Einführung in die Plasmaphysik

Hochfrequenz-geheizte Niedertemperaturplasmen

Wolfgang Suttrop
Max-Planck-Institut für Plasmaphysik
D-85740 Garching

Hochfrequenz-geheizte Niedertemperatur-Plasmen

Wichtige Typen von HF-Plasmen:

- Induktiv gekoppeltes Plasma (ICP)
- Kapazitiv gekoppeltes Plasma (CCP)
- Elektronen-Zyklotronresonanz-Plasma (ECR)

Beispiel: Leybold-Heraeus Z400

Heizung durch Stöße (Gleichstrom-Entladung)

Arbeit an einem Elektron

$$\mathrm{d}W_e = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{x} = -eE\,\mathrm{d}x$$

Leistung auf ein Elektron:

$$P_e = \frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}t} = -eE\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -eEv_d = \frac{e^2E^2}{\nu_c m_e}$$

Leistung pro Volumen (Leistungsdichte):

$$P = n_e P_e = \frac{n_e e^2 E^2}{\nu_c m_e}$$

ν_c: effektive 90° Stoßfrequenz

Zusammen mit:

(a) Energiedichte des elektrostatischen Feldes:

$$U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

(b) Plasmafrequenz:

$$\omega_{pe}^2 = \frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e}$$

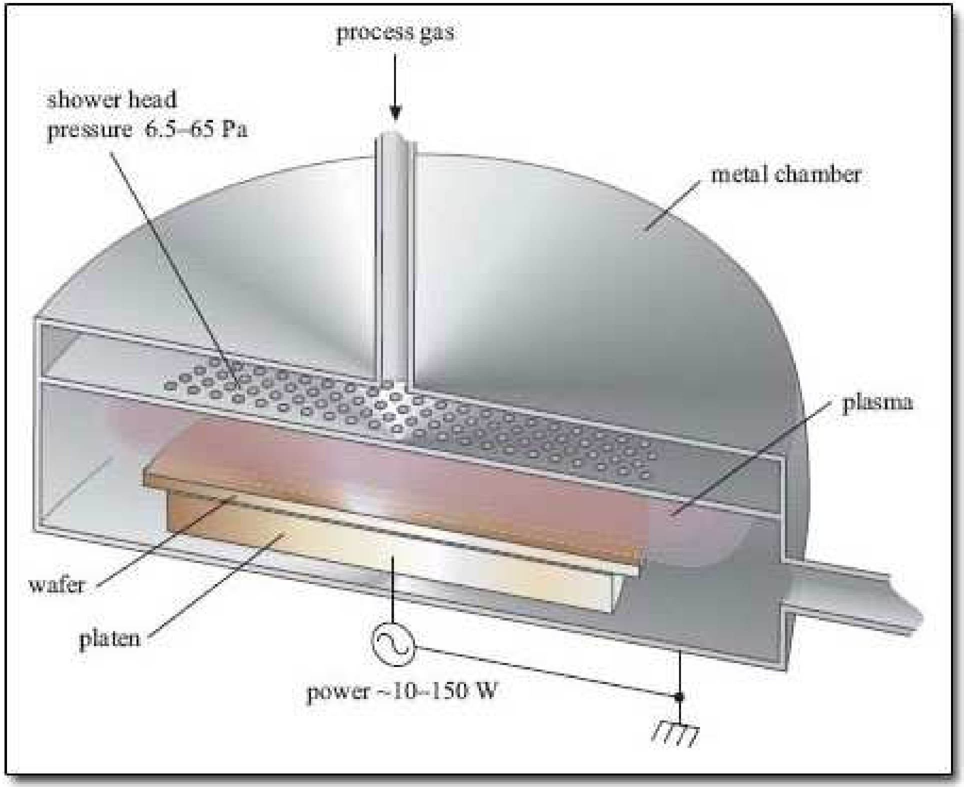
$\rightarrow$ Leistungsdichte

$$P = \underbrace{\frac{2\omega_{pe}^2}{\nu_c}}_{\equiv \nu_*} U = 2\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}U = \nu_* U$$

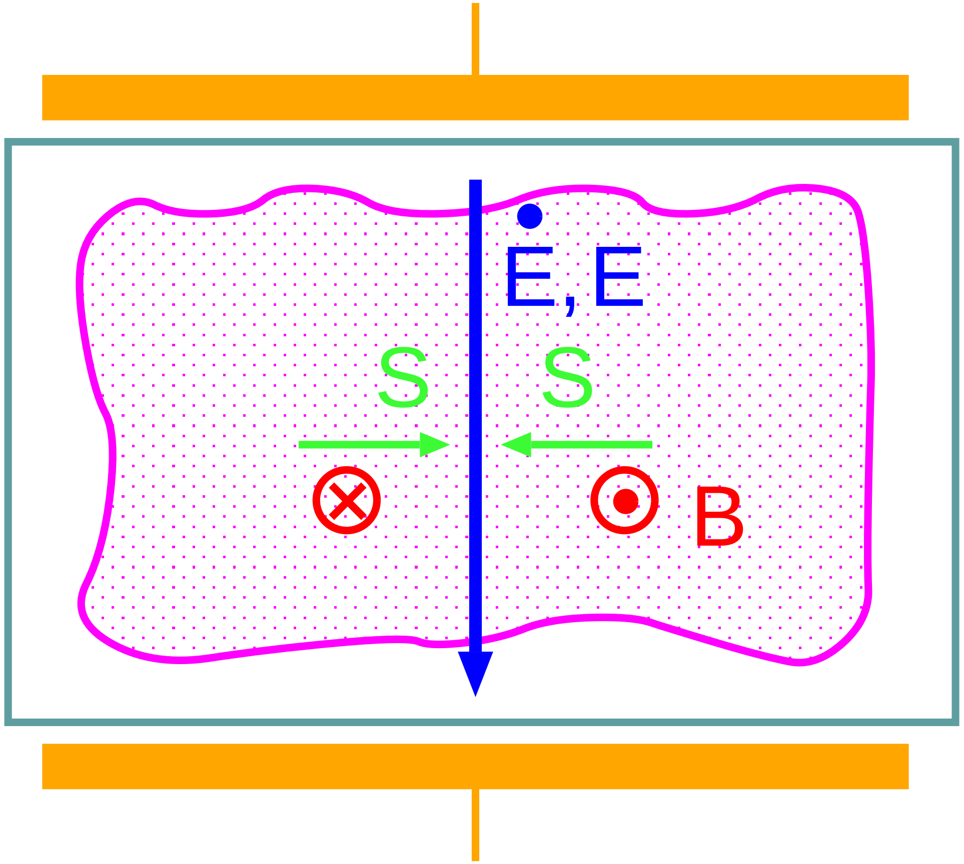
ν_*: "Energietransfer-Frequenz"

$\sigma_0 = n_e e^2/(m_e \nu_c)$: elektrische Leitfähigkeit

Kapazitiv gekoppeltes HF-Plasma



Quelle: `http://openlearn.open.ac.uk`



Ampère + Ohm:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0(\vec{j} + \varepsilon_0 \dot{\vec{E}}) = \mu_0(\sigma \vec{E} + \varepsilon_0 \dot{\vec{E}})$$

Teilchenbewegung im elektrischen Wechselfeld, mit Dämpfung

Sei: $\vec{E} = (E_o, 0, 0)\sin\omega t$
(ewige, unendlich ausgedehnte ebene Welle)

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + m\nu_c\dot{x} &= eE_0 \sin\omega\, t \\ m\dot{v}_y + m\nu_c v_y &= 0 \\ m\dot{v}_z + m\nu_c v_z &= 0 \end{aligned}$$

Lösung in y,z-Richtung:

$$v(t) = v_0 \exp(-\nu_c t)$$

Lösung in x-Richtung:
Oszillation mit Phasenverschiebung vs. $E(t)$

$$x = C_1 \sin\omega\, t + C_2 \cos\omega\, t$$

in Bwgl. einsetzen $\Rightarrow$ Konstanten

$$C_1 = -\frac{eE_0}{m}\frac{1}{(\omega^2+\nu_c^2)}, \quad C_2 = -\frac{eE_0}{m}\frac{\nu_c}{\omega(\omega^2+\nu_c^2)}$$

Ableiten $\rightarrow$ Geschwindigkeit:

$$v_x = \frac{eE_0}{m}\frac{1}{(\omega^2+\nu_c^2)}\left[\frac{\nu_c}{\omega}\sin\omega\, t - \cos\omega\, t\right]$$

Bei endlicher Dämpfung ($\nu_c > 0$) bekommt die Geschwindigkeit einen Anteil in Phase mit dem anliegenden Wechselfeld, das Feld kann Leistung auf das Teilchen übertragen.

Heizung durch Stöße im Wechselfeld

Leistung auf ein Elektron:

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \\ &= eE_0\omega \; [\underbrace{C_1 \, \sin\omega\, t \;\; \cos\omega\, t}_{\text{Zeitmittel}=0} + C_2 \, \sin^2\omega\, t] \end{aligned}$$

zeitgemittelte Leistung auf *ein* Elektron:

$$P_e = \frac{e^2 E_0^2}{2m} \frac{\nu_c}{(\omega^2 + \nu_c^2)}$$

mittlere Energiedichte des el. Wechselfeldes:

$$< W_E >= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \sin^2 \omega\, t \; \mathrm{d}(\omega\, t) = \frac{1}{4} \varepsilon_0 E_0^2$$

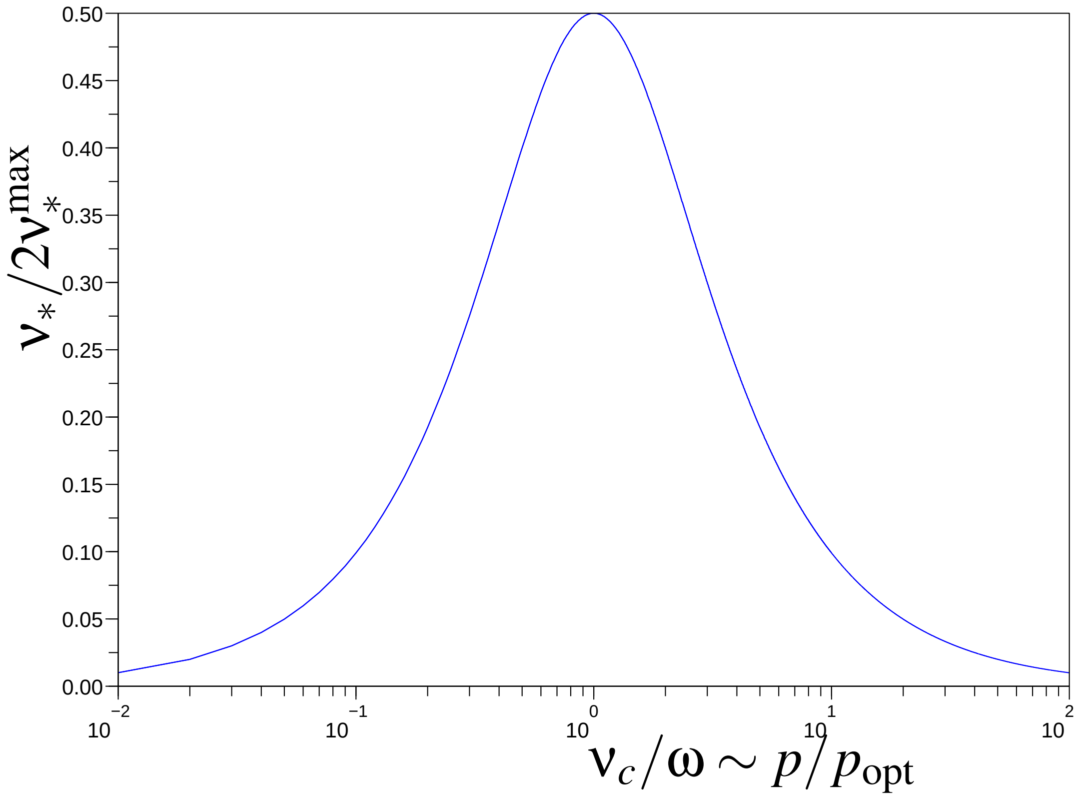
Leistungsdichte, übertragen auf Elektronen:

$$< P_E >= \underbrace{\frac{2\omega_{pe}^2 \nu_c}{(\omega^2 + \nu_c^2)}}_{\equiv \nu_*} < W_E >= \nu_* < W_E >$$

Stoßfrequenzabhängigkeit des Energietransfers

Der Energieübertrag ist maximal für $\omega = \nu_c$!

$$\nu_* = \frac{2\omega_{pe}^2 \nu_c}{(\omega^2 + \nu_c^2)}$$



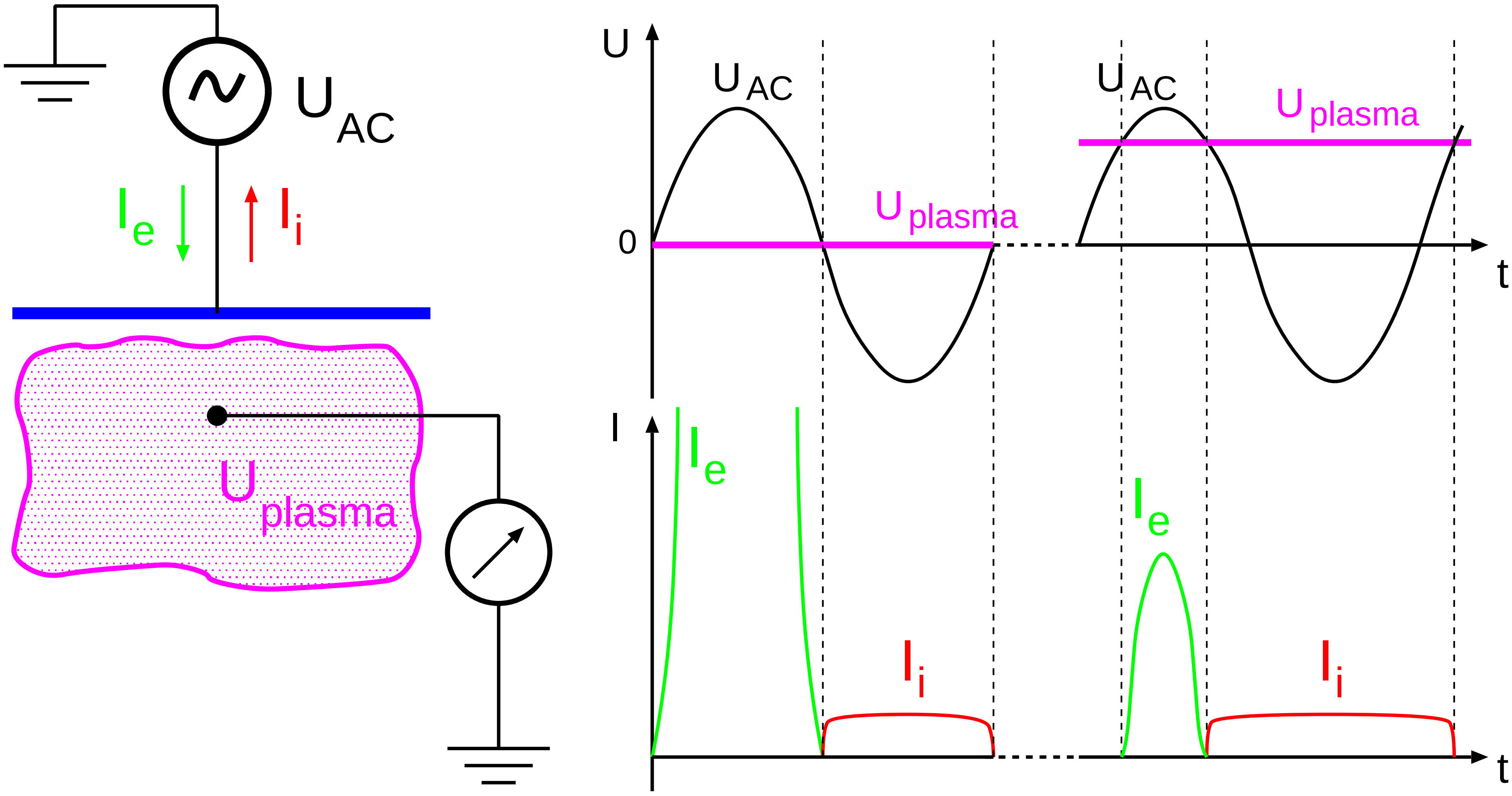
Zahlen-Beispiele:

$k_B T$	~ 10	~ 100	eV
σ	10^{-15}	10^{-14}	cm^2
p_0	0.1	1	Pa
ν_c	40	1200	MHz

HF-Randschicht

Aufgrund der unterschiedlichen Ionen- und Elektronen-Beweglichkeiten lädt sich das Plasma bei HF-Einkopplung positiv auf.

Bedingung: (kapazitive Kopplung): $\int \sum I \,\mathrm{d}t = 0$



Elektrische Leitfähigkeit im neutralen Plasma

$n_e \approx n_i$, $\sigma_e \gg \sigma_i$
$\rightarrow$ Elektronen tragen Strom

$$j_p = (\sigma_e + i\omega\varepsilon_0)E_p = \left(\frac{\omega_{p,e}^2\varepsilon_0}{\nu_c} + i\omega\varepsilon_0\right)E_p$$

$\omega \ll \omega_{p,e}^2/\nu_c \quad \Rightarrow \quad j_p = \sigma_e E_p$

Beispiel:
Benutze technische Hochfrequenz $f = 13.56$ MHz $\quad (\omega = 2\pi f = 85$ M rad/s)
Sei $n_e = 10^{15}$ m^{-3} $\quad \Rightarrow \quad \nu_c \sim 1$ GHz
$\Rightarrow \omega_{p,e}^2/\nu_c = 3$ G rad/s $\quad \gg \quad 85.2$ M rad/s)

Im neutralen Plasma bestimmt die Elektronen-Beweglichkeit den elektrischen Widerstand, und der ist i.w. reell.

Elektrische Leitfähigkeit in der Plasma-Randschicht

In der Randschicht: $n_e \to 0$

$\Rightarrow$ Nur Ionen können (reelle) Leitfähigkeit herstellen.

Für $\omega \gg \omega_{p,i}$ sind Ionen träge
(d.h. tragen nur Gleichstrom)

Beispiel: Ar (kalt), $A = 40$, $n_e = 10^{15}$ m^{-3}
$\Rightarrow \omega_{p,i} \sim 6.5$ M rad/s; (Z=1)

Wohingegen schon für $f = 13.56$ MHz:
$\omega = 2\pi f = 85.2$ M rad/s

Ampère´sches Gesetz:

$$j_s = (\sigma_i + i\omega\varepsilon_0)E_s = \left(\frac{\omega_{p,i}^2\varepsilon_0}{\nu_{c,i}} + i\omega\varepsilon_0\right)E_s$$

NF-Fall: $\omega \ll \omega_{p,i}^2/\nu_{c,i} \quad \Rightarrow j_s = \sigma_i E_s$
HF-Fall: $\omega \gg \omega_{p,i}^2/\nu_{c,i}$

$$j_s = i\omega\varepsilon_0 E_s = i\omega\frac{\varepsilon_0}{d_s}V_s = i\omega\frac{C_s}{A_s}V_s$$

(C_s: RS-Kapazität, d_s: RS-Dicke, A_s: Fläche)

n_i	10^{15}	$3\cdot10^{17}$	m^{-3}
$\omega_{p,i}$	6.5	112	M rad/s
$\nu_{c,i}$	50	2	MHz
$\omega_{p,i}^2/\nu_{c,i}$	0.85	1300	M rad/s
$\omega = 85.2$ M rad/s	HF-Fall	NF-Fall	

Spannungsabfall über der Randschicht

Widerstandsheizung im Plasma:

$$P_p = R_p \cdot I_p^2 = \frac{I_p^2\, d_p}{\sigma_e\, A_p}$$

Stromkontinuität: $I_s = I_p = I$

$$A_s\, j_s \;=\; A_p\, j_p = \left(\frac{P_p\, \sigma_e A_p}{d_p}\right)^{1/2}$$

DC, NF: $\sigma_i E_s A_s \;=\; \sigma_e E_p A_p$

$$\Rightarrow \frac{E_s}{E_p} = \frac{\sigma_e A_p}{\sigma_i A_s} \sim O\left(\frac{A_p}{A_s}\sqrt{\frac{m_i}{m_e}}\right)$$

HF: $\varepsilon_0\, i\omega E_s A_s \;=\; \sigma_e E_p A_p$

$$\Rightarrow \frac{|E_s|}{E_p} = \frac{\sigma_e}{\varepsilon_0 \omega}\frac{A_p}{A_s} = \frac{\omega_{p,e}^2}{\nu_c \omega}\frac{A_p}{A_s}$$

Spannungsabfall:

$$U_s = E_s \cdot d_s \propto \frac{I}{A_s} \propto \frac{\sqrt{P_p}}{A_s}$$

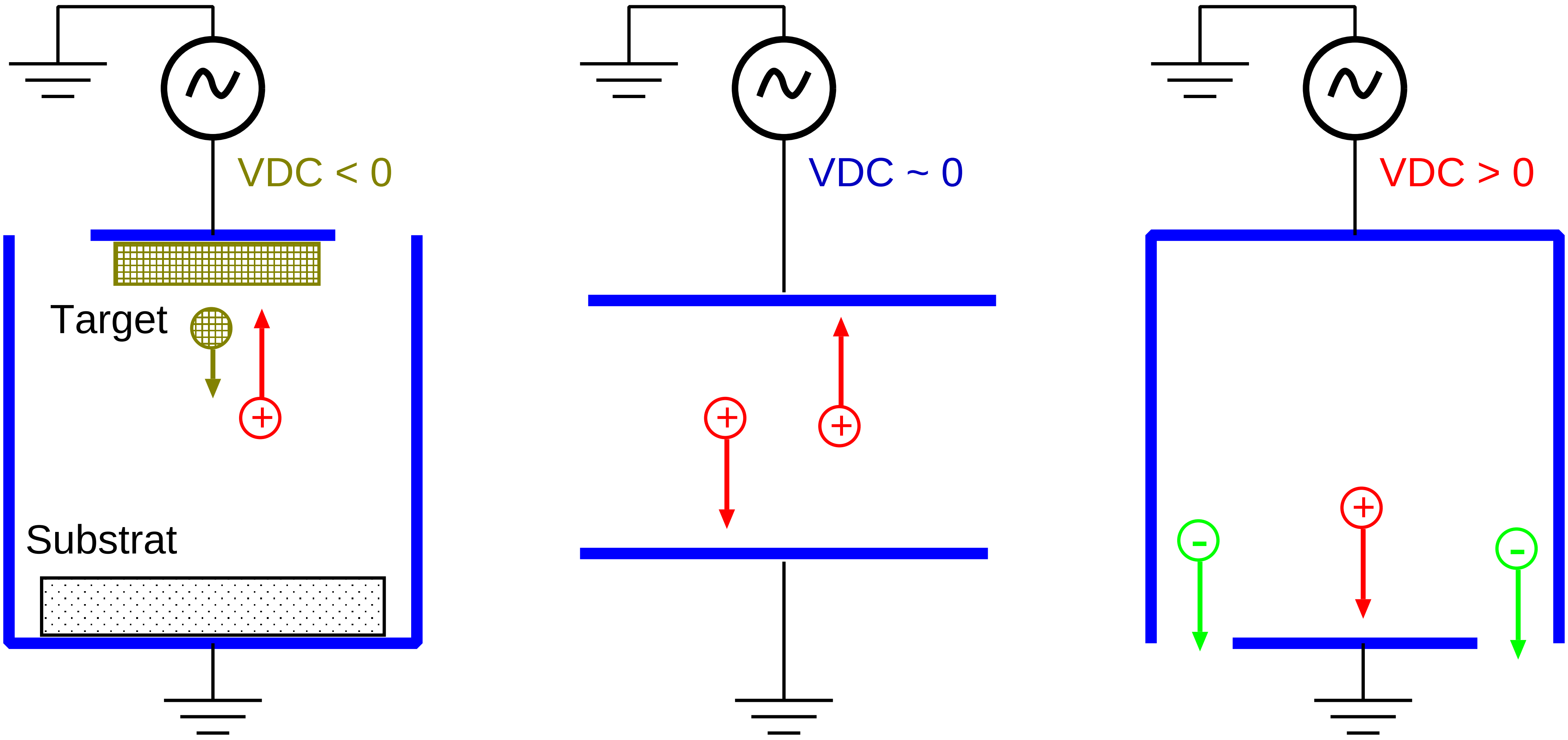
N.B. Vereinfachtes Modell!

Experimentell: $U_s \propto A_s^{-n} \quad (n \geq 1)$

Generell: Je kleiner die Elektrodenfläche, desto größer die abfallende Randschichtspannung!

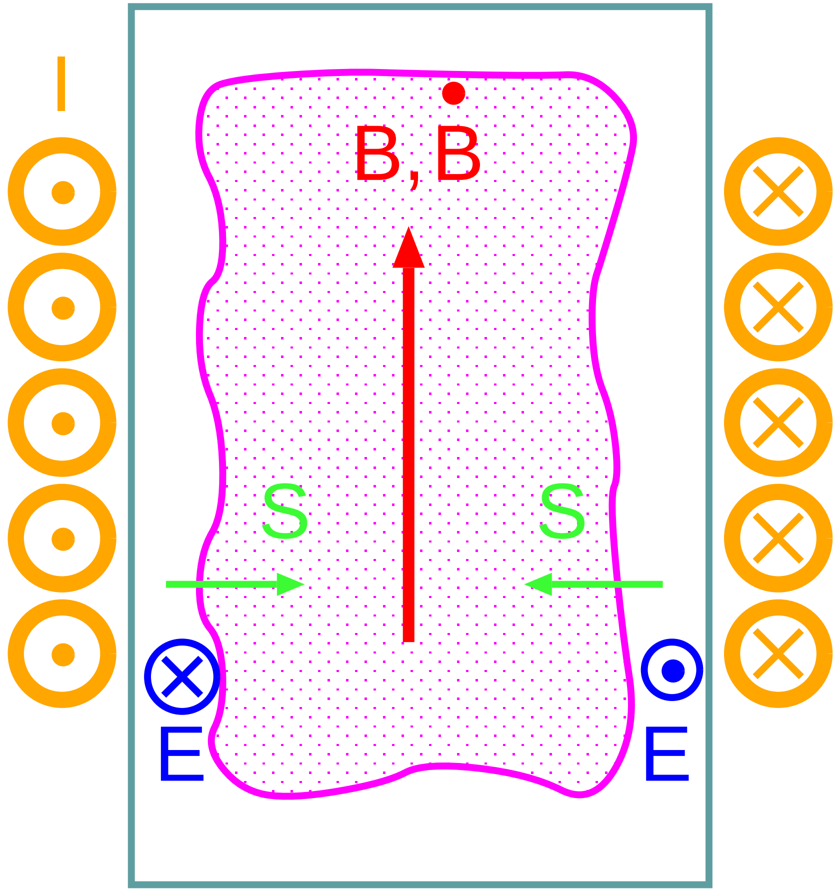
$\Rightarrow$ “Self-bias” bei asymmetrischen Elektroden.

Anwendungen CCP



Zerstäuben und Beschichten (Reaktives) Ätzen Hohlkathoden-Elektronenquelle

Induktiv gekoppeltes HF-Plasma



Faraday: $\nabla \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}}$

Abbildung: `https://www.uni-giessen.de/fbz/fb08/Inst/physchem/janek/Bio_Plas/research`

Eindringtiefe des Wechselfeldes

Wellengleichung im Plasma:

$$-\nabla \times \left(\nabla \times \vec{E}\right) = \mu_0 \dot{\vec{j}} + \mu_0 \varepsilon_0 \ddot{\vec{E}}$$

wobei $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ (s.o.)

Ansatz (Ausbreitung in z-Richtung):

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \;\; \exp[\, i\,(k \cdot z - \omega\, t)\,]$$

Def. $\vec{k} = (0, 0, k), \quad k = \alpha + i/\delta,$

α: Wellenzahl,

δ: Eindringtiefe (*skin depth*)

$$k^2 \;=\; i\omega\mu_0\sigma - \omega^2\mu_0\varepsilon_0 \;=\; i\,\frac{\omega\sigma}{c^2\varepsilon_0} - \frac{\omega^2}{c^2}$$

Re(k):

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}} \left[\frac{\omega\varepsilon_0}{\sigma} + \sqrt{1 + \left(\frac{\omega\varepsilon_0}{\sigma}\right)^2}\,\right]^{1/2}$$

Im(k):

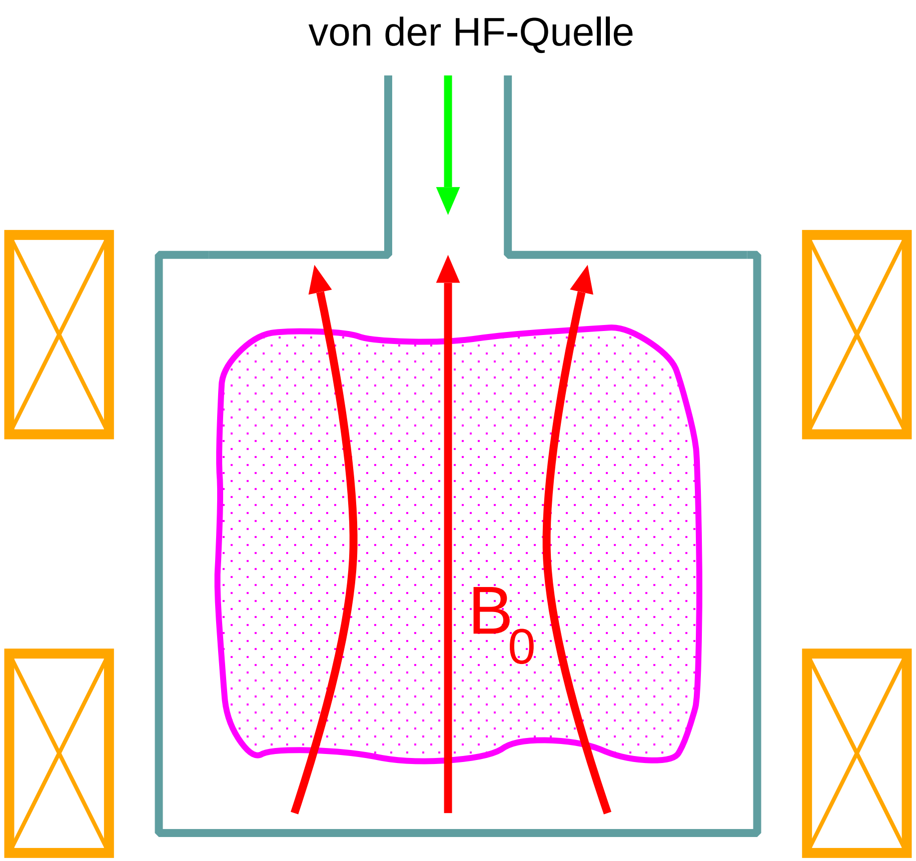
$$\frac{1}{\delta} = \sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}} \left[-\frac{\omega\varepsilon_0}{\sigma} + \sqrt{1 + \left(\frac{\omega\varepsilon_0}{\sigma}\right)^2}\,\right]^{1/2}$$

$\omega\,\varepsilon_0 \ll \sigma$:

$$\frac{1}{\delta} \approx \sqrt{\frac{\sigma\mu_0\omega}{2}}$$

Elektron-Zyklotron-Resonanz-Plasma

Im magnetisierten Plasma wird HF an <u>Resonanzen</u> absorbiert.



Heizung erfolgt nahe der Elektronen-Zyklotron-Resonanz:

$$\omega = \omega_{c,e} = \frac{eB}{m_e}$$

Technisch gebräuchlich:

$B_0 = 87.5$ mT (Helmholtz-Spulenpaar)

$\Rightarrow f_{c,e} = \omega_{c,e}/2\pi = 2.45$ GHz (Magnetron)

Vorteile:

— $\omega_{c,e} \gg \omega_{p,e}, \nu_c$ möglich, Welle dringt in das Plasmainnere ein und wird doch gut absorbiert

— Ort der Heizung wird durch Verlauf von $\vec{B}$ eingestellt: Homogene Heizung möglich

Zyklotron-Resonanz

Bewegungsgleichung Elektron

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = -e\left(\vec{E}+\vec{v}\times B\right) - m\nu_c\left(\vec{v}-\vec{u}\right)$$

Elektrisches Wechselfeld $\vec{E} = (E_o, 0, 0)\sin\omega t$,
Statisches Magnetfeld $\vec{B}_0 = (0, 0, B_0)$.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + m\nu_c\dot{x} + eB_0\dot{y} &= -eE_0\sin\omega\, t \\ m\ddot{y} + m\nu_c\dot{y} - eB_0\dot{x} &= 0 \\ m\dot{v}_z + m\nu_c v_z &= 0 \end{aligned}$$

Lösung in z-Richtung:

$$v_z(t) = v_{0,z}\exp(-\nu_c t)$$

Def. “Zyklotronfrequenz”:

$$\omega_c \equiv \frac{eB}{m}$$

Ansatz in x und y-Richtung:

$$\begin{aligned} x &= C_1\sin\omega\, t + C_2\cos\omega\, t \\ y &= C_3\sin\omega\, t + C_4\cos\omega\, t \end{aligned}$$

Einsetzen ergibt die Konstanten:

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{eE_0}{2m\omega}\left[\frac{(\omega+\nu_c)}{(\omega^2+\omega_c^2)+\nu_c^2} + \frac{(\omega-\nu_c)}{(\omega^2-\omega_c^2)+\nu_c^2}\right] \\ C_2 &= -\frac{\nu_c eE_0}{2m\omega}\left[\frac{1}{(\omega^2+\omega_c^2)+\nu_c^2} + \frac{1}{(\omega^2-\omega_c^2)+\nu_c^2}\right] \\ C_3 &= \frac{\omega_c(C_1\nu_c + C_2\omega)}{(\omega^2+\nu_c^2)} \\ C_4 &= -\frac{\omega_c(C_1\omega - C_2\nu_c)}{(\omega^2+\nu_c^2)} \end{aligned}$$

Nenner $\omega^2 - \omega_c^2 \to 0$ für $\omega = \omega_c$!
$\Rightarrow$ *Resonanz*, gedämpft durch Stöße.

Absorbierte Leistung

Leistung auf ein Elektron (x-Richtung):

$$P_e = \frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} =$$
$$= eE_0\omega \; [C_1 \sin\omega t \; \cos\omega t + C_2 \sin^2 \omega t]$$

zeitgemittelte Leistung auf ein Elektron:

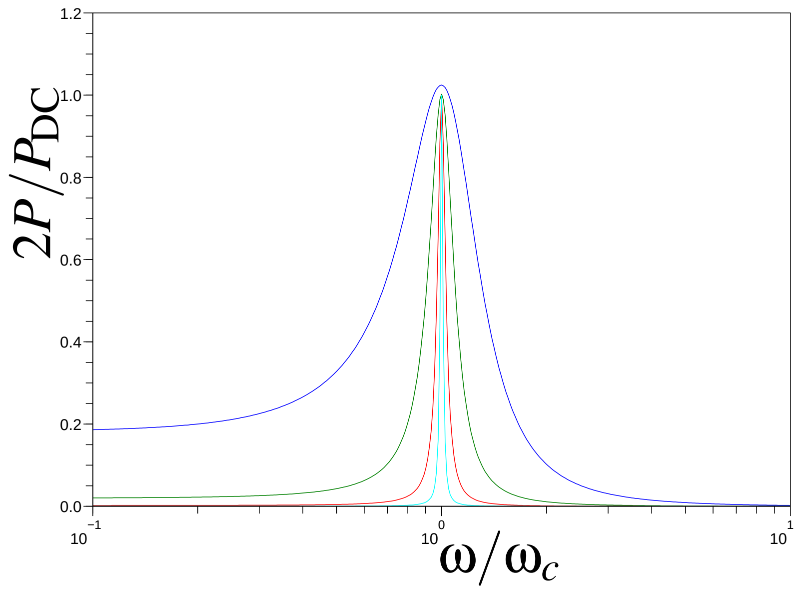
$$< P_e > = \frac{e^2 C_2 E_0^2}{2} = \frac{\nu_c e^2 E_0^2}{4m} \times$$
$$\times \left[\frac{1}{(\omega^2+\omega_c^2)+\nu_c^2} + \frac{1}{(\omega^2-\omega_c^2)+\nu_c^2}\right]$$

Mit $W_E = \varepsilon_0 E_0^2/4$, Leistungsdichte :

$$< P > = < W_E > \omega_{p,e}^2 \nu_c \left[\frac{1}{(\omega^2+\omega_c^2)+\nu_c^2} + \frac{1}{(\omega^2-\omega_c^2)+\nu_c^2}\right]$$

Absorbierte Leistung:

$(\nu_c^2 = 0.0001, 0.001, 0.01, 0.1 \times \omega_c^2)$



Max. Leistung bei $\omega = \omega_c$:

$$< P >_{\max} \approx \frac{< W_E > \omega_{p,e}^2}{\nu_c} = \frac{1}{2} P_{\mathrm{DC}}$$

Zusammenfassung

- Niedertemperatur-Entladungen (DC wie HF) werden durch Stöße der Ladungsträger geheizt.
- Vorwiegend stoßen Elektronen mit Neutralen (Anregung, Ionisation), bei niedrigem Druck und sehr niedriger Elektronentemperatur tragen auch Coulomb-Stöße der Ladungsträger untereinander bei.
- Energieübertragungsfrequenz ν_*: Rate mit der die elektrische Feldenergie in kinetische Energie umgewandelt wird.
- $B = 0$: Die Hochfrequenz kann kapazitiv (CCP) oder induktiv (ICP) eingekoppelt werden. ν_* ist maximal bei $\omega = \nu_c$. Frequenzen unterhalb der Plasmafrequenz (Normalfall) dringen nur bis zur Skin-Tiefe in das Plasma ein (Heizung nur am Rand).
- Durch HF-Ströme baut sich eine Plasmarandschicht auf. Der Spannungsabfall steigt mit der Heizleistung und sinkt mit steigender Elektrodenoberfläche. Dies wird technisch genutzt, um die Bereiche mit Ionenbeschleunigung auf die gewünschten Flächen zu richten.
- $B \neq 0$: Die Hochfrequenz wird an der Zyklotronresonanz $\omega_c = eB/m_e$ absorbiert (ECR). ν_* ist um $\omega = \omega_c \pm \nu_c$ maximal. Die Heizleistungsdeposition kann ($\omega_c > \omega_{p,e}$) durch die Feldverteilung eingestellt werden, z.B. zentral im Plasma.