

V/F	Es. 1	Es. 2	Voto
/12	/10	/10	/32

Sapienza Università di Roma, Corso di Laurea in Informatica - canale telematico (a.a. 2022/2023)

**Prova scritta di Calcolo Differenziale - 7 novembre 2023**

**Nome e Cognome (in stampatello):**

**Numero matricola:**

**NOTA BENE:** devono essere riconsegnati soltanto i fogli contenenti i testi degli esercizi. È vietato usare testi, appunti e strumenti elettronici di ogni tipo. Ogni affermazione negli esercizi a risposta aperta deve essere motivata dettagliatamente! È possibile utilizzare anche il retro dei fogli per inserire i calcoli.  
Il tempo a disposizione per la prova è di 2h.

**Domande V/F**

NOTA BENE: +1 risposta esatta, -0.5 risposta sbagliata, 0 risposta assente

1. Sia data la successione numerica reale

$$a_n = \frac{2n-5}{n+1}$$

1A  $a_n$  è infinitesima

V **F**

1B la successione  $b_n = (-1)^n a_n$  non ammette limite per  $n \rightarrow \infty$

**V** F

1C la successione  $c_n = (a_n)^2$  è limitata

**V** F

1D  $a_n$  è indeterminata

V **F**

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \arctan(-x)$$

2A  $f$  ammette asintoti orizzontali

**V** F

2B  $f$  non ammette punti né di massimo né di minimo relativi

**V** F

2C  $f$  è decrescente su  $\mathbb{R}$

**V** F

2D l'insieme immagine di  $f$  è  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

**V** F

3. Sia

$$f(x) = x^4 + x^2 - 1$$

3A L'insieme immagine di  $f$  è l'insieme  $[0, +\infty)$ .

V **F**

3B La funzione  $f$  è invertibile

V **F**

3C La funzione  $f$  ha esattamente due zeri reali negativi.

V **F**

3D  $f$  è convessa in tutto il suo dominio

**V** F

**Esercizio 1**

- (1) Studiare continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

- (2) Applicare, se possibile, il teorema di Rolle alla funzione

$$f(x) = x\sqrt{4-x^2}$$

definita nell'intervallo  $[0, 2]$ .

- (3) Calcolare il polinomio di MacLaurin di

$$f(x) = x^2 e^x$$

di grado 2.

**Esercizio 2**

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$$

In particolare: determinarne il dominio, eventuali simmetrie, studiarne il segno, studiare i limiti agli estremi del dominio, determinare eventuali asintoti, studiarne la continuità, derivabilità, la monotonia, la convessità, determinare eventuali punti di massimo, di minimo (locali e/o assoluti) e di flesso. Tracciare un grafico qualitativo di  $f$ .