

INTRODUZIONE AGLI ALGORITMI

Esame Scritto a canali unificati

docenti: T. CALAMONERI, A. MONTI
Sapienza Università di Roma
15 Settembre 2022

Esercizio 1 (10 punti):

Si supponga di avere un algoritmo speciale in grado di eseguire la fusione di due sottoarray ordinati di $n/2$ elementi ciascuno in $O(\sqrt{n})$ operazioni. Quanto sarebbe, in questo caso, il costo computazionale dell'algoritmo di Merge Sort?

- a) Si imposti la relazione di ricorrenza che definisce il tempo di esecuzione giustificando dettagliatamente l'equazione ottenuta.
- b) Si risolva la ricorrenza usando due metodi a scelta, dettagliando i passaggi del calcolo e giustificando ogni affermazione.

Esercizio 2 (10 punti): Sia dato un array A contenente n interi distinti e ordinati in modo crescente. Progettare un algoritmo che, in tempo $O(\log n)$, individui la posizione più a sinistra nell'array per cui si ha $A[i] \neq i$, l'algoritmo restituisce -1 se una tale posizione non esiste.

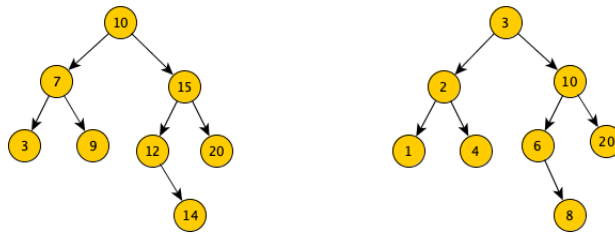
Ad esempio, per $A = [0, 1, 2, 3, 4]$ l'algoritmo deve restituire -1 , per $A = [0, 5, 6, 20, 30]$ la risposta deve essere 1 e per $A = [-3, 1, 2, 3, 6]$ la risposta deve essere 0.

Dell'algoritmo proposto:

- a) si dia la descrizione a parole,
- b) si scriva lo pseudocodice,
- c) si giustifichi il costo computazionale.

Esercizio 3 (10 punti): Progettare un algoritmo che, dato il puntatore alla radice di un albero binario T avente per chiavi degli interi, verifica se l'albero è un albero binario di ricerca.

Ad esempio, l'algoritmo per l'albero sulla sinistra deve restituire *True* mentre per l'albero sulla destra deve restituire *False* (infatti nel sottoalbero di sinistra del nodo con chiave 3 è presente un nodo con chiave 4)



Il costo computazionale dell'algoritmo proposto deve essere $\Theta(n)$ dove n è il numero di nodi dell'albero.

Dell'algoritmo proposto:

- a) si dia la descrizione a parole,
- b) si scriva lo pseudocodice,
- c) si giustifichi il costo computazionale.