

Metodi matematici per l'Informatica

(esercitazione su algebre di Boole e logica proposizionale)

Mostrare che in un'algebra di Boole vale la seguente equazione:

$$[\neg A \wedge (A \vee B)] \vee \neg C \vee (B \wedge C) = B \vee \neg C$$

Soluzione A: usando gli assiomi delle Algebre di Boole

$$\begin{aligned} [\neg A \wedge (A \vee B)] \vee \neg C \vee (B \wedge C) &= [(\neg A \wedge A) \vee (\neg A \wedge B)] \vee \neg C \vee (B \wedge C) && \text{distributiva} \\ &= [\perp \vee (\neg A \wedge B)] \vee \neg C \vee (B \wedge C) && \text{complemento} \\ &= (\neg A \wedge B) \vee \neg C \vee (B \wedge C) && \text{identità} \\ &= (\neg A \wedge B) \vee [(\neg C \vee B) \wedge (\neg C \vee C)] && \text{distributiva} \\ &= (\neg A \wedge B) \vee [(\neg C \vee B) \wedge \top] && \text{complemento} \\ &= (\neg A \wedge B) \vee (\neg C \vee B) && \text{identità} \\ &= [(\neg A \wedge B) \vee B] \vee \neg C && \text{comm. + assoc.} \\ &= B \vee \neg C && \text{assorbimento} \end{aligned}$$

Soluzione B: usando la corrispondenza con la logica proposizionale

A	B	C	$\neg A$	$A \vee B$	$\neg A \wedge (A \vee B)$	$\neg C$	$B \wedge C$	$[\neg A \wedge (A \vee B)] \vee \neg C \vee (B \wedge C)$	$B \vee \neg C$
T	T	T	F	T	F	F	T	T	T
T	T	F	F	T	F	T	F	T	T
T	F	T	F	T	F	F	F	F	F
T	F	F	F	T	F	T	F	T	T
F	T	T	T	T	T	F	T	T	T
F	T	F	T	T	T	T	F	T	T
F	F	T	T	F	F	F	F	F	F
F	F	F	T	F	F	T	F	T	T

Soluzione C: usando la corrispondenza con la logica proposizionale e la correttezza del metodo dei tableau

