Introducción a los lenguajes de programación

Pedro O. Pérez M., PhD.

Implementación de métodos computacionales
Tecnológico de Monterrey

pperezm@tec.mx

02-2023

Contenido I

¿Qué es un lenguaje?

Un alfabeto es un conjunto finito, no vacío de símbolos. Por convención, usaremos el símbolo Σ. Entre los ejemplos más comunes de alfabetos podemos encontrar:

1. $\Sigma = 0, 1$, alfabeto binario.
2. $\Sigma = a, b, c, ..., z$, el conjunto de todas las letras minúsculas.
3. El conjunto de todos los caracteres ASCII, o el conjunto de todos los caracteres imprimibles ASCII.

- Una cadena (o algunas veces palabras) es una secuencia finita de símbolos elegidos de algún alfabeto. Por ejemplo, 01101 es una cadena del alfabeto binarios $\Sigma = 0, 1$.
- La cadena vacía, ε, es un cadena con cero ocurrencia de símbolos y, por lo mismo, puede ser elegido de cualquier alfabeto.
- La longitud de una cadena es el número de posiciones para símbolos dentro de la misma. Por ejemplo, 01101 tiene una longitud de 5. La notación estándar para la longitud de una cadena w es $|w|$. Por ejemplo, $|011| = 3$ y $|\varepsilon| = 0|$.

- Si Σ es un alfabeto, podemos expresar el conjunto de todas las cadenas de una cierta longitud usando la notación exponencial. Con esto, podemos definir Σ^k como el conjunto de cadenas de longitud k, seleccionados de los símbolos de Σ.
- Es importante hacer notar que $\Sigma^0 = \{\varepsilon\}$, sin importar a que alfabeto nos refiramos.
- De tal forma que si $\Sigma = \{0, 1\}$, entonces:
  - $\Sigma^1 = \{0, 1\}$,
  - $\Sigma^2 = \{00, 01, 10, 11\}$,
  - $\Sigma^3 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$

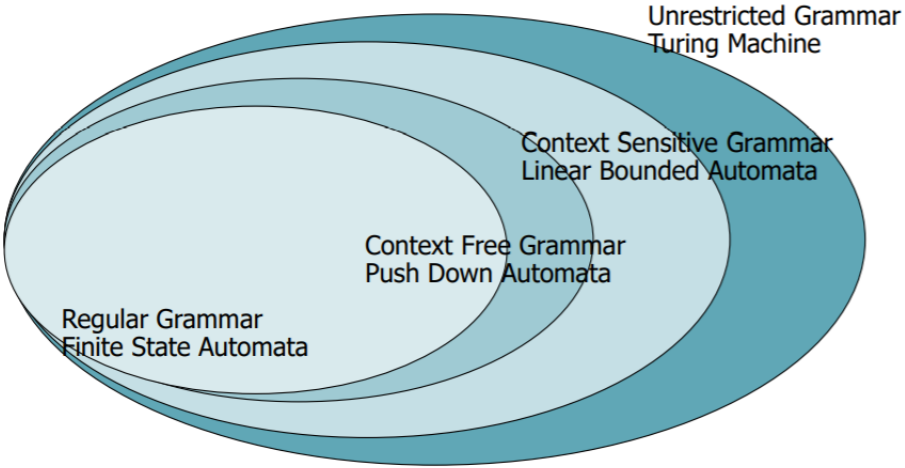
- El conjunto de todos las cadenas (de cualquier longitud) que existen sobre un alfabeto Σ, convencionalmente, se denomina Σ^*. Por ejemplo, si $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Sigma^* = \{\varepsilon, 0, 1, 00, 01, ...\}$. Este conjunto, de hecho, resulta ser: $\Sigma^* = \Sigma^0 \cap \Sigma^1 \cap \Sigma^2 ...$
- Algunas veces, quizás queremos excluir la cadena vacía del conjunto de cadenas. Para ello, usaremos Σ^+. Lo cual es igual a $\Sigma^+ = \Sigma^1 \cap \Sigma^2 \cap \Sigma^3 ...$ o $\Sigma^* = \Sigma^+ \cup \varepsilon$.

- Sean x y y cadenas. Entonces, xy indica la concatenación de x y y. De forma más precisa, si x es una cadena compuesta por i símbolos $x = a_1 a_2 \ldots a_i$ y y es una cadena compuesta por j símbolos $y = b_1 b_2 \ldots b_j$, entonces xy es una cadena de longitud $i + j$, $xy = a_1 a_2 \ldots a_i b_1 b_2 \ldots b_j$.
- Para cualquier cadena w, la ecuación $\varepsilon w = w \varepsilon = w$ es verdad. Esto es porque ε es identidad para concatenación.

- Un conjunto de cadenas, todas la cuales son seleccionadas de algún Σ^*, donde Σ es un alfabeto particular, es llamada lenguaje. Dicho de otra forma, si Σ es un alfabeto, y $L \subseteq \Sigma^*$, entonces L es un lenguaje sobre Σ. Por ejemplo,
  - El lenguaje Español, la colección legal de palabras españolas, es un conjunto de cadenas sobre el alfabeto que consiste de todas las letras.
  - El lenguaje C, o cualquier otro lenguaje de programación, es el conjunto de programas válidos que son un subconjunto de todas las posibles cadenas que pueden ser formadas sobre el conjunto de los caracteres ASCII.
- También podemos definir otros lenguajes:
  - El lenguaje de todas las cadenas consistentes de n 0's seguidos de n 1's para alguna $n \geq 0$: $\{\varepsilon, 01, 0011, 000111, \ldots\}$.

- También podemos definir otros lenguajes:
  - El lenguaje de todas las cadenas consistentes de n 0's seguidos de n 1's para alguna $n \geq 0$: $\{\varepsilon, 01, 0011, 000111, ...\}$.
  - El lenguaje de todas las cadenas que tiene un igual número de 0's y 1's: $\{\varepsilon, 01, 10, 0011, 1100, 0101, 1010, 1001, ...\}$.
  - El conjunto de números binarios cuyo valor es primo: $\{10, 11, 101, 111, 1011, ...\}$.
  - Σ^* es un lenguaje para cualquier alfabeto Σ.
  - $\emptyset$, el lenguaje vacío, es un lenguaje sobre cualquier alfabeto.
  - $\{\varepsilon\}$, lenguaje conformado por solo una cadena vacía, es, también, un lenguaje sobre cualquier alfabeto. Importante, $\emptyset \neq \{\varepsilon\}$.

- La jerarquía de Chomsky-Schützenberger es la base formal para describir un lenguaje (natural o artificial). "How Complex is Natural Language? The Chomsky Hierarchy".


Unrestricted Grammar
Turing Machine
Context Sensitive Grammar
Linear Bounded Automata
Context Free Grammar
Push Down Automata
Regular Grammar
Finite State Automata

Una grámatica formal es un cuadrupla $G = (N, \Sigma, P, S)$ donde

- N es un conjunto finito de No Terminales.
- Σ es un conjunto finito de terminales y es disjunto de N.
- P es un conjunto finito de reglas de producción de la forma $w \in (N \cup \Sigma)*$ $\rightarrow w \in (N \cup \Sigma)*$.
- $S \in N$ es el símbolo inicial.

Tipo-0, Sin restricciones

- Los lenguajes definidos por gramáticas Tipo-0 son aceptadas por Maquinas de Turing.
- Las reglas son de la forma: $\alpha \to \beta$, donde α y β son cadenas arbitrarias sobre N y $\alpha \neq \varepsilon$.
- Ejemplos de producciones: Sab $\to$ ba, A $\to$ S.

- Los lenguajes definidos por gramáticas Tipo-1 son aceptadas por Autómatas Delimitados Linealmente.
- Sintaxis de algunos lenguajes naturales (Alemán).
- Las reglas son de la forma: $\alpha A \beta \rightarrow \alpha B \beta$, $S \rightarrow \varepsilon$ donde A y S ϵ N, α, β, B ϵ $(N \cup \Sigma)*$ y $B \neq \varepsilon$.

Tipo-2, Libres de contexto

- Los lenguajes definidos por gramáticas Tipo-2 son aceptadas por Autómatas Push-Down.
- El lenguaje natural es casi enteramente definible por árboles sintácticos de Tipo-2.
- Las reglas son de la forma: $A \rightarrow \alpha$ donde $A \epsilon N$, $\alpha \epsilon (N \cup \Sigma)*$.

- Los lenguajes definidos por gramáticas Tipo-3 son aceptadas por Autómatas de Estados Finitos.
- La mayoría de la sintaxis de dialogo hablado informal.
- Las reglas son de la forma: $A \to \alpha$, $A \to \varepsilon$, $A \to \alpha B$ donde A, $B \in N$, $\alpha \in \Sigma$.

Si quieres conocer un poco más, revisa estos dos vídeos:

- “TYPES OF GRAMMAR- Type 0, Type 1, Type 2, Type 3 (CHOMSKY HIERARCHY)|| THEORY OF COMPUTATION”.
- “Noam Chomsky, Fundamental Issues in Linguistics (April 2019 at MIT) - Lecture 1”.