

V/F	Es. 1	Es. 2	Voto
/12	/10	/10	/32

Sapienza Università di Roma, Corso di Laurea in Informatica - canale telematico (a.a. 2023/2024)

Prova scritta di Calcolo Differenziale - 24 ottobre 2024

Nome e Cognome (in stampatello):

Numero matricola:

NOTA BENE: devono essere riconsegnati soltanto i fogli contenenti i testi degli esercizi. È vietato usare testi, appunti e strumenti elettronici di ogni tipo. Ogni affermazione negli esercizi a risposta aperta deve essere motivata dettagliatamente! È possibile utilizzare anche il retro dei fogli per inserire i calcoli.
Il tempo a disposizione per la prova è di 2h.

Domande V/F

NOTA BENE: +1 risposta esatta, -0.5 risposta sbagliata, 0 risposta assente

1. Sia data la successione numerica reale

$$a_n = \frac{\sin(n)}{e^n + 2}$$

1A la successione a_n è infinitesima

☐ V

☐ F

1B la successione a_n assume solo valori positivi

☐ V

☐ F

1C la successione a_n è limitata

☐ V

☐ F

1D la successione a_n è indeterminata

☐ V

☐ F

-

2. Sia data la funzione

$$f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$$

2A f ammette asintoti

☐ V

☐ F

2B f non ammette punti né di massimo né di minimo relativi

☐ V

☐ F

2C f è pari

☐ V

☐ F

2D l'insieme immagine di f è \mathbb{R}

☐ V

☐ F

3. Sia

$$f(x) = x^4 + 4x + 1$$

3A L'insieme immagine di f è l'insieme \mathbb{R} .

☐ V

☐ F

3B La funzione f è invertibile

☐ V

☐ F

3C La funzione f è pari

☐ V

☐ F

3D La funzione f ha tre zeri reali

☐ V

☐ F

Esercizio 1

- (1) Studiare continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

- (2) Risolvere la disequazione

$$|4x^2 - 1| \leq 0$$

- (3) Applicare il teorema di Lagrange alla funzione $f(x) = 2x^2 - 3$ nell'intervallo $[0, 1]$.

Esercizio 2

Studiare la seguente funzione

$$f(x) = \log(x) + \log(x - 1)$$

In particolare: determinarne il dominio, eventuali simmetrie, studiarne il segno, studiare i limiti agli estremi del dominio, determinare eventuali asintoti, studiarne la continuità, derivabilità, la monotonia, la convessità, determinarne eventuali punti di massimo, di minimo (locali e/o assoluti) e di flesso. Tracciare un grafico qualitativo di f .

