

Autómatas de pila

Pedro O. Pérez M., PhD.

Implementación de métodos computacionales
Tecnológico de Monterrey

pperezm@tec.mx

03-2021

Contenido I

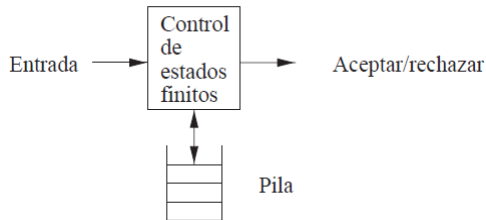
Definición

Definición de autómeta de pila (AP)

Definición formal de autómeta de pila

Definición de autómatas de pila (AP)

- ▶ Existe un tipo de autómatas que define los lenguajes independientes de contexto. Dicho autómatas, conocido como “autómatas de pila” (PDA, pushdown automata), es una expresión del autómatas finito no determinista con transiciones- ϵ , el cual constituye una forma de definir los lenguajes regulares. El autómatas de pila es, fundamentalmente, un AFN- ϵ con la adición de una pila. La pila se puede leer, se pueden introducir elementos en ella y extraer sólo el elemento que está en la parte superior de la misma, exactamente igual que la estructura de datos “pila”.
- ▶ La presencia de una pila significa que, a diferencia del autómatas finito, el autómatas de pila puede “recordar” una cantidad infinita de información.



El AP lee las entradas, un símbolo cada vez. El autómata puede observar el símbolo colocado en la parte superior de la pila y llevar a cabo su transición basándose en el estado actual, el símbolo de entrada y el símbolo que hay en la parte superior de la pila. Alternativamente, puede hacer una transición “espontánea”, utilizando ϵ como entrada en lugar de un símbolo de entrada.

En una transición, el AP:

1. Consume de la entrada el símbolo que se usa en la transición. Si como entrada se utiliza ϵ , entonces no se consume ningún símbolo de entrada.
2. Pasa a un nuevo estado, que puede o no ser el mismo que el estado anterior.
3. Reemplaza el símbolo de la parte superior de la pila por cualquier cadena.
 - ▶ Puede ser el mismo símbolo del tope de la pila (no hace nada).
 - ▶ Saca el tope de la pila (pop, corresponde a ϵ).
 - ▶ Cambia el primer elemento por otro (reemplazo sin *push* o *pop* o haciendo ambos).
 - ▶ Coloca un elemento en el tope de la pila posiblemente cambiando el primer elemento.

Definición formal de autómata de pila (AP)

La notación formal de un AP incluye siete componentes. Escribiremos la especificación de un autómata de pila P de la siguiente forma:

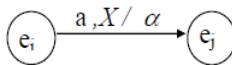
$$P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F).$$

El significado de cada uno de los componentes es el siguiente:

1. Q : Un conjunto finito de estados, como los estados de un autómata finito.
2. Σ : Un conjunto finito de *símbolos de entrada*, también análogo al componente correspondiente de un autómata finito.
3. Γ : Un *alfabeto de pila* finito. Este componente, que no tiene análogo en los autómatas finitos, es el conjunto de símbolo que pueden introducirse en la pila.

4. δ : La *función de transición*. Como en el autómata finito, δ controla el comportamiento del autómata. Formalmente, δ toma como argumento $\delta(q, a, X)$, donde q es un estado de Q , a es cualquier símbolo de entrada de Σ o ϵ y X es un símbolo de la pila que pertenece a Γ . La salida de δ es un conjunto finito de pares (p, γ) , donde P es el nuevo estado y γ es la cadena de símbolos de la pila que reemplaza a X en la parte superior de la pila.
5. q_0 : El *Estado inicial*. El autómata de pila se encuentra en este estado antes de realizar ninguna transición.
6. Z_0 : El *Símbolo inicial*. Inicialmente, la pila del autómata consta de una instancia de este símbolo.
7. F : El conjunto de *estados de aceptación* o *estados finales*.

La función de transición de estados de un AP puede ser representada por un grafo donde los nodos representan los estados y los arcos transiciones.



Si el estado actual es e_i y la cabeza lectora apunta al símbolo a , y el tope de la pila es X , entonces cambia al estado e_j , avanza la cabeza lectura y sustituye el símbolo del tope, X , de la pila por la cadena α . Por ejemplo:

- ▶ Si $\alpha = ZYX$, deja X , agrega Y y Z (tope = Z), donde $X, Y, Z \in P$.
- ▶ Si $\alpha = XX$, deja X , agrega X (tope = X).
- ▶ Si $\alpha = X$, deja X como el mismo tope (no altera la pila).
- ▶ Si $\alpha = \epsilon$, elimina X , y el nuevo tope es el símbolo por debajo de la pila.

Ejemplo 1

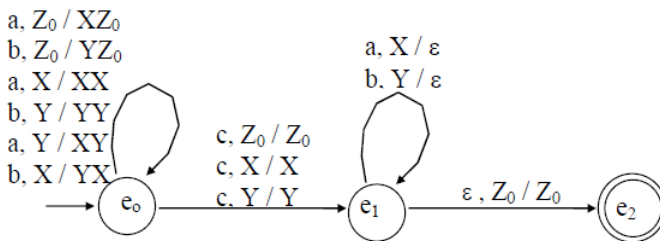
$$L_1 = \{wcw^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

$$APD_1 = \langle \{e_0, e_1, e_2\}, \{a, b, c\}, \{X, Y, Z_0\}, \delta, e_0, Z_0, \{e_2\} \rangle$$

 δ

¿Cuál cadena es
aceptada por APD_1 ?

- ▶ abcba
- ▶ c
- ▶ abcab
- ▶ a



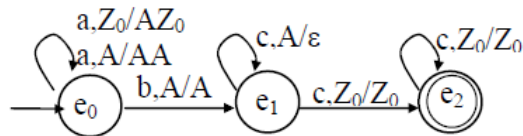
Ejemplo 2

$$L_2 = \{a^i bc^k \mid i, k \geq 1 \text{ y } i < k\}$$

$$APD_2 = \langle \{e_0, e_1, e_2\}, \{a, b, c\}, \{A, Z_0\}, \delta, e_0, Z_0, \{e_2\} \rangle$$

¿Cuál cadena es aceptada por
 APD_2 ?

- ▶ aacbbb
- ▶ aacbb



Ejercicio 1

$$L_3 = \{a^i bc^k \mid i, k \geq 1 \text{ y } i > k\}$$

$$APD_3 = \langle \{e_0, e_1, e_2, e_3\}, \{a, b, c\}, \{A, Z_0\}, \delta, e_0, Z_0, \{e_3\} \rangle$$

¿Cuál cadena es aceptada por APD_1 ?

- ▶ aacbbb
- ▶ aacbb

