

Introduzione agli Algoritmi

I canale e CdL in Teledidattica

docente: T. Calamoneri

Sapienza Università di Roma

Esame scritto del 12 Giugno 2024

Esercizio 1 (10 punti) Si consideri la seguente funzione:

```
def Potenza( $n, k$ ):  
    if  $k == 0$ : return 1  
    if  $k == 1$ : return  $n$   
    if  $k \text{ DIV } 2 == 0$ :  
        pot = Potenza ( $n, k \text{ DIV } 2$ )  
        return pot * pot  
    else:  
        pot = Potenza ( $n, (k-1) \text{ DIV } 2$ )  
        return  $n * pot * pot$ 
```

- a) Si imposti la relazione di ricorrenza che ne definisce il tempo di esecuzione giustificando dettagliatamente l'equazione ottenuta.
- b) La si risolva utilizzando **due dei metodi studiati**, dettagliando sia i passaggi matematici che quelli logici.

Esercizio 2 (10 punti): Si definisce *punto di sella* di una matrice quell'elemento che gode della proprietà di essere simultaneamente minimo di riga e massimo di colonna.

Si progetti un algoritmo che, data una matrice quadrata M di interi distinti, restituisca una coppia di indici (i, j) corrispondenti alla posizione del punto di sella in M , e *None* se la matrice non ha punti di sella.

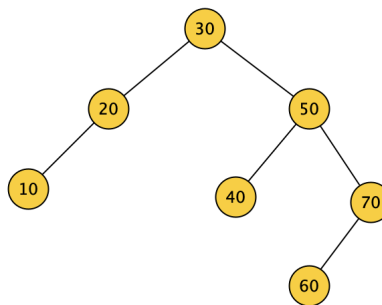
L'algoritmo deve avere costo computazionale $\Theta(n^2)$.

Dell'algoritmo proposto:

- a) si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- b) si giustifichi il costo computazionale.

Esercizio 3 (10 punti): Siano dati un intero positivo k ed un albero binario di ricerca T di altezza h ; si vuole individuare la k -esima chiave di T se queste fossero messe in ordine.

Ad esempio per l'albero in figura:



- con $k = 1$ la risposta è 10,
- per $k = 5$ la risposta è 50
- per $k = 9$ la risposta è *None* perché l'albero ha meno di k nodi.

L'albero è memorizzato tramite puntatori e record di quattro campi: il campo *key* contenente il valore, i campi *left* e *right* con i puntatori al figlio sinistro e al figlio destro, rispettivamente (questi puntatori valgono *None* in mancanza del figlio), ed il campo *num* con l'indicazione del numero dei nodi nel sottoalbero in esso radicato.

Si progetti un algoritmo RICORSIVO che risolva il problema in un tempo computazionale $O(h)$.

Dell'algoritmo proposto:

- a) si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- b) si giustifichi il costo computazionale.

NOTA BENE: nello pseudocodice dell'algoritmo ricorsivo è preferibile **non** far uso di variabili globali.