

INTRODUZIONE AGLI ALGORITMI

Esame Scritto a canali unificati

docenti: T. CALAMONERI, A. MONTI
Sapienza Università di Roma
8 Settembre 2021

Esercizio 1 (10 punti):

Si consideri la seguente funzione:

```
funzione Exam( $n$ ):  
     $tot \leftarrow n$ ;  
    if  $n \leq 4$ : return  $tot$ ;  
     $b \leftarrow n/4$ ;  
     $tot \leftarrow tot + Exam(b)$ ;  
     $j \leftarrow 1$ ;  
    while  $j * j \leq n$  do:  
         $tot \leftarrow tot + j$ ;  
         $j \leftarrow j + 1$ ;  
    return  $tot + Exam(b)$ .
```

- a) Si imposti la relazione di ricorrenza che ne definisce il tempo di esecuzione giustificando l'equazione ottenuta.
- b) Si risolva l'equazione usando il **metodo dell'albero**, dettagliando i passaggi del calcolo e giustificando ogni affermazione.

Esercizio 2 (10 punti):

Progettare un algoritmo che, dati tre array A , B e C **ordinati** e contenenti ciascuno n interi **distinti**, stampi in tempo $O(n)$ gli interi che compaiono nell'intersezione dei tre array. L'algoritmo proposto deve utilizzare spazio di lavoro $\Theta(1)$.

Ad esempio: per $A = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$, $B = [1, 4, 5, 6, 8, 9]$ e $C = [2, 4, 6, 7, 8, 9]$ l'algoritmo deve stampare gli elementi 4 e 6 (in un qualunque ordine).

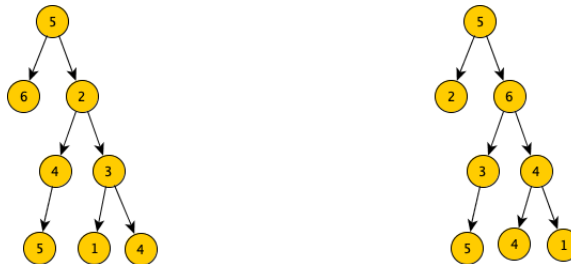
Dell'algoritmo proposto:

- a) si dia la descrizione a parole,
- b) si scriva lo pseudocodice,
- c) si giustifichi formalmente il costo computazionale,
- d) si dia un'idea di quello che accadrebbe al costo computazionale se si volesse generalizzarlo a $\Theta(n)$ array.

Esercizio 3 (10 punti):

Si consideri un albero binario radicato T memorizzato tramite record e puntatori, dato tramite il puntatore r alla radice di T ; ciascuno degli n nodi di T è memorizzato in un record contenente un campo *val* intero con il valore del nodo e i campi *left* e *right* puntatori ai figli di sinistra e destra, rispettivamente.

Si vuole modificare l'albero in modo che i nodi fratelli scambino tra loro il valore. Si consideri, ad esempio, l'albero T in figura a sinistra; a destra viene riportato il risultato della modifica di T .



Progettare un algoritmo che effettui l'operazione di modifica in tempo $O(n)$.
Dell'algoritmo proposto:

- a) si dia la descrizione a parole,
- b) si scriva lo pseudocodice,
- c) si giustifichi formalmente il costo computazionale.