

## Costruire funzioni continue

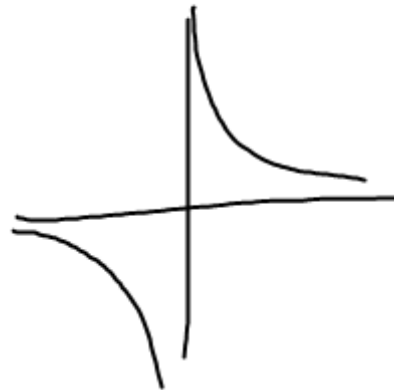


SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA  
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Siano  $f, g$  due funzioni continue, allora segue che

- $f + g$  sono funzioni continue
- $f - g$  sono funzioni continue
- $fg$  è una funzione continua
- $f/g$  è una funzione continua (se  $g \neq 0$ )

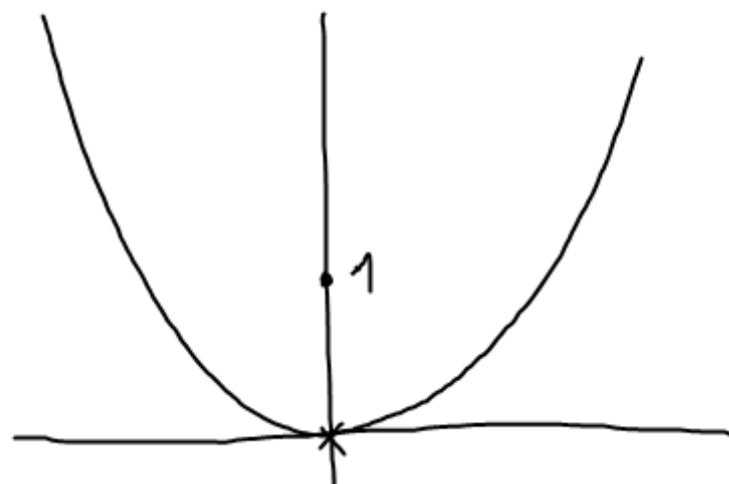
$$f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$$



## Discontinuità eliminabili

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

0      $x=0$

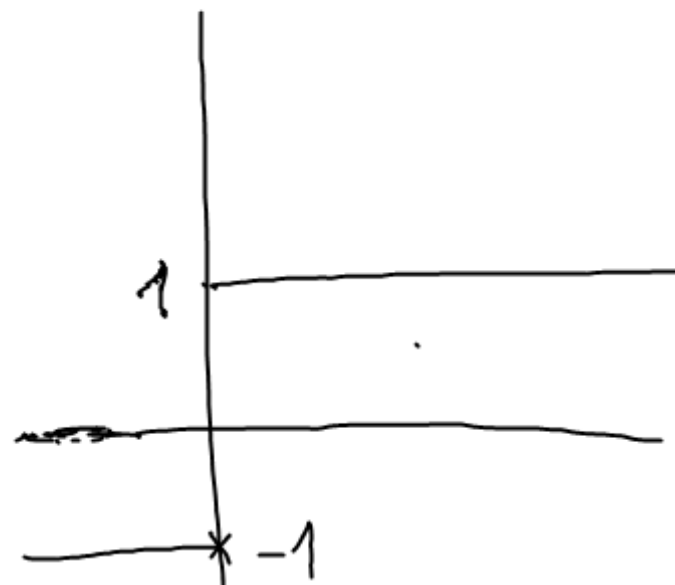


$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \neq 1 = f(0)$$

# Discontinuità di salto

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

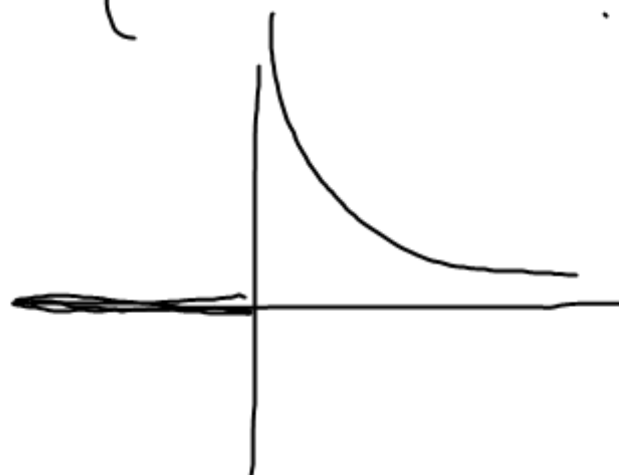


$$f(0) = 1 = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1 \neq 1$$

## Discontinuità essenziali

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x + |x|}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} = \begin{cases} \frac{2}{x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$



## Esempi

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$



# Proprietà delle funzioni continue



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA  
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

## Proposizione.

Siano  $f$  e  $g$  due funzioni continue, allora la funzione composta  $g \circ f$  è continua.

## Proposizione.

Sia  $f$  una funzione continua, allora la funzione è iniettiva se e solo se è strettamente monotona.

su un intervallo!

## Esempi

$$f(x) = e^{-x^2}$$

$e^t$  è continua

$-x^2$  " "

$x \longrightarrow (-x^2) \longrightarrow e^{-x^2}$  è continua!

$\sin(e^x)$ ,  $\ln(1+|x|)$ , — .

## Esempi



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA  
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

$f(x) = \arctan(x)$  è continua

$\Rightarrow \arctan(1+x^2)$  è continua.