

INTRODUZIONE AGLI ALGORITMI

Esame Scritto a canali unificati

docenti: T. CALAMONERI, A. MONTI
Sapienza Università di Roma
21 Ottobre 2021

Esercizio 1 (10 punti):

Si consideri la seguente funzione:

```
funzione Exam( $n$ ):  
     $tot \leftarrow n$ ;  
    if  $n \leq 1$ : return  $tot$ ;  
     $tot \leftarrow tot + \text{Exam}(n - 1)$ ;  
     $b \leftarrow n - 1$ ;  
     $j \leftarrow n$ ;  
    while  $j \geq 0$  do:  
         $tot \leftarrow tot + j$ ;  
         $j \leftarrow j - 2$ ;  
    return  $tot + \text{Exam}(b)$ 
```

- a) Si imposti la relazione di ricorrenza che ne definisce il tempo di esecuzione giustificando dettagliatamente l'equazione ottenuta.
- b) Si risolva la ricorrenza usando il **metodo di sostituzione** e si dimostri così che la soluzione è $\mathcal{O}(n \cdot 2^n)$, commentando opportunamente i passaggi.

Esercizio 2 (10 punti):

Sia dato un array A **ordinato** di n interi distinti ed un intero x ; si vuole trovare l'indice in A del più piccolo intero maggiore di x . Progettare un **algoritmo iterativo** efficiente che risolva il problema. Se l'array contiene solo elementi minori o uguali ad x , l'algoritmo deve restituire -1 .

Ad esempio: per $A = [1, 2, 8, 10, 11, 12, 19]$, assumendo che le posizioni dell'array partano da 0, per $x = 7$ l'algoritmo deve restituire 2 (cioè l'indice dell'elemento 8), per $x = 30$ l'algoritmo deve restituire -1 .

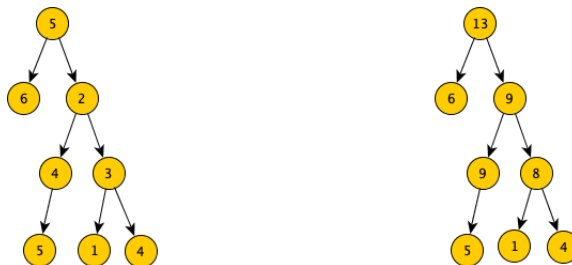
Dell'algoritmo proposto

- a) si dia la descrizione a parole,
- b) si scriva lo pseudocodice,
- c) si giustifichi il costo computazionale.

Esercizio 3 (10 punti):

Si consideri un albero binario radicato T , i cui nodi hanno un campo **val** contenente un intero e i campi **left** e **right** con i puntatori ai figli.

Bisogna modificare il campo **val** di ciascun nodo in modo che il nuovo risulti la somma del valore originario incrementata dal valore originario degli eventuali figli. Si consideri ad esempio l'albero T in figura a sinistra, a destra viene riportato il risultato della modifica di T .



Progettare un **algoritmo ricorsivo** che, dato il puntatore r alla radice di T memorizzato tramite record e puntatori, effettui l'operazione di modifica in tempo $\mathcal{O}(n)$ dove n è il numero di nodi presenti nell'albero.
Dell'algoritmo proposto

- a) si dia la descrizione a parole,
- b) si scriva lo pseudocodice,

c) si giustifichi il costo computazionale.