n do
  current \leftarrow current - 1
  i \leftarrow i + 1
end while
return k > required
```

Cambio de monedas
Búsqueda en profundidad sobre un grafo
Programación de actividades
Reservaciones de hotel
Fracciones egipcias
Subconjunto de producto máximo de un arreglo

Subsecuencia lexicográficamente más grande

## Fracciones egipcias

Cada fracción positiva puede representarse como la suma de fracciones unitarias únicas. Una fracción es una fracción unitaria si el numerador es 1 y el denominador es un entero positivo, por ejemplo, 1/3 es una fracción unitaria. Dicha representación se llama fracción egipcia, ya que fue utilizada por los antiguos egipcios. <sup>4</sup>



<sup>4</sup>https://goo.gl/sUzBPd

#### Procedure 6 EGYPTIAN

```
Input: num: integer, dem: Integer
  if num = 0 or dem = 0 then
    return
  end if
  if dem \mod num = 0 then
   print "1/" + (dem/num)
    return
  end if
  if num \mod dem = 0 then
   print (num/dem)
    return
  end if
```

Cambio de monedas
Búsqueda en profundidad sobre un grafo
Programación de actividades
Reservaciones de hotel
Fracciones egipcias
Subconjunto de producto máximo de un arreglo
Subsecuencia lexicográficamente más grande

```
if num > dem then

print (num/dem) + " + "

EGYPTIAN(num \mod dem, dem)

return

end if

n \leftarrow (dem/num) + 1

print "1/" + n + " + "

EGYPTIAN((num * n) - dem, dem * n)
```

# Subconjunto de producto máximo de un arreglo

Dado un arreglo A, tenemos que encontrar el producto máximo posible con el subconjunto de elementos presentes en el arreglo. El producto máximo puede ser solo uno de los elementos del arreglo.  $^{5}$ 

#### Ejemplos:

▶ Input : a[] = -1, -1, -2, 4, 3

Output: 24

**Explanation**: Maximum product will be (-2 \* -1 \* 4 \* 3) = 24

▶ **Input** : a[] = -1, 0

 $\textbf{Output}\,:\,0$ 

**Explanation**: 0 (single element) is maximum product possible

▶ **Input** : a[] = 0, 0, 0

Output: 0



<sup>5</sup>https://goo.gl/spb5Ka

Cambio de monedas Búsqueda en profundidad sobre un grafo Programación de actividades Reservaciones de hotel Fracciones egipcias

Subconjunto de producto máximo de un arreglo Subsecuencia lexicográficamente más grande

Una solución simple sería generar todos los subconjuntos, encontrar el producto de cada subconjunto y regresa el máximo. Sin embargo, existe una mejor solución si tomamos en cuenta los siguiente factores:

- ➤ Si el número de elementos negativos es par, el resultado es, sencillamente, el producto de todos los elementos.
- ➤ Si el número de elementos negativos es impar, el resultado es la multiplicación de todos los elementos excepto el número negativo más grande.
- ➤ Si hay ceros, el resultado el producto de todos los números, excepto los ceros con una excepción. La excepción es cuadn hay un número negativo y todos los otros números son ceros. En este caso, el resultado es 0.



## Procedure 7 MAXIMUM\_PRODUCT

```
Input: A: Array

if n = 1 then

return A[1]

end if

max\_neg \leftarrow INT\_MIN

count\_neg \leftarrow 0

count\_zero \leftarrow 0

product \leftarrow 1
```

```
for i \leftarrow 1 to A.length do
  if A[i] = 0 then
     count zero \leftarrow count zero + 1
  else
    if A[i] < 0 then
       count neg \leftarrow count neg + 1
       max neg \leftarrow MAX(max neg, count neg)
    end if
    product \leftarrow product * A[i]
  end if
end for
```

```
if count zero == n then
  return 0
end if
if count neg mód 2 = 1 then
  if count neg = 1 and count zero > 0 and (count neg + count zero) = 0
  n then
    return 0
  end if
  product ← product max neg
end if
return product
```

Cambio de monedas
Búsqueda en profundidad sobre un grafo
Programación de actividades
Reservaciones de hotel
Fracciones egipcias
Subconjunto de producto máximo de un arreglo
Subsecuencia lexicográficamente más grande

# Subsecuencia lexicográficamente más grande

Dada una cadena S y un entero K. La tarea es encontrar la subsecuencia lexicográficamente más grande de S, digamos T, de modo que cada carácter en T debe aparecer al menos K veces. <sup>6</sup> Ejemplos:

► Input : S = "zzwzawa"K = 2Output : zzzaa

#### Procedure 8 SUBSEQUENCE

```
Input: S: String, T: String, n: Integer, k: Integer
   last \leftarrow 0
   new last \leftarrow 0
   size \leftarrow 0
   for ch \leftarrow' z' to 'a' do
      count \leftarrow 0
      for i \leftarrow last to n do
         if S[i] = ch then
            count \leftarrow count + 1
         end if
      end for
      if count \ge k then
         NEXT SLIDE
      end if
   end for
```

Cambio de monedas Búsqueda en profundidad sobre un grafo Programación de actividades Reservaciones de hotel Fracciones egipcias Subconjunto de producto máximo de un arreglo Subsecuencia lexicográficamente más grande

```
for i \leftarrow last to n do
  if S[i] = ch then
     T[size] \leftarrow ch
     size \leftarrow size + 1
     new last \leftarrow i
  end if
end for
last \leftarrow new last
```