SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Operazioni sui naturali

Prof. Daniele Gorla

Aritmetica in base 2

Tutte le operazioni vengono eseguite come in base 10, ma *modulo 2*

Es.: $(1 + 1)_2 = 10_2$

Quindi, anche i riporti e i prestiti agiscono *modulo 2!!*

SOMMA:

In base 2 si ha:

0+0 = 0, riporto = 0
0+1 = 1+0 = 1, riporto = 0
1+1 = 0, riporto = 1

Somma (esempio)

Sommare in base 2 i numeri 110001 e 10111.

Svolgimento:

```
  1 1 0 0 0 1  +
    1 0 1 1 1  =
 ______________
1 0 0 1 0 0 0
```

Infatti: $110001_2 = (2^5+2^4+1)_{10} = (32+16+1)_{10} = 49_{10}$

$10111_2 = (2^4+2^2+2+1)_{10} = (16+4+2+1)_{10} = 23_{10}$

$1001000_2 = (2^6+2^3)_{10} = (64+8)_{10} = 72_{10}$

Overflow

Nell'esempio precedente, se gli interi fossero stati rappresentati con 6 bit, il risultato non sarebbe stato rappresentabile (richiede 7 bit) → *overflow*

Non ci sarebbe stato overflow se invece il formato prevedeva 7 o più bit per la rappresentazione

Per la somma tra naturali, una volta fissata la dimensione della rappresentazione, c'è un overflow se e solo se il riporto risultante dalla somma dei MSB è 1

Sottrazione

Nei naturali, la sottrazione è definita solo se il sottraendo non è maggiore del minuendo, cioè

$m - s$ è definita solo se $m \geq s$

Sottrazione	Differenza	Prestito
0-0	0	0
1-1	0	0
1-0	1	0
0-1	1	1

Se c'è un prestito e il bit precedente è un 1, questo viene modificato in 0;

Se c'è un prestito e il bit precedente è uno 0, questo è modificato in 1 e così tutti gli 0 successivi, finché non si incontra un 1. Questo viene posto a 0 e si ripristina il processo di sottrazione;

Se non si incontra nessun 1, vuol dire che il sottraendo è maggiore del minuendo e quindi la sottrazione non è possibile nei naturali

Sottrazione

Esempi:

```
 0
11010 -
00100 =
-------
10110
```

$(26\text{-}4\text{=}22)_{10}$

```
 011
11000 -
10001 =
-------
00111
```

$(24\text{-}17\text{=}7)_{10}$

```
01011
101000 -
011001 =
--------
001111
```

$(40\text{-}25\text{=}15)_{10}$

Moltiplicazione

Come siamo abituati dalle elementari, ma in base 2:
- prodotti parziali
- slittamento dei prodotti parziali
- Somma prodotti parziali slittati

```
    1011 ×
    1101 =
    ------
    1011
   0000 -
  1011 - -
 1011- - -
 ---------
10001111
```

$$11_{10} \times 13_{10} = \quad 33 + 11- = 143_{10}$$

N.B.: il risultato ha lunghezza doppia!

Divisione

Più complessa della moltiplicazione
Stesso procedimento a cui siamo abituati, ma sempre in base 2!

147:11 = 13 resto 4

```
147 | 11
11  |----
 37 | 13
 33 |
  4 |
```

```
10010011 | 1011
 1011    |-----
001110   | 1101
  1011
  001111
    1011
     100
```