

Introduzione agli Algoritmi

Esame Scritto a canali unificati

docenti: T. CALAMONERI, A. MONTI
Sapienza Università di Roma

Esercizio 1 (10 punti): Per la soluzione di un certo problema disponiamo di un algoritmo iterativo con costo computazionale $\Theta(n^3)$. Ci viene proposto in alternativa un algoritmo ricorsivo il cui costo è catturato dalla seguente ricorrenza:

$$T(n) = a \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(\sqrt{n}) \text{ per } n \geq 2$$
$$T(n) = \Theta(1) \text{ altrimenti}$$

dove a è una certa costante intera positiva con $a \geq 2$.

Determinare quale sia il valore massimo che la costante intera a può avere perché l'algoritmo ricorsivo risulti asintoticamente più efficiente dell'algoritmo iterativo di cui disponiamo. **Motivare bene la risposta.**

Esercizio 2 (10 punti): Dati due arrays A e B , rispettivamente di n ed m interi distinti, con $m < n$, si vuole sapere se l'array A contenga l'array B come sottoarray.

Ad esempio, se $A = [5, 9, 1, 3, 4, 8, 2]$, per $B = [3, 4, 8]$ la risposta è *SI* mentre per $B = [3, 8, 2]$ o $B = [9, 6, 8]$ la risposta è *NO*.

Progettare un algoritmo che, dati gli arrays A e B , restituisca 1 se la risposta al problema è *SI*, 0 altrimenti. Il costo computazionale dell'algoritmo deve essere $O(n)$.

Dell'algoritmo proposto:

- a) si dia la descrizione a parole,
- b) si scriva lo pseudocodice,
- c) si giustifichi il costo computazionale.

Esercizio 3 (10 punti): Sia dato un albero binario T , in cui ogni nodo p ha tre campi: il campo valore $p.val$, il campo col puntatore al figlio sinistro $p.sx$ e il campo col puntatore al figlio destro $p.dx$, in mancanza di figlio il puntatore vale *None*.

Progettare un algoritmo *ricorsivo* che, dato il puntatore p alla radice dell'albero binario T , restituisca 1 se tutti i nodi dell'albero hanno lo stesso valore, 0 altrimenti. Il costo computazionale dell'algoritmo deve essere $O(n)$, dove n è il numero di nodi dell'albero.

Dell'algoritmo proposto:

- a) si dia la descrizione a parole,
- b) si scriva lo pseudocodice,
- c) si giustifichi il costo computazionale.