

## Matemàtica Discreta - Seminari 1 - Probabilitat

### Exercici 1 - Probabilitat d'encertar 4 preguntes de tipus test de forma aleatoria

Imagineu que teniu un examen compost de 4 preguntes, cada una de les 4 preguntes té al seu torn 4 possibles respostes. Imagineu que no en teniu ni idea de cap de les preguntes i, per tant, les heu de contestar aleatòriament.

1. **A mà**, calculeu la probabilitat de, donada una única pregunta, encertar-la. I de fallar-la?

La probabilitat d'encertar una única pregunta es de  $\frac{1}{4}$ . En canvi, la probabilitat de fallar-la es de  $\frac{3}{4}$ .

2. **A mà**, calculeu la probabilitat de, donades les 4 preguntes juntes: Encertar-ne una, encertar-ne dues, encertar-ne tres i encertar-ne 4.

Per calcular la probabilitat d'encertar diferents preguntes s'ha d'utilitzar la fórmula

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

On:

- $p$  és la probabilitat d'encertar una pregunta, que en aquest cas és  $\frac{1}{4}$ .
- $(1-p)$  és la probabilitat de fallar una pregunta, que en aquest cas és  $\frac{3}{4}$ .
- $k$  és el nombre de preguntes que volem encertar, que pot ser 1, 2, 3 o 4.

Resposta.

$$\text{Encertar una: } \frac{4!}{1!(4-1)!} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^1 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{4-1} = 0,4219 \text{ (42,19\%)}$$

$$\text{Encertar dos: } \frac{4!}{2!(4-2)!} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{4-2} = 0,2109 \text{ (21,09\%)}$$

$$\text{Encertar tres: } \frac{4!}{3!(4-3)!} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{4-3} = 0,0469 \text{ (4,69\%)}$$

$$\text{Encertar quatre: } \frac{4!}{4!(4-4)!} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{4-4} = 0,0039 \text{ (0,39\%)}$$

## Exercici 2 - Probabilitat d'aprovar un examen

Ara tenim un examen de 10 preguntes de 4 respostes cada una, de les quals ens en sabem 4 segures. Les altres 6 no les sabem. Cada pregunta encertada és 1 punt mentre que cada pregunta fallada son  $-0,33$ . Calculeu, **a mà**:

1. Probabilitat **d'aprovar** si en contesto només 1 aleatòriament.

Com que ja hi ha quatre preguntes assegurades, només s'ha de respondre bé una pregunta més. Per tant, la probabilitat d'aprovar es de  $\frac{1}{4}$ .

2. Probabilitat **d'aprovar** si contesto les 4 aleatòriament.

$$\text{Puntuació} = 4 + (\text{respostes\_acertades} * 1) - (\text{respostes\_equivocades} * 0,33)$$

D'aquí treiem que com a mínim hem d'acertar dues preguntes de les quatre per tal d'obtenir un 5 o més.

$$\text{Puntuació} = 4 + (2 * 1) + (2 * -0,33) = 5,34$$

Per tant en l'exercici anterior s'ha calculat el percentatge per encertar 2 preguntes de 4 amb 4 opcions cadascuna.

$$\text{Encertar dos: } \frac{4!}{2! (4-2)!} \cdot \frac{1}{4}^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{4-2} = 0,2109 \text{ (21,09\%)}$$