

V/F	Es. 1	Es. 2	Voto
/12	/10	/10	/32

Sapienza Università di Roma, Corso di Laurea in Informatica - canale telematico (a.a. 2023/2024)

Prova scritta di Calcolo Differenziale - 23 febbraio 2024

Nome e Cognome (in stampatello):

Numero matricola:

NOTA BENE: devono essere riconsegnati soltanto i fogli contenenti i testi degli esercizi. È vietato usare testi, appunti e strumenti elettronici di ogni tipo. Ogni affermazione negli esercizi a risposta aperta deve essere motivata dettagliatamente! È possibile utilizzare anche il retro dei fogli per inserire i calcoli.
Il tempo a disposizione per la prova è di 2h.

Domande V/F

NOTA BENE: +1 risposta esatta, -0.5 risposta sbagliata, 0 risposta non data

1. Sia data la successione numerica reale

$$a_n = \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

- 1A la successione a_n è infinitesima
1B la successione $b_n = (-1)^n a_n$ non ammette limite per $n \rightarrow \infty$
1C la successione $c_n = (a_n)^2$ è limitata
1D a_n è indeterminata

V F
V F
V F
V F

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x - e}$$

- 2A f ammette asintoti orizzontali
2B f non ammette punti né di massimo né di minimo relativi
2C f è decrescente sul suo dominio
2D l'insieme immagine di f è \mathbb{R}

V F
V F
V F
V F

3. Sia

$$f(x) = (x-2)^3$$

- 3A L'insieme immagine di f è l'insieme $[0, +\infty)$.
3B La funzione f è invertibile
3C La funzione f ha esattamente due zeri reali negativi.
3D f è convessa in tutto il suo dominio

V F
V F
V F
V F

Esercizio 1

- (1) Studiare continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^3 \cos(\frac{1}{x}) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

- (2) Risolvere la disequazione

$$\frac{x-1}{2+x} < \frac{2}{x}$$

- (3) Calcolare il polinomio di MacLaurin di

$$f(x) = x^2 \sin x$$

di grado 2.

Esercizio 2

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{x}$$

In particolare: determinarne il dominio, eventuali simmetrie, studiarne il segno, studiare i limiti agli estremi del dominio, determinare eventuali asintoti, studiarne la continuità, derivabilità, la monotonia, la convessità, determinarne eventuali punti di massimo, di minimo (locali e/o assoluti) e di flesso. Tracciare un grafico qualitativo di f .