

V/F	Es. 1	Es. 2	Voto
/12	/10	/10	/32

Sapienza Università di Roma, Corso di Laurea in Informatica - canale telematico (a.a. 2023/2024)

**Prova scritta di Calcolo Differenziale - 10 aprile 2024**

**Nome e Cognome (in stampatello):**

**Numero matricola:**

**NOTA BENE:** devono essere riconsegnati soltanto i fogli contenenti i testi degli esercizi. È vietato usare testi, appunti e strumenti elettronici di ogni tipo. Ogni affermazione negli esercizi a risposta aperta deve essere motivata dettagliatamente! È possibile utilizzare anche il retro dei fogli per inserire i calcoli.  
Il tempo a disposizione per la prova è di 2h.

**Domande V/F**

NOTA BENE: +1 risposta esatta, -0.5 risposta sbagliata, 0 risposta assente

1. Sia data la successione numerica reale

$$a_n = \frac{(-1)^n}{3n^2 + 2}$$

- 1A la successione  $a_n$  è infinitesima  
1B la successione  $b_n = (-1)^n a_n$  non ammette limite per  $n \rightarrow \infty$   
1C la successione  $c_n = (a_n)^2$  è limitata  
1D  $a_n$  è indeterminata

V	F
V	F
V	F
V	F

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{e^x}$$

- 2A  $f$  ammette asintoti orizzontali  
2B  $f$  non ammette punti né di massimo né di minimo relativi  
2C  $f$  è decrescente sul suo dominio  
2D l'insieme immagine di  $f$  è  $\mathbb{R}$

V	F
V	F
V	F
V	F

3. Sia

$$f(x) = x^4 - 4x + 1$$

- 3A L'insieme immagine di  $f$  è l'insieme  $[-2, +\infty)$ .  
3B La funzione  $f$  è invertibile  
3C La funzione  $f$  ha esattamente due zeri reali negativi.  
3D  $f$  è convessa in tutto il suo dominio

V	F
V	F
V	F
V	F

**Esercizio 1**

- (1) Studiare continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

- (2) Risolvere la disequazione

$$\sqrt{x^2 + x - 2} < x$$

- (3) Calcolare il polinomio di MacLaurin di

$$f(x) = x \arctan(x)$$

di grado 2.

**Esercizio 2**

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \frac{1}{\log x + 1}$$

In particolare: determinarne il dominio, eventuali simmetrie, studiarne il segno, studiare i limiti agli estremi del dominio, determinare eventuali asintoti, studiarne la continuità, derivabilità, la monotonia, la convessità, determinarne eventuali punti di massimo, di minimo (locali e/o assoluti) e di flesso. Tracciare un grafico qualitativo di  $f$ .