UNITELMA SAPIENZA

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Calcolo Differenziale

Eugenio Montefusco

15. Calcolare derivate II

La derivata

Ripartiamo dalla definizione di **derivata**

La derivata è il limite del rapporto incrementale e una funzione f è derivabile in un punto x se esiste finite il seguente limite

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} =$$

La derivata

Ripartiamo dalla definizione di **derivata**
La derivata è il limite del rapporto incrementale e una funzione f è derivabile in un punto x se esiste finite il seguente limite

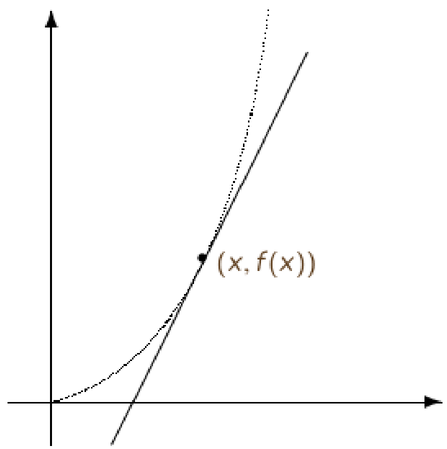
$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$

La derivata della funzione inversa

Sia f una funzione derivabile ed invertibile, con inversa f^{-1}, allora se $y = f(x)$ vale che $f^{-1}(y) = x$

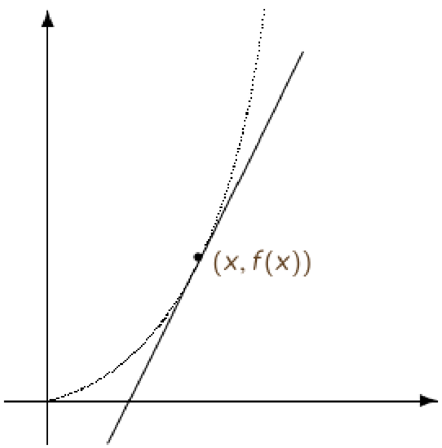
La derivata della funzione inversa

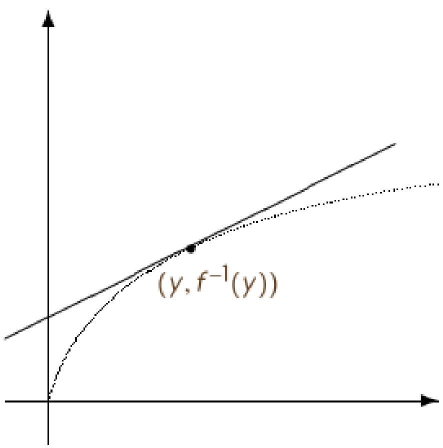
Sia f una funzione derivabile ed invertibile, con inversa f^{-1}, allora se $y = f(x)$ vale che $f^{-1}(y) = x$



La derivata della funzione inversa

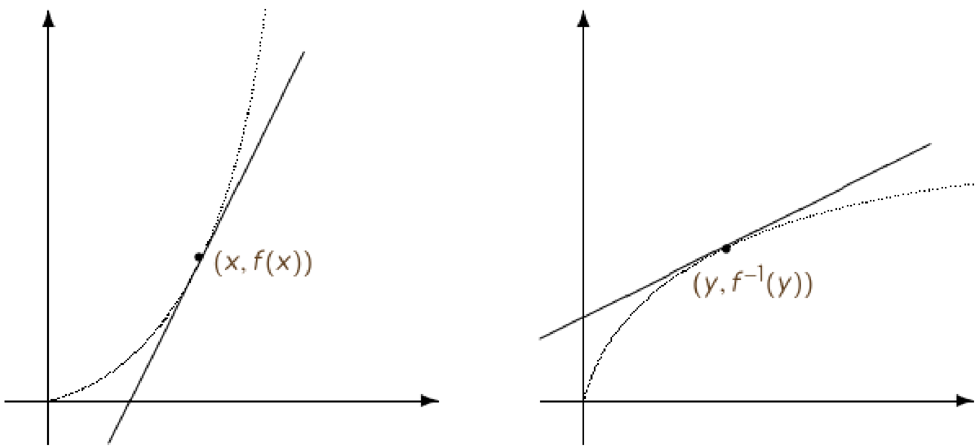
Sia f una funzione derivabile ed invertibile, con inversa f^{-1}, allora se $y = f(x)$ vale che $f^{-1}(y) = x$





La derivata della funzione inversa

Sia f una funzione derivabile ed invertibile, con inversa f^{-1}, allora se $y = f(x)$ vale che $f^{-1}(y) = x$



da cui segue che

$$\left(f^{-1}(y)\right)' = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{f'\left(f^{-1}(y)\right)}$$

La derivata della funzione inversa

E' noto che la funzione inversa dell'esponenziale è il logaritmo naturale, cioè

$$y = e^x \quad \text{se e solo se} \quad \ln(y) = x$$

La derivata della funzione inversa

E' noto che la funzione inversa dell'esponenziale è il logaritmo naturale, cioè

$$y = e^x \quad \text{se e solo se} \quad \ln(y) = x$$

dalla formula precedente abbiamo che

$$(\ln(y))' =$$

La derivata della funzione inversa

E' noto che la funzione inversa dell'esponenziale è il logaritmo naturale, cioè

$$y = e^x \quad \text{se e solo se} \quad \ln(y) = x$$

dalla formula precedente abbiamo che

$$(\ln(y))' = \frac{1}{e^x}$$

E' noto che la funzione inversa dell'esponenziale è il logaritmo naturale, cioè

$$y = e^x \quad \text{se e solo se} \quad \ln(y) = x$$

dalla formula precedente abbiamo che

$$(\ln(y))' = \frac{1}{e^x} = \frac{1}{e^{\ln(y)}}$$

La derivata della funzione inversa

E' noto che la funzione inversa dell'esponenziale è il logaritmo naturale, cioè

$$y = e^x \quad \text{se e solo se} \quad \ln(y) = x$$

dalla formula precedente abbiamo che

$$(\ln(y))' = \frac{1}{e^x} = \frac{1}{e^{\ln(y)}} = \frac{1}{y}$$

La derivata della funzione inversa

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

La derivata della funzione inversa

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos(x))' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

La derivata della funzione inversa

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos(x))' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan(x))' = \frac{1}{1+x^2}$$

Esempi

$$(x\ln(x))' =$$

$$\left(\arctan^2(x)\right)' =$$

$$(\arccos(x) + arcsin(x))' =$$

La derivata di una funzione composta

Siano f e g due funzioni derivabili

$$\frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{h}$$

La derivata di una funzione composta

Siano f e g due funzioni derivabili

$$\frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{h}$$
$$= \frac{g(x+h) - g(x)}{g(x+h) - g(x)} \cdot \frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{h}$$

La derivata di una funzione composta

Siano f e g due funzioni derivabili

$$
\begin{aligned}
&\frac{f(g(x+h))-f(g(x))}{h} \\
&\quad = \frac{g(x+h)-g(x)}{g(x+h)-g(x)} \cdot \frac{f(g(x+h))-f(g(x))}{h} \\
&\quad = \frac{f(g(x+h))-f(g(x))}{g(x+h)-g(x)} \cdot \frac{g(x+h)-g(x)}{h}
\end{aligned}
$$

La derivata di una funzione composta

Siano f e g due funzioni derivabili

$$
\begin{aligned}
&\frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{h} \\
&\quad = \frac{g(x+h) - g(x)}{g(x+h) - g(x)} \cdot \frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{h} \\
&\quad = \frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{g(x+h) - g(x)} \cdot \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \\
&\quad = \frac{f(y+k) - f(y)}{k} \cdot \frac{g(x+h) - g(x)}{h}
\end{aligned}
$$

La derivata di una funzione composta

Siano f e g due funzioni derivabili

$$\begin{aligned}
&\frac{f(g(x+h))-f(g(x))}{h} \\
&\quad = \frac{g(x+h)-g(x)}{g(x+h)-g(x)} \cdot \frac{f(g(x+h))-f(g(x))}{h} \\
&\quad = \frac{f(g(x+h))-f(g(x))}{g(x+h)-g(x)} \cdot \frac{g(x+h)-g(x)}{h} \\
&\quad = \frac{f(y+k)-f(y)}{k} \cdot \frac{g(x+h)-g(x)}{h}
\end{aligned}$$

ponendo $g(x) = y$ e $g(x+h) = y+k$

$$(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Esempi

$$\left(e^{x^2}\right)' =$$

$$(\sin(3x))' =$$

$$\left(\ln(1+x^2)\right)' =$$

Esempi

$$\left(\cos(x^2)\right)' =$$

$$(\sin(3x))' =$$

$$\left((1+x^2)e^x\right)' =$$

Esempi

$$\left(xe^{-x^2}\right)' =$$

$$\left(\arctan\left(\frac{1}{x}\right)\right)' =$$

$$\left(\arcsin(x^2)\right)' =$$

Protagonisti

Pierre de Fermat

1601 - 1665