

V/F	Es. 1	Es. 2	Voto
/12	/10	/10	/32

Sapienza Università di Roma, Corso di Laurea in Informatica - canale telematico (a.a. 2022/2023)

Prova scritta di Calcolo Differenziale - 8 gennaio 2024

Nome e Cognome (in stampatello):

Numero matricola:

NOTA BENE: devono essere riconsegnati soltanto i fogli contenenti i testi degli esercizi. È vietato usare testi, appunti e strumenti elettronici di ogni tipo. Ogni affermazione negli esercizi a risposta aperta deve essere motivata dettagliatamente! È possibile utilizzare anche il retro dei fogli per inserire i calcoli.
Il tempo a disposizione per la prova è di 2h.

Domande V/F

NOTA BENE: +1 risposta esatta, -0.5 risposta sbagliata, 0 risposta assente

1. Sia data la successione numerica reale

$$a_n = \frac{(-1)^n}{2n^2 + 1}$$

- 1A la successione a_n è infinitesima
1B la successione $b_n = (-1)^n a_n$ non ammette limite per $n \rightarrow \infty$
1C la successione $c_n = (a_n)^2$ è limitata
1D a_n è indeterminata

V	F
V	F
V	F
V	F

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\ln x}$$

- 2A f ammette asintoti orizzontali
2B f non ammette punti né di massimo né di minimo relativi
2C f è decrescente sul suo dominio
2D l'insieme immagine di f è \mathbb{R}

V	F
V	F
V	F
V	F

3. Sia

$$f(x) = x^3 + 2x + 1$$

- 3A L'insieme immagine di f è l'insieme $[0, +\infty)$.
3B La funzione f è invertibile
3C La funzione f ha esattamente due zeri reali negativi.
3D f è convessa in tutto il suo dominio

V	F
V	F
V	F
V	F

Esercizio 1

- (1) Studiare continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x \ln(x^2) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

- (2) Risolvere la disequazione

$$\sqrt{x^2 + 2x - 2} < x + 2$$

- (3) Calcolare il polinomio di MacLaurin di

$$f(x) = x^2 \ln(x + 1)$$

di grado 2.

Esercizio 2

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = e^{-\frac{2}{x}}$$

In particolare: determinarne il dominio, eventuali simmetrie, studiarne il segno, studiare i limiti agli estremi del dominio, determinare eventuali asintoti, studiarne la continuità, derivabilità, la monotonia, la convessità, determinare eventuali punti di massimo, di minimo (locali e/o assoluti) e di flesso. Tracciare un grafico qualitativo di f .