Einführung in die Plasmaphysik

Wolfgang Suttrop
Max-Planck-Institut für Plasmaphysik
D-85740 Garching

Was ist ein Plasma?

griechisch: Plasma = πλάσμα (das Geformte)

Plasma = Ionisiertes Gas

Geladene Teilchen: Elektronen und Ionen

Gas:	kurzreichweitige Stösse	"ideales" Gas
Plasma:	Coulomb-Wechselwirkung	
	lange Reichweite	kollektive Effekte

$\rightarrow$ "Vierter Aggregatszustand"

Chaiten-Vulkan, Chile, 2008

Quelle: `wordpress.com`

Plasmen sind überall

Mehr als 99 % der sichtbaren Materie im Universum ist im Plasmazustand.
Oft gelten dieselben physikalischen Gesetze, jedoch auf anderen Längen- und Zeitskalen.

Weltraum:

Sterne, interplanetarer Raum

Orion-Nebel

Quelle: `space.com`, Brian Davis

Erde:

Ionosphäre, Magnetosphäre

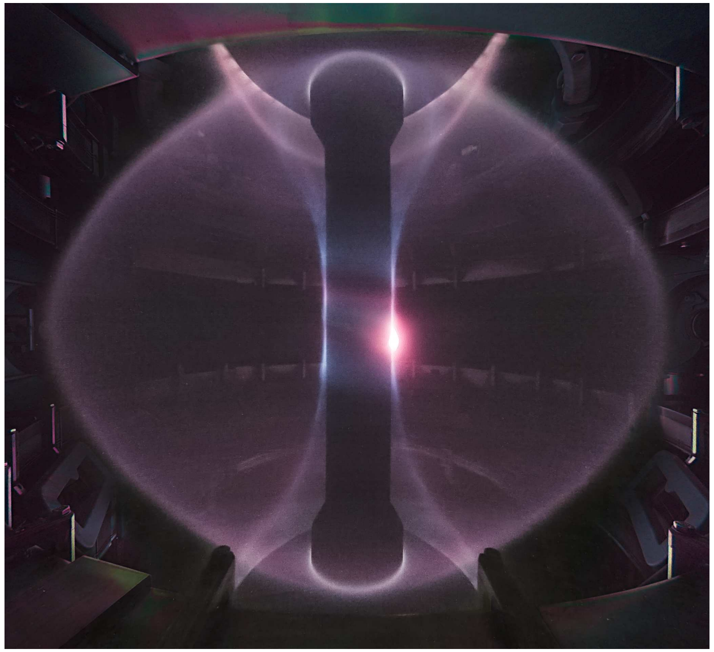
Aurora borealis

von der ISS gesehen

Quelle: NASA

Labor:

Technische Plasmen, Kernfusion



Mega Ampere

Spherical Tokamak

Quelle: CCFE, `fusenet.eu`

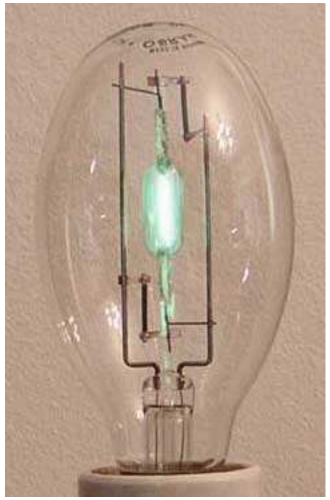
Gasentladungslampen

Energiesparlampe (www.vis.bayern.de)

Neon-Leuchte (www.savingsahead.com)

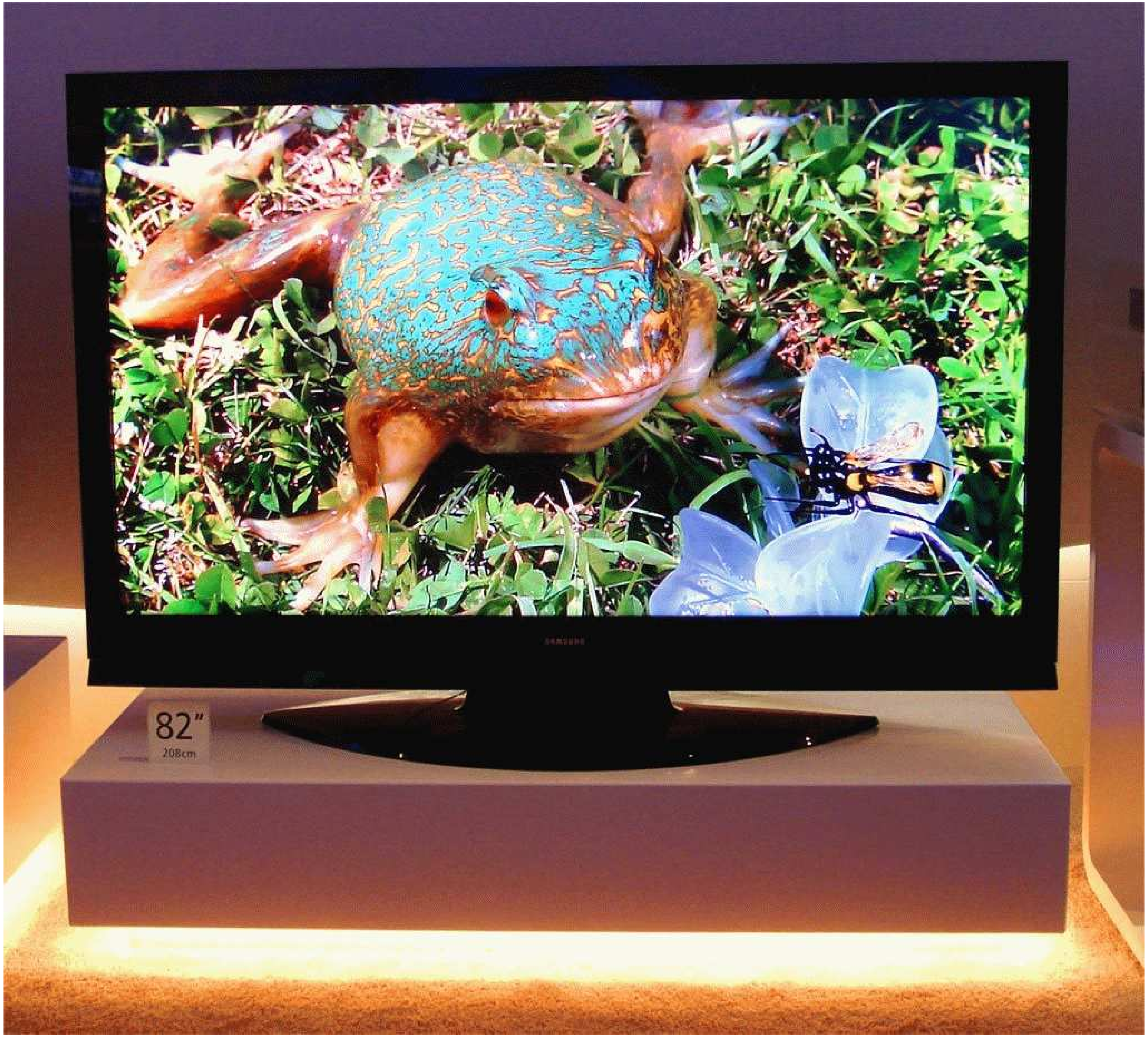
Xenon-Bogenlampe Osram XBO 75W/2

Hg-Dampf-Lampe Osram HQA 80W



Glimmlampe (www.alibaba.com)

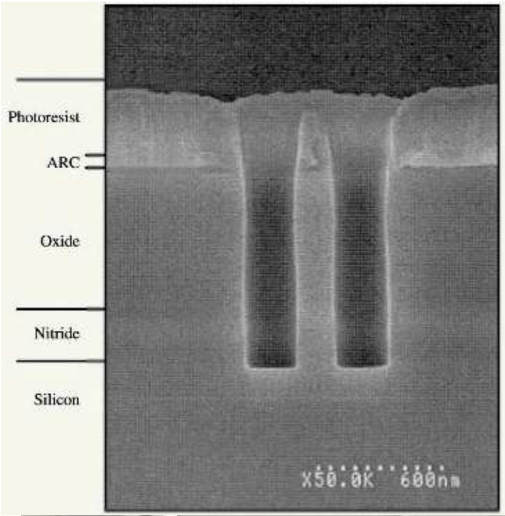
Plasma-Bildschirm

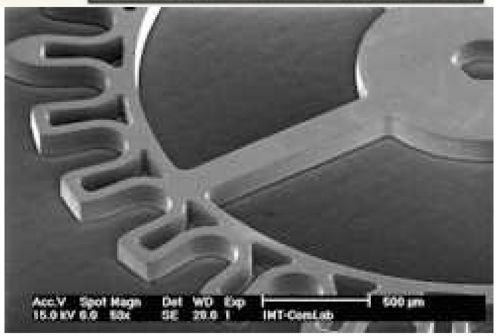


Prozesstechnologie für Halbleitermaterialien

Plasmaätzen mit hohem Aspektverhältnis

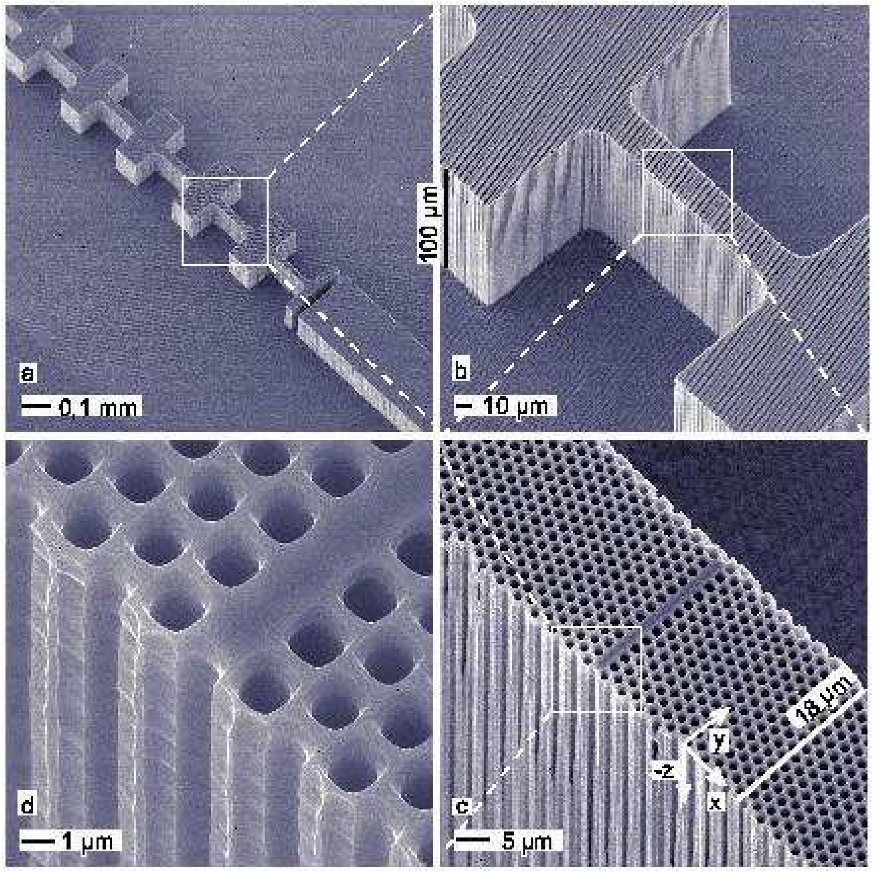
Quelle: `IBM`





“Photonische” Kristalle

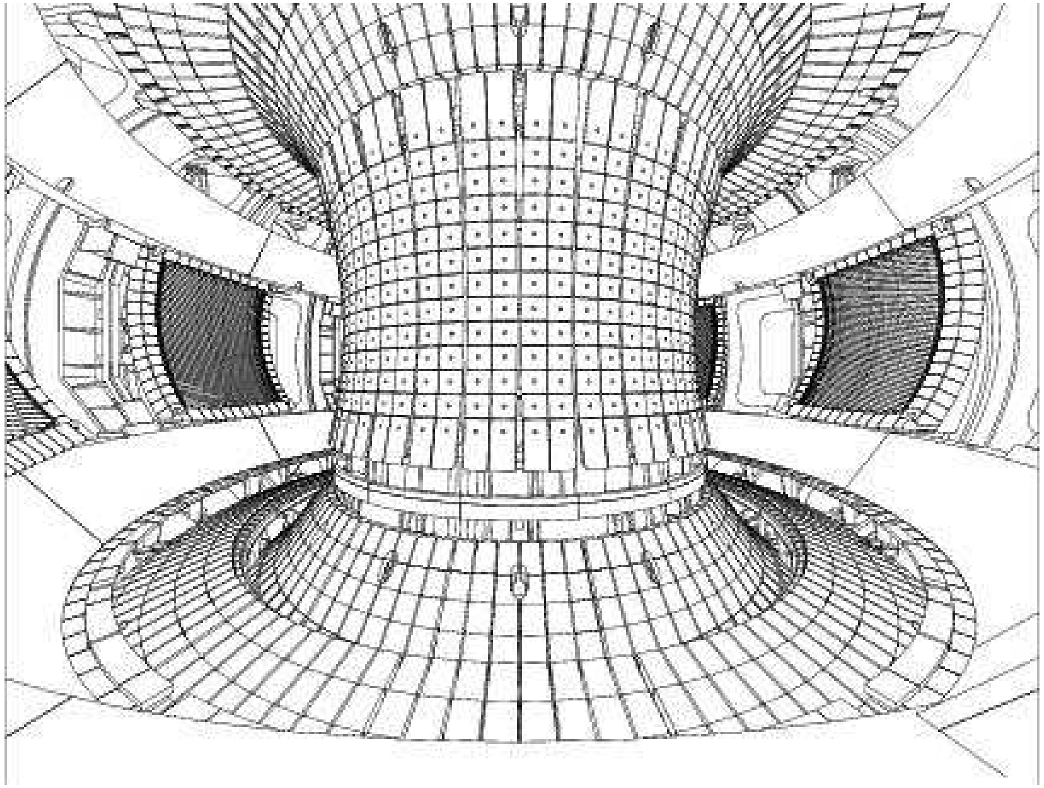
`http://photonics.tfp.uni-karlsruhe.de`

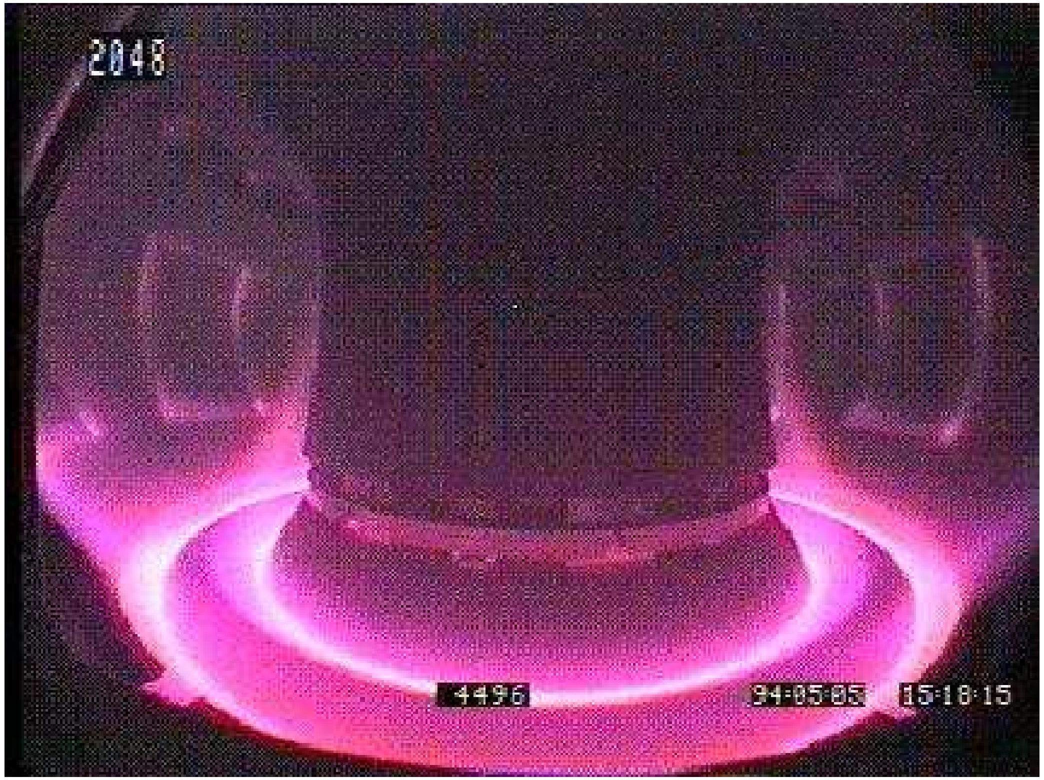


Micromechanik `www.qahill.com`

Fusionsplasma

ASDEX Upgrade, Garching.

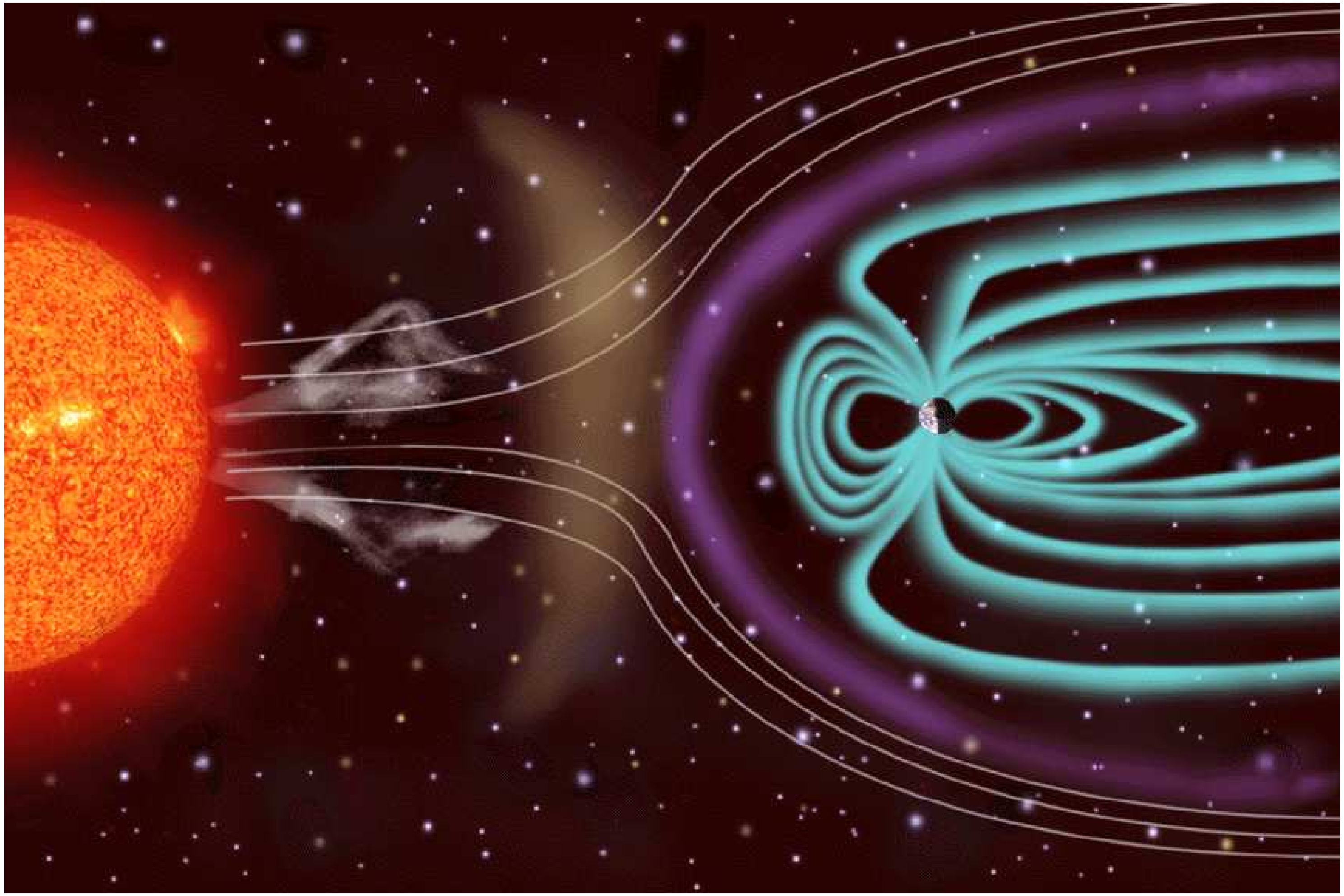




Rechte Seite: D_α (Balmer $n = 3 \rightarrow 2$) transition ($\lambda = 656$ nm)

Quelle: Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Garching

Sonnenkorona, Sonnenwind, Erd-Magnetosphäre



Quellen:

SOHO, `http://sohowww.nascom.nasa.gov`

Max-Planck-Institut für Sonnensystemforschung, `http://www2.mps.mpg.de`

Polarlicht (*Aurora borealis*)

Anregung von neutralen Atomen durch Stöße mit Elektronen aus der Magnetosphäre.

Linienstrahlung:
O: 557.7 nm (grün, 100-200 km), 630.0 nm (rot)

N_2: 391.4, 427.0, 470.0 nm

IR (O_2) und UV (N_2, O)

Nordlicht am Donnely Creek, Alaska; 17.03.2015 (S. Saarloss),

Quelle: NASA Goddard Space Flight Centre

Typische Plasmaparameter

	Längenskala (m)	Teilchendichte (m^{-3})	Elektronen-temperatur (eV)	Magnetfeld (Flussdichte) (T)
Gasentladungen	10^{-2}	10^{18}	2	-
Prozessplasmen	10^{-1}	10^{18}	10^{2}	10^{-1}
Fusionsexperiment	1	$10^{19} \ldots 10^{20}$	$10^{3} \ldots 10^{4}$	5
Fusionsreaktor	2	10^{20}	10^{4}	5
Ionosphäre	10^{5}	10^{11}	10^{-1}	3×10^{-5}
Van Allen-Gürtel	10^{6}	10^{9}	10^{2}	10^{-6}
Sonnenkorona	10^{8}	10^{13}	10^{2}	10^{-9}
Sonnenwind	10^{10}	10^{7}	10	10^{-8}
Interstellares Gas	10^{16}	10^{6}	1	10^{-10}

Programm der Vorlesung

Plasmen

- Niedertemperatur-Plasmen
  ("Technische" Plasmen)
- Astrophysikalische Plasmen
- Hochtemperatur-Plasmen im Labor
  Kernfusion - speziell auch nächste Vorlesung

Plasma-Beschreibung

- Einzelteilchen
  im vorgegebenen Feld
- Vielteilchen-System
  $\rightarrow$ Kinetische Verteilung
- Beschreibung als Flüssigkeit(en)
  "Magnetohydrodynamik"

Plasma-Phänomene

- Elektromagnetische Wechselwirkung,
  Ladungsneutralität
- Ionisation, Rekombination,
  "elektrischer Durchbruch"
- Anregung, Strahlung, Stoßprozesse
- Teilchen-Bahnen, -Driften
- Plasma-Randschicht
- Schwingungen und Wellen
- Instabilität, Turbulenz
- Teilchen-, Wärme-Transport
- ...

Literaturempfehlung

U Stroth	Plasmaphysik Vieweg & Teubner, ISBN 978-3-8348-1615-3
M Kaufmann	Plasmaphysik und Fusionsforschung 2. überarbeitete Auflage Teubner, ISBN 3-658-03238-3
F F Chen	Introduction to Plasma Physics and controlled fusion Cambridge University Press, ISBN 0-306-41332-9
D A Gurnett, A Bhattacharjee	Introduction to Plasma Physics Plenum Press, ISBN 0-521-36483-3

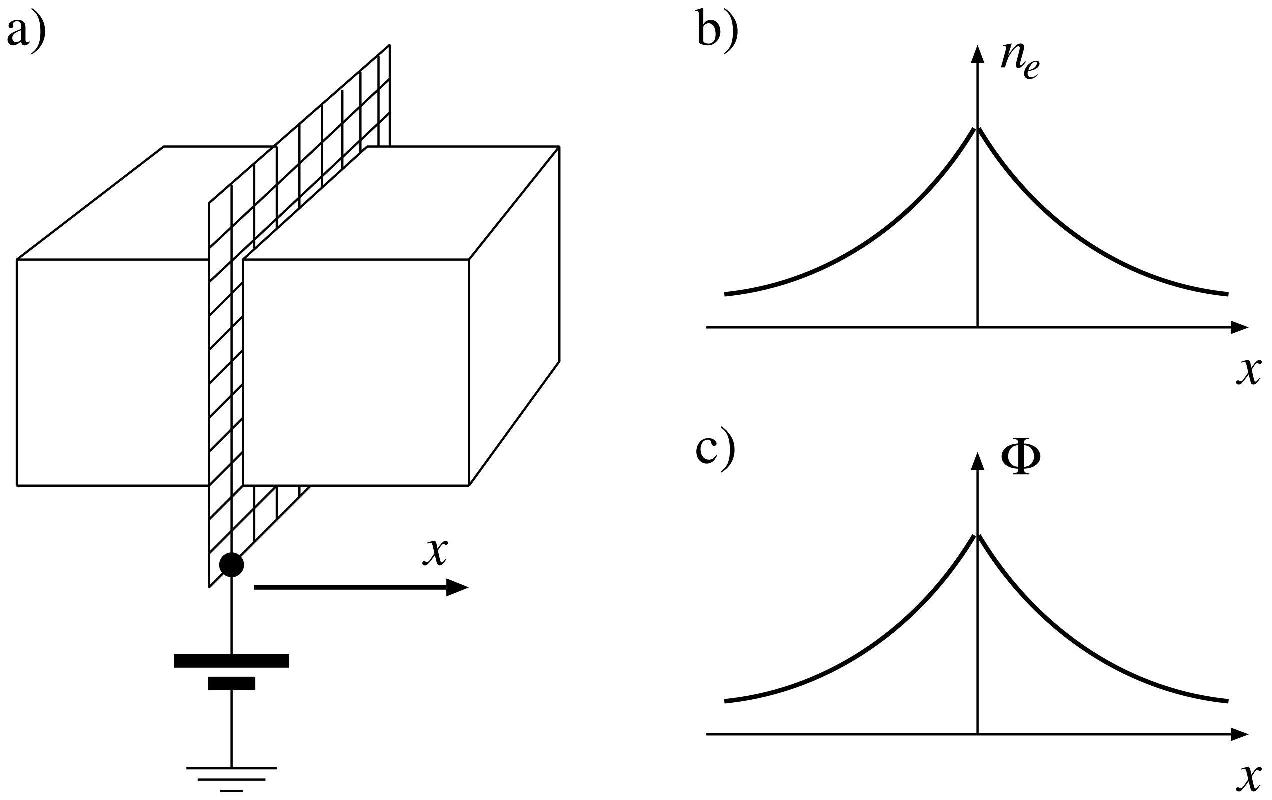
Grundlegende Plasmaparameter

Was kennzeichnet ein Plasma?

1. Quasineutralität - Ladungsabschirmung
2. Kollektives Verhalten der Teilchen
3. Zustandsgrenzen (elektrostatische vs. thermische vs. Fermi-Energie)

1. Ladungsabschirmung

Bewegliche Ladungen (Elektronen) schirmen Potenzialstörungen ab.



Betrachte ebene Potenzialstörung → eindimensionales Problem

Berechne Potenzial mit der Poisson-Gleichung

Φ: elektrisches Potenzial

q: Ladungsdichte

n_e: Elektronendichte

n_i: Ionendichte

Z_i Ionenladungszahl

$$\varepsilon_0 \nabla^2 \Phi = \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}^2\Phi}{\mathrm{d}x^2} = -q(x) = -e\left(Z_i n_i(x) - n_e(x)\right)$$

Randbedingung für $x \to \infty$:

Plasma ist neutral

$$Z_i n_i(\infty) = n_e(\infty) \equiv n_\infty$$

Allerdings hängt n_e von Φ ab

$\to$ Differenzialgleichung.

Ann.: Elektronen nicht entartet

$\Rightarrow$ Fermi-Verteilung wird durch Boltzmann-Verteilung angenähert:

$$f_e(v,x) \propto \exp\left[-\left(\frac{1}{2}m_e v^2 - e\Phi\right)/k_B T_e\right]$$

Integration über die Geschwindigkeit v:

“Boltzmann-Relation”

$$n_e = n_\infty \exp(e\Phi/k_B T_e).$$

Lösung: Räumlich exponentiell abfallendes Potenzial

Betrachte hinreichend hohe Frequenz: Ruhende Ionen.

1-D Poisson-Gleichung mit $n_i = const.$ und Boltzmann-Relation

$$\varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}^2\Phi}{\mathrm{d}x^2} = e n_\infty \left(\exp\left[\frac{e\Phi}{k_B T_e}\right] - 1 \right) \approx \frac{e^2 n_\infty}{k_B T_e} \Phi$$

(Erste Ordnung in der rechten Seite, $e\Phi/k_B T_e \ll 1$)

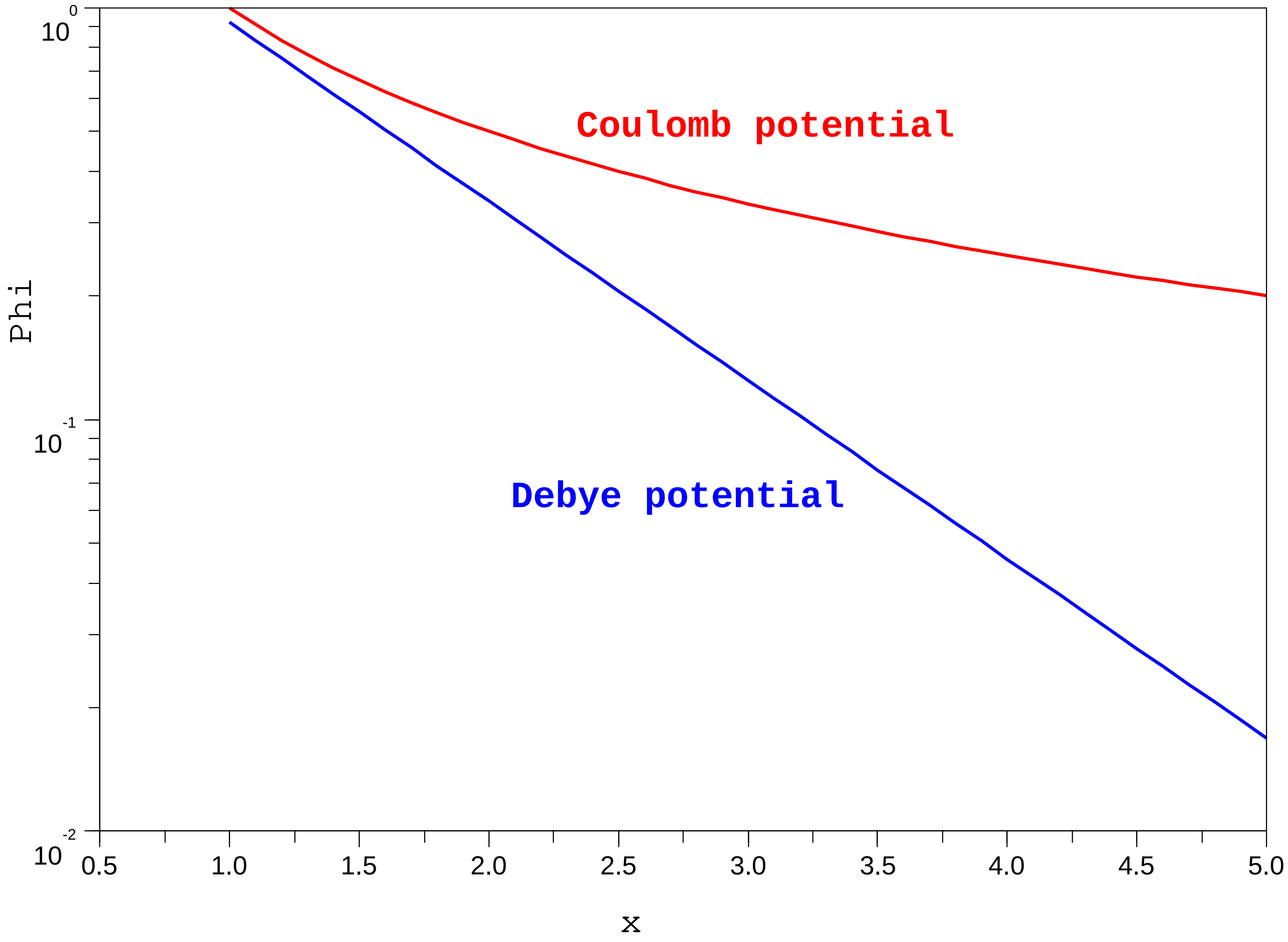
Ansatz: $\Phi = \phi_0 \exp(-|x|/\lambda_D)$

Debye-Länge:

$$\boxed{\lambda_D = \left(\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_e} \right)^{1/2}}$$

Räumliche Skala für Neutralität!

Abgeschirmtes Potenzial



Der “Plasmaparameter”

Zahl der Teilchen in der “Debye-Kugel” (Kugel mit dem Radius λ_D):

$$N_D = n\left(\frac{4}{3}\pi\lambda_D^3\right) = \left(\frac{\varepsilon_0}{e^2}\right)^{3/2}\frac{(k_B T_e)^{3/2}}{n^{1/2}}$$

Abschirmung von Ladungsstörungen nur für $N_D \gg 1$!

Plasmaschwingungen

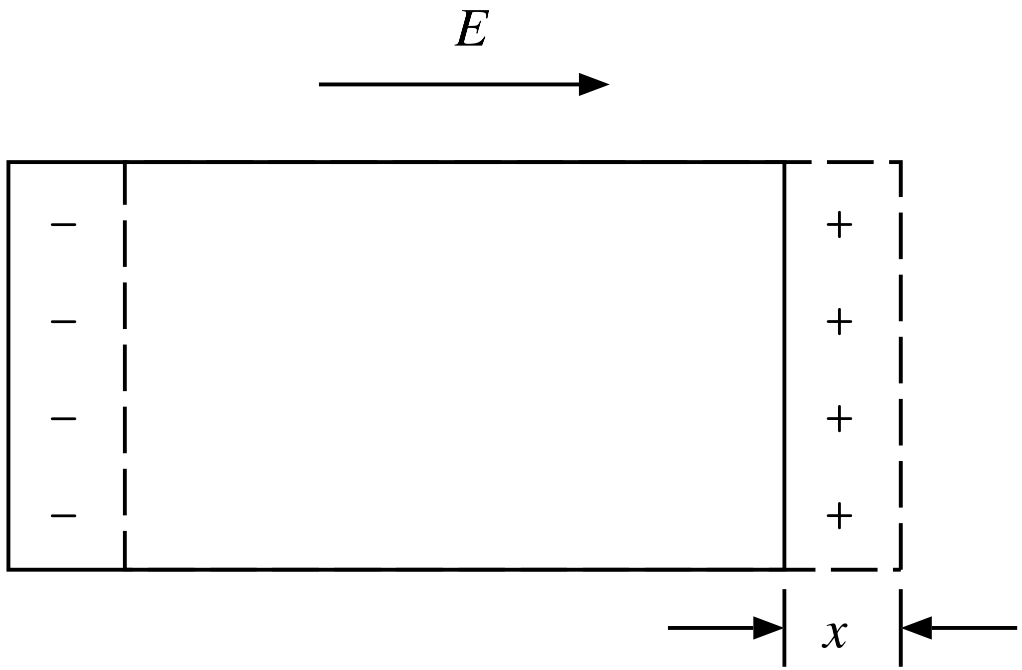
— Die Relativbewegung zwischen Elektronen und Ionen baut ein elektrisches Feld auf.

— Die Trägheit der Elektronen führt zu Schwingungen

Vereinfachtes Modell:

Kasten, Querschnittsfläche A

Elektronen-Auslenkung x



Verschobene Ladung: $Q = en_eAx$

Elektrische Feldstärke E (analog Plattenkondensator)

$$E = \frac{Q}{A\varepsilon_0} = \frac{en_ex}{\varepsilon_0}$$

$$m_e\ddot{x} = -eE = -\frac{e^2n_ex}{\varepsilon_0}$$

Ansatz $x(t) = x_0 \exp(i\omega_p t)$

"Plasmafrequenz":

$$\omega_p^2 = \frac{e^2n_e}{m_e\varepsilon_0}$$

Zeitskala für Neutralität!

Schlussfolgerungen

Quasi-Neutralität

Für lange Skalen

$$\lambda \gg \lambda_D = \left(\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_e}\right)^{1/2}$$

und langsame Vorgänge

$$\omega \ll \omega_p = \left(\frac{e^2 n_e}{m_e \varepsilon_0}\right)^{1/2}$$

ist ein Plasma "quasi" neutral.

Plasma-Näherung

"Das Plasma ist quasi-neutral, obwohl $\Phi \neq const.$"

Beispiel:
Um eine (große) elektrische Feldstärke von $E = 50$ kV/m auf $\Delta x = 1$ cm zu erzeugen, genügt eine Ladungsdichte von

$$\Delta n \times e \sim \varepsilon_0 \frac{E}{\Delta x} \approx 10^{14}\mathrm{m}^{-3} \times e$$

also $0.001 \ldots 1\%$ einer Plasmadichte von $10^{19} \ldots 10^{16}$ m^{-3}

Auf grossen Skalen ($x \gg \lambda_D$, $\omega \ll \omega_p$) kann das elektrische Potential nicht mit Hilfe der Poisson-Gleichung bestimmt werden.

2. Kollektives Verhalten

(a) Grosse Zahl von Teilchen im Plasma:

$$N = n_e L^3 \gg 1$$

(Ansonsten Vielteilchenproblem statt kontinuierlicher Grössen)

(b) Abschirmung wird durch kontinuierlichen Potenzialverlauf (mit Debye-Länge als Skala) nur beschrieben, wenn

$$N_D \gg 1$$

(kritisch bei sehr kleinen Temperaturen)

Plasmaparameter (revisited)

	L (m)	n_e (m^{-3})	T_e (eV)	N	λ_D (m)	N_D	$\omega_p/2\pi$ (Hz)
Gasentladungen	10^{-2}	10^{18}	2	1×10^{12}	11×10^{-6}	4.9×10^{3}	8.9×10^{9}
Prozessplasmen	10^{-1}	10^{18}	10^{2}	1×10^{15}	74×10^{-6}	1.7×10^{6}	8.9×10^{9}
Fusionsexperiment	1	10^{19}	10^{4}	1×10^{19}	0.23×10^{-3}	5.4×10^{8}	28×10^{9}
Fusionsreaktor	2	10^{20}	10^{4}	8×10^{20}	74×10^{-6}	1.7×10^{8}	89×10^{9}
Ionosphäre	10^{5}	10^{11}	10^{-1}	1×10^{26}	7×10^{-3}	1.7×10^{5}	2.8×10^{6}
Van Allen-Gürtel	10^{6}	10^{9}	10^{2}	1×10^{27}	2.4	5.4×10^{10}	280×10^{3}
Sonnenkorona	10^{8}	10^{13}	10^{2}	1×10^{37}	0.02	5.4×10^{8}	28×10^{6}
Sonnenwind	10^{10}	10^{7}	10	1×10^{37}	7.4	1.7×10^{10}	28×10^{3}
Interstellares Gas	10^{16}	10^{6}	1	1×10^{54}	7.4	1.7×10^{9}	8.9×10^{3}

3. Zustandsgrenzen

1. Nicht-ideale Plasmen (elektrostatische $>$ thermische Energie)

2. Entartete Plasmen (Fermienergie $>$ thermische Energie)

3. Relativistische Plasmen (thermische Energie nahe m_0c^2)

Zustandsgrenzen hängen von der Temperatur und z.T. von der Dichte ab.

3.1. Nicht-ideale Plasmen

Elektrostatische Wechselwirkung dominiert kollektives Verhalten, wenn

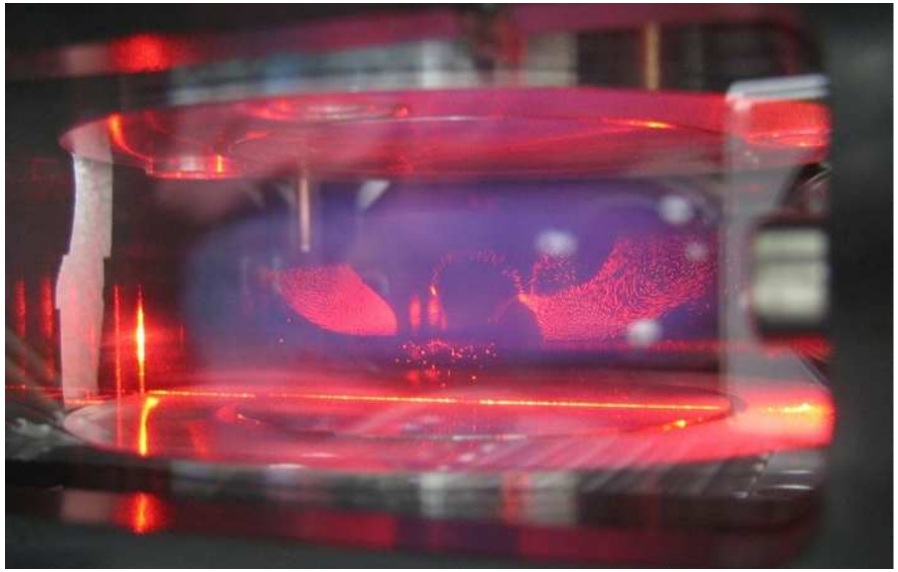
$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\overline{d}^{-1} > \frac{3}{2}k_B T$$

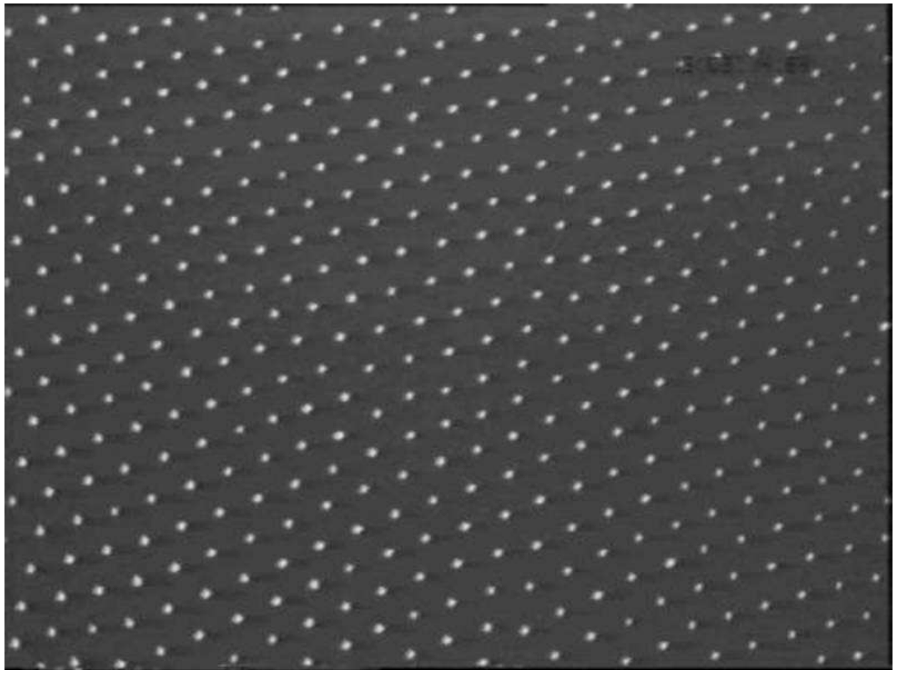
Mittlerer Abstand $\overline{d} = n^{-1/3}$

Kritische Temperatur T_{stat} als Funktion der Plasmadichte:

$$\frac{3}{2}k_B T_{stat} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}n^{1/3}$$

Plasma-“Kristall”





Quelle: `www.mpe.mpg.de`

Max-Planck-Institut für Extraterrestrische Physik, Garching

3.2. Entartete Plasmen

Elektronen sind “Fermionen”.
Fermi-Dirac Besetzungsstatistik
für Energieniveau E:

$$f(E,T) = \frac{1}{1 + \exp\frac{E - E_f}{k_B T}}$$

Fermi-Energie im Vakuum (Herleitung s. Anhang):

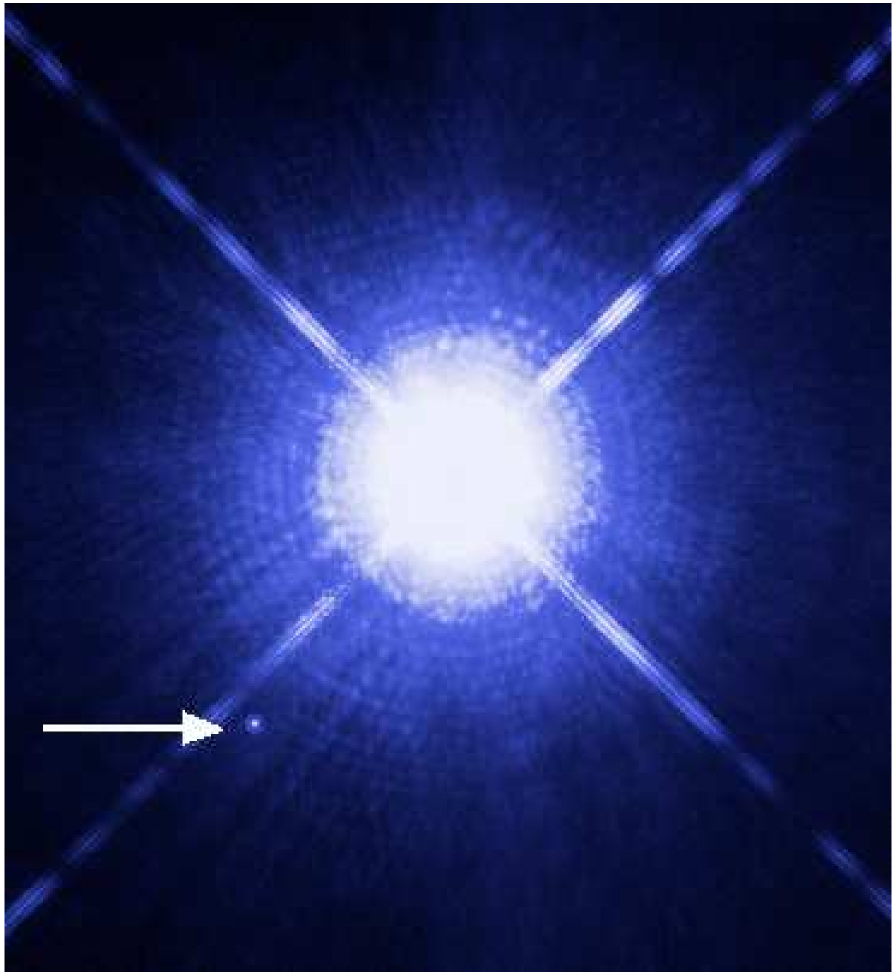
$$E_f = \frac{\hbar}{2m_e}\left(3\pi^2 n_e\right)^{2/3}$$

Anschaulich: Besetzungsgrenze bei $T = 0$.
“Entartetes” Plasma:

$$E_f > \frac{3}{2} k_B T_e$$

Weißer Zwerg (Elektronen-entartet)

Sirius B (Pfeil) neben Sirius A



Quelle: Wikipedia

3.3. Relativistische Plasmen

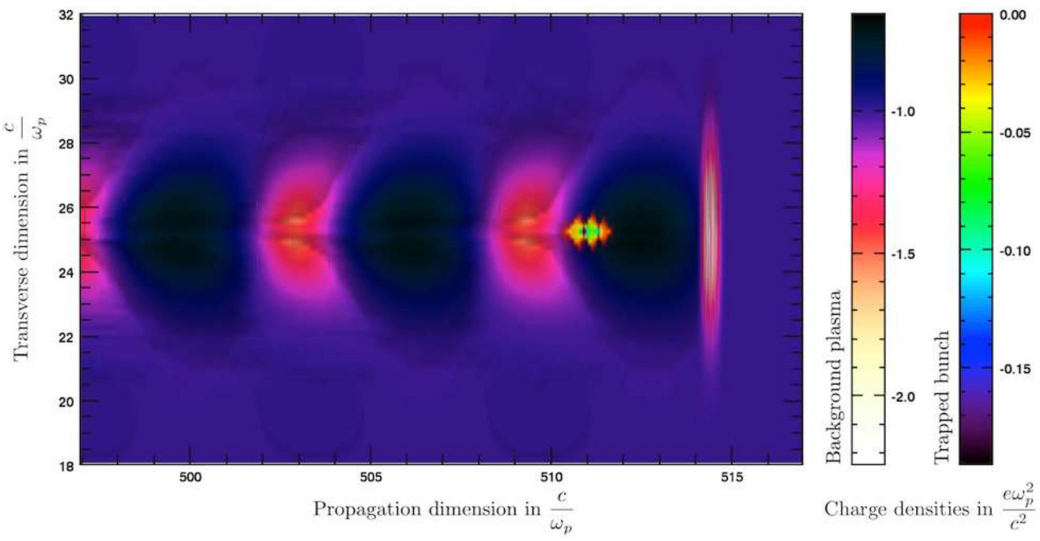
Relativistische Effekte (Elektronen) wichtig, wenn

$$\frac{3}{2}k_B T > m_{0,e}c^2$$

(Falls gleichzeitig entartet, liegt die Fermi-Besetzungsgrenze auch bei kleinen Temperaturen bei relativistischen Energien → Weisse Zwerge).

Kielfeld-Beschleuniger *(wakefield accelerator)*

nicht-thermisch relativistisch



Quelle: `plasma.desy.de`

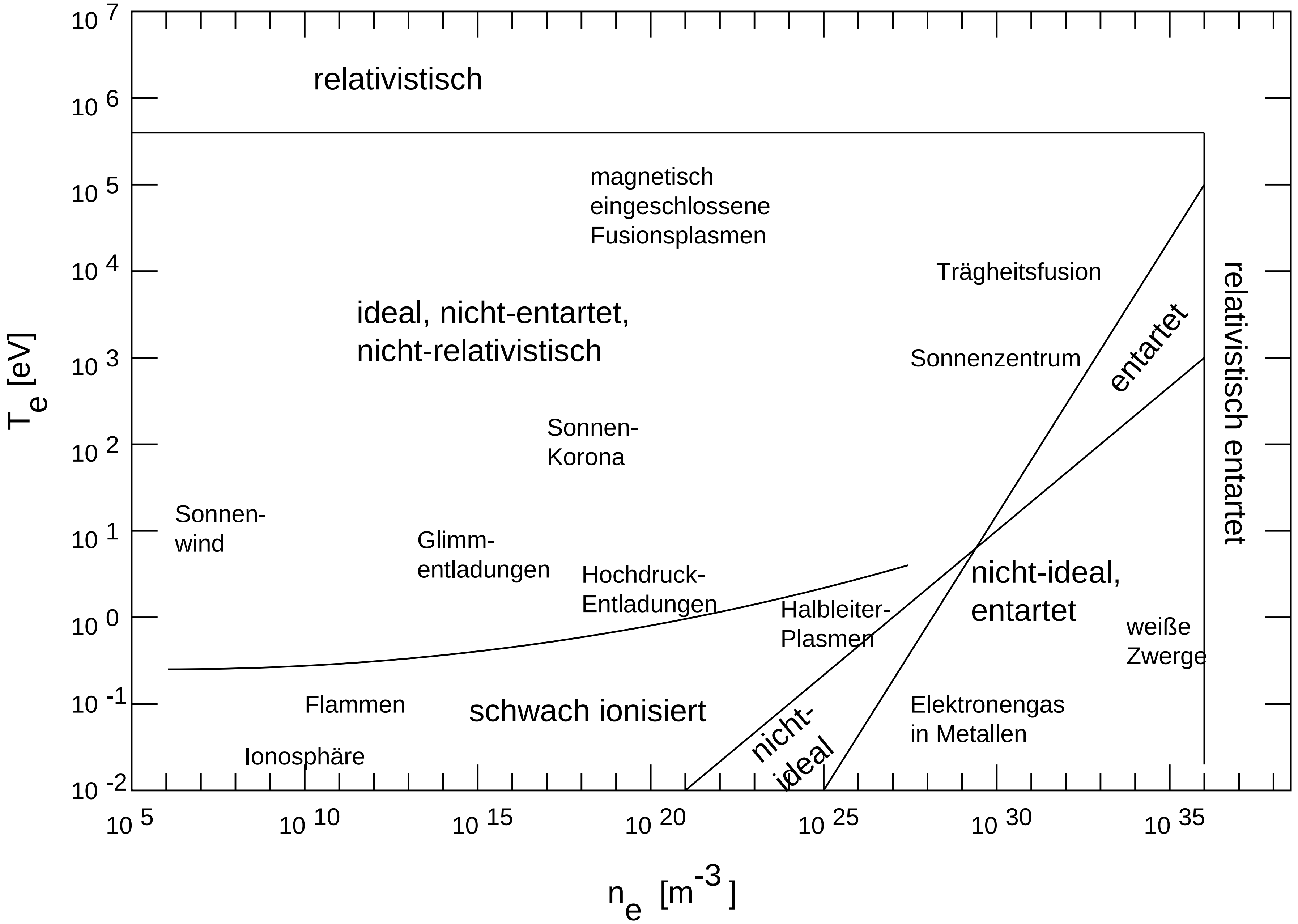
Konsequenzen:

– relativistische Kinetik

– modifizierte Wirkungsquerschnitte für Stoßprozesse

– evtl. *Paarerzeugung*

Übersicht Zustandsgrenzen



Zusammenfassung

- $>99\%$ der sichtbaren Materie sind “Plasma” = ionisiertes Gas.
- Elektrische und magnetische Felder beeinflussen ein Plasma (und umgekehrt).
- Für Skalen $\lambda \gg \lambda_D$ und $\omega \ll \omega_p$ ist das Plasma quasi-neutral.
- Die Plasmabeschreibung durch kontinuierliche Grössen (n, T). setzt kollektives Verhalten voraus: $N, N_D \gg 1$.
- Viele Plasmen sind ideal, nicht entartet und nicht-relativistisch, und diese sind Gegenstand der Vorlesung.

Anhang: Berechnung der Fermienergie im Vakuum

Schrödergleichung für ein freies Teilchen im Vakuum:

$$H\Psi = \frac{\hbar^2}{2m}\left(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2\right) = E\Psi$$

$E = E_F$: Kugeloberfläche im k-Raum ("Fermikugel").
Radius $k_F = (2E_F m)^{1/2}/\hbar$.

Würfel mit Kantenlänge L, periodische Randbedingungen: Lösungen der SGL sind ebene Wellen mit diskreten Wellenvektoren

$$k_{x,y,z} = \frac{2\pi n_{x,y,z}}{L}$$

Im k-Raum nimmt ein Zustand also das Volumen $(2\pi/L)^3$ ein.

Fermi-Energie im Vakuum (2)

$T = 0$, Zahl der besetzbaren Zustände bis zur Energie E: Volumen der Fermikugel, geteilt durch das Volumen pro Zustand, multipliziert mit dem Faktor 2 (für beide Spinrichtungen):

$$N(E) = 2\frac{4\pi}{3}\frac{k(E)^3}{(2\pi/L)^3} = 2\frac{4\pi}{3}\left(\frac{2m}{\hbar}E\right)^{3/2}\left(\frac{L}{2\pi}\right)^3$$

Mit $n_e = N/V = N/L^3$ und $E = E_F$:

$$E_f = \frac{\hbar}{2m_e}\left(3\pi^2 n_e\right)^{2/3}$$