

INTRODUZIONE AGLI ALGORITMI

Esame Scritto a canali unificati

docenti: T. CALAMONERI, A. MONTI
Sapienza Università di Roma
22 Giugno 2021

Esercizio 1 (10 punti):

Si consideri la seguente funzione:

```
funzione exam( $n, k$ : interi)
  prod  $\leftarrow$  1
   $i \leftarrow k$ 
  while  $i \geq 1$  do
    prod  $\leftarrow$  prod *  $i$ 
    if  $i$  pari then  $i \leftarrow i/2$ 
    else  $i \leftarrow (i - 1)/2$ 
  if  $n = 1$  return prod
  return prod * exam( $n - 1, k$ )
```

Si imposti la relazione di ricorrenza che ne definisce il tempo di esecuzione; si giustifichi l'equazione ottenuta, e la si risolva usando il metodo iterativo ed il metodo di sostituzione, commentando opportunamente i passaggi del calcolo.

NOTA: Se necessario, usare le seguenti convenzioni:

- anziché \leq o \geq scrivere \leq o \geq
- anziché Θ e Ω scrivere Teta e Omega
- anziché $\sum_{i=0}^k$ scrivere S[i=0, k]
- anziché a^b scrivere a**b.

Esercizio 2 (10 punti):

Data una sequenza S di n bit memorizzata in un array A , progettare un algoritmo che ordina S in tempo $\Theta(n)$. L'algoritmo deve ordinare *in loco*.

Dell'algoritmo proposto si dia la descrizione a parole, si scriva lo pseudocodice e si calcoli il costo computazionale.

Per quale motivo è possibile ordinare S in tempo lineare?

Esercizio 3 (10 punti):

Dato un albero binario T , radicato nel nodo r , definiamo *altezza minimale* di T la minima distanza (cioè il minimo numero di archi) tra r e una qualsiasi foglia di T .

Progettare un algoritmo che, dato il puntatore alla radice di un albero binario memorizzato tramite record e puntatori, restituisca la sua altezza minimale.

Il costo dell'algoritmo deve essere $O(n)$, dove n è il numero di nodi dell'albero. Dell'algoritmo proposto si dia la descrizione a parole, si scriva lo pseudocodice e si motivi il costo computazionale.

Quali sono i valori minimo e massimo che l'altezza minimale di T può assumere? Motivare la risposta.