

# Treball Final de Curs

## CPM-PERT

1r Quadrimestre-Curs 2018/2019

Miriam Vall - Alex Archilla

# Índex

1. Introducció i Presentació del problema.
2. Model Basic
  - 2.1. Descripció
  - 2.2. Construcció de la xarxa
  - 2.3. Tipus de projecte pel que es pot emprar el model
  - 2.4. Exemple de funcionament 1
  - 2.5. Exemple de funcionament 2
3. Model Ampliat
  - 3.1. Descripció
  - 3.2. Exemple model ampliat de funcionament 1
  - 3.3. Exemple model ampliat de funcionament 2
4. Apèndix 1
  - 4.1. Canvis o afegits en la realització del treball.
5. Apèndix 2
  - 5.1. Recursos d'informació empleats

# 1. Introducció

En aquesta pràctica se'ns demana l'implementació d'un sistema que pugui prendre decisions relatives a la durada d'un projecte. Aquest problema ho resoldrem utilitzant el model CPM(*Critical Path Method*) i el model PERT.

El CPM-PERT es un mètode que s'utilitza per programar un conjunt de tasques per tal de minimitzar el temps d'execució d'aquest conjunt de tasques. El camí crític és el tram de tasques dependents més llarg.

Per tal de poder utilitzar aquest model, necessitarem 3 dades imprescindibles:

- La llista de dependències entre tasques
- La estimació de temps que es necessita per tal de fer la tasca.
- La llista completa de totes les tasques del projecte.

La principal diferència entre el CPM i el PERT es la estimació de temps. En el model PERT, el temps estimat d'una tasca entre que el temps estimat de les activitats/tasques està determinat en el model CPM, mentre que en el PERT varia, ja que es calcula entre el temps estimat optimista, el temps estimat i el temps estimat més pessimista, i es calcula utilitzant la fórmula  $t = (t_o + 4 \cdot t_n + t_p) / 6$

Per tant, el nostre objectiu en aquest treball es obtenir un programa que ens indiqui el camí crític d'un projecte i ajudi a l'usuari a prendre decisions en el seu projecte.

## 2.MODEL BÀSIC

### Descripció

En primer lloc, hem elaborat un model bàsic, que serveix per identificar les activitats del camí crític, és a dir, la seqüència més llarga de tasques en un pla de projecte que s'han de completar a temps per complir amb el termini establert.

Identificar el camí crític és important perquè qualsevol endarreriment en el temps d'execució d'una tasca present en aquest comporta un endarreriment en el camí crític; i per tant, tot el projecte seria endarrerit també. Per això resulta fonamental el fet que aquest model ens permet reconèixer tasques crítiques i tasques no crítiques per prevenir conflictes i colls d'ampolla, i aconseguir la màxima eficiència pràctica.

Donat un conjunt d'activitats (cadascuna amb una determinada duració) en el que es poden donar dependències entre elles, ens proporciona el temps d'inici i final de cada activitat, així com el temps de duració del camí crític i les activitats que el componen.

El codi elaborat per representar el model és el següent:

```
set nodes;
set arcs within(nodes cross nodes);
param dur{arcs};
var temps{nodes} >= 0;

# per cada arc (i,j): temps(i) + dur(i,j) + temps(j) >= 0
subject to rl{(i, j) in arcs}:
    temps[i] + dur[i,j] - temps[j] <= 0;

# f.o. : ultim - primer
minimize path: temps[ultim]-temps[primer];
```

En aquest model, considerem que les activitats estan representades per arcs. Cada arc representa una activitat, i està associat a una duració (el paràmetre *dur*). Per tant, la xarxa formada és una AOA (*Activity on Arc Network*). Els nodes de la xarxa representen el principi i el final de les activitats i estan considerats com a “esdeveniments”.

A més, introduïm la variable *Temps*, que dóna el moment en el temps en que s'arriba a un node. Podem deduir que l'instant en que finalitzi el camí crític correspondrà al temps en que s'arribi a l'últim node. Per tant, la funció objectiu busca minimitzar aquest temps. Cal aclarir que, depenent de les dades amb les que s'executi el model, es modificarà *temps[ultim]*, on *ultim* serà el node al que s'arribi en últim lloc.

Finalment, al tractar-se del model bàsic on no es tenen en compte els costos econòmics d'execució de les tasques, sinó tan sols la seva durada, només introduïrem la constricció referent a aquesta: *el temps d'inici d'una activitat ha de ser major o igual que el temps d'inici de l'activitat de la que depèn sumat al temps de duració d'aquesta.*

Per mostrar el funcionament del model, utilitzarem les dades proporcionades en l'exemple de les diapositives penjades al Racó sobre CPM i PERT.

```

set nodes:= 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17;

set arcs:=
(1,2) # A
(2,13) # B
(2,5) # C
(5,7) # D
(6,7) # E
(7,11) # F
(1,3) # G
(4,8) # H
(3,14) # I
(9,10) # J
(8,10) # K
(10,11) # L
(11,12) # M
(13,16) # N
(14,15) # O
(15,16) # P
(16,17) # Q
(2,4) # ficticia
(3,4) # ficticia
(5,6) # ficticia
(8,9) # ficticia
(12,13) # ficticia
(12,14); # ficticia

param dur:=
1 2 3 # A
2 13 12 # B
2 5 4 # C
5 7 10 # D
6 7 2 # E
7 11 3 # F
1 3 2 # G
4 8 4 # H
3 14 3 # I
9 10 16 # J
8 10 2 # K
10 11 2 # L
11 12 2 # M
13 16 2 # N
14 15 1 # O
15 16 2 # P
16 17 3 # Q
2 4 0 # ficticia
3 4 0 # ficticia
5 6 0 # ficticia
8 9 0 # ficticia
12 13 0 # ficticia
12 14 0; # ficticia

```

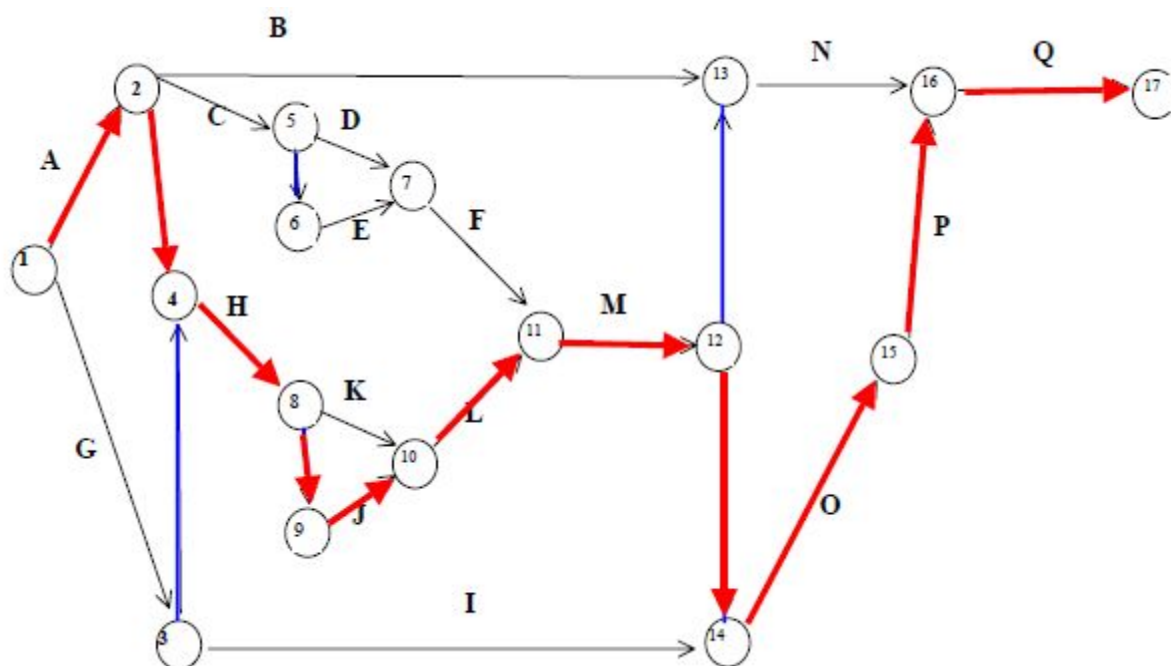
## Construcció de la xarxa:

Utilitzem les relacions de precedència per construir la xarxa d'esquerra a dreta, afegint-hi activitats a mesura que aquestes relacions indiquen que es donen les condicions necessàries per què es pugui començar una nova activitat. Cada vegada que s'hagi afegit una activitat, ens preguntarem:

*“Quines activitats poden començar a partir d'aquest moment?”.*

En l'exemple que proporcionem (figura 2), en observar els arcs veiem les relacions de precedència sense necessitat d'especificar-les expressament. Per exemple, veiem que inicialment només la activitat A pot començar, i després de la seva finalització (representada pel node 2) poden començar les activitats B i C.

La xarxa resultant d'anar aplicant aquest procediment és la següent:



On el camí crític està senyalat en vermell, i podem observar que està compost per les activitats A, H, J, L, M, O, P i Q.

Després d'executar el model en AMPL, comprovem que el resultat és l'esperat. El valor de la funció objectiu és 33, que és el temps del camí crític.

També podem observar els temps en que s'arriba a cada node:

```
ampl: display temps;
temps [*] :=
1 0
2 3
3 2
4 3
5 7
6 7
7 17
8 7
9 7
10 23
11 25
12 27
13 27
14 27
15 28
16 30
17 33
;
```

### **Tipus de projecte pel que es pot emprar el model**

Per verificar el model, utilitzarem un conjunt de jocs de proves basats en una de les seves àrees d'aplicació. Aquestes són variades, i inclouen totes aquelles en que el CPM permet planejar projectes que inclouen nombroses activitats amb interaccions complexes i interdependents. Els diferents tipus de projectes en que s'utilitza inclouen:

- Desenvolupament de productes
- Enginyeria (de software, aeroespacial, civil...)
- Construcció
- Defensa
- Desenvolupament de software
- Projectes de recerca

Nosaltres hem aplicat jocs de prova (case studies) basats en projectes reals de construcció.

L'objectiu serà completar els projectes en el menor temps possible. En aquest informe inclourem 2 jocs de prova per verificar el model bàsic, apart de l'exemple mencionat en apartats anteriors.



## **Exemple de funcionament 1**

Aquest joc de proves està basat en un projecte de construcció de Nigèria.

Consta de 26 activitats amb dependències entre elles, que descriuen seqüències lògiques i cronològiques. L'anàlisi del camí crític del projecte pot ajudar a detectar les activitats que portarien a un endarreriment d'aquest, per tal de fer una organització efectiva mantenint una programació de les activitats realista.

Donada una activitat, disposem de la seva duració i, si en té, de les activitats de les que depèn la seva posada en marxa.

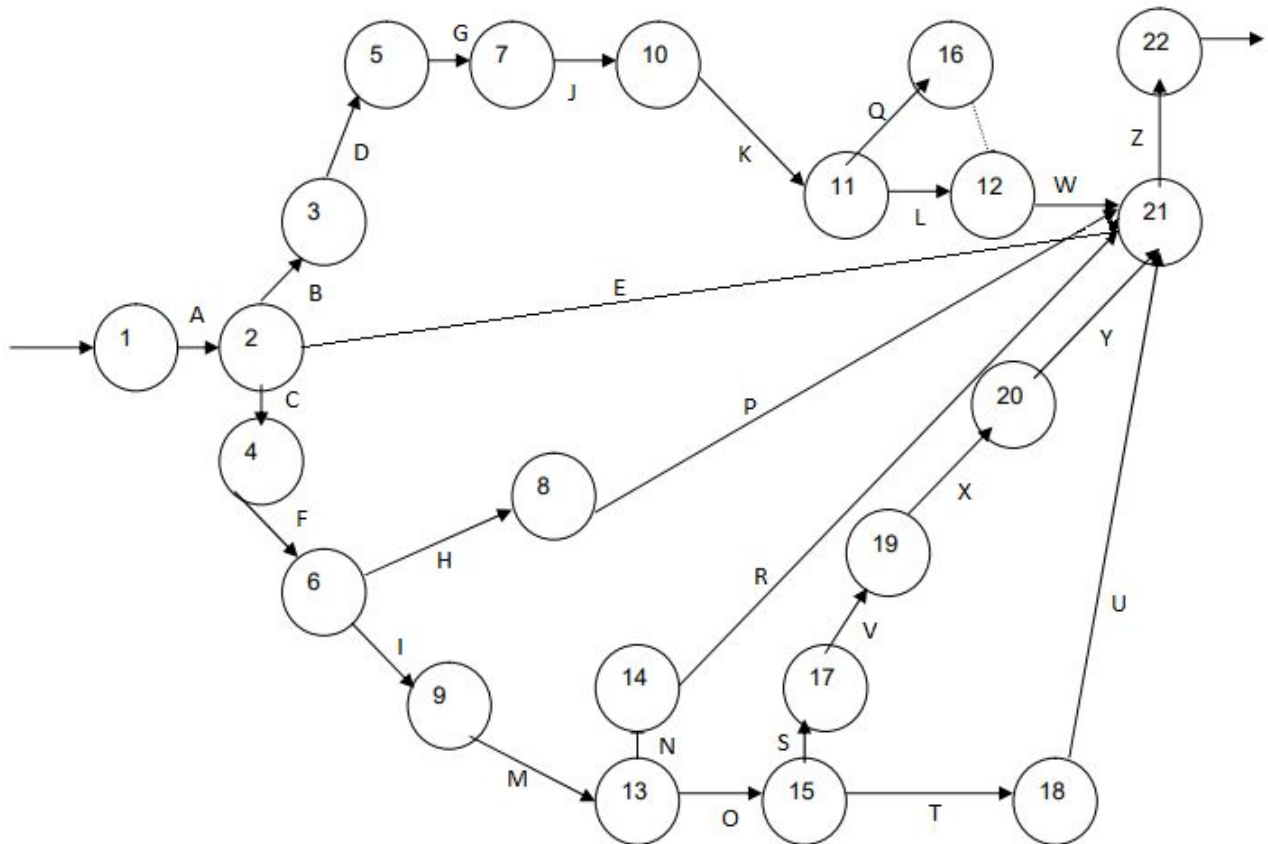
Les activitats són les següents:

- A: autorització del lloc
- B: desplegament del material i personal
- C: excavació
- D: cimentació i posar bases
- E: maons i omplir regió excavada
- F: fonaments columnes/bigues
- G: compactació del material amb que s'ha omplert la regió excavada
- H: feina mecànica / ciment
- I: maons finestres i portes
- J: lloses del terra/bigues/columnes
- K: maons primer pis
- L: biga sostre
- M: enguixat i emparedat
- N: suport de l'estructura i el sostre
- O: treball del sostre
- P: circuit elèctric
- Q: treball de canonades mecàniques
- R: marcs de portes i finestres
- S: acabats i pintura
- T: instal·lacions mecàniques
- U: instal·lacions elèctriques
- V: fulles de portes i finestres
- W: sistemes de drenatge
- X: tests de les instal·lacions
- Y: posar remei als errors
- Z: desmobilització (recollida del material de construcció)

Les duracions (en setmanes) de les activitats i les relacions de dependència entre elles són:

Activitat	Duració	Predecessor
A	3	-
B	2	A
C	3	A
D	3	B
E	3	C
F	4	C
G	5	D
H	6	F
I	5	F
J	5	G
K	5	J
L	5	K
M	12	I
N	3	M
O	2	M
P	16	H
Q	5	K
R	6	N
S	5	O
T	4	O
U	3	T
V	3	S
W	3	L,Q
X	1	V
Y	1	X
Z	2	E,P,R,U,W,Y

Seguint el procés de creació de la xarxa que hem vist anteriorment, obtenim la xarxa següent:



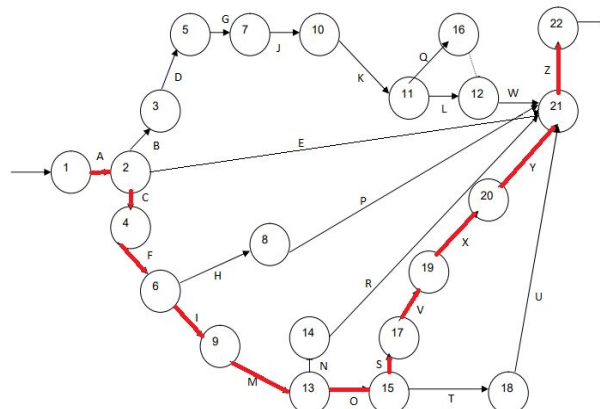
\*hi ha un arc addicional de duració 0 que uneix els nodes 16 i 12

Ara que ja sabem quins nodes formen els arcs que representen les activitats, podem elaborar el fitxer de dades al que aplicarem el model. S'adjunta amb la resta de fitxers de la pràctica i el seu nom és *jocproves4.dat*.

Un cop hem executat el joc de proves, obtenim els resultats.

Hi ha un camí crític únic, que inclou les activitats A, C, F, I, M, O, S, V, X, Y, Z.

La duració del camí crític és de 41 setmanes.



A més, després de l'execució del model podem veure el temps d'inici de cada activitat fixant-nos en l'instant en que s'arriba a cada node:

```
ampl: display temps;
temps [*] :=
  1 0      4 6      7 13    10 18    13 27    16 28    19 37    22 41
  2 3      5 8      8 16    11 23    14 30    17 34    20 38
  3 5      6 10     9 15    12 28    15 29    18 33    21 39
;
```

### **Exemple de funcionament 2:**

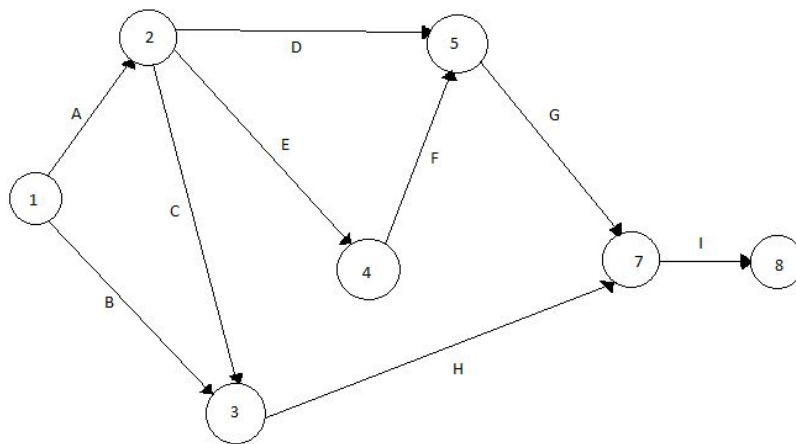
El segon projecte també és de l'àrea de la construcció civil, però no ens centrem en la construcció en si, sinó que ho enfoquem de manera més general. El projecte consisteix en l'ampliació d'un centre comercial als Estats Units, a Alabama.

- A: elaborar plans arquitectònics de l'ampliació
- B: identificar nous inquilins potencials
- C: elaboració de prospectes pels inquilins
- D: escollir contractista
- E: preparar els permisos de construcció
- F: obtenir aprovació pels permisos de construcció
- G: executar construcció
- H: finalitzar contractes amb inquilins
- I: fer que es mudin els inquilins

Les duracions (en setmanes) de les activitats i les dependències entre elles es mostren a continuació.

Activitat	Precedent	Duració
A	-	5
B	-	6
C	A	4
D	A	3
E	A	1
F	E	4
G	D,F	14
H	B,C	12
I	G,H	2

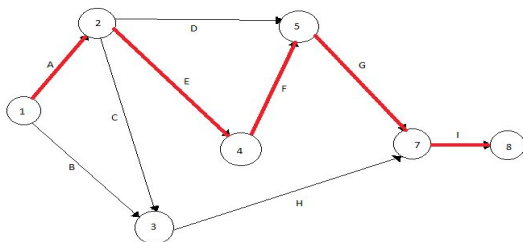
A partir d'aquesta informació podem formar la xarxa.



A continuació elaborem el fitxer amb les dades, seguint el format dels exemples anteriors.

S'adjunta el fitxer amb el nom “*jocdades5.dat*”.

Després d'executar el model, obtenim els resultats. El camí crític està format per les activitats: A, E, F, G, i I. La duració d'aquest és 26 setmanes.



També obtenim el temps en que s'arriba a cada node, informació a partir de la qual podem saber quan comença i acaba una activitat.

```

ampl: display temps;
temps [*] :=
1  0
2  5
3  9
4  6
5  10
6  24
7  26
;

```

## 3.MODEL AMPLIAT

### Descripció

Després de la creació d'un model bàsic i del seu testeig, vam decidir crear un model ampliat, seguint les indicacions de l'enunciat. Els nous conceptes de temps i cost introduïts en el model s'expliquen a l'apèndix 1 del treball.

El codi elaborat per representar el model és el següent:

```
param n;  
param numDependencies;  
param Times{1..n};  
param Costs{1..n};  
param CrashCosts{1..n};  
param TimeCrash{1..n};  
param Pareto{1..n} binary;  
param costProporcional;  
param Dependencies{1..numDependencies,1..2};  
param SumCostsTotal = sum{i in 1..n} (if Pareto[i] == 1 then CrashCosts[i] else Costs[i]);  
param pressupost;  
param Interes;  
  
# decision variables  
var Start{1..n} >= 0 integer;  
var SumTimes = sum{i in 1..n} Start[i];  
var CostAux = SumCostsTotal + Start[n]*costProporcional;  
var aux = pressupost - CostAux;  
var Prestec = (if aux >= 0 then 0 else -aux * Interes);  
var CostTotal = Prestec + CostAux;  
  
minimize obj: Start[n] + CostTotal;  
# minimize obj: Start[n];  
  
s.t. c1{i in 1..numDependencies}:  
    Start[Dependencies[i,1]] >= (if Pareto[Dependencies[i,2]] == 1 then  
        Start[Dependencies[i,2]] + TimeCrash[Dependencies[i,2]]  
    else Start[Dependencies[i,2]] + Times[Dependencies[i,2]]);
```

Un dels grans canvis introduïts en aquest model és com tractem les activitats. Abans, les activitats eren els arcs del graf, mentre que ara en aquest nou model representem les activitats com a nodes.

A més, per tal de calcular el *Early Start* de cada activitat, utilitzem un paràmetre Dependencies que permetrà agafar el temps acumulat de la dependència node i agafar només el temps més gran.

En aquest model simplement vem introduir els costos economics. Aquests costos es poden dividir en 3 parts:

- **Costs de les tasques:** En aquest cas, decidim posar 2 possibles costs i 2 possibles temps per a cada activitat del projecte. El cost normal i el temps normal per cada actividad estan als vectors Costs i Temps, mentre que el temps i el cost especial de cada tasca estan en els vectors TimeCrash i CrashCosts. El que decideix quin parell de vectors utilitzem es el vector binary Pareto.
- **Cost de Direcció:** Un cost relacionat amb el temps total del projecte. És directament proporcional, en aquest cas ho considerem com un percentatge o quantitat fixa per unitat de temps.
- **Cost per Préstec:** Aquest cost sorgeix si ens passem amb el pressupost, ja que si ens passem del pressupost assignat amb els dos costs anteriors, haurem de demanar un préstec. Els costs del préstec el representem per l'interès multiplicat per la quantitat excedida.

Per tant, ara tenim una funció multiobjectiu que vol minimitzar el temps del projecte i alhora el seu cost, així que hem de plantejar la frontera d'eficiència Pareto. Per tal de fer això, hem d'anar modificant la variable Pareto per construir aquesta frontera, mirant quins valors son òptims de Pareto.

Aquest model ens proporciona moltes dades:

- En primer lloc, al igual que el model bàsic, ens permet aconseguir el camí crític del nostre conjunt de graf. També, ens permet calcular el temps total del nostre projecte.
- Ens permet calcular el cost total del nostre projecte. Això ens serveix per estimar un pressupost o per veure si amb un pressupost X, si és necessari demanar un préstec.
- Donat 2 estimacions de parell temps-cost per cada activitat del projecte, l'usuari gràcies al vector Pareto pot calcular quina combinació li interessa seguint el seus objectius gràcies a la generació de dades que permet la construcció del front de Pareto.

Aquest model està especialitzat per casos de construcció civil, però encara així és viable per altres models que depenguin d'un pressupost i que tinguin temps estimats segons el cost de la activitat.

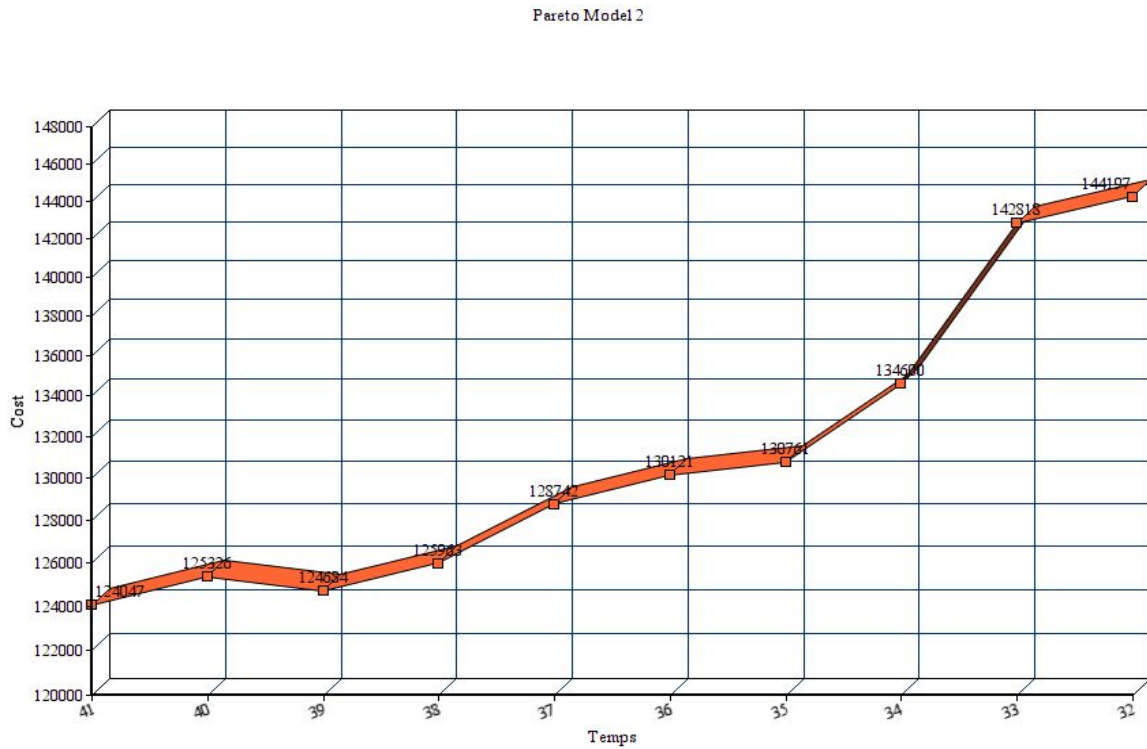


### Exemple model ampliat de funcionament 1

En aquest exemple, utilitzarem el jocdedates4def.dat, basat en el exemple de funcionament 1. Per tal d'adaptar el joc de dades, fem que les activitats estiguin situades com a nodes. Afegim un pressupost un valor de 200000 i un interès del 10%.

Activitat	Temps Millorables	Cost	Cost Millora
A	1	1240	1240
B	2	620	620
C	2	1860	2820
D	2	3720	5640
E	3	2480	2480
F	3	6200	9400
G	4	2480	3760
H	5	9920	15040
I	4	7440	11280
J	4	8680	13160
K	4	7440	11280
L	5	4960	4960
M	10	11160	16920
N	2	3720	5640
O	2	2480	2480
P	13	16120	24440
Q	4	6200	9400
R	4	6200	9400
S	5	4960	4960
T	3	4960	7520
U	2	3720	5640
V	2	2480	3760
W	2	1240	1880
X	1	1240	1240
Y	1	1240	1240
Z	1	1240	1880

Tal i com havíem vist anteriorment, el camí crític d'aquest joc de dades era A-C-F-I-M-O-S-V-X-Y-Z. Per tant, per tal de reduir el temps i obtenir els òptims de Pareto, hem d'utilitzar el crash time d'aquestes activitats. Per tal de crear la taula, ens quedarem amb cada parell de valors Temps-Cost, on temps sigui el valor més petit, ja que aquest serà el punt que tingui dominància, per tal de construir el front de Pareto.



## Exemple model ampliat de funcionament 2

Utilitzem una versió adaptada al nou model del exemple de funcionament 2, utilitzant els mateixos costos i temps, que seran el temps normal. A més, introduïm el pressupost, que serà de 2.000.000 i l'interès, que serà d'un 10%. A més, afegim aquestes noves dades:

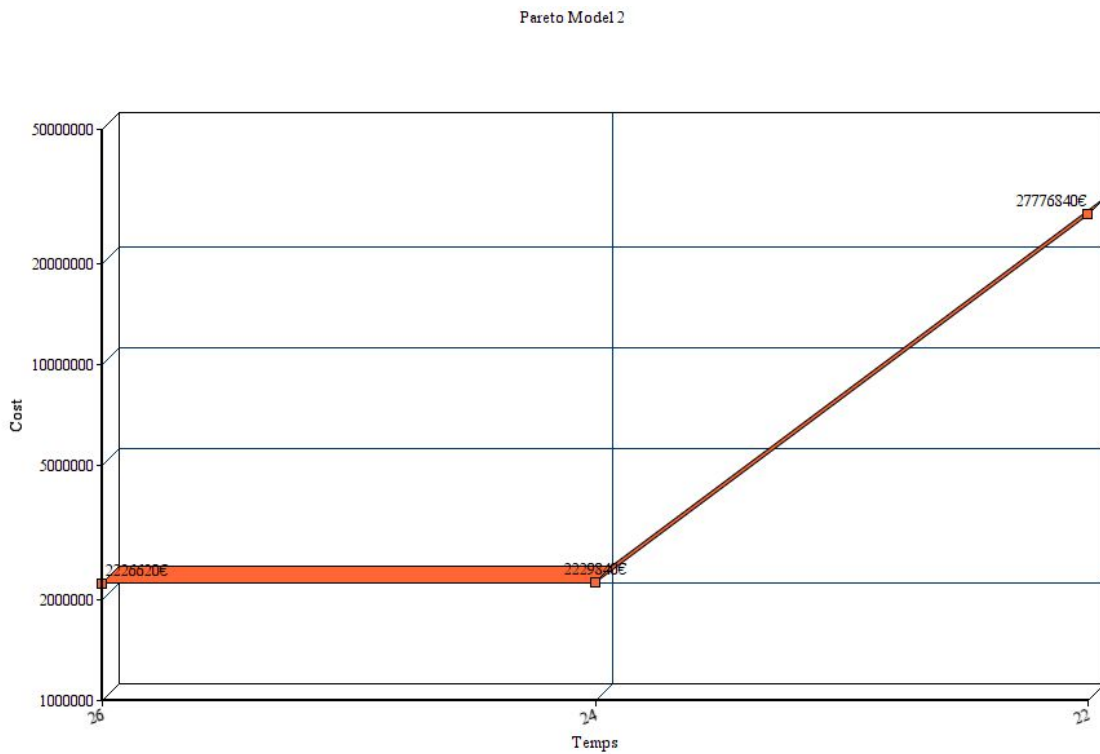
Activitat	Temps Millorable	Cost	Cost Millora
A	3	800	1000
B	4	50	75
C	2	100	200
D	3	20000	20000
E	1	40	40
F	4	10000	10000
G	12	2000000	2500000
H	10	175000	200000
I	2	0	0

Ara mitjançant el vector binari Pareto, podem trobar les solucions *pareto-òptimo* d'aquest exemple model. Per tant, començarem aplicant el vector binari Pareto en el camí crític, compostat per les activitats A-E-F-G-I. Com podem veure, no podem minimitzar el temps de les activitats E,F, i I. Per tant obtenim els següents punts.

Activitat Treta	Temps	Cost
-	26	2226620
A	24	2226840
G	24	2776620
A,G	22	2776840

Com podem veure, totes son pareto-optimes menys la solució on treiem només G, perquè com podem apreciar, el segon punt té el mateix temps i menys cost, per tant té dominància sobre el tercer punt.

Per tant, ens queda el següent front de Pareto:



## 4.APÈNDIX 1

### **CANVIS O AFEGITS REALITZATS DURANT EL TREBALL**

A l'inici de l'elaboració del treball partim d'un model de CPM bàsic on tan sols es tenen en compte les duracions de les activitats i les dependències entre elles per trobar el camí crític. En el graf que representava la xarxa creada a partir de les activitats, cada arc era una activitat (excepte els arcs que eren auxiliars, és a dir, que no representaven tasques reals).

D'altra banda, al desenvolupar el model bàsic per tal d'incloure també els costos de les activitats, i els tipus d'interès, ens resulta més fàcil representar les activitats com a nodes de la xarxa.

També s'introdueixen conceptes com Crash Cost i Crash Time, per representar l'intercanvi cost/temps. En l'ampliació del model bàsic assumim que, per cada activitat, el temps de compleció pot ser reduït (dins d'uns límits raonables) si gastem més diners en l'execució de l'activitat.

S'introdueix el concepte de *crashing*.

- *Crashing* = reduir el temps de l'activitat.

Per tant, a l'hora de crear jocs de dades, a part de tenir en compte els temps i costos “normals” de les activitats, també considerarem els temps que es redueixen (crash time) a causa del creixement dels costos (crash costs). Cal mencionar que no totes les activitats poden veure reduït el seu temps encara que es pugés el seu cost, i per tant no hi ha variacions entre els paràmetres normals i els de *crashing*.

Al treball, per utilitzar termes més comprensibles, en ocasions substituïm els noms Crash Time i Crash Cost per Temps Millorables i Cost Millora, respectivament.

## 5.APÈNDIX 2

### **RECURSOS D'INFORMACIÓ EMPRATS**

Tots els documents consultats es llisten a continuació, i la majoria han sigut trobats des de Google Scholar (Google Acadèmic), que és un cercador enfocat i especialitzat en la cerca de contingut i literatura científicotècnica. Per tant, entre els seus resultats es poden trobar enllaços a llibres, articles de revistes científiques, informes i tesis.

- <<http://people.brunel.ac.uk/~mastjib/jeb/or/netanal.html>>
- <<http://people.brunel.ac.uk/~mastjib/jeb/or/netcpm.html>>
- <<http://people.brunel.ac.uk/~mastjib/jeb/or/netaoa.html>>
- <<https://www.techopedia.com/definition/171/critical-path-method-cpm>>
- <<https://www.smartsheet.com/critical-path-method>>
- <<http://www.qscience.com/doi/pdf/10.5339/qproc.2015.elc2014.20>>
- <[https://mspace.lib.umanitoba.ca/bitstream/handle/1993/8942/Gingera\\_The\\_critical.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://mspace.lib.umanitoba.ca/bitstream/handle/1993/8942/Gingera_The_critical.pdf?sequence=1&isAllowed=y)>
- <[https://uwspace.uwaterloo.ca/bitstream/handle/10012/6762/Golzarpoor\\_Behrooz.pdf?sequence=1](https://uwspace.uwaterloo.ca/bitstream/handle/10012/6762/Golzarpoor_Behrooz.pdf?sequence=1)>
- <[https://infonavit.janium.net/janium/TESIS/Maestria/Grijalva\\_Cons\\_Elias\\_45035.pdf](https://infonavit.janium.net/janium/TESIS/Maestria/Grijalva_Cons_Elias_45035.pdf)>
- <<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4759980/>>
- <<https://dzone.com/articles/how-to-apply-critical-path-method-in-software-proj>>

De totes aquestes consultes, tot seguit llistem i referenciem els documents que finalment s'han emprat. Les fonts estan ordenades segons el tipus de document : en primer lloc, una tesi, després tres articles publicats en *journals* científics i finalment dues webs d'on s'ha extret informació fonamental. Els avaluem segons diferents criteris, com: la competència, la concordància, la imparcialitat, la concreció, l'objectivitat i l'adequat flux d'informació.

*Grijalva Cons, Elías. Procedimiento para la electrificación de fraccionamientos de vivienda en la planeación de obra para la ciudad de Hermosillo [en línia]. Tesis, Instituto Tecnológico de la Construcción, 1995 [Consulta: 2 gener 2019]. Disponible a:*

<[https://infonavit.janium.net/janium/TESIS/Maestria/Grijalva\\_Cons\\_Elias\\_45035.pdf](https://infonavit.janium.net/janium/TESIS/Maestria/Grijalva_Cons_Elias_45035.pdf)>

En aquesta tesi s'exposa una aplicació del mètode CPM en l'àmbit de la construcció, i ha sigut utilitzada com a joc de proves per provar el funcionament del nostre propi model.

Pel que fa a la competència, podem afirmar que aquesta tesi en té plenament, ja que ha estat elaborada per un estudiant d'un màster en Administració de la construcció, i compta amb un coneixement notable en l'àrea. A més, contrastant la informació proporcionada en aquesta tesi amb altres documents trobats del mateix tipus, segueixen coincidint amb els coneixements. Per tant, existeix concordança amb fonts alternatives.

Es tracta d'una font concreta, perquè sabem amb certesa d'on ve, i també és objectiva i imparcial, donat que totes les dades que proporciona poden ser avaluades i no conté cap biaix que impedeix una adequada valoració de la informació.

Per últim, la tesi compta amb el reconeixement oficial de la Secretaria d'Educació Pública del seu país, cosa que ens permet comptar amb la confirmació que les dades i conclusions de la tesi han estat reconegudes.

Cercador: Google Scholar

*Aliyu Maidamisa, Ahmad. Project Management using Critical Path Method (CPM): A Pragmatic Study. Global Journal of Pure and Applied Sciences [en línia]. 2012, Vol. 18, No. 3&4. ISSN 1118-0579 [Consulta: 3 gener 2019]. Disponible a:*  
<<https://www.researchgate.net/publication/272459738>>

A partir d'un exemple exposat en aquest article s'han extret les dades per elaborar un altre joc de proves realista, que ha sigut emprat en el segon exemple de funcionament del model.

Ha estat publicat en una revista de ciències aplicades, per tant el flux d'informació està garantit.

L'autor ja ha elaborat altres articles publicats sobre gestió de projectes, i treballa a la Universitat de Tecnologia de Malàisia. La informació que proporciona és imparcial, objectiva i pot ser contrastada.

Cercador: Google Scholar

*Kumar, Amal. S. Chakraborty, Bhaswat. Application of critical path analysis in clinical trials [en línia]. Journal of Advanced Pharmaceutical Technology and Research, 2016 [Consulta: 29 desembre 2018]. Disponible a:* <<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4759980/>>

Aquest article conté una extensió semblant a la que hem arribat nosaltres, malgrat que no es centra en l'àmbit de la construcció civil sinó en el de la recerca científica. Com en l'article anterior, els autors són experts en la matèria (ambdós treballen en organitzacions de recerca clínica) i proporcionen dades comprovables des d'un punt de vista imparcial.

Cercador: Google Scholar

*Damle, Payal. Rautela, Mahindra. Case Study: Making and Monitoring of Critical Path in Shoe Production Planning. Journal of Business Management & Social Sciences Research [en línia] Març 2015, Vol.4, No.3. ISSN 2319-5614 [Consulta: 4 gener 2019]. Disponible a:*  
<<https://www.researchgate.net/publication/295072909>>

Aquest article publicat a un diari de recerca presenta un *case study* de CPM basat en el desenvolupament de productes. Els autors provenen de col·legis d'enginyeria i del Indian Institute of Science, i han treballat en articles i projectes relacionats.

Cercador: Google Scholar

*Beasley, J. E. OR-Notes: Network analysis – cost/time tradeoff [en línia]. Imperial College [Consulta: 24 desembre 2018]. Disponible a:*  
<<http://people.brunel.ac.uk/~mastijb/jeb/or/netcpm.html>>

Aquesta web ha servit com a bibliografia bàsica, per conèixer més en profunditat els fonaments dels models CPM i PERT. S'han consultat varis apartats relacionats amb l'anàlisi de xarxes, però aquest en concret ha estat emprat com a base per entendre el funcionament del model CPM ampliat, on es tenen en compte els costos a més de les duracions de les activitats.

La web és elaborada pel professor J. E. Beasley del Imperial College a Londres.

Cercador: Google Scholar

*Kukhnavets, Paul. How to Apply Critical Path Method in Software Project Management [en línia]. DZone, 2018 [Consulta: 24 desembre 2018]. Disponible a:*  
<<https://dzone.com/articles/how-to-apply-critical-path-method-in-software-proj>>

Es tracta d'un article en una web dedicada al coneixement informàtic, que descriu una aplicació del camí crític en gestió de projectes. En descriu els beneficis, les limitacions i posa alguns exemples (casos d'ús) d'utilització de CPM en projectes, en concret un de molt senzill sobre construcció.

Cercador: Google Scholar