Esame di Progettazione di Sistemi Digitali – 16 settembre 2024

Cognome Nome ____ Matricola ________________

- **Gli studenti DSA devono svolgere i primi 4 esercizi**

Esercizio 4 (7 punti)
Progettare un circuito sequenziale con due ingressi x1, x0, che codificano i caratteri A, G, S nel seguente modo:

x1, x0	carattere
00	A
01	G
10	S

Il circuito ha 2 uscite z1 e z0 e fornisce z1=1 quando riceve in ingresso la sequenza GAS e z0=1 quando riceve in ingresso la sequenza GAG. Sono ammesse sovrapposizioni.

Soluzione:

Automa

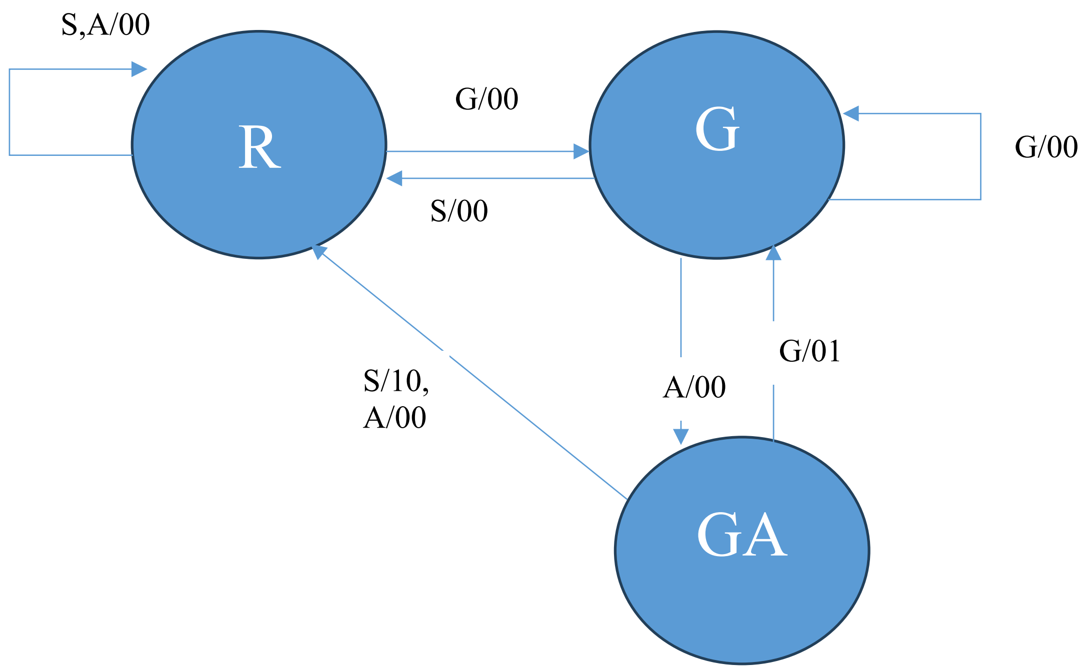


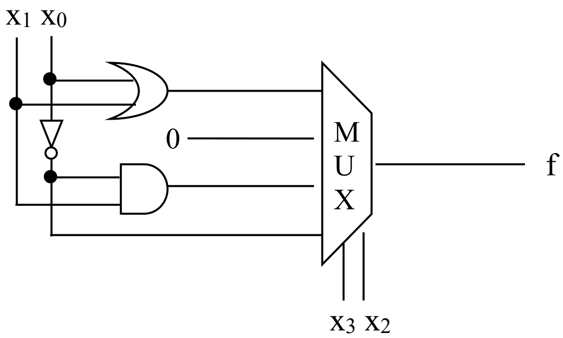
Tabella degli stati.

PS	S_1	S_0	x1	x0	NS	S_1’	S_0’	z1	z0
R	0	0	0	0	R	0	0	0	0
R	0	0	0	1	G	0	1	0	0
R	0	0	1	0	R	0	0	0	0
R	0	0	1	1	-	-	-	-	-
G	0	1	0	0	GA	1	0	0	0
G	0	1	0	1	G	0	1	0	0
G	0	1	1	0	R	0	0	0	0
G	0	1	1	1	-	-	-	-	-
GA	1	0	0	0	R	0	0	0	0
GA	1	0	0	1	G	0	1	0	1
GA	1	0	1	0	R	0	0	1	0
GA	1	0	1	1	-	-	-	-	-

Equazioni del circuito:

$$\mathrm{S1'} = S_0\bar{x}_1\bar{x}_0$$
$$\mathrm{S0'} = x_0$$
$$z_1 = S_1\overline{S_0}x_1\bar{x}_0$$
$$z_0 = S_1\overline{S_0}\bar{x}_1x_0$$

Esercizio 2 (4 punti) Si consideri il seguente circuito combinatorio:



Si scriva l'espressione booleana di f.

$\overline{x3}\,\overline{x2}$ (x1+x0) +$x3\,\overline{x2}$ x1$\overline{x0}$ + $x3\ x2\overline{x0}$

Si scriva f in forma canonica SOP e in forma canonica POS.

canonica SOP:
$\overline{x3}\,\overline{x2}\ \ \overline{x1}$x0 + $\overline{x3}\,\overline{x2}$ x1$\overline{x0}$ + $\overline{x3}\,\overline{x2}$ x1x0 +$x3\,\overline{x2}$ x1$\overline{x0}$ + $x3\ x2\ \overline{x1}\ \overline{x0} + x3\ x2x1\overline{x0}$

canonica POS:
(x3+x2+x1+x0) +$(x3 + \overline{x2} + x1 + x0) + (x3 + \overline{x2} + x1 + \overline{x0}) + (x3 + \overline{x2} + \overline{x1}$ + x0) +
$(x3 + \overline{x2} + \overline{x1} + \overline{x0}) + (\overline{x3} + x2 + x1 + x0) + (\overline{x3} + x2 + x1 + \overline{x0}) + (\overline{x3} + x2 + \overline{x1} + \overline{x0}) +$
$(\overline{x3} + \overline{x2} + x1 + \overline{x0}) + (\overline{x3} + \overline{x2} + \overline{x1} + \overline{x0})$

Esercizio 3 (5 punti): Si analizzi il circuito sequenziale in figura e si disegni la FSM corrispondente.

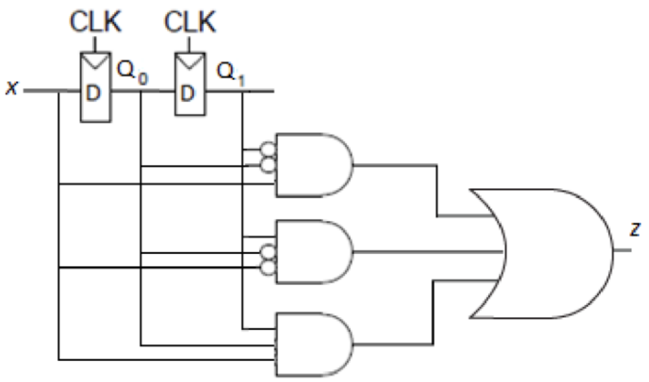
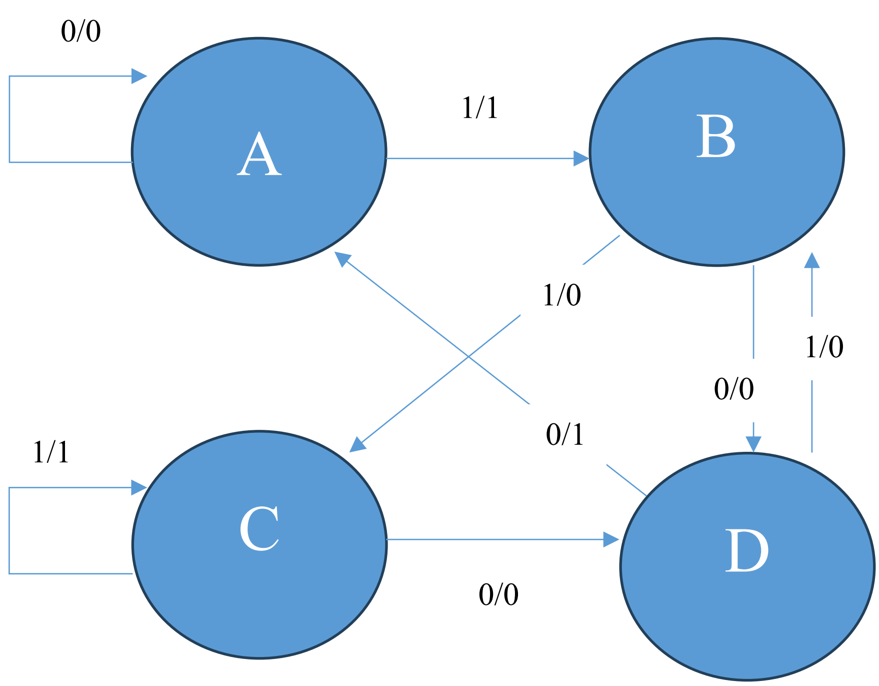


Tabella degli stati

PS	Q_1	Q_0	x	NS	Q_1’	Q_0’	z
A	0	0	0	**A**	0	0	0
A	0	0	1	**B**	0	1	1
B	0	1	0	**C**	1	0	0
B	0	1	1	**D**	1	1	0
C	1	0	0	**A**	0	0	1
C	1	0	1	**B**	0	1	0
D	1	1	0	**C**	1	0	0
D	1	1	1	**D**	1	1	1

Automa



Esercizio 4 (5 punti): Un circuito combinatorio prende in ingresso un numero di 4 bit A= a3a2a1a0 in complemento a 2 fornisce un'uscita Z=z1z0 tale che:

Z=0 se $3 \le A \le 7$

Z=1 se $-4 \le A < 3$

Z=2 se $-7 \le A < -4$

Z=3 se $A=-8$

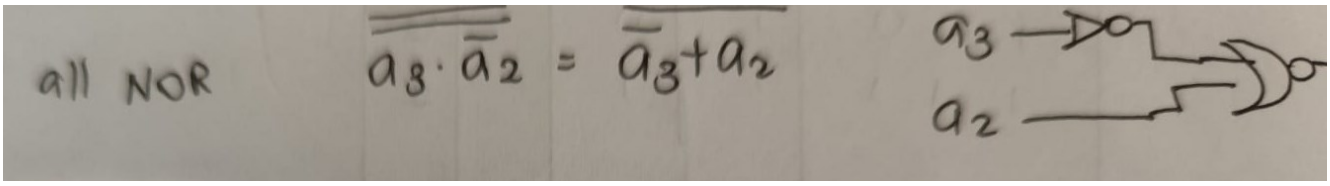
Realizzare:

- la tabella della verità corrispondente
- la forma minima POS di z1
- la forma all-NAND ed all-NOR di z1 (è possibile usare porte NOT)
- z_1 utilizzando un MUX 4:1

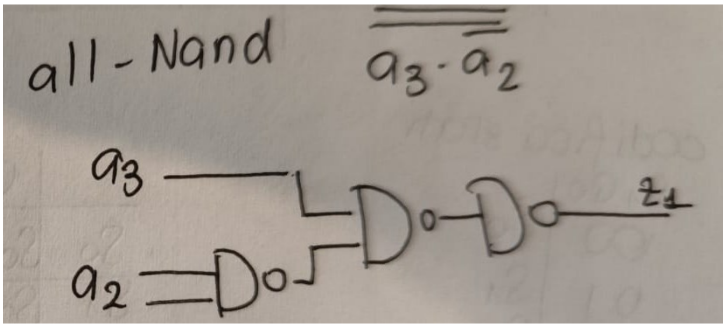
Soluzione:

a3	a2	a1	a0	*z1*	*z0*
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	0	1

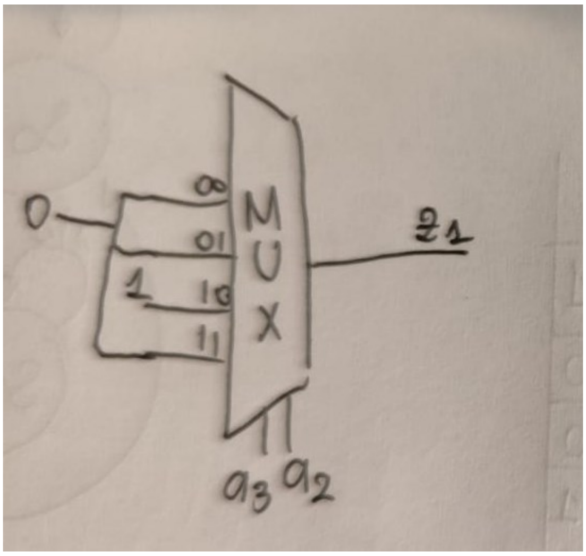
Forma NOR:



Forma NAND:



MUX:



Esercizio 5 (5 punti):
Si converta il numero (espresso in base 10) X=1.25 in un numero con la virgola in base 2. Si porti poi quest'ultimo numero nel formato IEEE 754 half-precision. Si prenda la rappresentazione esadecimale IEEE 754 di Y= 0x4A00 e la si interpreti come rappresentazione in virgola mobile. Si effettui la moltiplicazione Z=X*Y.

Soluzione:

$X=1.25 \rightarrow 1.01_2 * 2^0 \rightarrow$

$S_X=0$, $E_X=01111$, $M_X=0100\_0000\_00$

$Y= 0\_10010\_1000000000 \rightarrow S_Y=0$, $E_Y=18-15=3$, $M_Y=1.1_2 \rightarrow 1.1_2 * 2^3$

Z=X*Y

$S_Z=0$,

$E_Z=3+0=3$,

$M_Z=M_X * M_Y$

```
 1.01 *
 1.10 =
 ------
 0.101+
 1.010 =
 1.111
```

$M_Z=1111$

Quindi Z = $0\_10010\_1110000000 \rightarrow$ 0x4B80

Esercizio 6 (4 punti):
Usando gli assiomi dell'algebra di Boole, verificare la seguente identità:

$$(\bar{a} \oplus b) + \overline{\overline{(ac + b)}(a + bc)} = \bar{a} + b + c$$

Soluzione:

Sono segnati in rosso le applicazioni del teorema di assorbimento ed in verde l'assorbimento del complemento

$$(\bar{a} \oplus b) + \overline{\overline{(ac + b)}(a + bc)} =$$

$$\bar{a}\,\bar{b} + ab + \overline{\overline{(ac + b)}} + \overline{(a + bc)} =$$

$$\bar{a}\,\bar{b} + ab + (ac + b) + \bar{a} \cdot \overline{bc} = \bar{a}\,\bar{b} + ab + ac + b + \bar{a} \cdot \overline{bc} =$$

$$\bar{a}\bar{b} + ac + b + \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c} =$$

$$ac + b + \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c} =$$

$$ac + b + \bar{a} + \bar{a}\bar{c} =$$

$$c + b + \bar{a} + \bar{a}\bar{c} =$$

$$c + b + \bar{a} =$$