UNITELMA SAPIENZA

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA
DIPARTIMENTO DI INFORMATICA

Probabilità

Marco Isopi

16. Variabili aleatorie su spazi finiti

$X : S \longrightarrow \mathbb{R}$

$S \ni \omega \longrightarrow X(\omega)$

$P(X = x)\,;\ x \in \mathbb{R}$

V. a. costante

$P(X = c) = 1\,;\ \underset{x \neq c}{P(X = x) = 0}$

$X(\omega) = c \quad \forall \omega \in S$

v.a Bernoulli

$X: \; P(X=1) = p \in [0,1]$

$P(X=0) = 1-p$

$Y: \; P(Y=a) = p \,;\; P(Y=b) = 1-p$

$Y = (a-b)X + b$

v.a. di Bernoulli di parametro p

$X : \{T, C\} \longrightarrow [0, 1]$

$X(T) = 1 \; ; \; X(C) = 0$

---

prob. binomiale

\# successi in n lanci

$X = \#$ teste ottenute in n lanci indipendenti

$P(T) = p$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$k = 0, 1, \dots n$

X è una v.a. <u>binomiale</u> di parametri n, p

$X \sim B(n, p) \quad n \in \mathbb{N} \quad p \in [0, 1]$

10 monete $P(2T) = P(X=2)$

$X \sim B\left(10, \frac{1}{2}\right)$

$$P(X=2) = \binom{10}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^8 = \binom{10}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

vendo 10 auto; $P(\text{guasto}) = \frac{3}{10}$

$P(8 \text{ funzionano}, 2 \text{ si rompono}) =$

$$P(Y=2) = \binom{10}{2} \left(\frac{3}{10}\right)^2 \left(\frac{7}{10}\right)^8$$

$$Y \sim B\left(10, \frac{3}{10}\right)$$

P (almeno 6 auto funzionano) =

$$P(Y \leq 4) = P\left(\bigcup_{j=0}^{4} \{Y = j\}\right) = \sum_{j=0}^{4} \binom{10}{j} \left(\frac{3}{10}\right)^{j} \left(\frac{7}{10}\right)^{10-j}$$

$$\{Y \leq 4\} = \bigcup_{j=0}^{4} \{Y = j\}$$

$$P(3 \leq Y \leq 7) = \sum_{j=3}^{7} \binom{10}{j} \left(\frac{3}{10}\right)^{j} \left(\frac{7}{10}\right)^{10-j}$$

v.a. ipergeometriche

popolazione di N individui

n estrazioni <u>senza</u> rimpiazzo

K successo, $N-K$ insuccesso

$X :=$ # successi

$$P(X=k) = \frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{K}}$$

v. a. (discreta) uniforme

dado a N facce con punteggi $\{1, \dots, N\}$

X = punteggio $\quad P(X=j) = \frac{1}{N}$

$j = 1 \dots N$

$$P(X \leq k) = \sum_{j=1}^{k} P(X=j) = \frac{k}{N}$$

$1 \leq k \leq N$

V. a. su spazi finiti

$$X : S \longrightarrow \mathbb{R} \qquad |S| < \infty$$

esiste il massimo di X

esiste il minimo di X

il numero di valori diversi che può assumere X è al massimo $|S|$