

Introduzione agli Algoritmi

Esame Scritto a canali unificati

docenti: T. Calamoneri, A. Monti
Sapienza Università di Roma
10 Luglio 2024

Esercizio 1 (10 punti): Si consideri la seguente funzione:

```
def Es1(n):  
    if n < 5:  
        return n  
    s = k = n  
    while k > 1:  
        s += k  
        k = k//3  
    return s + Es1(n - 1)
```

- a) Si imposti la relazione di ricorrenza che ne definisce il tempo di esecuzione giustificando dettagliatamente l'equazione ottenuta.
- b) Si risolva la ricorrenza utilizzando uno dei metodi studiati, dettagliando sia i passaggi matematici che quelli logici.

Esercizio 2 (10 punti):

Sia data una collezione C di n interi compresi tra 0 a 50 tra cui sono certamente presenti dei duplicati. Gli elementi della collezione sono memorizzati in un array A . Si vuole determinare la distanza massima tra le posizioni di due elementi duplicati in A , cioè il massimo al variare di $x \in C$ di $\max(j - i)$, t.c. $A[i] = x$ e $A[j] = x$.

Ad esempio per $A = [3, 3, 4, 6, 6, 3, 5, 5, 5, 6, 6, 9, 9, 1]$ gli elementi che in A si ripetono sono 3, 5, 6 e 9.

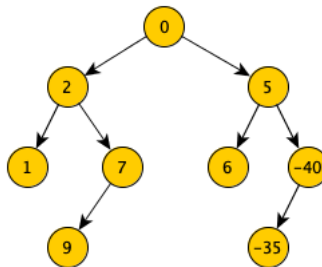
La distanza massima tra i duplicati del 3 è 5 ($j = 5$ e $i = 0$),
la distanza massima tra i duplicati del 5 è 2 ($j = 8$, $i = 6$),
la distanza massima tra i duplicati del 6 è 7 ($j = 3$ e $i = 10$),
la distanza massima tra i duplicati del 9 è 1 ($j = 12$ e $i = 11$).
quindi la risposta per l'array A è 7.

Progettare un algoritmo che, dato A , in tempo $\Theta(n)$ restituisca la distanza massima tra le posizioni con elementi duplicati.
Dell'algoritmo proposto:

- si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- si giustifichi il costo computazionale.

Esercizio 3 (10 punti): Dato il puntatore r al nodo radice di un albero binario non vuoto, progettare un algoritmo *ricorsivo* che in tempo $\Theta(n)$ calcoli il numero di nodi che hanno esattamente 2 figli e chiave pari.

Ad esempio, per l'albero in figura, l'algoritmo deve restituire 2, per la presenza dei nodi con chiavi 2 e 0.



L'albero è memorizzato tramite puntatori e record di tre campi: il campo *key* contenente il valore ed i campi *left* e *right* con i puntatori al figlio sinistro e al figlio destro, rispettivamente (questi puntatori valgono *None* in mancanza del figlio).

Dell'algoritmo proposto:

- si scriva lo pseudocodice opportunamente commentato;
- si giustifichi il costo computazionale.

NOTA BENE: nello pseudocodice dell'algoritmo ricorsivo **non** si deve far uso di variabili globali.