

# INTRODUZIONE AGLI ALGORITMI

## Esame Scritto a canali unificati

### con idee per la soluzione

docenti: T. CALAMONERI, A. MONTI  
Sapienza Università di Roma  
27 Giugno 2022

**Esercizio 1 (10 punti):** Si consideri la seguente funzione:

```
def Exam(A, n):  
    b=1  
    if n <= 2: return b  
    i = 1  
    while i ≤ 8:  
        b=b*Exam(A, n//2)  
        i+=1  
    for i in range(n-1):  
        A[i]+=A[i+1]  
    return b
```

che viene richiamata la prima volta così:  $\text{Exam}(A, \text{len}(A))$ .

- Si imposti la relazione di ricorrenza che ne definisce il tempo di esecuzione giustificando dettagliatamente l'equazione ottenuta.
- Si risolva la ricorrenza usando due metodi a scelta, dettagliando i passaggi del calcolo e giustificando ogni affermazione.

**NOTA:** Se necessario, usare le seguenti convenzioni:

- anziché  $\leq$  o  $\geq$  scrivere  $\leq$  o  $\geq$
- anziché  $\Theta$  e  $\Omega$  scrivere Teta e Omega
- anziché  $\sum_{i=0}^k$  scrivere  $S[i=0, k]$
- anziché  $a^b$  scrivere  $a^{**}b$ .

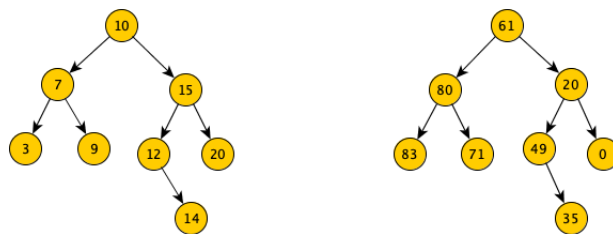
**Esercizio 2 (10 punti):** Un array  $A$  ordinato di  $n > 1$  interi distinti ha subito una rotazione di  $k$  posizioni verso sinistra,  $1 \leq k < n$ . Ad esempio, per  $A = [5, 7, 9, 2, 3]$  il valore di  $k$  è 2 mentre per  $A = [9, 2, 3, 5, 7]$  è 4. Progettare un'algoritmo che, dato l'array  $A$ , in tempo  $O(\log n)$  restituisca il valore di  $k$ .

Dell'algoritmo proposto:

- a) si dia la descrizione a parole;
- b) si scriva lo pseudocodice;
- c) si giustifichi il costo computazionale.

**Esercizio 3 (10 punti):** Progettare un algoritmo che, dato il puntatore alla radice di un **albero binario di ricerca**  $T$ , modifichi il valore di ciascun nodo di  $T$  in modo che il nuovo valore del nodo risulti la somma di tutte le chiavi (che, in quanto tali, sono tutte distinte) che in  $T$  avevano un valore maggiore della sua chiave originaria (si noti che l'albero risultante non sarà più un albero binario di ricerca).

Ad esempio l'albero sulla destra è il risultato dell'applicazione dell'algoritmo sull'albero binario di ricerca  $T$  riportato a sinistra.



Il costo computazionale dell'algoritmo proposto deve essere  $\Theta(n)$  dove  $n$  è il numero di nodi dell'albero.

Dell'algoritmo proposto:

- a) si dia la descrizione a parole;
- b) si scriva lo pseudocodice;
- c) si giustifichi il costo computazionale.