## Introduzione agli Algoritmi Esame Scritto a canali unificati

docenti: T. CALAMONERI, A. MONTI Sapienza Università di Roma Giugno 2022

## Esercizio 1 (10 punti):

Per la soluzione di un certo problema disponiamo di un algoritmo iterativo con costo computazionale  $\Theta\left(n^2\right)$ . Ci viene proposto in alternativa un algoritmo ricorsivo il cui costo è catturato dalla seguente ricorrenza:

$$T(n)=a\cdot T\left(\frac{n}{4}\right)+\Theta(1)$$
 per  $n\geq 4$   $T(n)=\Theta(1)$  altrimenti Dove  $a$  è una certa costante intera positiva con  $a\geq 2$ .

Determinare qual è il valore massimo che la costante intera a può avere perché l'algoritmo ricorsivo risulti asintoticamente più efficiente dell'algoritmo iterativo di cui disponiamo. **Motivare bene la vostra risposta.** 

## Esercizio 2 (10 punti):

Sia A un array di n interi. Con la *coppia ordinata* (i,j),  $0 \le i \le j < n$ , rappresentiamo il suo sottoarray che parte dall'elemento in posizione i e termina con l'elemento in posizione j, definiamo *valore* di un sottoarray come la somma dei suoi elementi.

Progettare un algoritmo che, dato un array A di interi positivi ed un intero positivo s, restituisce la coppia ordinata che rappresenta il sottoarray di A più a sinistra che ha valore s. Se un tale sottoarray non esiste, la funzione deve restituire None. L'algoritmo deve avere costo computazionale O(n).

Ad esempio, per A = [1, 3, 5, 2, 9, 3, 3, 1, 6]

• con s=7 l'algoritmo deve restituire la coppia (2,3) (ci sono infatti in A tre sottoarray con valore 7 le cui coppie nell'ordine da sinistra a destra sono (2,3), (5,7), (7,8)).

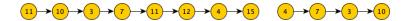
ullet con s=21 l'algoritmo deve restituire None in quanto A non ha sottoarray con valore 21 .

Dell'algoritmo proposto:

- a) si dia la descrizione a parole;
- b) si scriva lo pseudocodice;
- c) si giustifichi il costo computazionale.

Esercizio 3 (10 punti): Si consideri una lista concatenata dove ogni nodo ha 2 campi, il campo key contenente un intero positivo ed il campo next con il puntatore al nodo seguente (next vale None per l'ultimo nodo della lista).

Bisogna aggiornare i puntatori della lista in modo da creare una nuova lista priva dei nodi con valore superiore a 10 e in cui i nodi rimanenti appaiono in ordine inverso rispetto all'originale. Ad esempio per la lista di seguito a sinistra la funzione deve restituire la lista di seguito a destra:



Progettare un algoritmo che, dato il puntatore p alla testa della lista, risolve il problema in tempo  $\Theta(n)$  dove n è il numero di nodi della lista originaria. Lo spazio di lavoro dell'algoritmo proposto deve essere  $\Theta(1)$  (in altri termini non è possibile definire e utilizzare altre liste o nodi).

Dell'algoritmo proposto:

- a) si dia la descrizione a parole,
- b) si scriva lo pseudocodice,
- c) si giustifichi il costo computazionale.