

Introduzione agli algoritmi  
Proff. T. Calamoneri – S. Caminiti – E. Fachini  
11 Giugno 2020 – Testo B

**Es 1.** Si dimostri, utilizzando la definizione di  $\Theta$ , che

$$f(n) = 50n^2 + \lg^2 n = \Theta(n^2)$$

mettendo in evidenza e commentando con chiarezza i passi seguiti.

**Es 2.** Si imposti la relazione di ricorrenza che definisce il tempo di esecuzione della seguente funzione e la si risolva usando il metodo della sostituzione e si commentino opportunamente i passaggi del calcolo; si imposti l'induzione con chiarezza, sia nello scrivere quanto si vuole dimostrare sia nel formulare l'ipotesi induttiva. Per ottenere l'ipotesi da verificare si utilizzi l'albero della ricorsione.

```
fun test(A, i, j) {  
    // input: A array di interi, i e j interi positivi  
    n = j - i + 1  
    if n < 1 then return 0;  
    if n = 1 then return (A[1]);  
    m = n/3;  
    for k = 1..m do {  
        A[k] = A[k] - A[1];  
    }  
    x = test(A, i, i+m-1) + test(A, i+m, i+2*m-1) + test(A, i+2*m, j);  
    return x;  
}
```

**Es 3.** Dati due numeri interi  $x$  ed  $y$ , definiamo la loro distanza come la loro differenza in valore assoluto:  $dist(x, y) = |x - y|$ .

Sia dato un Albero Binario di Ricerca  $T$ , contenente chiavi intere positive. Si progetti un algoritmo il più efficiente possibile che determini le chiavi di  $T$  aventi distanza massima e se ne calcoli il tempo di esecuzione asintotico.

Si descriva a parole l'idea algoritmica, si produca lo pseudocodice e si analizzi il tempo di esecuzione asintotico.

Si discuta brevemente sul modo in cui (eventualmente) cambiano l'algoritmo ed il costo computazionale nel caso in cui  $T$  sia:

- un albero bilanciato (AVL o rosso-nero);
- un max-heap.