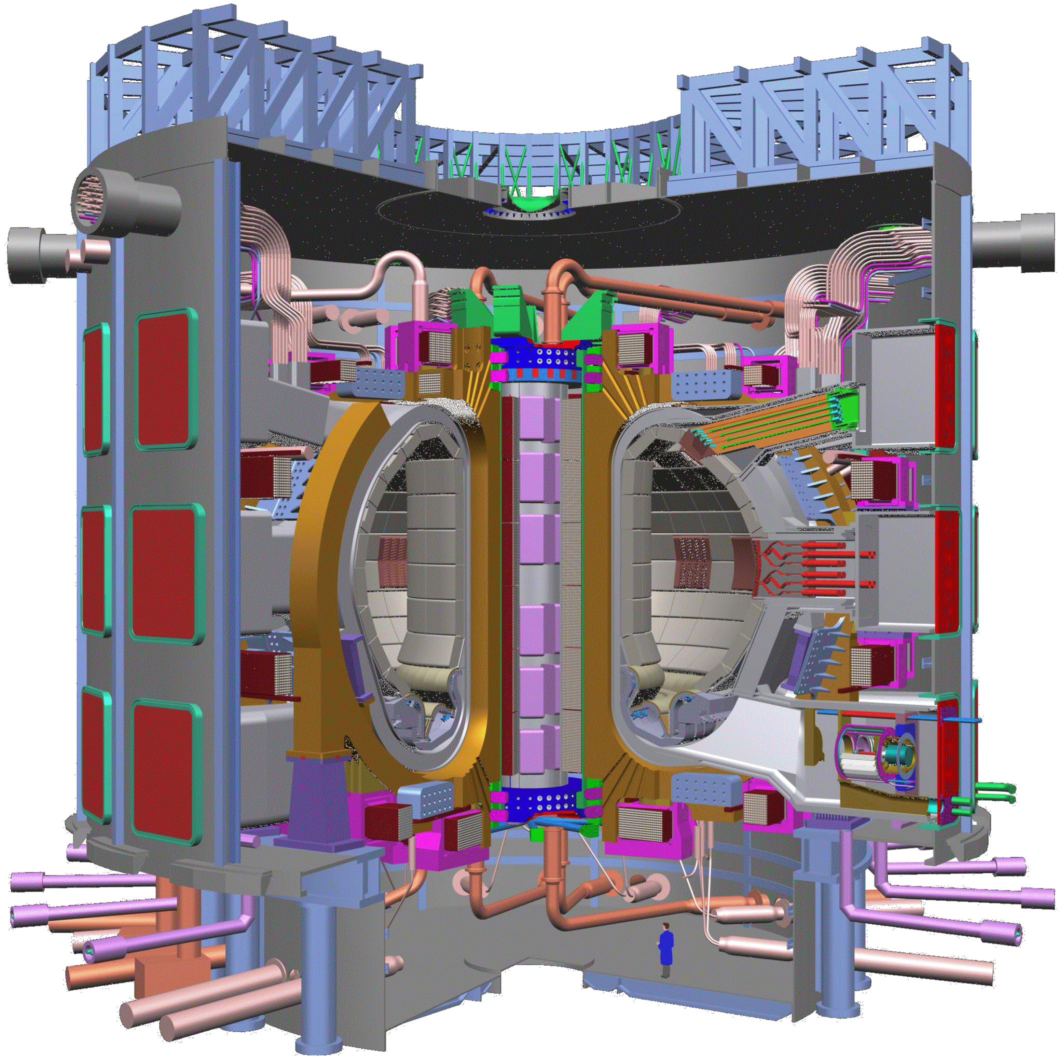
Ein (Tokamak-) Fusionsreaktor



Wolfgang Suttrop, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Garching

Inhalt

- Was bestimmt die Auslegung (Größe, technische Parameter …)?
  - Zündung (bzw. Energieverstärkung)
  - Einschluß-Qualität
  - Magnetfeld-Erzeugung
  - Stabilität

Lawson-Kriterium

Positive Leistungsbilanz für die Selbstheizung eines Fusionskraftwerks:

$$\underbrace{n_D n_T < \sigma v >_{\mathrm{DT}} E_\alpha}_{\text{Fusionsleistung } P_{\mathrm{fus}}} \geq \underbrace{C_{\mathrm{Br}} Z_{\mathrm{eff}} n_e^2}_{\text{Bremsstrahlung } P_{\mathrm{Br}}} + \underbrace{\frac{3}{2}\frac{n_g T}{\tau_E}}_{\text{Wärmeleitung } P_{\mathrm{L}}} + \underbrace{\ell_Z(T)\, n_e n_Z}_{\text{Verunreinigungsstrahlung } P_{\mathrm{rad}}}$$

wobei:

$n_g = n_e + n_D + n_T + n_{\mathrm{He}} + n_Z$: Gesamte Teilchendichte im Plasma

$n_{\mathrm{He}} \equiv f_{\mathrm{He}} n_e$: Helium-Dichte ("Fusions-Asche")

$n_Z \equiv f_Z n_e$: Dichte der strahlenden Verunreinigung, z.B. Metall aus der Wand

τ_E Einschlusszeit [s]

Seien

T_k: zentrale Temperatur in keV

n_{20}: Dichten in 10^{20} m^{-3}

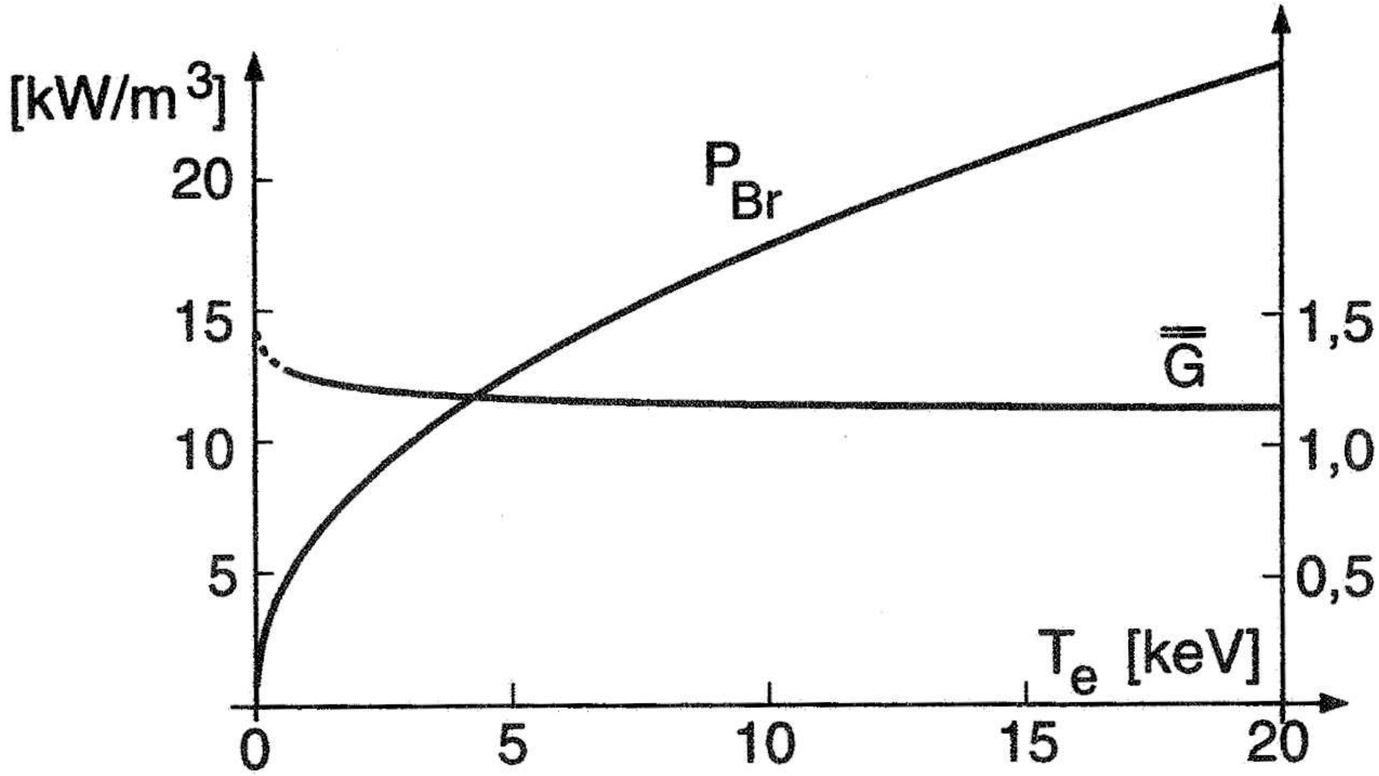
→ Zahlenwerte:

$$< \sigma v >_{\mathrm{DT}} = 1.1 \times 10^{-24}\ T_k^2 \quad \left[\frac{m^3}{s}\right]$$

$$P_{\mathrm{fus}} \sim 6200\ n_{\mathrm{D},20}\ n_{\mathrm{T},20} \quad \left[\frac{W}{m^3}\right]$$

$$P_{\mathrm{L}} \sim 16020\ \tfrac{3}{2}\, n_{\mathrm{g},20}\, T_k / \tau_E \quad \left[\frac{W}{m^3}\right]$$

Bremsstrahlung

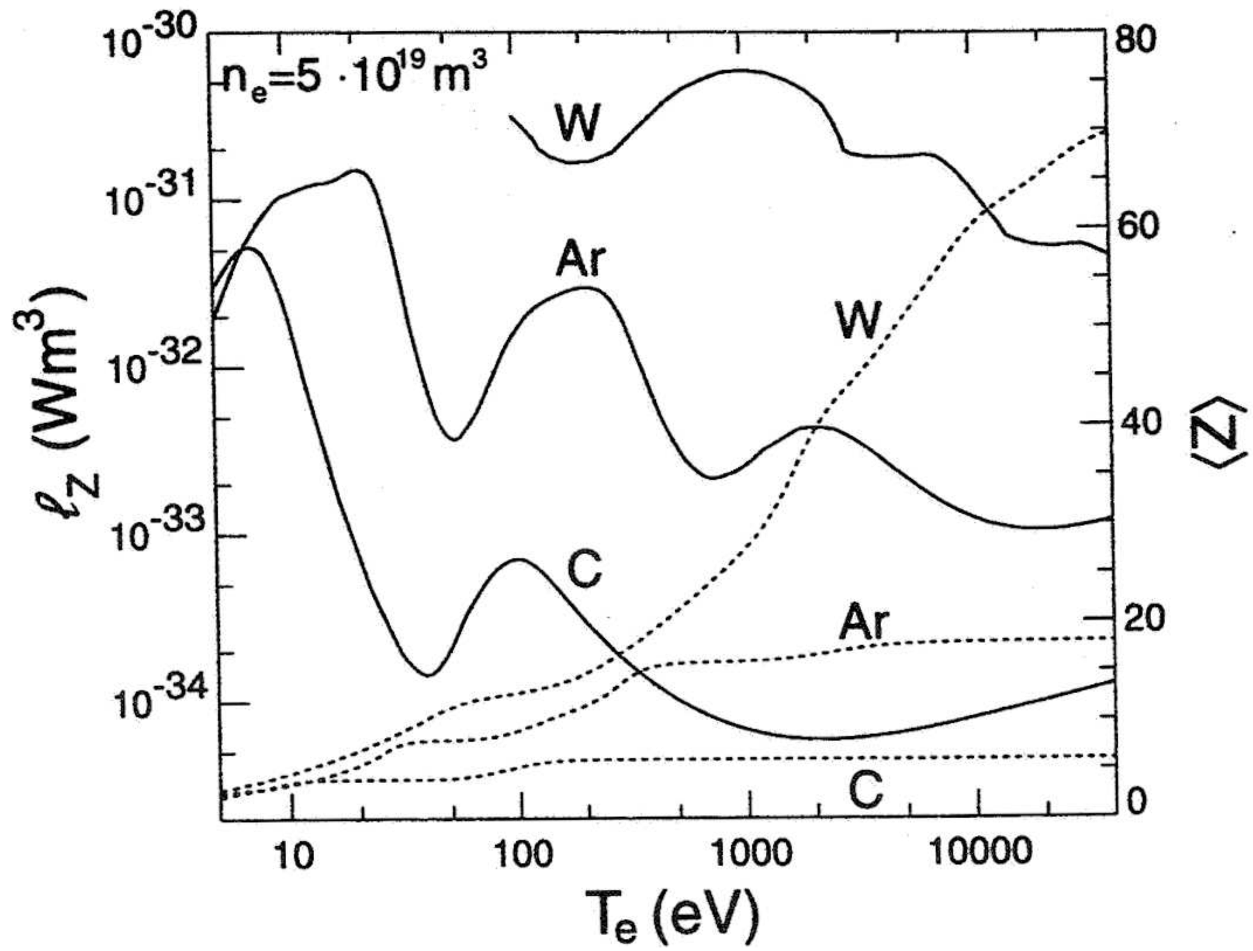


aus: M Kaufmann, Plasmaphysik und Fusionsforschung, Teubner 2003

$$P_{\mathrm{Br}} \sim 4850\, n_{\mathrm{e},20}^2\, T_k^{1/2}\, \overline{G}\, Z_{\mathrm{eff}} \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

Der “Gaunt”-Faktor $\overline{G}$ beschreibt die Abweichung der klassisch berechneten Strahlung vom (korrekten) quantenmechanischen Resultat. Hier ist die Abweichung nicht groß und daher $\overline{G} \approx 1$.

Verunreinigungsstrahlung



aus: M Kaufmann, Plasmaphysik und Fusionsforschung, Teubner 2003

Wolfram, $T = 10$ keV:

$$P_{\mathrm{rad}} \sim 10^9\ n_{\mathrm{e},20}^2\ f_Z \quad \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

Lawson-Kriterium mit He-Asche und Verunreinigungsstrahlung

Ladungsneutralität:

$$n_D, n_T = \frac{n_e}{2}\,(1 - 2f_{\mathrm{He}} - Z\,f_Z)$$

Gesamt-Zeilchenzahl:

$$n_g = n_e\,(2 - f_{\mathrm{He}} + f_Z - Z\,f_Z)$$

Einsetzen in Lawson-Kriterium:

$$n_e\tau_E \geq \frac{6T\,(2 - f_{\mathrm{He}} + f_Z - Z\,f_Z)}{(1 - 2f_{\mathrm{He}} - 2f_Z)^2 < \sigma v >_{\mathrm{DT}} E_\alpha - 4\left(C_{\mathrm{Br}} Z_{\mathrm{eff}} \overline{G} T^{1/2} + \ell_Z f_Z\right)}$$

Lawson-Kriterium: Helium Einschluss

Def. Helium-Teilcheneinschlusszeit:

$$\tau_{\mathrm{He}} \equiv \frac{n_{\mathrm{He}}}{\dot{n}_{\mathrm{He}}}$$

Ansatz: $\tau_{\mathrm{He}} = \rho\, \tau_E$ mit Proportionalitätsfaktor $\rho = const$

Teilchenbilanz: He-Produktionsrate = He-Transport aus dem Plasma

$$\dot{n}_{\mathrm{He}} = \frac{n_e^2 (1 - 2 f_{\mathrm{He}}) < \sigma v >_{\mathrm{DT}}}{4} = \frac{f_{\mathrm{He}}\, n_e}{\rho\, \tau_E}$$

$$\Rightarrow \quad f_{\mathrm{He}} = \frac{\rho}{4} \frac{n_e \tau_E < \sigma v >_{\mathrm{DT}}}{\left(1 + \frac{\rho}{2} n_e \tau_E < \sigma v >_{\mathrm{DT}}\right)}$$

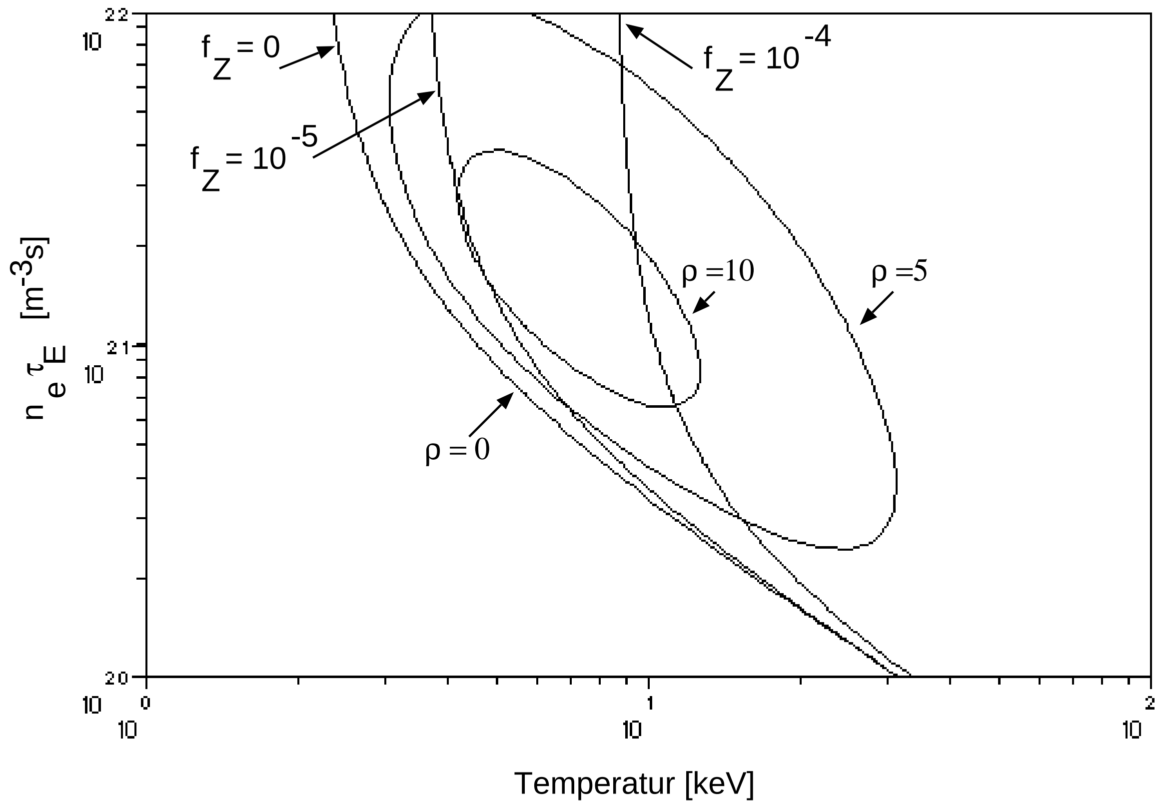
Lawson-Kriterium: Arbeitspunkt eines Reaktors

Leistungsbilanz für Selbstheizung:

$P_\alpha \geq P_\mathrm{L} + P_\mathrm{br} + P_\mathrm{rad}$

Bedingungen:

- $n\tau_E \geq 1 \times 10^{21}\ \mathrm{m}^{-3}\ \mathrm{s}$
- $T(0) \sim 10\ \mathrm{keV}$
- $\rho \equiv \tau_{He}/\tau_E \leq 10$
- $f_Z < 10^{-5}$



Vorgehen:

Betrachten Abhängigkeiten von n, τ_E

Finden alle Parameter als Funktion von R

$\rightarrow$ Größe der Maschine

Toroidalfeld

Wähle B_t so groß wie möglich:

- Minimiere $\rho \equiv r_L/a$ (Einschluß)
- Maximiere $< p >$ für geg. $\beta = 2\mu_0 < p > /B^2$ (Stabilität)
- $q(a) > 2$ (s.u.)

Supraleitende Magnete: $B_{\max} \sim 8$ T

Toroidalfeld im Vakuum:

$$B(R) = \frac{B_0 R_0}{R}$$

Toroidalfeld am kleinsten Radius:

$$B_{\max} = \frac{B_0 R_0}{R_0 - a} = \frac{B_0 R_0}{R_0(1-\varepsilon)} = \frac{B_0}{(1-\varepsilon)}$$

Typisches Aspektverhältnis: $A = 1/\varepsilon = 3$.
$\Rightarrow B_0 = B_{\max}(1-\varepsilon) \approx \mathbf{5.3\ T}$

Arbeitsbereich des Tokamak

Kruskal-Shafranov-Grenze:

Knick-Instabilität

stabil für $q(a) > 2$ (je nach Stromprofil)

$$q_{\text{cyl}}(a) = \frac{a}{R_0}\frac{B_z}{B_\theta} \sim \frac{2\pi}{\mu_0}\;\frac{a^2 B_z}{R_0 I_{\text{plasma}}}$$

Elongiertes Plasma (Elongation κ):

$$q(a) \sim \frac{2\pi}{\mu_0}\;\frac{a^2 B_t}{R_0 I_{\text{plasma}}}\;\frac{1}{2}\left(1+\kappa^2\right)$$

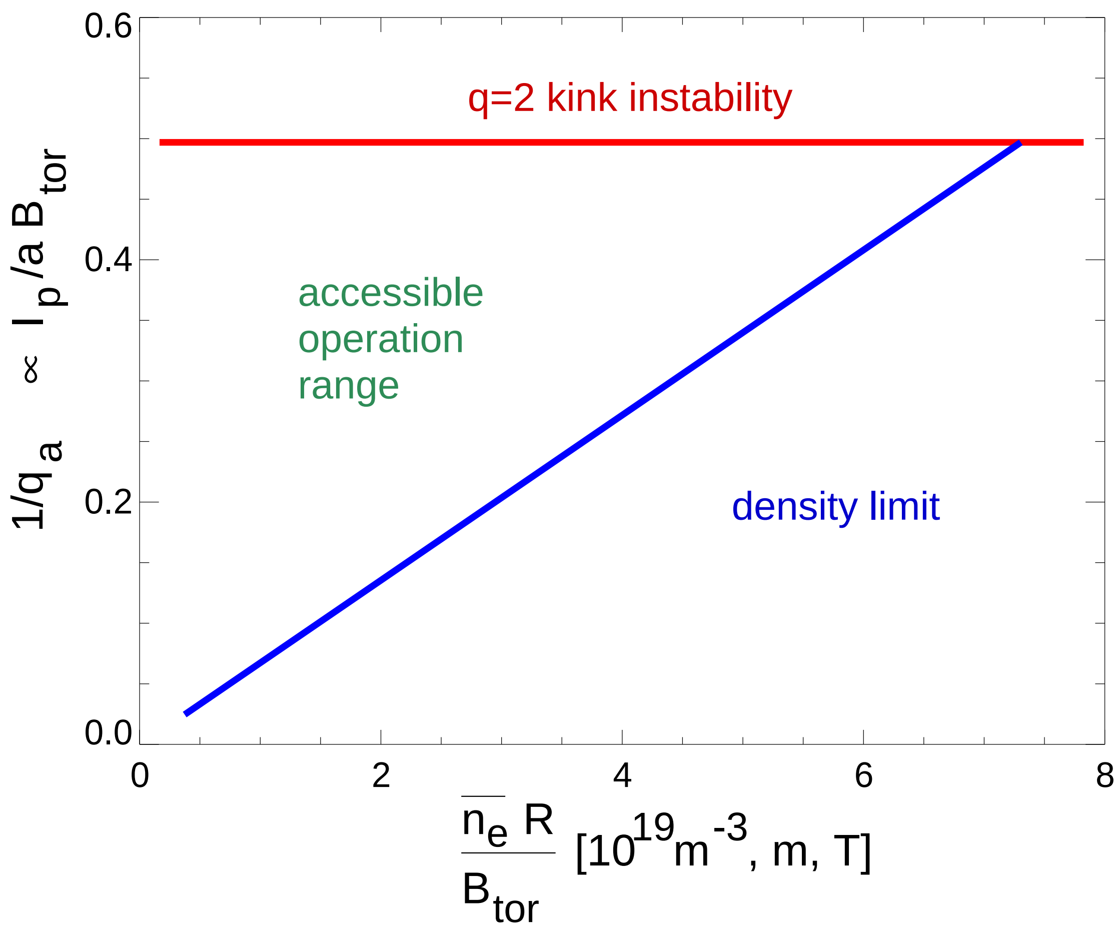
Wünsche maximalen Plasmastrom I_{plasma}

Wähle $q(a)$ für sicheren Betrieb:

Z.B. $q(a) = 3 \quad \Rightarrow \quad I_{\text{plasma}} \propto B_t$

Dichtegrenze: (s. weiter unten)

Hugill-Diagramm:



Toroidaler Plasmastrom

Hohe Elongation κ:

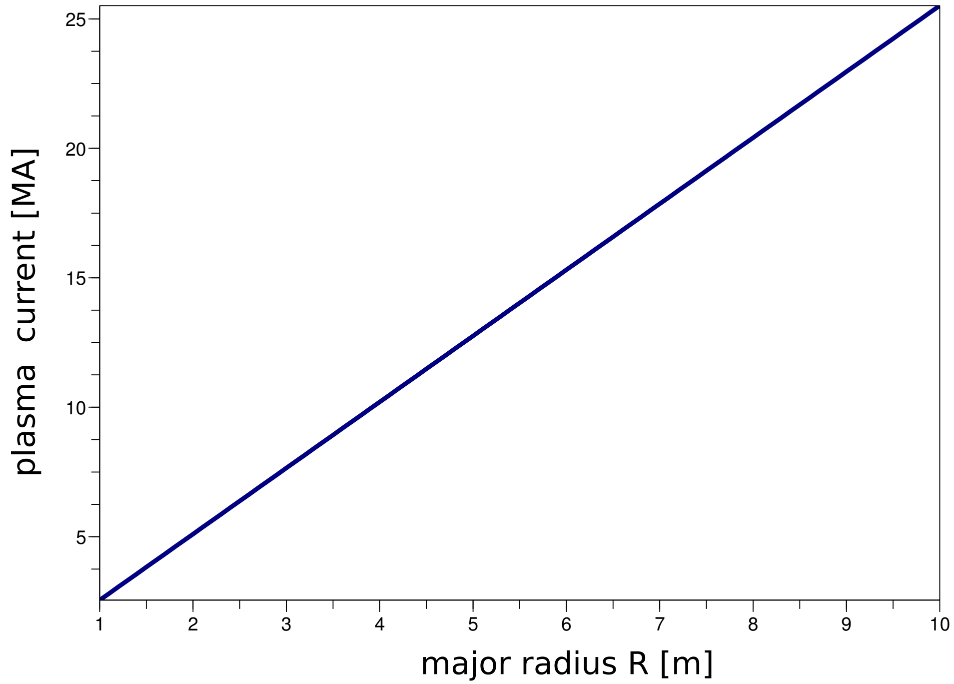
— fördert MHD-Stabilität des Plasmas

— führt zu vertikaler Lageinstabilität, die ausgeregelt werden muss.

Praktische Wahl: $\kappa = 1.7$

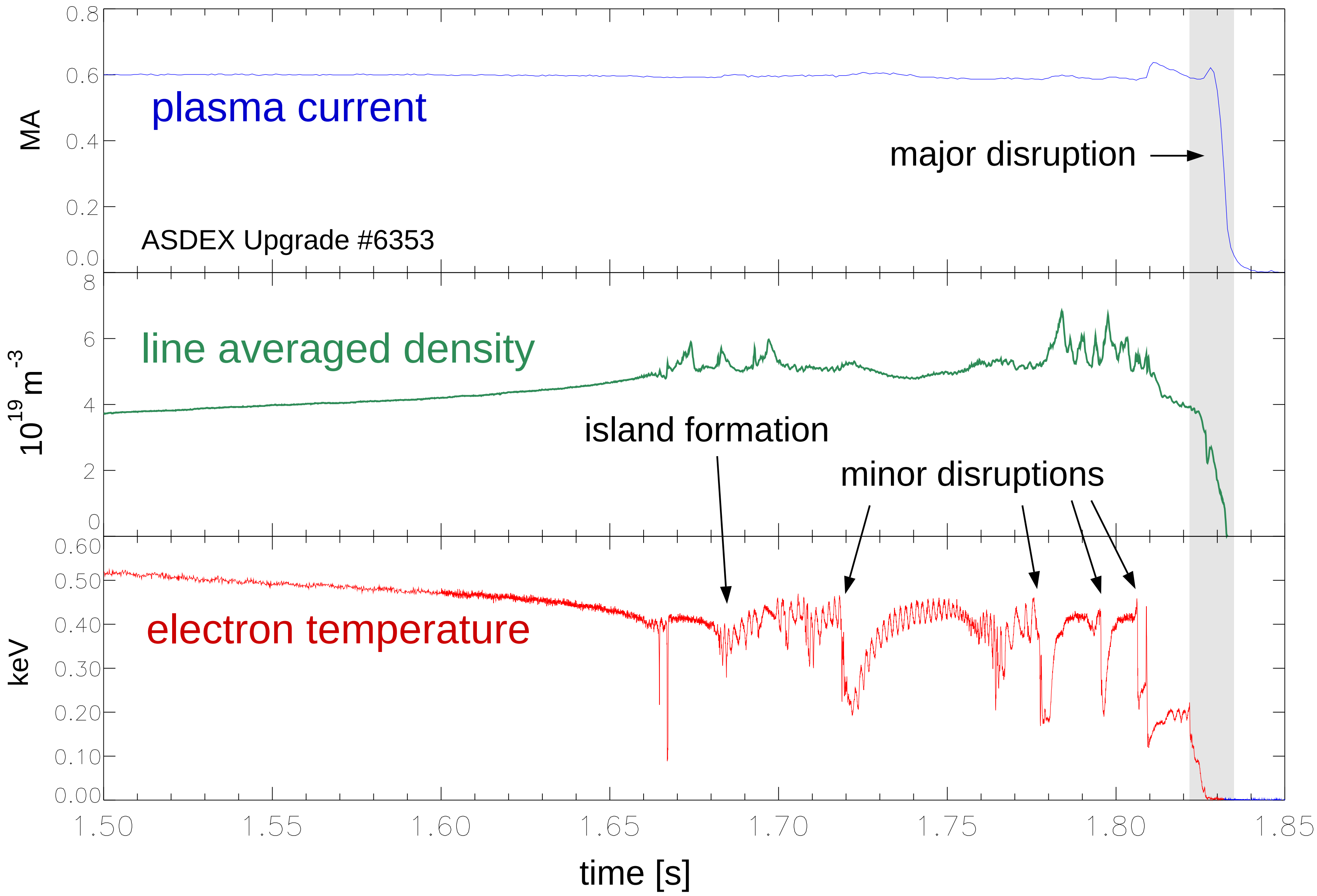
$$I_{\text{plasma}} = 6.64 \frac{B_t}{q(a)} \frac{R_0}{A^2} \frac{1}{2} \left(1 + \kappa^2\right)$$

(MA, T, m)

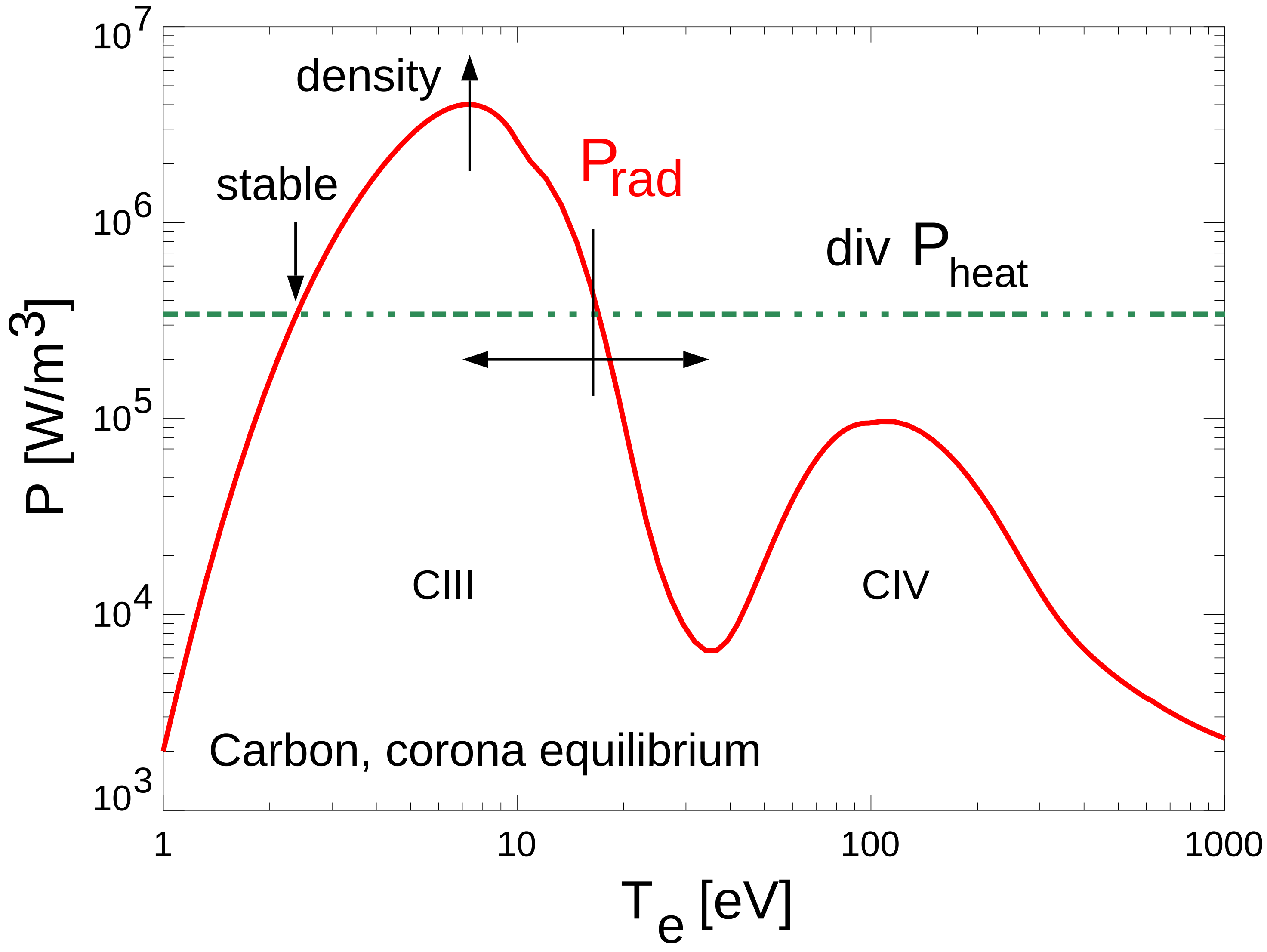


Dichtegrenze

Beispiel eines Tokamak-Plasmas an der Dichtegrenze:



Strahlungsleistungsparameter Kohlenstoff (Korona-Gleichgewicht)



Stationäre Leistungsbilanz: $P_{\text{rad}} + P_L = P_{\text{heat}}$, Strahlungsinstabilität für $\mathrm{d}P_{\text{rad}}/\mathrm{d}T < 0$!

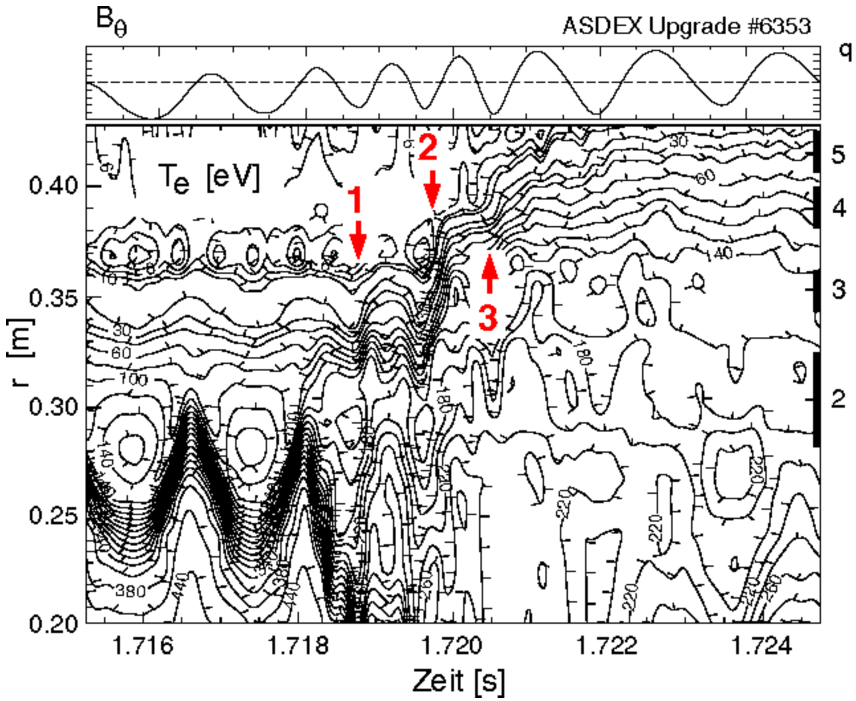
Magnetische Inseln an der Dichtegrenze

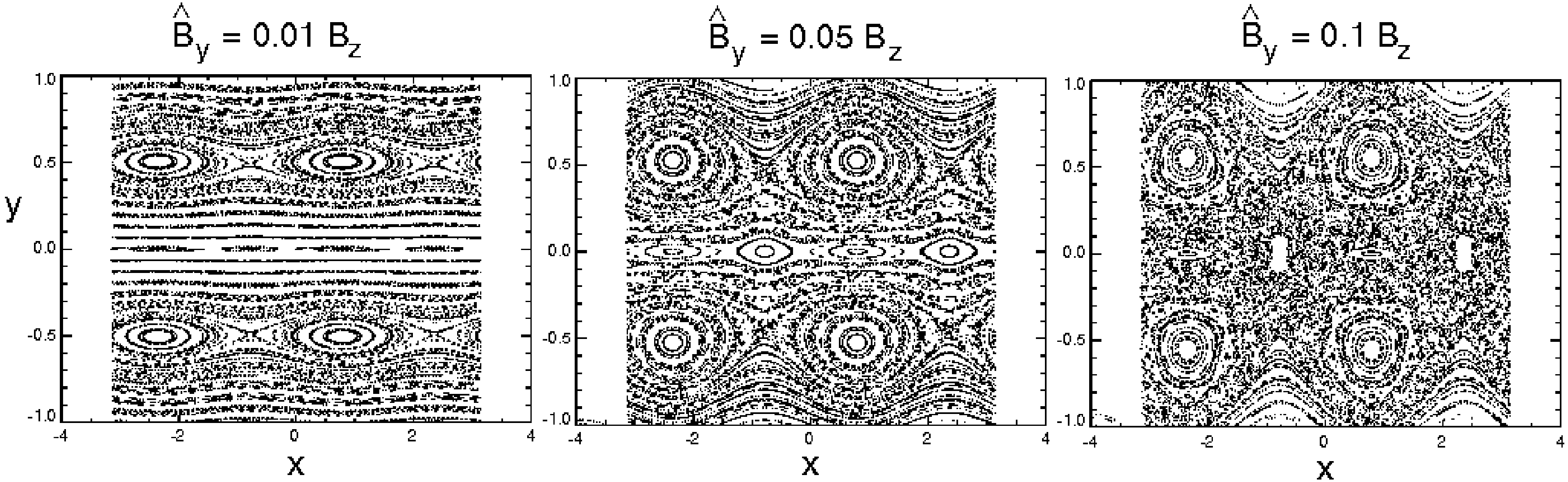
Abkühlung des Plasmas auf sehr niedrige Temperatur führt zur Bildung von magnetischen Inseln (Magnetfeld-Topologie-Änderung) an Flächen mit rationalem q.

Wachsende Inseln “überlappen” und führen zur Stochastisierung des magnetischen Feldes = radialer Diffusion von Magnetfeldlinien.

Erhöhter radialer Transport entlang $\vec{B}$ bewirkt Einschlußverlust

→ Plasma kann Strom nicht mehr führen (Disruption).





Skalierung der Dichtegrenze

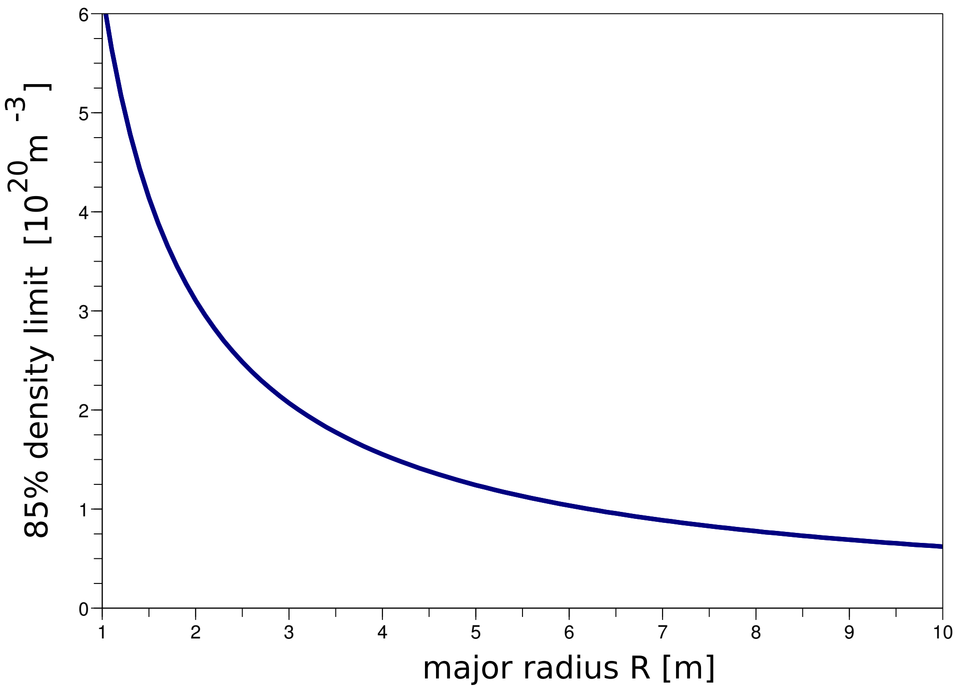
Empirische Dichtegrenze:
("Greenwald limit")

$$n_{GW} = \frac{I_{\text{plasma}}}{\pi a^2} = \frac{I_{\text{plasma}}\, A^2}{\pi R_0^2} = j_\phi \kappa$$

(10^{20} m^{-3}, MA, m, MA/m^2)

Wähle Sicherheitsabstand:

$$n_e = 0.85\, n_{GW}$$



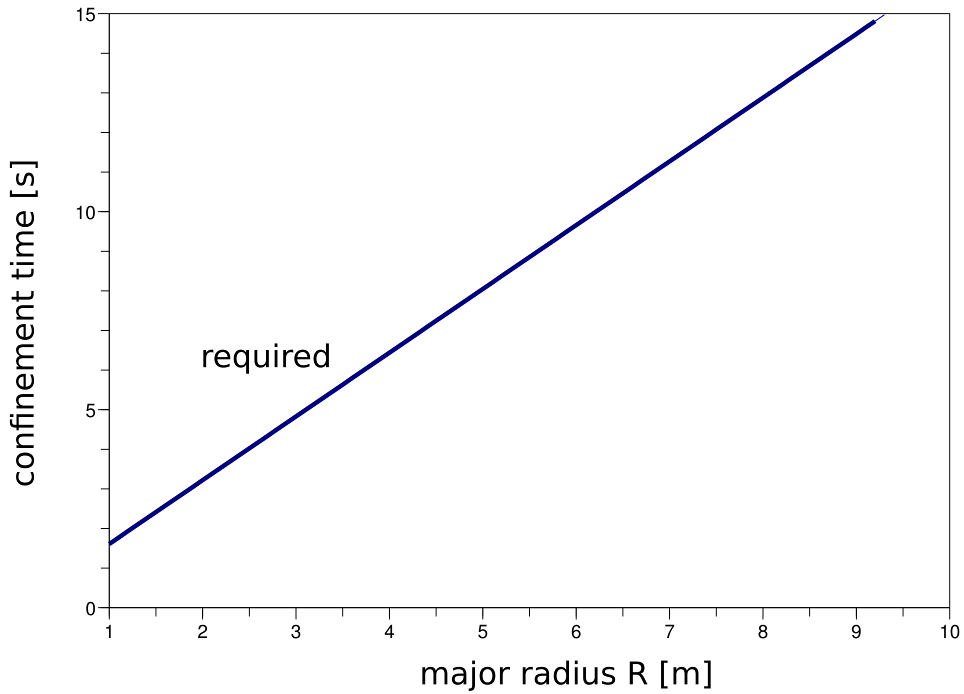
Benötigte Einschlußzeit

Lawson-Kriterium:
$n_e \tau_E \geq 1 \times 10^{21}$ m^{-3} s

Dichte nahe Dichtegrenze: $n_e \propto 1/R_0$

$\Rightarrow$ Benötigte Einschlußzeit:

$$\tau_E \propto R_0$$



Benötigte Heizleistung

Energie-Einschlußzeit: $\tau_E = W_{kin}/P_L$

$$W_{kin} = \frac{3}{2}\int (p_e + p_i)\mathrm{d}V \sim 3\int n_e k_B T\,\mathrm{d}V \sim 0.24\,V\,n_e$$

(MW, m^2, 10^{20} m^{-3})

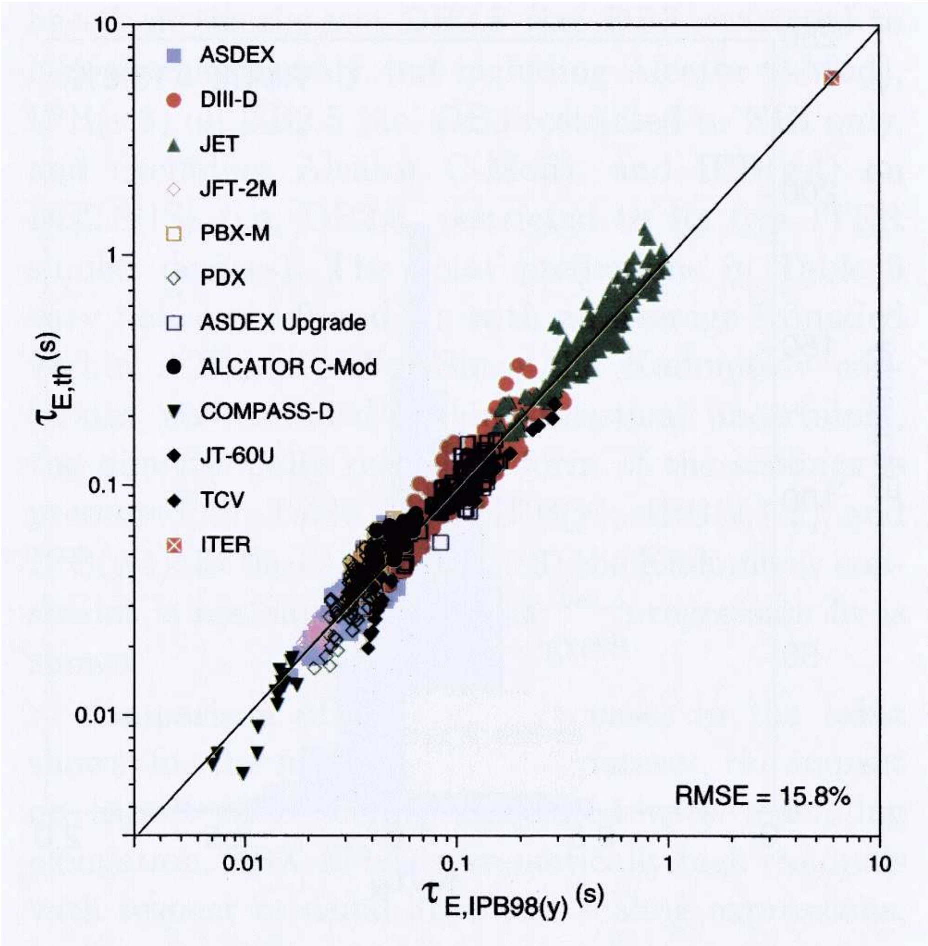
für $T = 10$ keV, bis auf Profilformfaktor

Empirische τ_E Skalierung (IPB98(y)):

$$\tau_E = 0.0365\, I_{\text{plasma}}^{0.97} B_t^{0.08} P_L^{-0.63} n_e^{0.41} \times M^{0.2} R_0^{1.93} \varepsilon^{0.23} \kappa^{0.67}$$

(s, MA, T, MW, 10^{19} m^{-3}, m)

$$P_L = \frac{W_{kin}}{\tau_E(P_L)}$$



ITER Physics Base

Nucl. Fus. **39** 2175 (1999)

Leistungsbilanz

Benötigte Heizleistung:

$$P_{\text{heat}} = P_L + P_{\text{brems}} + P_{\text{rad}}$$

Aus Einschlussskalierung:

$$P_L = 365.16\, W_{\text{kin}}^{2.703} I_{\text{plasma}}^{-2.622} n_e^{-1.108} R_0^{-5.22}$$
$$Bt^{-0.216} A^{0.622} \kappa^{-1.81}$$

(MW, MJ, MA, 10^{20} m^{-3}, m, T)

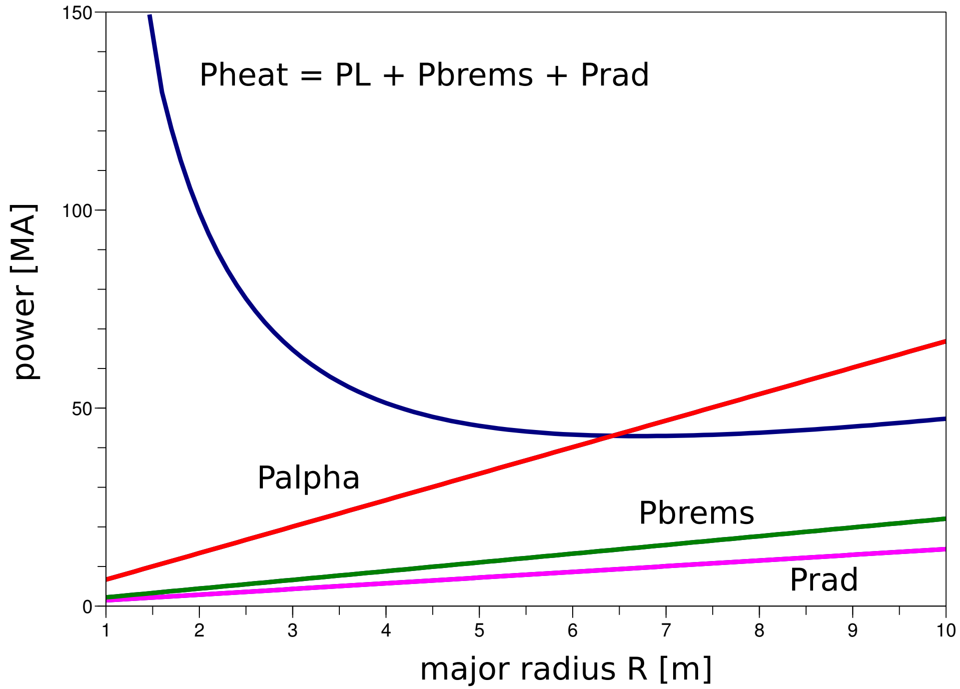
α-Teilchen-Heizung:

$P_\alpha = 0.3\, V \times 0.62\, n_D\, n_T$

(MW, m^3, 10^{20} m^{-3})

Ann.:

Volumen 0.3 V trägt effektiv zur Heizung bei.



Benötige $R_0 > 6$ m für Selbstheizung (“Zündung”)

Neutronenleistung: $P_n = 4P_\alpha \geq 200$ MW

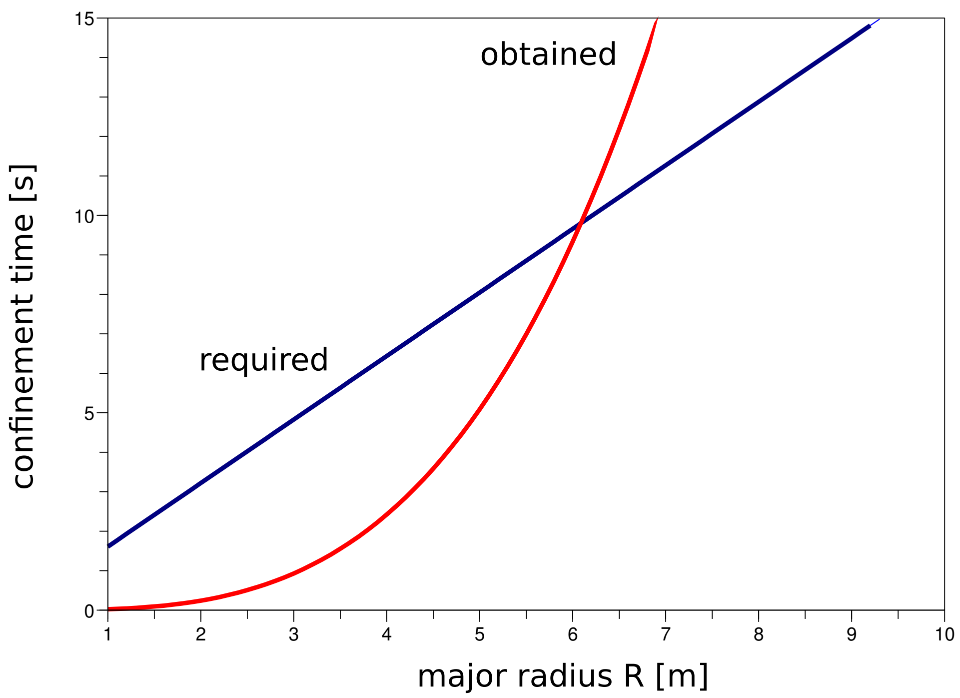
“Energieverstärkung”: $Q \equiv (P_\alpha + P_n)/P_{\text{heat}}$

Zum Start ($P_\alpha = 0$) $P_{\text{aux}} = 50$ MW Zusatzheizung

Einschlußzeit, Plasma-β

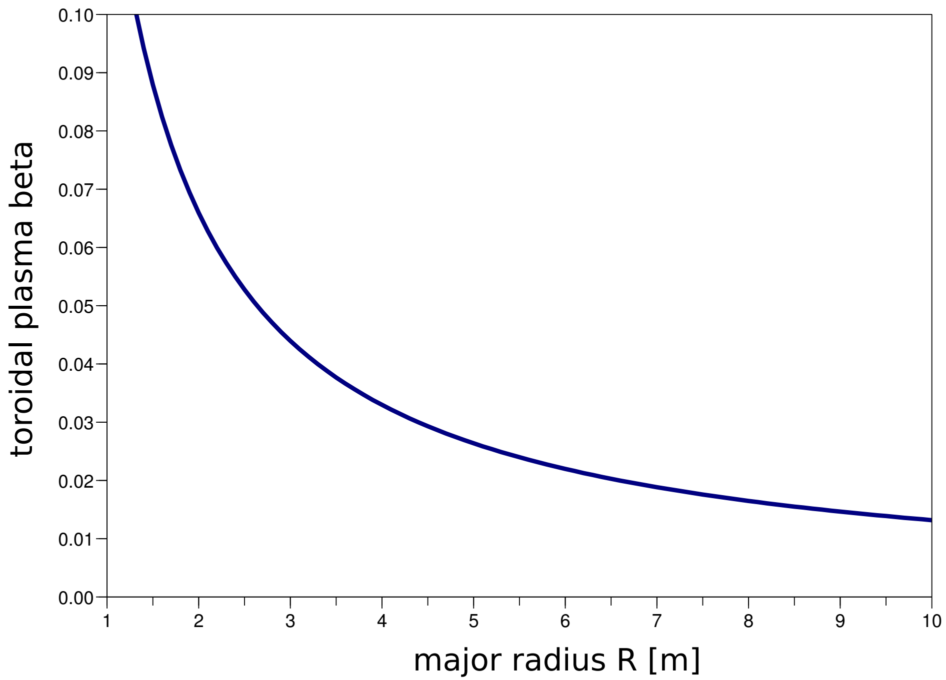
Einschlußzeit, benötigt für Zündung vs. Skalierung

($I_{\mathrm{plasma}}, B_t, n_e, \kappa, \varepsilon$ gegeben)



Toroidales Plasma-Beta:

$$\beta_t = \frac{2\mu_0 < p >}{B_t^2}$$



Zusammenfassung

- Aus grundsätzlichen (0-D) Überlegungen lässt sich die Größe und Leistung eines Tokamak-Fusionsreaktors ablesen:
  Lawson-Zündkriterium ($n_e \tau_e$), Supraleitende Magnetfeldspulen (B_t),
  Kruskal-Shafranov-Grenze ($q(a), I_{\text{plasma}}$), Empirische Dichtegrenze (n_e), Empirische Einschlußzeitskalierung (P_L)

- Daraus folgt ein Mindestradius von ca. $R = 6$ m (großer Radius) für die Zündung.
  Entsprechend: $P_\alpha \geq 50$ MW, $P_{\text{fus}} \geq 200$ MW, $\beta_t \sim 2\%$