

# Tema 4

Pedro O. Pérez M., PhD.

Modelación de sistemas multiagentes con gráficas computacionales  
Tecnológico de Monterrey

*pperezm@tec.mx*

08-2023

# Juego ficticio

- El juego ficticio es una de las primeras reglas de aprendizaje.
- De manera general, no es una regla de aprendizaje. Se podría considerar más un método iterativo para calcular el equilibrio de Nash.
- Es una instancia de aprendizaje basado en modelos, en donde el agente mantiene “creencias” acerca de la estrategia del oponente.

- La estructura de esta técnica es la siguiente:

---

### Procedure 1 Juego Ficticio

---

Inicializar creencias acerca de la estrategia del oponente

**while** *FINISHED* **do**

    Juega la mejor respuesta a la estrategia evaluada del oponente

    Oserver el juego real de oponente y actualizar las creencias en consecuencia

**end while**

---

- Esta estrategia no toma en cuenta la ganancia obtenida (o que se obtendrá) por otros agentes.
- Lo que se se asume es que el mismo agente conocer su propia matriz de ganancia en cada paso (por ejemplo, la ganancia que se obtendría en cada acción que se haya encontrado o no en el pasado).

# Matriz de ganancia

- Juego de monedas iguales:
  - Dos jugadores tienen una moneda y de manera independiente cada uno de ellos elige mostrar Águila o So. Si ambos son iguales, el jugador 1 obtiene ambas. De otra forma, el jugador 2 consigue ambas.
- La matriz de ganancia que describe dicho comportamiento es la siguiente.

		Jugador 2	
		Águila	Sol
Jugador 1	Águila	1, -1	-1, 1
	Sol	-1, 1	1, -1

## ¿Cómo se interpreta la matriz de ganancia?

- Si Jugador 1 y Jugador 2 eligen Águila, Jugador 1 gana 1 moneda y Jugador 2 pierde 1 moneda.
- Si Jugador 1 elige Águila y Jugador 2 elige Sol, Jugador 1 pierde 1 moneda y Jugador 2 gana 1 moneda.
- Si Jugador 1 elige Sol y Jugador 2 elige Águila, Jugador 1 pierde 1 moneda y Jugador 2 gana 1 moneda.
- Si Jugador 1 y Jugador 2 eligen Sol, Jugador 1 gana 1 moneda y Jugador 2 pierde 1 moneda.

		Jugador 2	
		Águila	Sol
Jugador 1	Águila	1, -1	-1, 1
	Sol	-1, 1	1, -1

- Esta configuración es la inicial, se puede modificar tomando en cuenta experiencias pasadas.

- En un inicio, los agentes usan una estrategia mixta dada la distribución empírica de las acciones previas del oponente.
- Si  $A$  es el conjunto de acciones del oponente, y por cada  $a \in A$  definimos  $w(a)$  como el número de veces que el oponente ha realizado la acción  $a$ . Entonces, el agente evalúa que la probabilidad de  $a$  en la estrategia mixta del oponente es:

$$Prob(a) = \frac{w(a)}{\sum_{a' \in A} w(a')}$$

- Por ejemplo, si el oponente juega Águila, Águila, Sol, Águila y Sol en las primeras rondas, antes de que se juegue la sexta ronda, se puede asumir que se jugará la estrategia mixta  $(0,6,0,4)$ .
- La creencia de jugada de un oponente se puede representar como una medida de probabilidad, o como un conjunto de contadores  $(w(a_1), w(a_2), \dots, w(a_k))$ .



- Digamos que ...
  - Jugador 1 empieza el juego con la creencia de que Jugador 2 ha jugado Águila 1.5 veces y Sol 2 veces.
  - Jugador 2 empieza el juego con la creencia de que Jugador 1 ha jugado Águila 2 veces y Sol 1.5 veces.
- ¿Cómo jugarán?

Ronda	Acción J1	Acción J2	Creencia J1	Creencia J2
0			(1.5, 2)	(2, 1.5)
1	S	S	(1.5, 3)	(2, 2.5)
2	S	A	(2.5, 3)	(2, 3.5)
3	S	A	(3.5, 3)	(2, 4.5)
4	A	A	(4.5, 3)	(3, 4.5)
5	A	A	(5.5, 3)	(4, 4.5)
6	A	A	(6.5, 3)	(5, 4.5)
7	A	S	(6.5, 4)	(6, 4.5)
...	⋮	⋮	⋮	⋮

- En el juego anterior, cada uno de los jugadores termina alternando entre Águila y Sol.
- De hecho, si el juego tiende a infinito, la distribución de las jugadas de cada jugador convergerá a  $(0,5, 0,5)$ .
- Si se toma esta distribución de estrategias mixtas, el juego converge a un equilibrio de Nash, en donde cada jugador juega una estrategia mixta  $(0,5, 0,5)$ .

# Aprendizaje Racional

- Aprendizaje racional (Rational Learning, también llamado Aprendizaje Bayesiano) adopta el mismo esquema basado en el modelo de Juego Ficticio.
- La principal diferencia con juego ficticio es que permite a los jugadores tener un conjunto de creencias más rico acerca de las estrategias de los oponentes.
  - Permite incluir estrategias de juegos repetidos.
  - Las creencias de cada jugador acerca de las estrategias del oponente pueden ser expresadas por cualquier distribución de probabilidad sobre el conjunto de todas las estrategias posibles.

- Al igual que la estrategia de Juego Ficticio, cada jugador empieza con alguna creencia.
- Después de cada ronda, el jugador usa una actualización Bayesiana para actualizar sus creencias.
- Sea  $S$  el conjunto de estrategias del oponente consideradas posibles por el jugador  $i$ , y  $H$ , el conjunto posible de historias en el juego (rondas pasadas). Entonces, la regla de Bayes para expresar la probabilidad asignada para jugador  $i$  al evento en donde el oponente está jugando una estrategia en particular  $s \in S$  dada la observación histórica  $h \in H$ , es:

$$Prob(s|h) = \frac{Prob_i(h|s)Prob_i(s)}{\sum_{s' \in S} Prob_i(h|s')Prob_i(s')}$$

- Aprendizaje Racional es un modelo muy intuitivo para aprendizaje, pero su análisis es bastante complicado.
- El análisis se centra en el auto-juego, es decir, en las propiedades del juego repetido en el que todos los agentes emplean el aprendizaje racional.
- En términos generales, los aspectos más destacados de este modelo son los siguientes:
  - En algunas condiciones, en el auto-juego, el aprendizaje racional da como resultado que los agentes tengan creencias cercanas a las correctas sobre la parte observable de la estrategia de su oponente.
  - En algunas condiciones, en el auto-juego, el aprendizaje racional hace que los agentes converjan hacia un equilibrio de Nash con alta probabilidad.
  - La principal de estas “condiciones” es la continuidad absoluta, una fuerte suposición.

# Aprendizaje Reforzado

- En Aprendizaje Reforzado (Reinforcement Learning), el agente interactúa con el mundo y periódicamente obtiene una recompensa que refleja que tan bien lo está haciendo.
- El agente no tiene idea de lo que tiene que hacer, solo realiza acciones y dependiendo si fueron correctas o no, recibe una recompensa (puntos por hacerlo bien, ningún punto si lo hace mal, o 1/2 si llegó hasta cierto punto).
- En ese sentido, el agente tiene que actuar más para conocer más. Imagina jugar un juego en donde no conoces las reglas; después de 100 movimientos o más, un arbitro te dice que perdiste. Eso es el aprendizaje reforzado.



- Este tipo de aprendizaje es útil cuando el agente tiene que trabajar en ambientes desconocidos usando solo sus percepciones y recompensas ocasionales.
- El diseño general para agentes define el tipo de información que debe ser aprendida:
  - Un agente basado en un modelo de aprendizaje reforzado obtiene (o se encuentra equipado con) un modelo de transición  $Prob(s'|s, a)$  (donde  $a$  representa una evidencia de fondo) para el ambiente y aprende con función de utilidad  $U(s)$  definido en términos de la suma de las recompensas del estado  $s$  hacía adelante.
  - Un agente libre es un modelo de aprendizaje pudiera aprender una función de acción-utilidad  $Q(s, a)$  o una política  $\pi(s)$ .

# Función de acción-utilidad $Q(s, a)$

- El agente aprende una función  $Q$ , o función de calidad,  $Q(s, a)$  que es la suma de las recompensas del estado  $s$  en adelante si la acción  $a$  es realizada.
- Dada una función  $Q$ , el agente puede elegir que hacer en  $s$  al encontrar la acción con el valor de  $Q$  más alto.
- De forma general,  $Q$  se representa como una tabla de valores de acciones indexada por estado y acción, inicialmente en 0's. Y  $V$  es una tabla de frecuencias estado-acción, inicialmente en 0.

El cálculo de la función de calidad es la siguiente:

$$Q_{t+1}[s_t, a_t] = (1 - \alpha) \cdot \underbrace{Q(s_t, a_t)}_{\text{valor viejo}} + \underbrace{\alpha}_{\text{tasa de aprendizaje}} \cdot \overbrace{\left( \underbrace{r(s_t, a_t)}_{\text{recompensa}} + \underbrace{\gamma}_{\text{factor de descuento}} \cdot \max_a Q(s_{t+1}, a_t) \right)}_{\text{valor aprendido}}$$

donde:

- $r(s_t, a_t)$  es la recompensa recibida al pasar del estado  $s_t$  al estado  $s_{t+1}$ .
- $\alpha$  es la tasa de aprendizaje ( $0 < \alpha < 1$ ).
- $\gamma$  es un factor de descuento ( $0 < \gamma < 1$ ) y evalúa las recompensas recibidas anteriormente con un valor mayor que las recibidas posteriormente.

- $\alpha$  determina hasta qué punto la información adquirida sobrescribe la información vieja.
- Un factor de 0 hace que el agente no aprenda (únicamente aprovechando el conocimiento previo), mientras un factor de 1 hace que el agente considere sólo la información más reciente (ignorando el conocimiento previo para explorar posibilidades).
- En entornos totalmente deterministas, un índice de aprendizaje de  $\alpha_t = 1$  es óptimo.  $\alpha_t = 1$  cuando el problema es estocástico, el algoritmo converge bajo determinadas condiciones técnicas en el índice de aprendizaje que requiere un descenso hasta cero.
- En la práctica, a menudo se utiliza un índice de aprendizaje constante, como  $\alpha_t = 0,1$  para toda  $t$ .

- $\gamma$  determina la importancia de las recompensas futuras.
- Un factor de 0 hará que el agente sea “miope” por considerar únicamente las recompensas actuales.
- Mientras que un factor que se acerca a 1 hará que luche por una recompensa alta a largo plazo.

El algoritmo que implementa la regla de actualización anterior se define a continuación:

---

**Procedure 2** Aprendizaje Q

---

Inicializar la función  $Q$  y  $V$  valores.

**while**  $\neg$ converge **do**

    Observar el estado actual  $s_t$

    Seleccionar acción  $a_t$

    Observar la recompensa  $r(s_t, a_t)$

$Q_{t+1}[s_t, a_t] \leftarrow (1 - \alpha) \cdot Q(s_t, a_t) + \alpha \cdot (r(s_t, a_t) + \gamma \cdot \max_a Q(s_{t+1}, a_t))$

$V[s_t, a_t] \leftarrow \max_a Q(s_{t+1}, a_t)$

**end while**

---

- El comportamiento de un agente se encuentra modelada como un mapa llamado política:

$$\pi : A \times S \rightarrow [0, 1]$$
$$\pi(a, s) \leftarrow \text{Prob}(a_t = a | s_t = s)$$

- El mapa de la política provee la probabilidad de tomar la acción  $a$  cuando se está en el estado  $s$ .
- En este método, la idea es ir actualizando las políticas siempre y cuando el desempeño mejora.

- Una de las ventajas de aprendizaje reforzado es que no es necesario la construcción manual de los comportamientos y del etiquetado de un vasto conjunto de referencias usando en aprendizaje supervisado o definir a mano las secuencias de control de las estrategias.
- Aprendizaje reforzado es útil cuando nos encontramos en un ambiente donde es necesario manejar entornos continuos, o ambientes con alta dimensionalidad o parcialmente observable en donde comportamientos exitosos pueden consistir en miles o millones de acciones.



- Capítulos 12 y 22 de libro de Russel y Norvig.
- Capítulo 7 del libro de Shoham y Leyton.