

Introduzione agli Algoritmi

Esame Scritto a canali unificati

docenti: T. Calamoneri, A. Monti
Sapienza Università di Roma
12 Settembre 2023

Esercizio 1 (10 punti):

Siano:

$$T(n) = 8T(n/2) + \Theta(n^2)$$

la funzione di costo di un algoritmo ricorsivo \mathcal{A} , e

$$T(n) = bT(n/4) + \Theta(n^2)$$

la funzione di costo di un altro algoritmo ricorsivo \mathcal{A}' , dove b è una costante intera positiva, e per entrambe le ricorrenze vale $T(1) = \Theta(1)$.

Qual è il minimo valore intero della costante b che rende \mathcal{A} asintoticamente più veloce di \mathcal{A}' ?

Dettagliare il ragionamento ed i passaggi del calcolo, giustificando ogni affermazione.

Esercizio 2 (10 punti):

Dato un array A di n interi, si scriva un algoritmo **iterativo** *MaxSequenzaElementiUguali* che calcoli il numero di elementi della più lunga porzione di A costituita interamente da elementi consecutivi uguali tra loro.

Ad esempio, se $A = [5, 7, 3, 3, 8, 9, 9, 9, 5, 3, 2, 2]$, allora la risposta è 3 in quanto la porzione $[9, 9, 9]$ è la più lunga formata da elementi consecutivi tutti uguali.

Dell'algoritmo proposto:

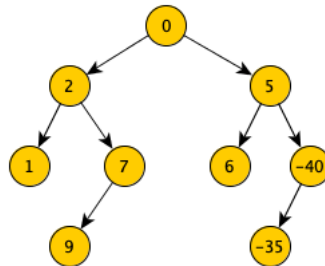
- si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- si calcoli formalmente il costo computazionale.

Esercizio 3 (10 punti):

Dato un albero binario non vuoto a valori interi T ed un suo nodo v , il *costo del cammino radice- v* è definito come la somma dei valori dei nodi nel percorso che va dalla radice al nodo v (estremi inclusi).

Vogliamo calcolare il costo del massimo cammino radice-foglia di T .

Ad esempio nell'albero binario in figura, la risposta è 18, infatti nell'albero sono presenti quattro diversi cammini radice-foglia di costo 3, 18, 11 e -70 , rispettivamente.



Dato il puntatore r al nodo radice di un albero binario non vuoto a valori interi T , progettare un algoritmo **ricorsivo** che, in tempo $\Theta(n)$, risolva il problema.

L'albero è memorizzato tramite puntatori e record a tre campi: il campo *key* contenente il valore ed i campi *left* e *right* con i puntatori al figlio sinistro e al figlio destro, rispettivamente (questi puntatori valgono *None* in mancanza del figlio).

Dell'algoritmo proposto:

- si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- si giustifichi formalmente il costo computazionale.

NOTA BENE: nello pseudocodice dell'algoritmo ricorsivo **non** si deve far uso di variabili globali.