Université de Montpellier

L2 HAX305X

Analyse numérique élémentaire
TP noté

Vous pouvez faire des notebooks ou des fichiers .py si vous préférez.
La programmation en matlab pour les redoublants est autorisée.
Déposez vos programmes sur moodle avant 13h05.

Exercice 1 Soit f la fonction $f(x) = \dfrac{(1+x)-1}{x}$.
Evaluer f pour $x = [10^{-5}, \epsilon, \epsilon/2]$. ϵ correspond à l'epsilon machine.
Commenter les résultats obtenus en commentaire de votre programme ou sur le notebook.

Exercice 2 Le tableau suivant recense la population de la France entre 1970 et 2010 :

année	*population*
1970	5.053×10^7
1980	5.373×10^7
1990	5.658×10^7
2000	5.886×10^7
2010	6.279×10^7

Nous allons étudier l'évolution de la population.
1. Représenter sur un graphique les points d'interpolation, le polynôme linéaire par morceaux, le polynôme de Lagrange.
2. Résoudre numériquement le système de Vandermonde pour retrouver les coefficients du polynôme d'interpolation de Lagrange.
3. Déterminer par la méthode de la dichotomie au mois près, la date où la population a atteint 6×10^7 avec le polynôme de Lagrange. Représenter ce point sur le graphique.

Exercice 3 Le mât d'un bateau de longueur L=10 est soumis à une force exercée par le vent. Pour une hauteur x, la force exercée juste autour de x a une amplitude égale à $f(x)dx$ avec

$$f(x) = \frac{50x}{x+5/3}e^{-x/4}$$

Pour la construction de bateaux à voiles, on s'intéresse à la force résultante d'amplitude : $I = \int_0^L f(x)dx$.
1. Représenter sur un graphe la fonction f sur [0 ;10].
2. Calculer une valeur approchée de I à l'aide de la méthode des rectangles à droite pour 20 points.
3. Calculer une valeur approchée de I à l'aide de la méthode des trapèzes pour 20 points.
4. Calculer l'intégrale en utilisant la quadrature de Gauss à 3 points en justifiant en commentaires votre formule. Donner le degré de précision en commentaires.
5. Bonus On fait désormais varier le nombre de points N=[20, 40, 80, 160]. On calculera l'erreur relativement à la valeur de référence de l'intégrale $I_{ex} = 100.0613684$ et la valeur approchée par la méthode des trapèzes. Tracer en échelle logarithmique la courbe de l'erreur en fonction du pas h. Retrouver numériquement l'ordre de convergence.

Exercice 4 On cherche à résoudre le problème suivant :

$$4r^3\gamma - 3x^2r + x^3 = 0$$

où $r = 0.055m$ est le rayon d'un flotteur sphérique, $\gamma = 0.6$ est sa densité.

1. Calculer les itérations de Newton en prenant $x_0 = 0.05$ avec une précision de 10^{-5}.

2. De quel ordre est la méthode de Newton dans notre cas ? Justifier en calculant des rapports adéquats.

3. Justifier l'ordre de convergence en calculant les racines de notre fonction.