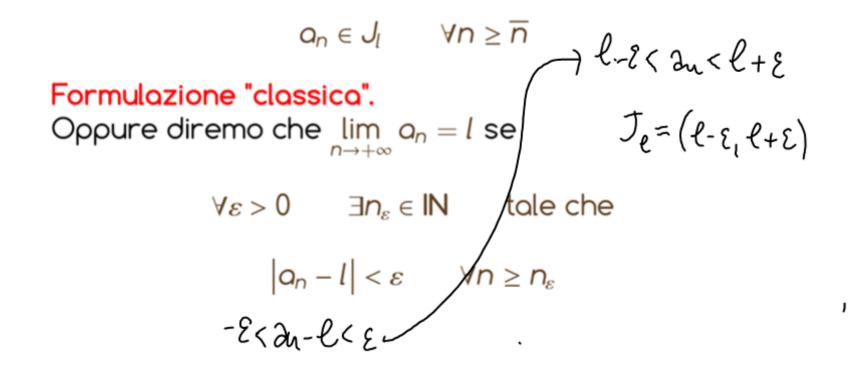
#### La definizione di limite



#### Promemoria.

Data una successione  $\{a_n\} \subseteq \mathbb{R}$  diremo che  $a_n \longrightarrow l$  se

per ogni  $J_l$  intorno di l  $\exists \overline{n} \in \mathbb{N}$  tale che





Consideriamo la successione  $a_n = x^n$  e discutiamo il suo comportamento asintotico al variare di  $x \in \mathbb{R}$ :

i. se  $x \in (-1, 1)$  abbiamo che  $a_n \longrightarrow 0$ 

$$X = \frac{1}{1+h}, \quad x^{m} = \frac{1}{(1+h)^{m}} \leq \frac{1}{1+mh}$$

$$h>0$$

$$0 \leq x^{m} \leq \frac{1}{1+mh} \leq \frac{1}{h} \cdot \frac{1}{m} \longrightarrow 0$$





Consideriamo la successione  $a_n = x^n$  e discutiamo il suo comportamento asintotico al variare di  $x \in \mathbb{R}$ :

- i. se  $x \in (-1, 1)$  abbiamo che  $a_n \longrightarrow 0$
- ii. se x = 1 abbiamo che  $a_n = 1 \longrightarrow 1$
- iii. se x = -1,  $a_n = (-1)^n$  e non ammette limite
- iv. se x > 1 abbiamo che  $a_n \longrightarrow +\infty$



#### Un risultato generale



Sia  $\{a_n\}$  una successione a termini positivi tale che

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \longrightarrow h \in [0,1)$$

allora  $a_n \longrightarrow 0^+$ .



$$\begin{array}{c}
Q_{n} = \frac{n^{\rho}}{x^{n}} \longrightarrow 0 \\
\frac{\partial_{n+1}}{\partial x} = \frac{(n+1)^{p}}{x^{n+1}} \cdot \frac{x^{n}}{x^{p}} = \frac{1}{x} \left[ \frac{1+\frac{1}{x}}{x^{m}} \right]^{p} \\
\downarrow \\
Q \leqslant \frac{1}{x} < 1
\end{array}$$





$$m!$$
 $0!=1$ 
 $2!=1.2=2$ 
 $3!=1.2.3=6$ 
 $4!=1.2.3.4=24$ 

$$a_n = \frac{x^n}{n!} \longrightarrow 0$$



$$\frac{\partial_{n} = \frac{n!}{n^{n}} \rightarrow 0}{\frac{\partial_{n} + 1}{\partial x}} = \frac{(m+1)!}{(m+1)!} \cdot \frac{m^{n}}{m!} = \frac{(m+1)!}{(m+1)!} \cdot \frac{m^{n}}{m!} = \left[\frac{m}{m+1}\right]^{m} = \left(1 - \frac{1}{m+1}\right) \rightarrow \frac{1}{e} \cdot 1$$





$$\partial_{h} = \frac{m_{+}^{2} 2^{n}}{3^{n}} = \frac{m^{2}}{3^{n}} + \frac{2^{n}}{3^{n}} \longrightarrow 0$$

$$0 \qquad \partial_{h} = sen(m) \frac{2^{n} + 3}{5^{n}} \longrightarrow 0$$

$$-\frac{2^{n} + 3}{5^{n}} \in \partial_{h} \in \frac{2^{n} + 3}{5^{n}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{n} + \frac{3}{5^{n}} \longrightarrow 0$$

$$0 \qquad \int_{0}^{2^{n} + 3} \left(\frac{2}{5}\right)^{n} = \frac{2^{n} + 3}{5^{n}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{n} + \frac{3}{5^{n}} \longrightarrow 0$$

$$0 \qquad \int_{0}^{2^{n} + 3} \left(\frac{2}{5}\right)^{n} = \frac{2^{n} + 3}{5^{n}} = \left(\frac{2}{5}\right)^{n} + \frac{3}{5^{n}} \longrightarrow 0$$









## Un numero speciale



$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n} \longrightarrow e \in (2,3)$$

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right)^{m} \longrightarrow \frac{1}{e}.$$

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n} \longrightarrow \frac{1}{e}.$$

