UNITELMA SAPIENZA

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Algebra

Alessandro D'Andrea

25. Esercizi sulla dipendenza lineare

Risoluzione di esercizi

- Come verifico se dei vettori in K^n sono linearmente indipendenti?
- Come verifico se dei vettori generano K^n?
- Se ho dei generatori di un sottospazio vettoriale di K^n, come ne trovo una base? Come ne estraggo una base?
- Se ho un insieme di vettori linearmente indipendenti in K^n, come lo completo ad una base?

Lineare (in)dipendenza

Dire se i seguenti elementi di $\mathbb{R}^4$

$$v_1 = (1, 2, 1, 0), v_2 = (2, 1, 3, 1), v_3 = (1, 1, 1, 1), v_4 = (1, -1, 2, 1)$$

siano linearmente dipendenti o indipendenti.

Generatori

Dire se i seguenti elementi di $\mathbb{R}^4$

$$v_1 = (1, 2, 1, 0), v_2 = (2, 1, 3, 1), v_3 = (1, 1, 1, 1),$$
$$v_4 = (1, -1, 2, 1), v_5 = (1, 0, 1, 1)$$

lo generino come spazio vettoriale.

Base di un sottospazio - I

Determinare una base del sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori

$$v_1 = (1, 2, 1, 1), v_2 = (2, 1, 3, 2), v_3 = (1, -1, 2, 1),$$
$$v_4 = (0, 3, -1, 0), v_5 = (3, 0, 5, 3).$$

Base di un sottospazio - II

Estrarre una base del sottospazio vettoriale $U \subset \mathbb{R}^4$ dai suoi generatori

$$v_1 = (1, 2, 1, 1), v_2 = (2, 1, 3, 2), v_3 = (1, -1, 2, 1),$$
$$v_4 = (0, 3, -1, 0), v_5 = (3, 0, 5, 3).$$

Completamento a base

E' possibile completare

$$u_1 = (2, 1, 3, 2), u_2 = (1, -1, 2, 1)$$

ad una base di $\mathbb{R}^4$? Come?