

Introduzione agli Algoritmi

Esame Scritto a canali unificati

docenti: T. Calamoneri, A. Monti
Sapienza Università di Roma
Ottobre 2023

Esercizio 1 (10 punti): *Siano:*

$$T(n) = T(n-1) + \Theta(n)$$

una funzione di costo di un algoritmo ricorsivo A , e

$$T(n) = aT(n/2) + \Theta(1)$$

una funzione di costo di un altro algoritmo ricorsivo A' , dove a è una costante intera positiva maggiore di 1, e per entrambe le ricorrenze vale $T(1) = \Theta(1)$.

Qual è il minimo valore intero della costante a che rende A asintoticamente più veloce di A' ?

Dettagliare il ragionamento ed i passaggi del calcolo, giustificando ogni affermazione.

Esercizio 2 (10 punti):

Un array A di interi positivi si dice valido se i numeri nelle posizioni potenza di due non superano i numeri nelle posizioni potenza di tre ed inoltre i numeri in queste posizioni sono tutti pari.

Ad esempio,

- l'array $A = [1, 50, 20, 70, 6, 11, 10, 21, 40, 80, 1, 1, 13, 1, 22, 64, 30, 1]$ è valido in quanto $A[2^0] = 50, A[2^1] = 20, A[2^2] = 6, A[2^3] = 40, A[2^4] = 30, A[3^0] = 50, A[3^1] = 70, A[3^2] = 80$.*

Inoltre i numeri nelle posizioni potenza di due non superano i numeri nelle posizioni potenza di tre.

- l'array $B = [1, 50, 20, 70, 6, 11, 10, 21, 40, 85, 1, 1, 13, 1, 22, 64, 30, 1]$ non è valido in quanto $B[3^2] = 85$ che è dispari
- l'array $C = [1, 50, 20, 70, 6, 11, 10, 21, 40, 80, 1, 1, 13, 1, 22, 64, 90, 1]$ non è valido in quanto $C[2^4] = 90 > C[3^0] = 50$

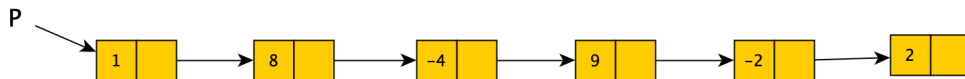
si scriva un algoritmo **iterativo** che, dato un array di n elementi, in tempo $O(\log n)$ restituisce 1 se A è valido, 0 altrimenti.

Dell'algoritmo proposto:

- a) si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- b) si calcoli formalmente il costo computazionale.

Esercizio 3 (10 punti): Abbiamo una lista a puntatori contenente nodi con campo chiave contenente interi e vogliamo sapere il valore massimo ed il valore minimo delle chiavi dei nodi della lista.

Ad esempio per la lista a puntatori in figura la risposta è la coppia di interi 9 e -4.



Dato il puntatore p al nodo testa della lista di $n \geq 1$ nodi, progettare un algoritmo **ricorsivo** che, in tempo $\Theta(n)$, risolva il problema.

Ciascun nodo della lista ha due campi: il campo *key* contenente il valore chiave ed il campo *next* al nodo seguente (*next* è pari a *None* per l'ultimo nodo della lista).

Dell'algoritmo proposto:

- a) si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- b) si giustifichi formalmente il costo computazionale.

NOTA BENE: nello pseudocodice dell'algoritmo ricorsivo **non** si deve far uso di variabili globali.