

Introduzione agli Algoritmi

Esame Scritto a canali unificati

docenti: T. Calamoneri, A. Monti
Sapienza Università di Roma
7 Giugno 2023

Esercizio 1 (10 punti): Si consideri la seguente funzione:

```
def Es1(n):  
    if  $n < 5$ :  
        return  $n$   
     $s = k = n$   
    while  $k > 1$ :  
         $s += k$   
         $k = k // 3$   
    return  $s + Es1(n - 1)$ 
```

- a) Si imposti la relazione di ricorrenza che ne definisce il tempo di esecuzione giustificando dettagliatamente l'equazione ottenuta.
- b) La si risolva utilizzando uno dei metodi studiati, dettagliando sia i passaggi matematici che quelli logici.

Esercizio 2 (10 punti):

Dato un array A di n interi compresi tra 0 a 50, sapendo che nell'array sono certamente presenti dei duplicati, si vuole determinare la distanza massima tra le posizioni di due elementi duplicati in A .

Ad esempio per $A = [3, 3, 4, 6, 6, 3, 5, 5, 5, 6, 6, 9, 9, 1]$ i soli elementi che in A si ripetono sono 3, 6 e 9.

La distanza massima tra duplicati del 3 è 5,
la distanza massima tra duplicati del 6 è 7,

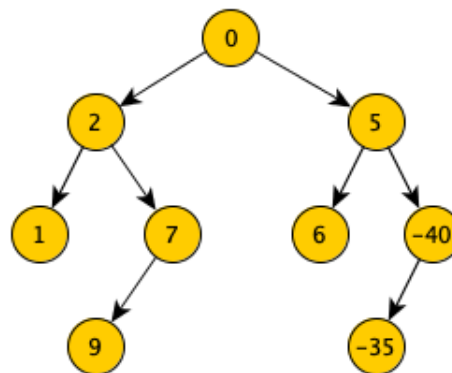
la distanza massima per tra duplicati del 9 è 1.
quindi la risposta per l'array A è 7.

Progettare un algoritmo che, dato A , in tempo $\Theta(n)$ restituisca la distanza massima tra le posizioni con elementi duplicati.
Dell'algoritmo proposto:

- a) si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- b) si giustifichi il costo computazionale.

Esercizio 3 (10 punti): Dato il puntatore r al nodo radice di un albero binario non vuoto, progettare un algoritmo *ricorsivo* che, in tempo $\Theta(n)$, calcoli il numero di nodi che hanno esattamente 2 figli e chiave pari.

Ad esempio, per l'albero in figura, l'algoritmo deve restituire 2, per la presenza dei nodi con chiavi 2 e 0.



L'albero è memorizzato tramite puntatori e record di tre campi: il campo *key* contenente il valore ed i campi *left* e *right* con i puntatori al figlio sinistro e al figlio destro, rispettivamente (questi puntatori valgono *None* in mancanza del figlio).

Dell'algoritmo proposto:

- a) si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- b) si giustifichi il costo computazionale.

NOTA BENE: nello pseudocodice dell'algoritmo ricorsivo **non** si deve far uso di variabili globali.