

# INTRODUZIONE AGLI ALGORITMI

## **Esame Scritto a canali unificati con spunti per la soluzione**

docenti: T. CALAMONERI, A. MONTI  
Sapienza Università di Roma  
20 Marzo 2023

**Esercizio 1 (10 punti):** Si consideri la seguente funzione:

```
def Es1(n):  
    if n < 10:  
        return n  
    s = Es1(n//2) * Es1(n//2)  
    for j in range(n):  
        k = n  
        while k > 1:  
            s = s + 1  
            k = k//2  
    return s + Es1(n//2)
```

- a) Si imposti la relazione di ricorrenza che ne definisce il tempo di esecuzione giustificando dettagliatamente l'equazione ottenuta.
- b) Qualora sia possibile, risolvere la ricorrenza utilizzando il teorema principale, dettagliando il caso del teorema ed i passaggi logici. Se il teorema principale non è applicabile spiegarne il motivo.

**Esercizio 2 (10 punti):**

Dato un array  $A$  di  $n$  interi non negativi distinti, si vuole determinare se esistono almeno tre numeri consecutivi di valore inferiore a 100.

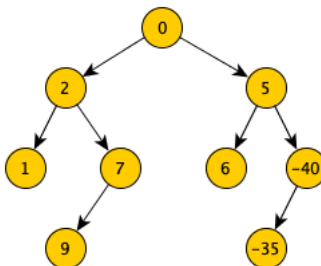
Ad esempio, se  $A = [101, 5, 9, 31, 33, 10, 100, 4, 8, 32, 500, 11, 99]$ , gli elementi 8, 9 e 10 così come gli elementi 31, 32 e 33 rispettano la proprietà mentre 99, 100 e 101 no.

Progettare un algoritmo che, dato  $A$ , in tempo  $\Theta(n)$  restituisce il valore dell'elemento centrale della terna se questa è presente,  $-1$  altrimenti. Se esistono più terne allora bisogna restituire l'elemento centrale di valore massimo (nell'esempio sopra, l'algoritmo dovrebbe restituire 32; se nell'array ci fossero 4 numeri consecutivi andrebbe restituito il terzo, ad esempio se l'array contenesse soltanto 5, 6, 7 e 8, andrebbe restituito il 7).

Dell'algoritmo proposto:

- a) si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- b) si giustifichi il costo computazionale.

**Esercizio 3 (10 punti):** Un nodo di un albero a valori interi si dice *nodo valido* se la somma dei valori dei suoi antenati è uguale al valore del nodo. Ad esempio nell'albero binario in figura, risultano validi 3 nodi (quello con valore 0, quello con valore 9 e quello con valore  $-35$ ).



Dato il puntatore  $r$  al nodo radice di un albero binario non vuoto, progettare un algoritmo *ricorsivo* che in tempo  $\Theta(n)$  calcoli il numero di nodi validi dell'albero. L'albero è memorizzato tramite puntatori e record a tre campi: il campo *key* contenente il valore ed i campi *left* e *right* con i puntatori al figlio sinistro e al figlio destro, rispettivamente (questi puntatori valgono *None* in mancanza del figlio).

Dell'algoritmo proposto:

- a) si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- b) si giustifichi il costo computazionale.

**NOTA BENE:** nello pseudocodice dell'algoritmo ricorsivo **non** si deve far uso di variabili globali.