Risolvere equazioni

UNITELMA SAPIENZA
SAPIENZA
Università di Roma
Dipartimento di Informatica

$$x + a = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = -a$$

$$ax + b = 0$$

$$ax + \cancel{b} - \cancel{b} = 0 - b$$

$$ax = -b$$

Algebra dei complessi

UNITELMA SAPIENZA
SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Sia i tale che $i^2 = -1$, allora possiamo definire

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

l'insieme ha come elementi i numeri complessi.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

$$-1 + i + 5 - \sqrt{2}i = 4 + (1 - \sqrt{2})i$$

Algebra dei complessi

UNITELMA SAPIENZA
SAPIENZA Università di Roma
Dipartimento di Informatica

Sia i tale che $i^2 = -1$, allora possiamo definire

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

l'insieme ha come elementi i numeri complessi.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

$$(a+bi)\cdot(c+di) = ac+adi+b\overset{c}{\cancel{d}}i+bdi^2 = (ac-bd)+(ad+bc)i$$

Geometria dei complessi

UNITELMA SAPIENZA
SAPIENZA Università di Roma
Dipartimento di Informatica

Per ogni $z = a + bi \in \mathbb{C}$ definiamo le seguenti quantità

coniugato di z

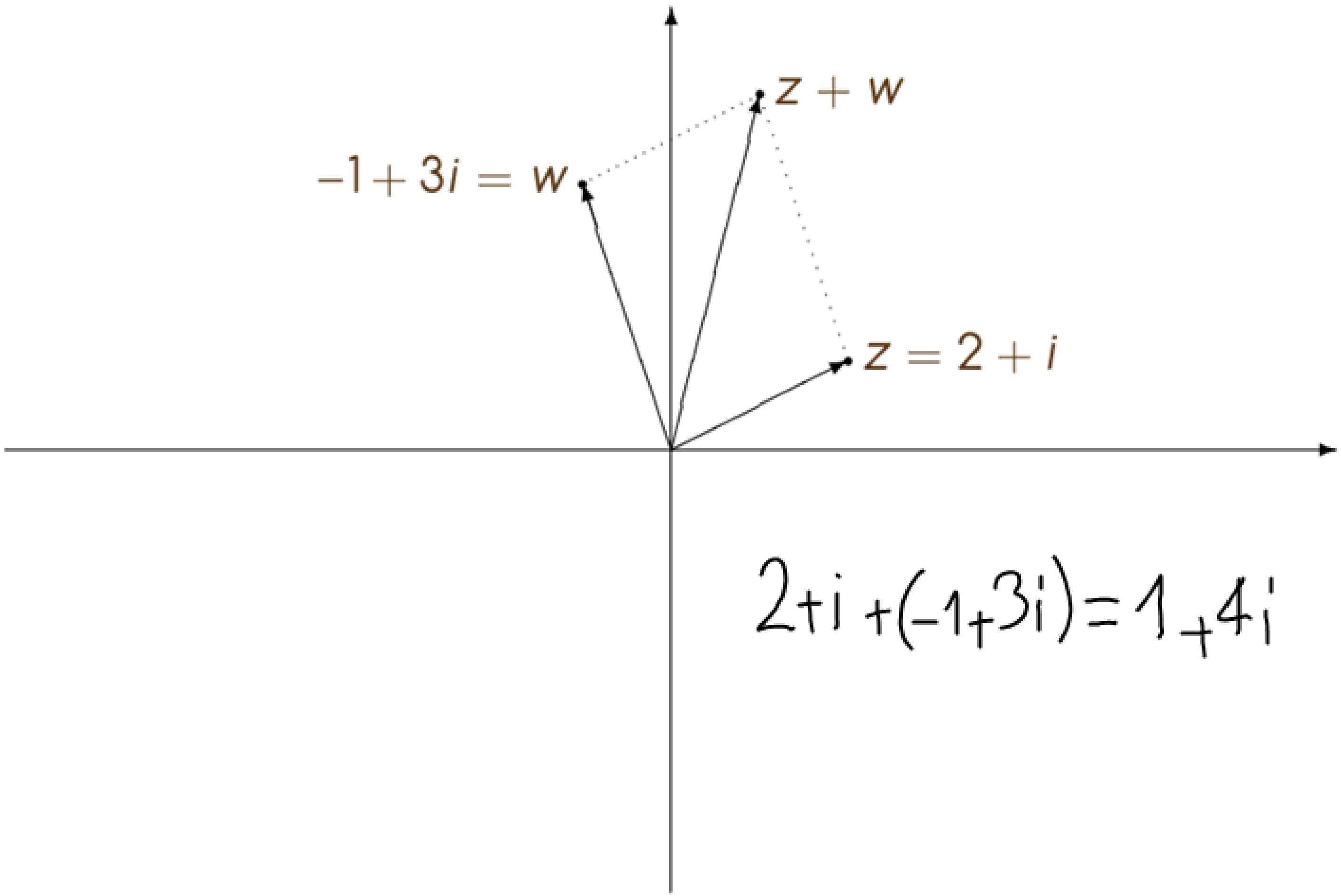
$$\bar{z} = \overline{a + bi} = a - bi$$

modulo di z

$$|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$z \cdot \bar{z} = (a+bi)(a-bi) = a^2 - (bi)^2 = a^2 - b^2 \underbrace{i^2}_{= -1} = a^2 + b^2$$

Geometria dei complessi

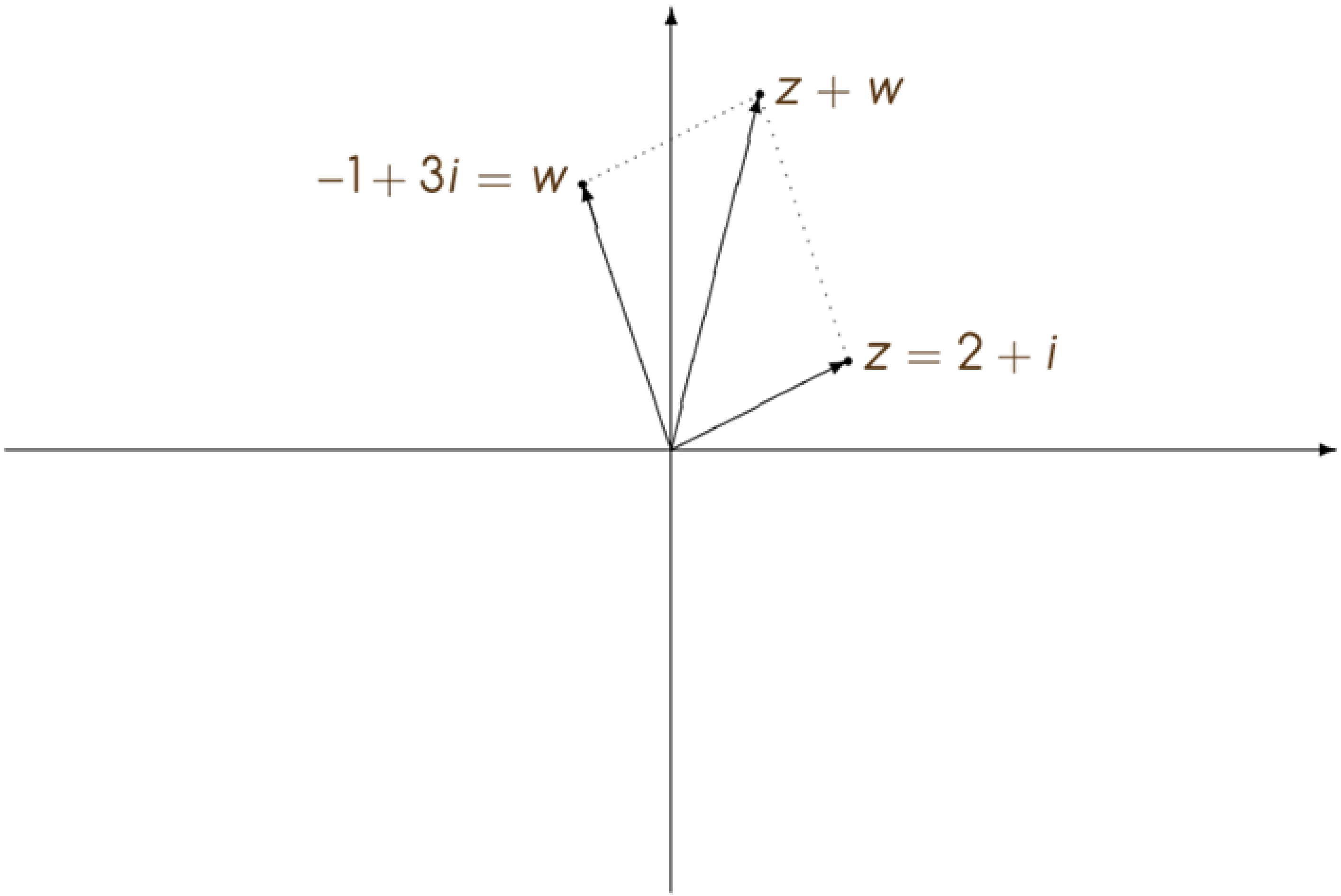


$2+i+(-1+3i)=1+4i$

Geometria dei complessi

UNITELMA SAPIENZA

SAPIENZA Università di Roma Dipartimento di Informatica

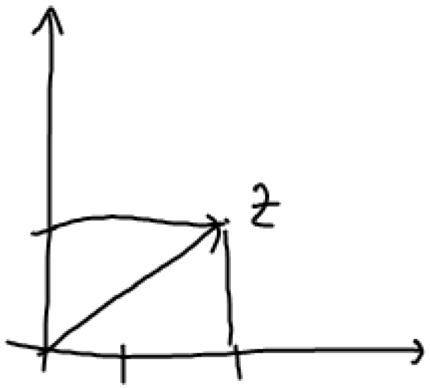


Esempi

UNITELMA SAPIENZA
SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

$z = 2 + i$

$|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = \sqrt{(2+i)(2-i)} = \sqrt{4 - \underset{+1}{i^2}} = \sqrt{5}$



Esempi

UNITELMA SAPIENZA

SAPIENZA Università di Roma Dipartimento di Informatica

Come si calcolano le soluzioni di $z^3 - 1 = 0$? La formula di de Moivre ci permette di scrivere che

$$z^3 = 1 = 1(\cos(0) + \sin(0)i)$$

$$z = (\cos(0 + 2\pi k/3)) + \sin(0 + 2\pi k/3))i) \qquad k = 0, 1, 2$$