

**Esercizio 1.** Sia dato il seguente sistema di congruenze lineari dipendenti dal parametro  $a \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} X \equiv -1 \pmod{12} \\ X \equiv -1 \pmod{7} \\ X \equiv 3a \pmod{8} \end{cases} .$$

Dimostrare, nei due modi descritti nei minuti finali di questo webinar, che il sistema è compatibile per ogni intero  $a$  della forma  $a = 1 + 4n$  con  $n \in \mathbb{Z}$ . Utilizzando il metodo di sostituzione potreste ritrovare la precedente condizione scritta in maniera diversa e dovrete dover dimostrare che  $1 + 4\mathbb{Z} = (1 + 8\mathbb{Z}) \cup (5 + 8\mathbb{Z})$ . Quest'ultima identità va dimostrata.