



Algebra

Alessandro D'Andrea

9. Un po' di esercizi

- ▶ Un sistema con più di due congruenze
- ▶ Calcolo di una potenza modulo n
- ▶ Calcolo di laterali destri e sinistri
 - ▶ L'operazione di gruppo non è sempre ben definita sui laterali
 - ▶ L'operazione è ben definita sui laterali di un sottogruppo normale
- ▶ Un sottogruppo di indice 2 è necessariamente normale
- ▶ Un gruppo di indice pari ha almeno un elemento di ordine 2

Risolvere il sistema di congruenze

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{3} \\ x \equiv 3 \pmod{5} \\ x \equiv 1 \pmod{7} \end{cases}$$

Quali sono le ultime tre cifre di 2015^{2015} ?

Calcolare le classi laterali sinistre (e destre) del sottogruppo
 $H = \langle (1\ 2\ 3) \rangle < A_4$.

L'operazione di gruppo definisce un'operazione sulle classi laterali?

Se $N < G$ è un sottogruppo normale, allora l'operazione di G ben definisce un'operazione sui laterali.

Mostrare che un sottogruppo $H < G$ è normale se e solo se $aH = Ha$ per ogni $a \in G$.

Un sottogruppo di indice 2 è necessariamente normale.

Teorema di Cauchy



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Mostrare che se G è un gruppo con un numero pari di elementi, allora G possiede almeno un elemento di ordine 2.

Teorema di Cauchy: se p è un numero primo che divide $|G|$, allora G possiede almeno un elemento di ordine p .