

# Introduzione agli algoritmi

Proff. T. Calamoneri - S. Caminiti

28 gennaio 2021

**Es 1.** Si imposti la relazione di ricorrenza che definisce il tempo di esecuzione della seguente funzione e la si risolva usando o il metodo iterativo o quello della sostituzione. Si scrivano in maniera chiara e corretta tutti i passaggi del calcolo e li si commenti dove opportuno.

```
fun exam(m) {  
    if m==0 or m==1 then return 1  
    val = 1  
    while (val < m) do  
        val = val * 2  
    return val * exam(m/2)  
}
```

**Es 2.** In un vettore  $A$  di numeri interi relativi di  $n$  elementi, un *punto fisso* è un indice  $i$ ,  $0 \leq i < n$ , tale che  $A[i] = i$ . Ad esempio, assumendo che gli indici dei vettori partano da 0, dato il vettore  $A = [-30, -15, -7, 3, 8, 100]$  il punto fisso è  $A[3] = 3$ .

Per verificare se un vettore di interi qualsiasi contiene un punto fisso è sufficiente scorrerlo e verificare la condizione  $A[i] = i$ .

Si supponga, invece, che il vettore dato  $A$  sia già ordinato e i valori siano tutti distinti. Si progetti un algoritmo il più efficiente possibile che trovi un punto fisso in  $A$  ritornando l'indice  $i$  corrispondente al punto fisso, o -1 se  $A$  non contiene alcun punto fisso.

Si descriva a parole l'idea algoritmica, si produca lo pseudocodice e si analizzi il tempo di esecuzione asintotico.

**Es 3.** Sia dato un albero binario di ricerca  $T$  memorizzato tramite record e puntatori le cui chiavi sui nodi siano numeri reali. Si progetti un algoritmo che, dato in input il puntatore alla radice di  $T$  ed un valore  $k$ , restituisca TRUE se la somma di tutte le chiavi sui nodi di  $T$  è al più  $k$ , FALSE altrimenti.

Si descriva a parole l'idea algoritmica, si produca lo pseudocodice e si analizzi il tempo di esecuzione asintotico, dettagliando comunque il costo delle funzioni studiate eventualmente usate.

Si assuma ora che tutti i nodi abbiano chiavi positive. È possibile ottenere un algoritmo che abbia un costo asintotico nel caso migliore differente da quello del caso peggiore? Come?