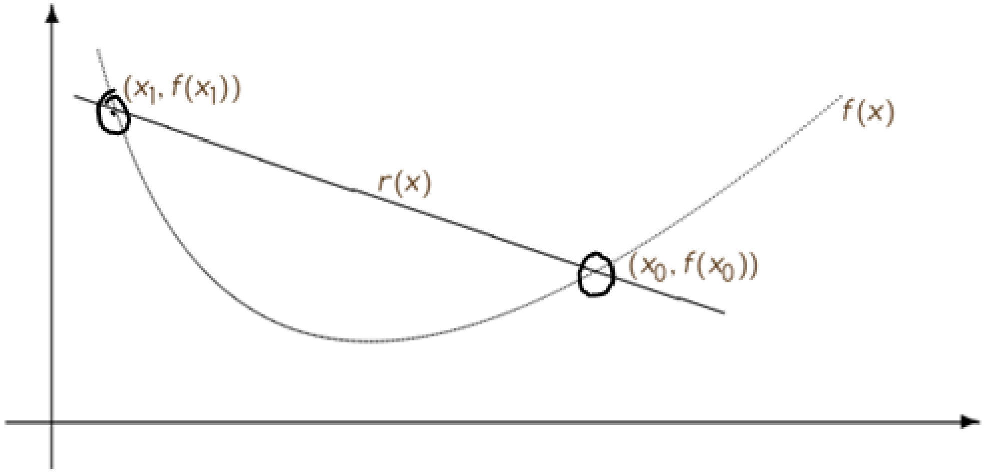
Rette secanti

UNITELMA SAPIENZA

SAPIENZA Università di Roma Dipartimento di Informatica



$$y = m(x - x_0) + q$$

$$q = f(x_0)$$

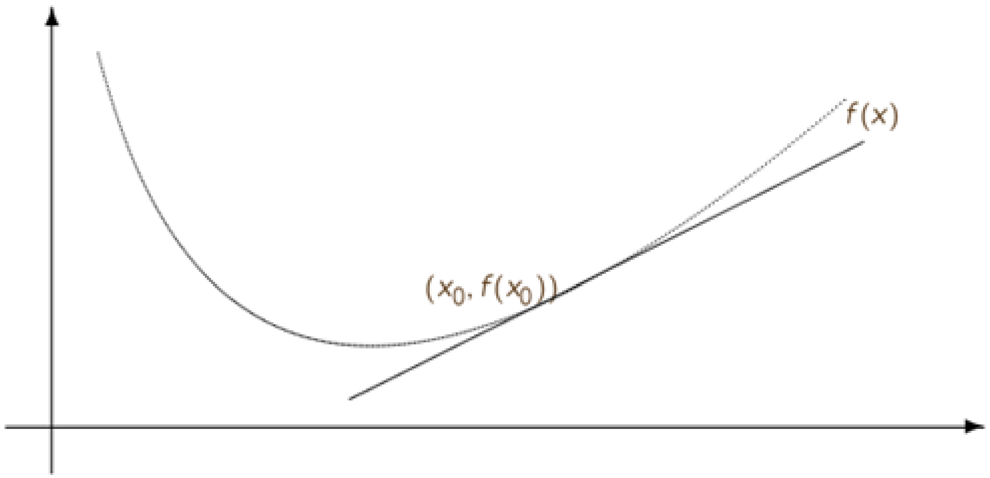
$$m = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

la retta secante ha equazione

$$y = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) + f(x_0)$$

Rette tangenti

UNITELMA SAPIENZA
SAPIENZA Università di Roma
Dipartimento di Informatica



la retta tangente ha equazione

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = \boxed{\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}(x - x_0) + f(x_0) \longrightarrow \Delta f(x_0, x_1) \longrightarrow f'(x_0)$$

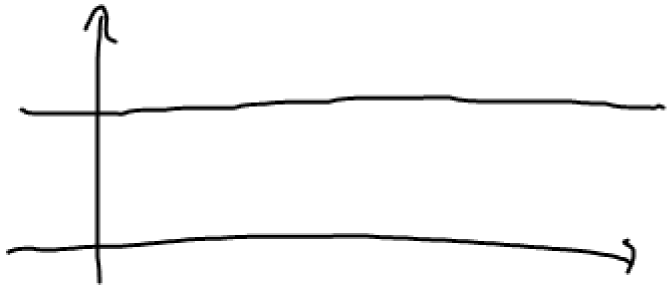
$x_1 \to x_0$

$x_1 = x_0 + h \Rightarrow h \to 0$

Alcune derivate elementari

Alcuni facili esempi. Consideriamo la funzione costante $f(x) = c$

$$\frac{d}{dx}c = \lim_{h \to 0} \frac{c - c}{h} = 0$$



Alcune derivate elementari

Proseguiamo con la funzione quadratica $f(x) = x^2$

$$\frac{d}{dx}x^2 = \lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2 - \cancel{x^2}}{h} = \lim_{h\to 0}\left(\frac{2\cancel{h}x}{\cancel{h}} + \frac{h^{\cancel{2}}}{\cancel{h}}\right) = 2x$$

$$\downarrow$$

$$\cancel{x^2} + 2hx + h^2$$

Alcune derivate elementari

Passiamo ora alle funzioni trigonometriche

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dx}\cos(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{\cos(x+h)-\cos(x)}{h} \\
&= \lim_{h\to 0}\frac{\cos(x)\cos(h)-\sin(x)\sin(h)-\cos(\overset{x}{\cancel{h}})}{h} \\
&= \lim_{h\to 0}\left(\cos(x)\underbrace{\frac{\cos(h)-1}{h}}_{\to 0}-\sin(x)\underbrace{\frac{\sin(h)}{h}}_{\to 1}\right)
\end{aligned}
$$

Osservazioni conclusive

Concludiamo questa lezione osservando che una funzione continua non è necessariamente derivabile, per esempio se $f(x) = |x|$ abbiamo che

$$\Delta f(0,h) = \begin{cases} 1 & h > 0 \\ -1 & h < 0 \end{cases}$$