

V/F	Es. 1	Es. 2	Voto
/12	/10	/10	/32

Sapienza Università di Roma, Corso di Laurea in Informatica - canale telematico (a.a. 2023/2024)

**Prova scritta di Calcolo Differenziale - 1 luglio 2024**

**Nome e Cognome (in stampatello):**

**Numero matricola:**

**NOTA BENE:** devono essere riconsegnati soltanto i fogli contenenti i testi degli esercizi. È vietato usare testi, appunti e strumenti elettronici di ogni tipo. Ogni affermazione negli esercizi a risposta aperta deve essere motivata dettagliatamente! È possibile utilizzare anche il retro dei fogli per inserire i calcoli.  
Il tempo a disposizione per la prova è di 2h.

**Domande V/F**

NOTA BENE: +1 risposta esatta, -0.5 risposta sbagliata, 0 risposta assente

1. Sia data la successione numerica reale

$$a_n = \frac{(-1)^n}{e^n + 2}$$

1A la successione  $a_n$  è infinitesima

☒ V ☐ F

1B la successione  $b_n = (-1)^n a_n$  non ammette limite per  $n \rightarrow \infty$

☐ V ☒ F

1C la successione  $c_n = \frac{a_n}{2}$  è limitata

☒ V ☐ F

1D  $a_n$  è indeterminata

☐ V ☒ F

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \ln \frac{1}{x^2}$$

2A  $f$  ammette asintoti

☒ V ☐ F

2B  $f$  non ammette punti né di massimo né di minimo relativi

☒ V ☐ F

2C  $f$  è pari

☒ V ☐ F

2D l'insieme immagine di  $f$  è  $\mathbb{R}$

☒ V ☐ F

3. Sia

$$f(x) = x^5 - 10x + 1$$

3A L'insieme immagine di  $f$  è l'insieme  $[2, +\infty)$ .

☐ V ☒ F

3B La funzione  $f$  è invertibile

☐ V ☒ F

3C La funzione  $f$  è dispari

☐ V ☒ F

3D La funzione  $f$  ha tre zeri reali

☒ V ☐ F

**Esercizio 1**

- (1) Studiare continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

- (2) Risolvere la disequazione

$$\log_2(x^2 - 4x) < 2$$

- (3) Calcolare il polinomio di MacLaurin di

$$f(x) = 2x \ln(x + 1)$$

di grado 2.

**Esercizio 2**

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

In particolare: determinarne il dominio, eventuali simmetrie, studiarne il segno, studiare i limiti agli estremi del dominio, determinare eventuali asintoti, studiarne la continuità, derivabilità, la monotonia, la convessità, determinarne eventuali punti di massimo, di minimo (locali e/o assoluti) e di flesso. Tracciare un grafico qualitativo di  $f$ .

