UNITELMA SAPIENZA

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Calcolo Differenziale

Eugenio Montefusco

03. I numeri complessi

Risolvere equazioni

$$x + a = 0$$

Risolvere equazioni

$$x + a = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = -a$$

Risolvere equazioni

$$x + a = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = -a$$

$$ax + b = 0$$

Risolvere equazioni

$$x + a = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = -a$$

$$ax + b = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = -\frac{b}{a}$$

Risolvere equazioni

$$x + a = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = -a$$

$$ax + b = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = -\frac{b}{a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Risolvere equazioni

$$x + a = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -a$$

$$ax + b = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Risolvere equazioni

$$x + a = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = -a$$

$$ax + b = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = -\frac{b}{a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 + 1 = 0$$

Risolvere equazioni

$$x + a = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = -a$$

$$ax + b = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = -\frac{b}{a}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 + 1 = 0 \qquad\qquad ?$$

Sia i tale che $i^2 = -1$, allora possiamo definire

Algebra dei complessi

Sia i tale che $i^2 = -1$, allora possiamo definire

$$\mathbb{C} = \{a + bi \,:\, a, b \in \mathbb{R}\}$$

Algebra dei complessi

Sia i tale che $i^2 = -1$, allora possiamo definire

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

l'insieme ha come elementi i **numeri complessi**.

Sia i tale che $i^2 = -1$, allora possiamo definire

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

l'insieme ha come elementi i **numeri complessi**.

$$(a + bi) + (c + di) =$$

Algebra dei complessi

Sia i tale che $i^2 = -1$, allora possiamo definire

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

l'insieme ha come elementi i **numeri complessi**.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

Algebra dei complessi

Sia i tale che $i^2 = -1$, allora possiamo definire

$$\mathbb{C} = \{a + bi \,:\, a, b \in \mathbb{R}\}$$

l'insieme ha come elementi i **numeri complessi**.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

$(a+bi)\cdot(c+di) =$

Algebra dei complessi

Sia i tale che $i^2 = -1$, allora possiamo definire

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

l'insieme ha come elementi i **numeri complessi**.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

$$(a+bi)\cdot(c+di) = ac+adi+bdi+bdi^2 =$$

Algebra dei complessi

UNITELMA SAPIENZA
SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Sia i tale che $i^2 = -1$, allora possiamo definire

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

l'insieme ha come elementi i **numeri complessi**.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

$$(a+bi) \cdot (c+di) = ac + adi + bdi + bdi^2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Algebra dei complessi

Sia i tale che $i^2 = -1$, allora possiamo definire

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

l'insieme ha come elementi i **numeri complessi**.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

$$(a+bi)\cdot(c+di) = ac+adi+bdi+bdi^2 = (ac-bd)+(ad+bc)i$$

$$(a + bi)^{-1} =$$

Algebra dei complessi

Sia i tale che $i^2 = -1$, allora possiamo definire

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

l'insieme ha come elementi i **numeri complessi**.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

$$(a+bi)\cdot(c+di) = ac+adi+bdi+bdi^2 = (ac-bd)+(ad+bc)i$$

$$(a + bi)^{-1} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2}i$$

Per ogni $z = a + bi \in \mathbb{C}$ definiamo le seguenti quantità

Per ogni $z = a + bi \in \mathbb{C}$ definiamo le seguenti quantità

coniugato di z

$$\overline{z} = \overline{a + bi} =$$

Per ogni $z = a + bi \in \mathbb{C}$ definiamo le seguenti quantità

coniugato di z

$$\overline{z} = \overline{a + bi} = a - bi$$

Per ogni $z = a + bi \in \mathbb{C}$ definiamo le seguenti quantità

coniugato di z

$$\overline{z} = \overline{a + bi} = a - bi$$

modulo di z

$$|z| =$$

Per ogni $z = a + bi \in \mathbb{C}$ definiamo le seguenti quantità

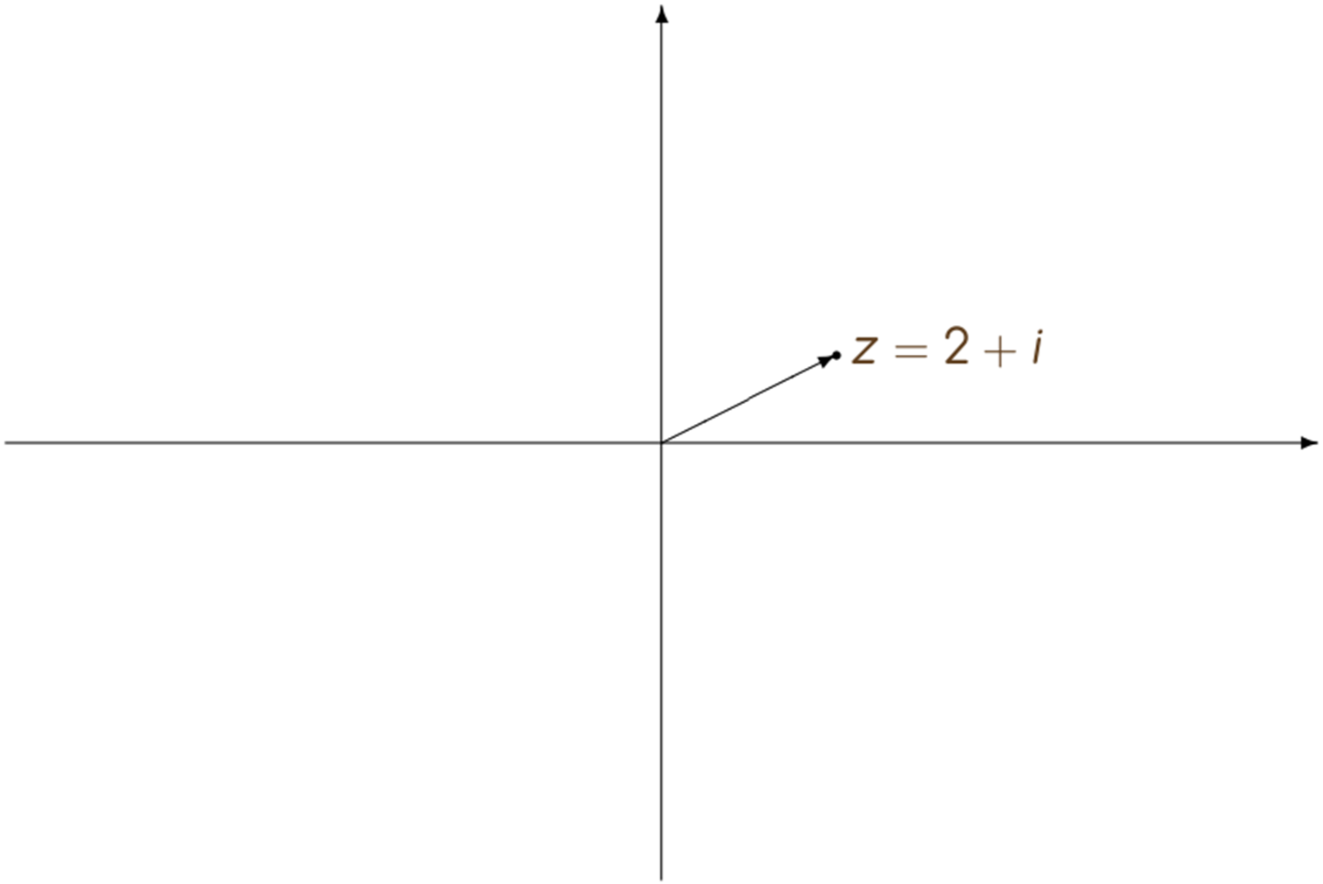
coniugato di z

$$\overline{z} = \overline{a + bi} = a - bi$$

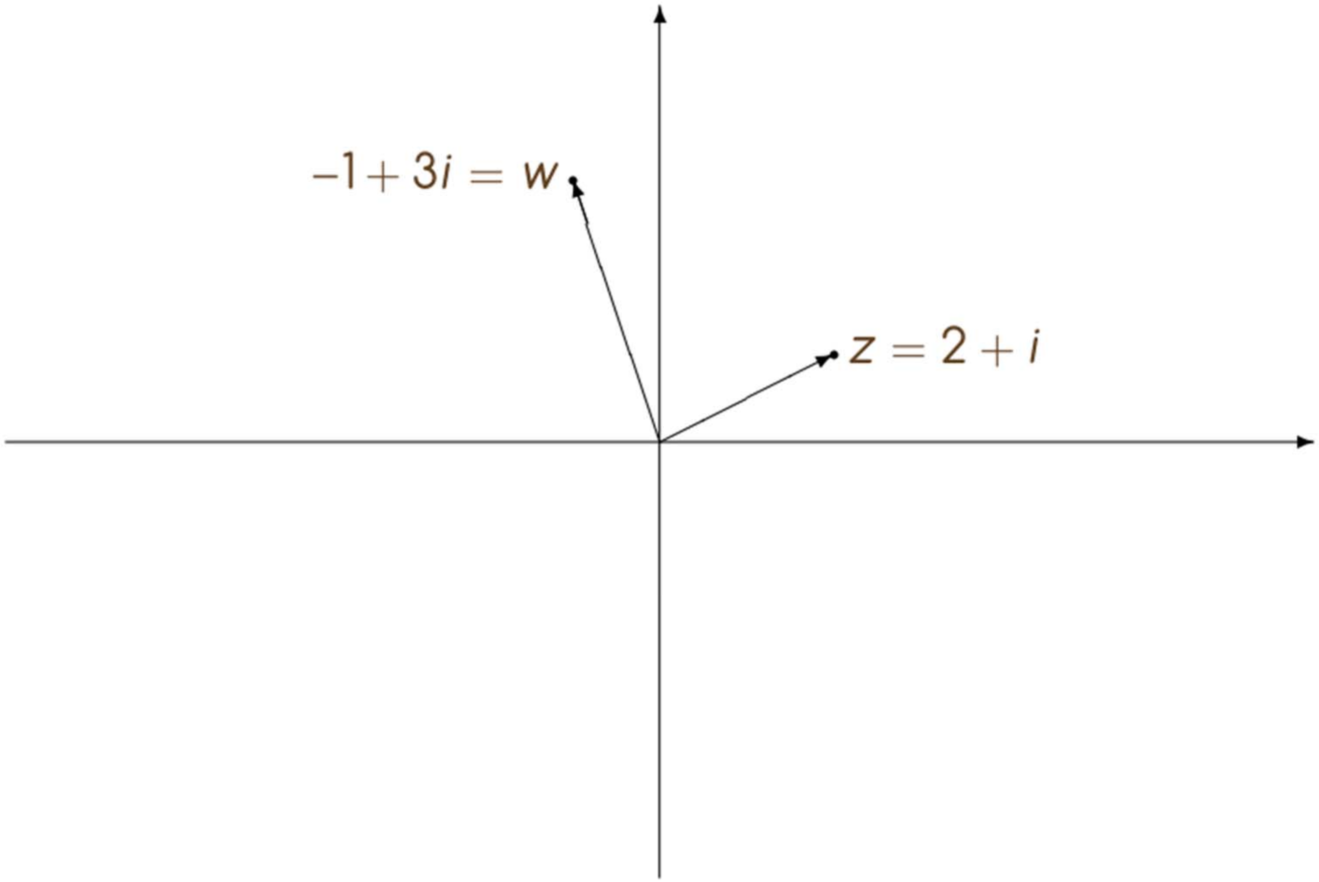
modulo di z

$$|z| = \sqrt{z \cdot \overline{z}} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

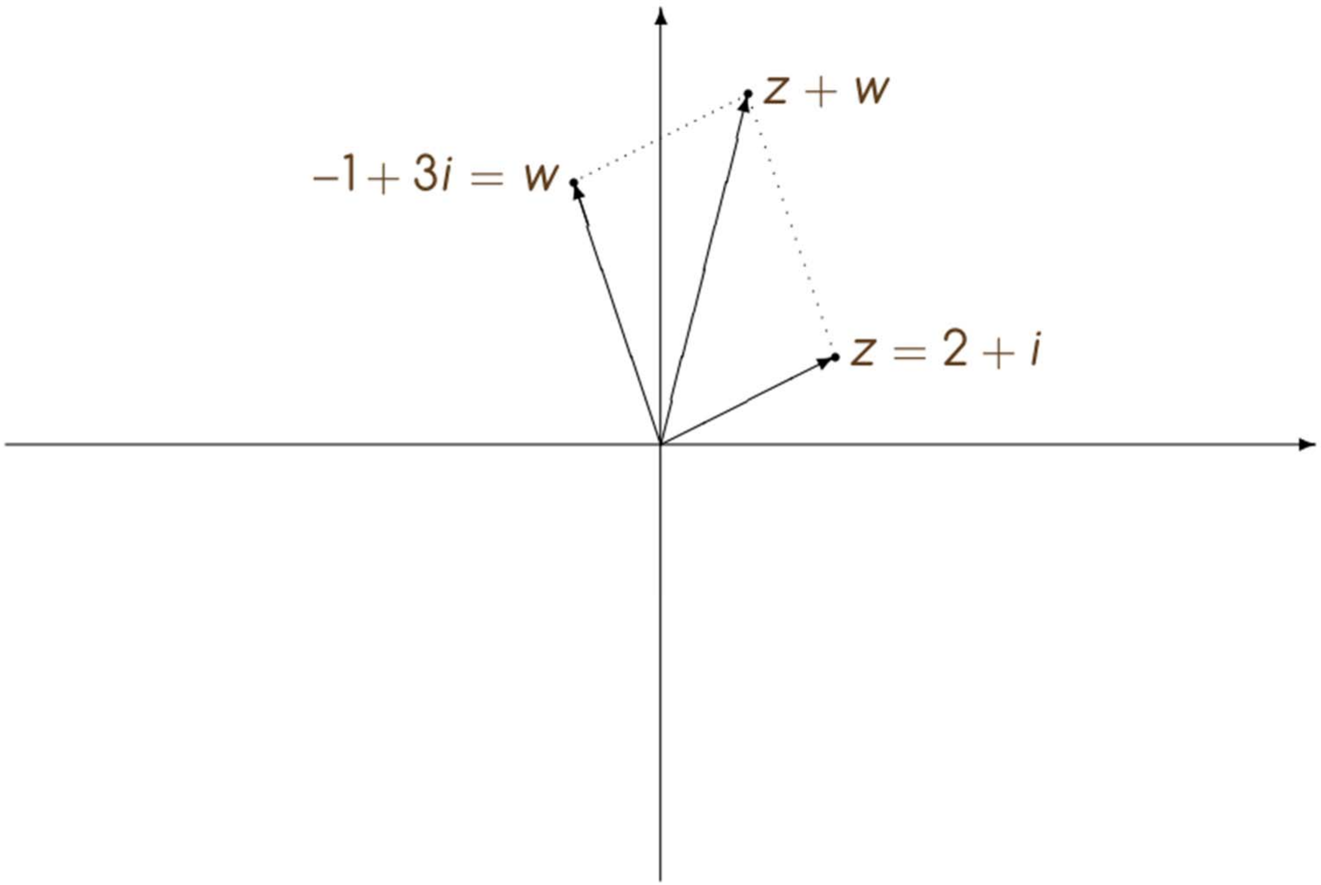
Geometria dei complessi



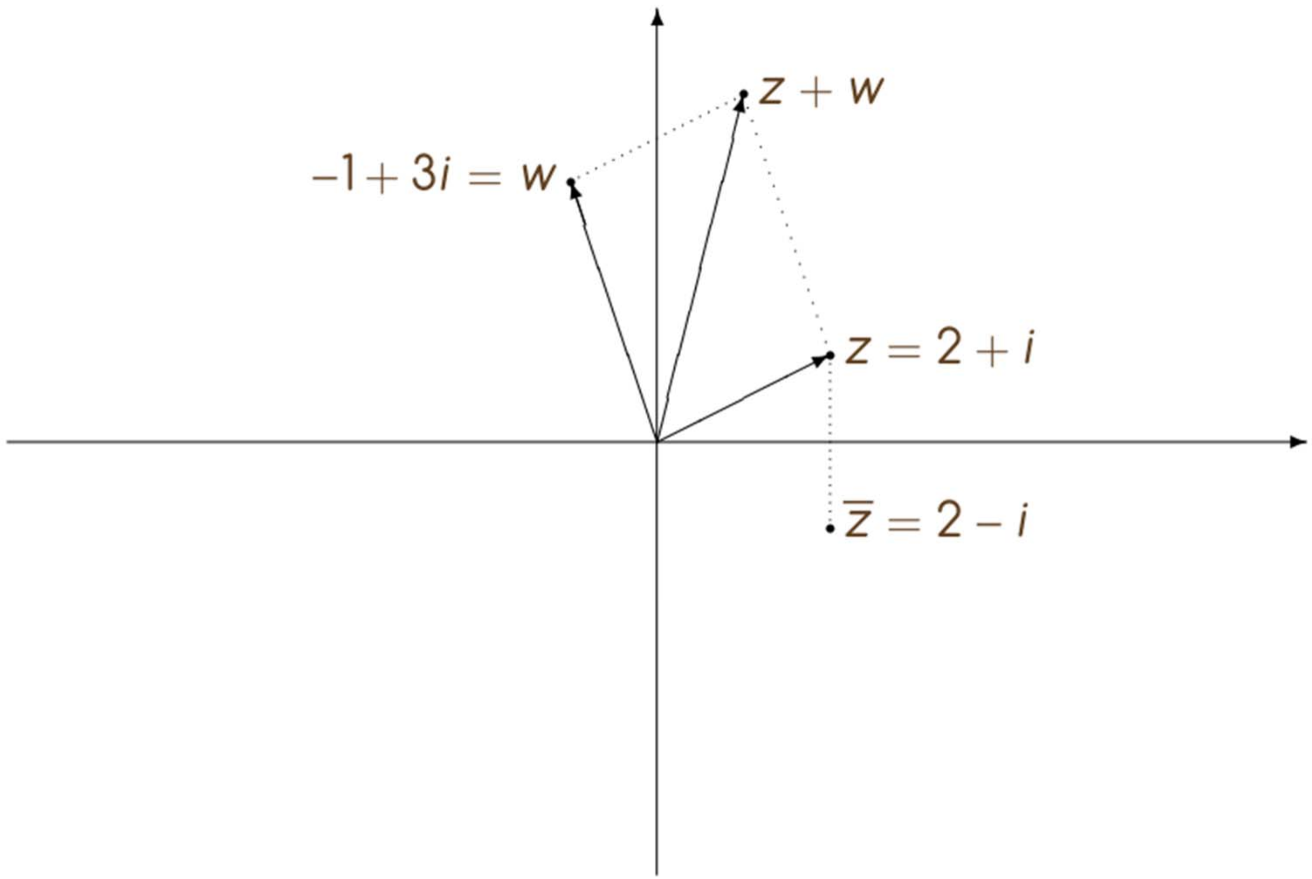
Geometria dei complessi



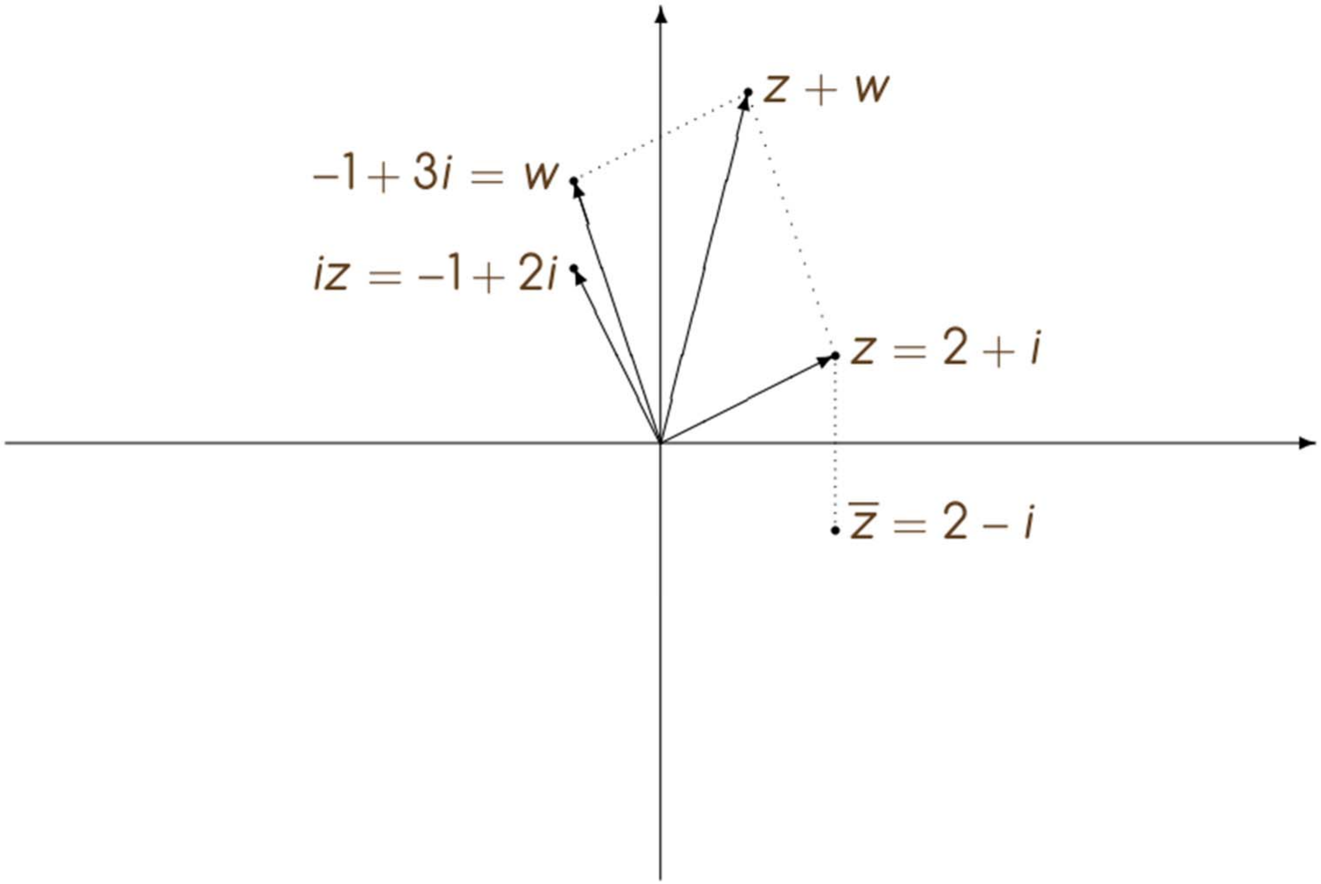
Geometria dei complessi



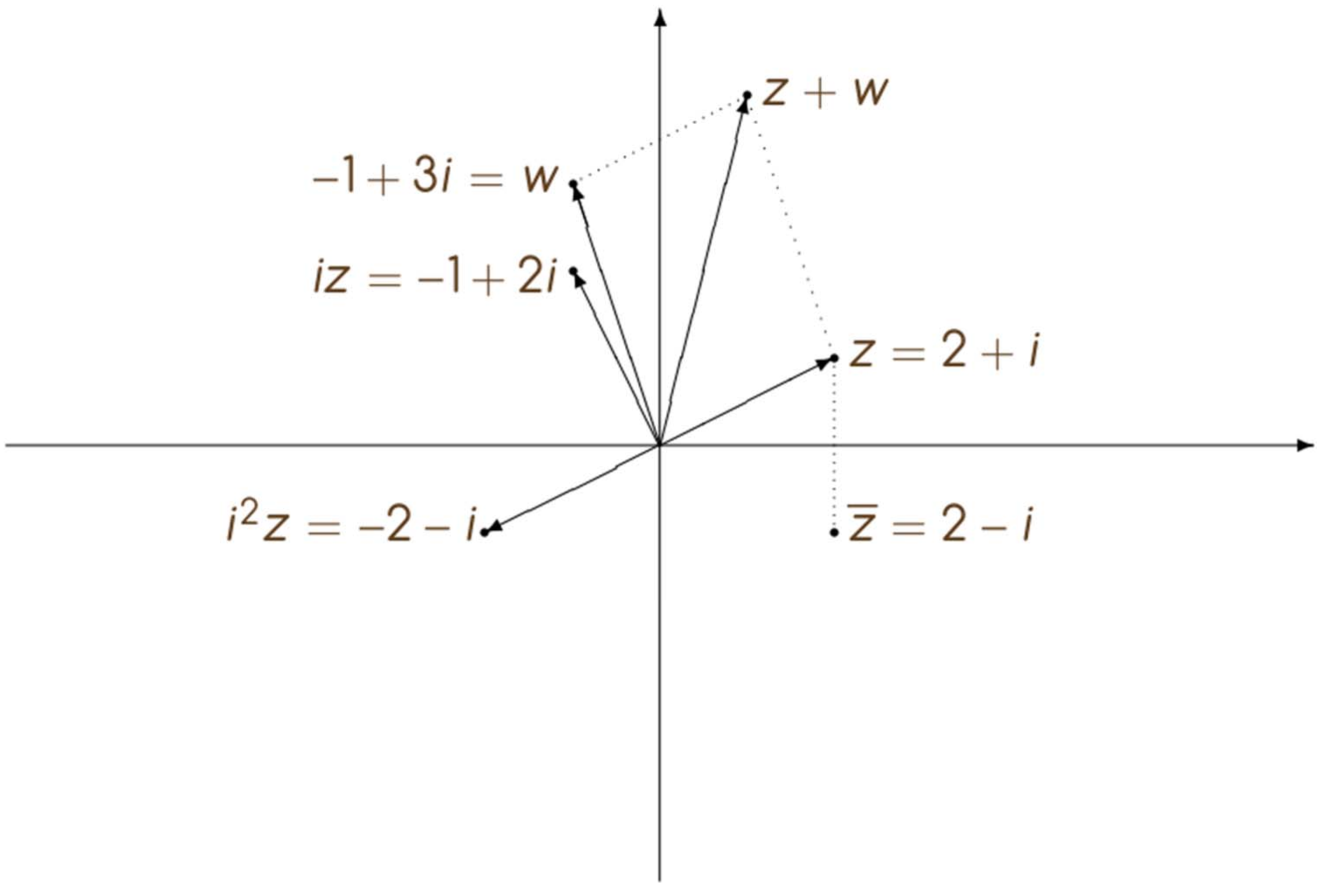
Geometria dei complessi



Geometria dei complessi

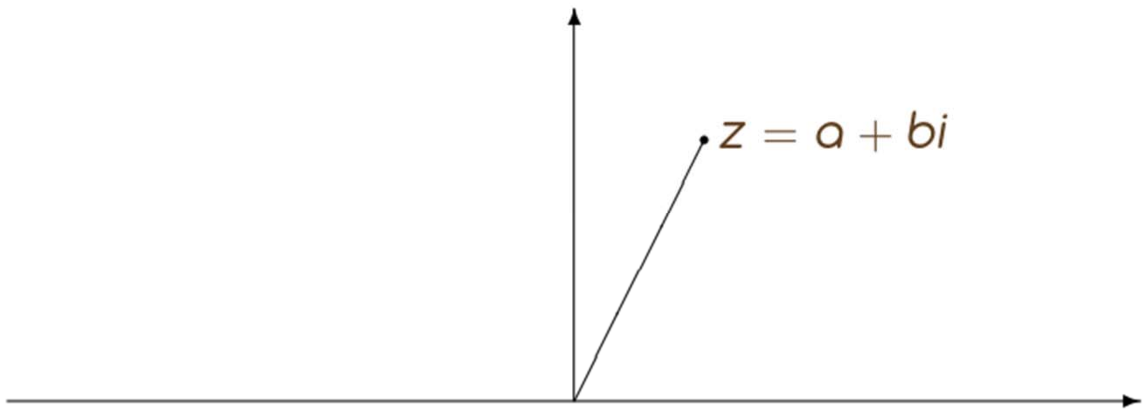


Geometria dei complessi

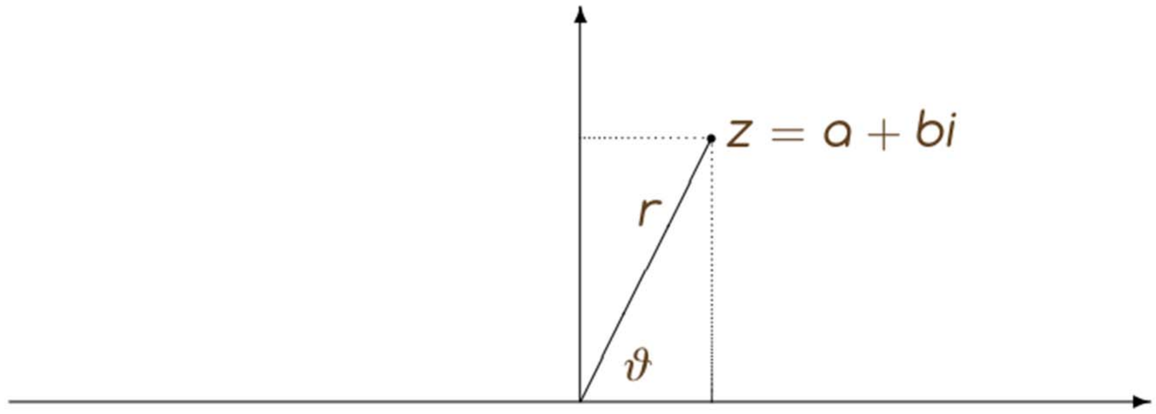


Esempi

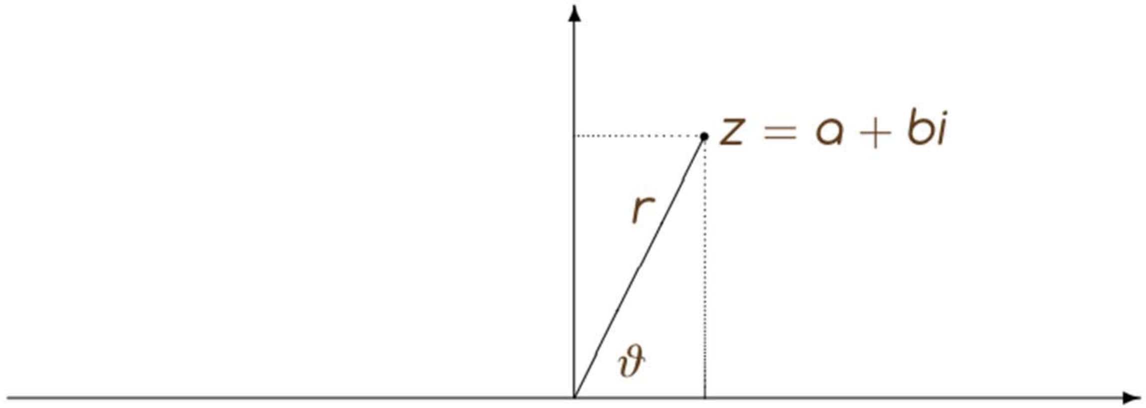
Rappresentazione trigonometrica



Rappresentazione trigonometrica

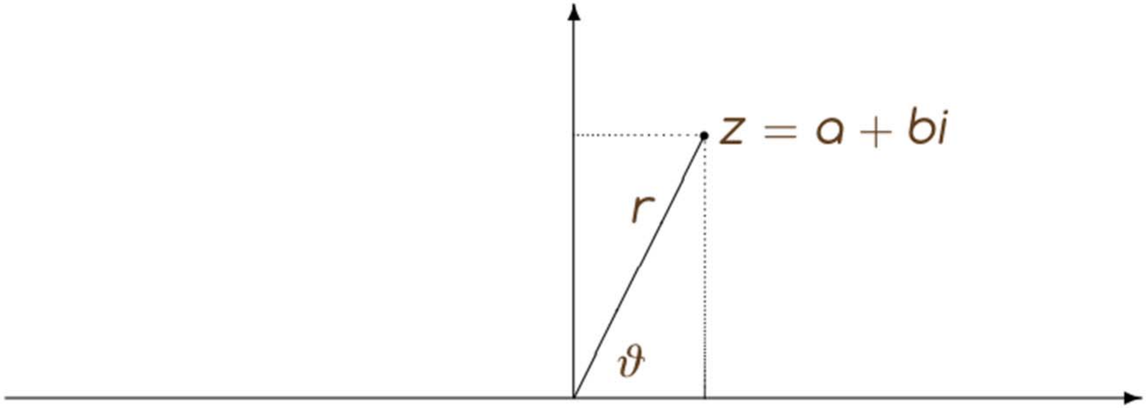


Rappresentazione trigonometrica



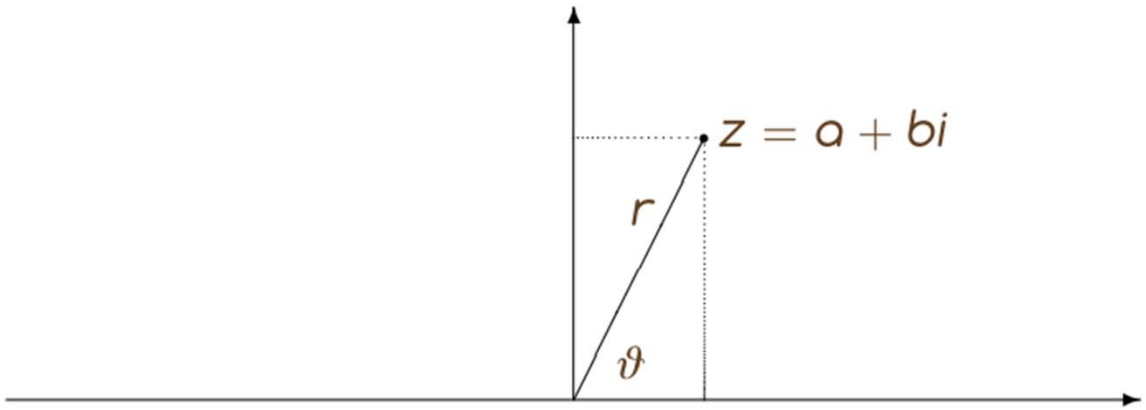
$z = a + bi$

Rappresentazione trigonometrica



$$z = a + bi = r\,(\cos(\vartheta) + \sin(\vartheta)\,i)$$

Rappresentazione trigonometrica



$$z = a + bi = r\,(\cos(\vartheta) + \sin(\vartheta)i\,)$$

$$r^2 = a^2 + b^2 \qquad \vartheta = \operatorname{arctg}\left(\frac{b}{a}\right)$$

Formula di De Moivre

Se $z \in \mathbb{C}$ e vale

$$z = a + bi = r(\cos(\vartheta) + \sin(\vartheta)i)$$

Formula di De Moivre

Se $z \in \mathbb{C}$ e vale

$$z = a + bi = r(\cos(\vartheta) + \sin(\vartheta)i)$$

allora segue che

$$z^n = (a + bi)^n = r^n(\cos(n\vartheta) + \sin(n\vartheta)i)$$

Esempi

Come si calcolano le soluzioni di $z^3 - 1 = 0$?

Esempi

Come si calcolano le soluzioni di $z^3 - 1 = 0$? La formula di de Moivre ci permette di scrivere che

$$z^3 = 1 = 1(\cos(0) + \sin(0)i)$$

Esempi

Come si calcolano le soluzioni di $z^3 - 1 = 0$? La formula di de Moivre ci permette di scrivere che

$$z^3 = 1 = 1(\cos(0) + \sin(0)i)$$

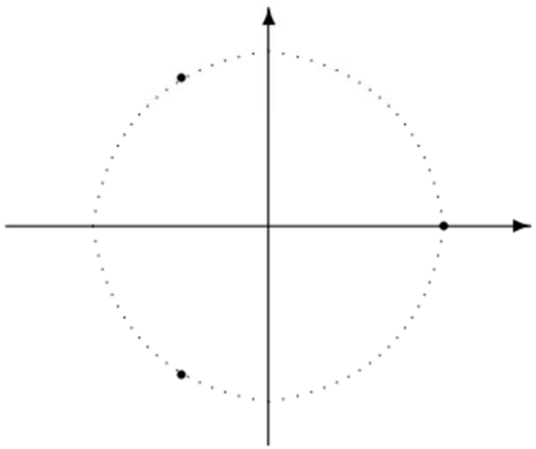
$$z = (\cos(0 + 2\pi k/3)) + \sin(0 + 2\pi k/3))i) \qquad k = 0, 1, 2$$

Esempi

Come si calcolano le soluzioni di $z^3 - 1 = 0$? La formula di de Moivre ci permette di scrivere che

$$z^3 = 1 = 1(\cos(0) + \sin(0)i)$$

$$z = (\cos(0 + 2\pi k/3)) + \sin(0 + 2\pi k/3))i) \qquad k = 0, 1, 2$$



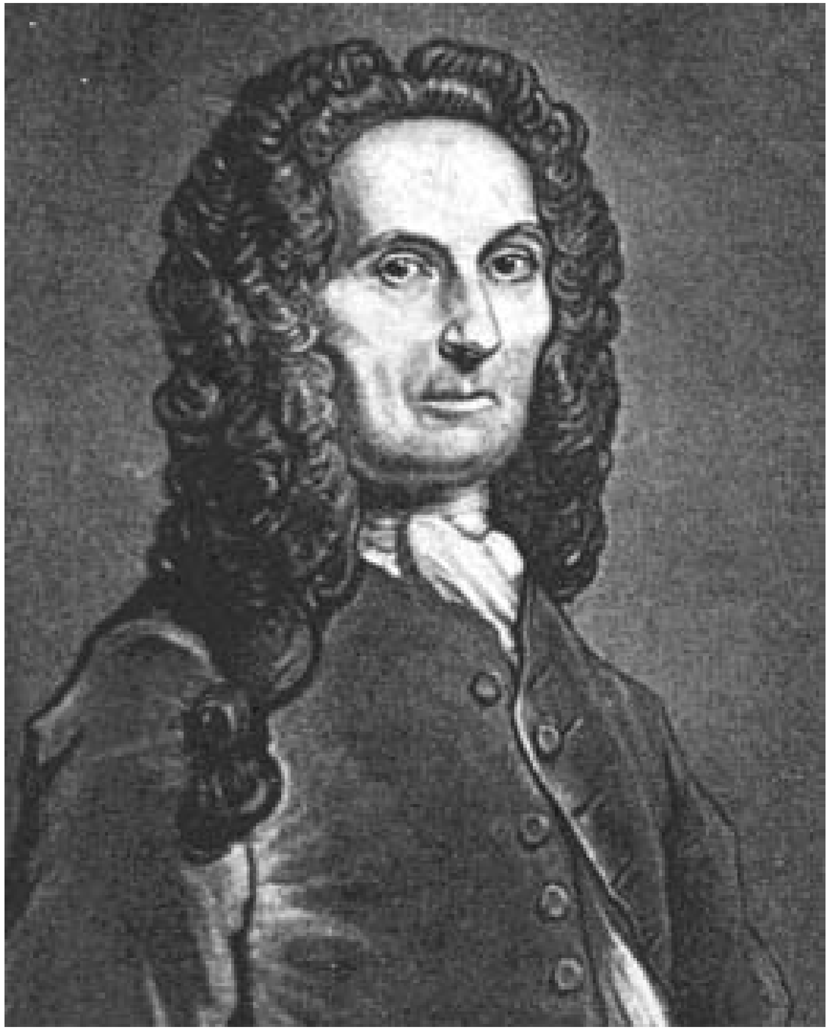
Protagonisti

Johann Carl Friedrich Gauss

1777 - 1855

Protagonisti

UNITELMA SAPIENZA
SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA



Abraham de Moivre

1667 - 1754