

INTRODUZIONE AGLI ALGORITMI

Esame Scritto a canali unificati

docenti: T. CALAMONERI, A. MONTI
Sapienza Università di Roma
13 Luglio 2021

Esercizio 1 (10 punti):

Si consideri la seguente funzione:

```
funzione Exam( $n$ ):  
  if  $n \leq 2$ : return  $2 * n$ ;  
   $b \leftarrow n/2$ ;  
   $tot \leftarrow n * n$ ;  
  for  $i = 1$  to  $n$ :  
    for  $j = 1$  to  $i$ :  
       $tot \leftarrow tot + i - j$ ;  
  for  $i = 1$  to 4:  
    for  $j = 1$  to 4:  
      if  $i = j$ :  $tot \leftarrow tot + \text{Exam}(b)$   
      else:  $tot \leftarrow tot + i - j$ ;  
  return  $tot$ .
```

- a) Si imposti la relazione di ricorrenza che ne definisce il tempo di esecuzione giustificando l'equazione ottenuta.
- b) Si risolva l'equazione usando il metodo iterativo, commentando opportunamente i passaggi del calcolo;
- c) Si risolva l'equazione usando il metodo principale, specificando quale caso del teorema si applica e perché oppure per quale motivo non si può applicare il teorema.

Esercizio 2 (10 punti):

Progettare un algoritmo che, dato un array A di n interi distinti i cui elementi sono all'inizio in ordine crescente e da un certo punto in poi in ordine decrescente, restituisce in tempo $O(\log n)$ il massimo intero presente nell'array. Ad esempio: per $A = [8, 10, 20, 80, 100, 200, 400, 500, 3, 2, 1]$ l'algoritmo deve restituire il valore 500.

Dell'algoritmo proposto

- a) si dia la descrizione a parole;
- b) si scriva lo pseudocodice;
- c) si calcoli il costo computazionale.

Esercizio 3 (10 punti):

Dato un albero binario T , radicato e con n nodi, definiamo un nodo u di T *equilibrato* se il sottoalbero sinistro di u e il sottoalbero destro di u hanno entrambi lo stesso numero di nodi.

Progettare un algoritmo che, dato il puntatore r alla radice di un albero binario memorizzato tramite record e puntatori, restituisca in tempo $O(n)$ il numero dei suoi nodi equilibrati.

Dell'algoritmo proposto

- a) si dia la descrizione a parole;
- b) si scriva lo pseudocodice;
- c) si motivi il costo computazionale.

Qual è il numero minimo e qual è il numero massimo di nodi equilibrati che l'albero T può avere? Motivare la risposta.