BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT TP. HỒ CHÍ MINH
KHOA ĐIỆN – ĐIỆN TỬ
BỘ MÔN TỰ ĐỘNG ĐIỀU KHIỂN

-----------------⸙∆⸙-----------------

BÁO CÁO CUỐI KỲ

MÔN: KỸ THUẬT ROBOT

ĐỀ TÀI: TÍNH TOÁN VÀ MÔ PHỎNG CÁNH TAY MÁY 4 BẬC TỰ DO

GVHD: TS.Nguyễn Văn Thái

SVTH: Nguyễn Xuân Trà – 19151299

Nguyễn Đức Mạnh - 19151253

Nguyễn Ngọc Thiện - 19151292

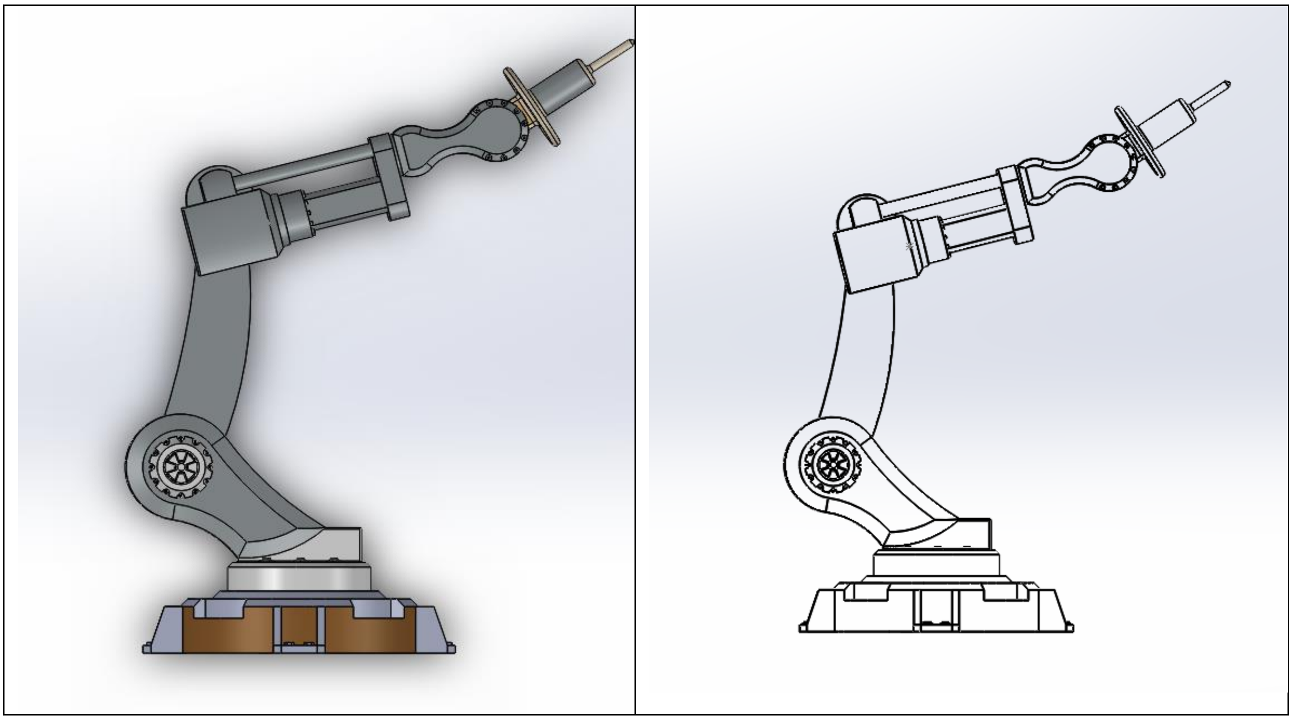
Tp. Hồ Chí Minh, tháng 06 năm 2022

Mục lục

Danh sách hình ảnh

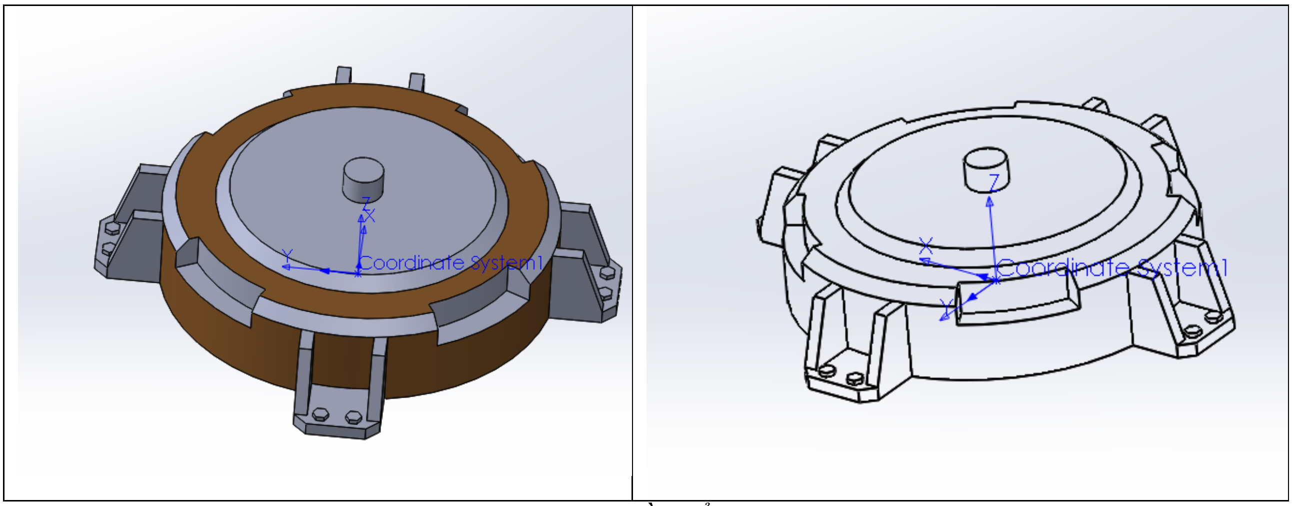
1. Thiết kế Robot nối tiếp 4 DoF trên Solidworks

1.1 Tổng thể robot 4 DoF



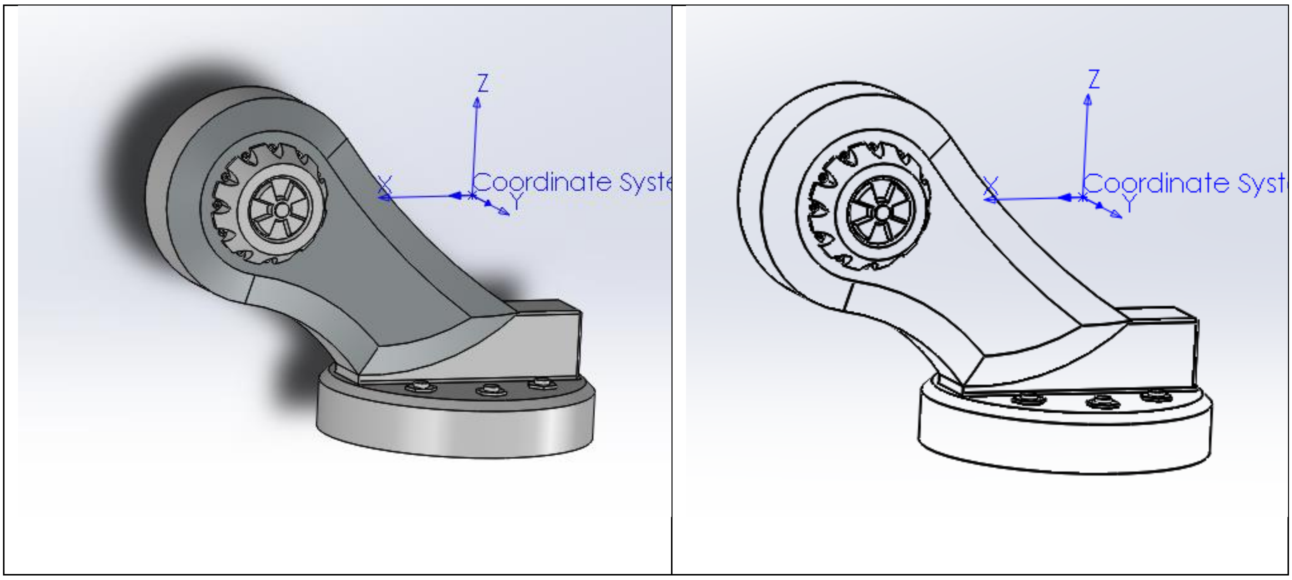
Hình 1 Tổng thể robot 4 bậc tự do

1.2 Thiết kế Link 0 (Phần đế) cho Robot 4 DoF



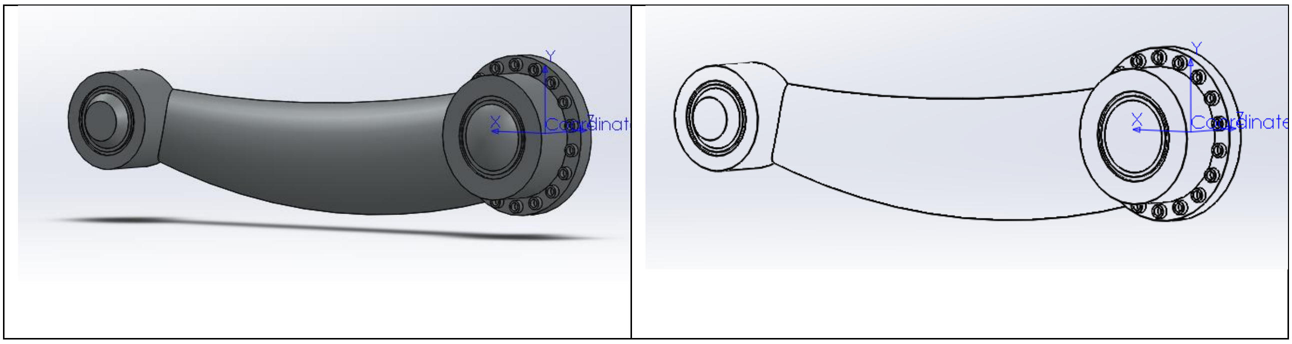
Hình 2 Phần để robot

1.3 Thiết kế Link 1 cho Robot 4 DoF



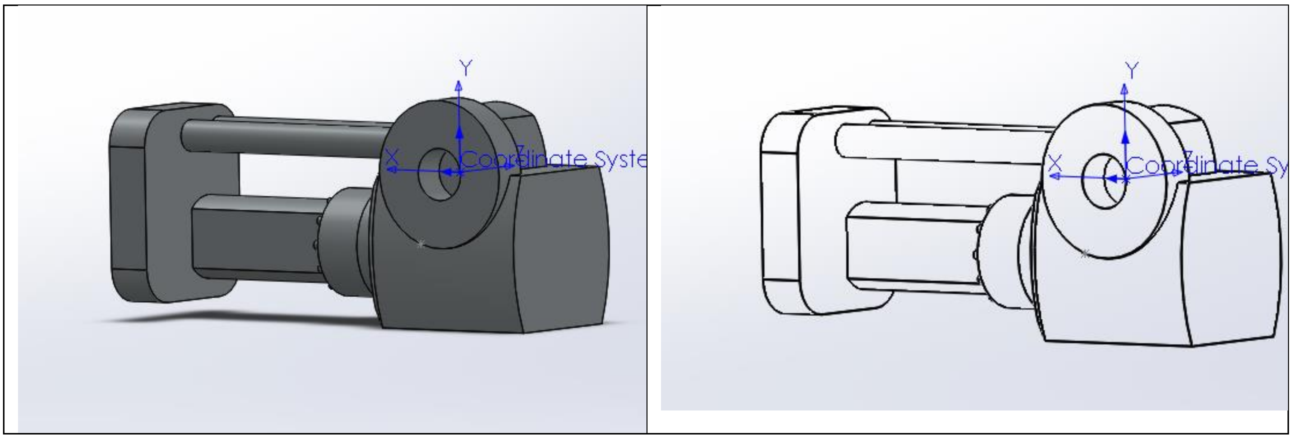
Hình 3 Link 1 của robot

1.4 Thiết kế Link 2 cho Robot 4 DoF

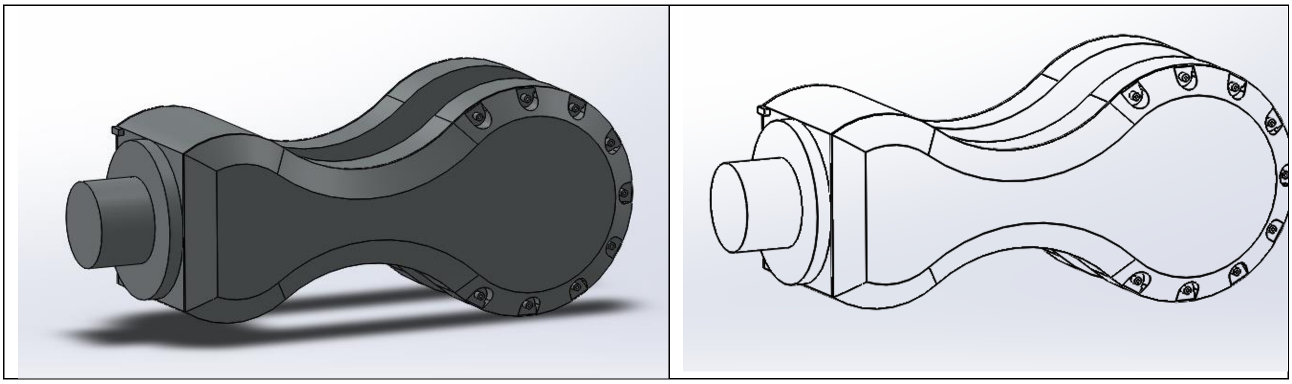


Hình 4 Link 2 của robot

1.5 Thiết kế Link 3 cho Robot 4 DoF

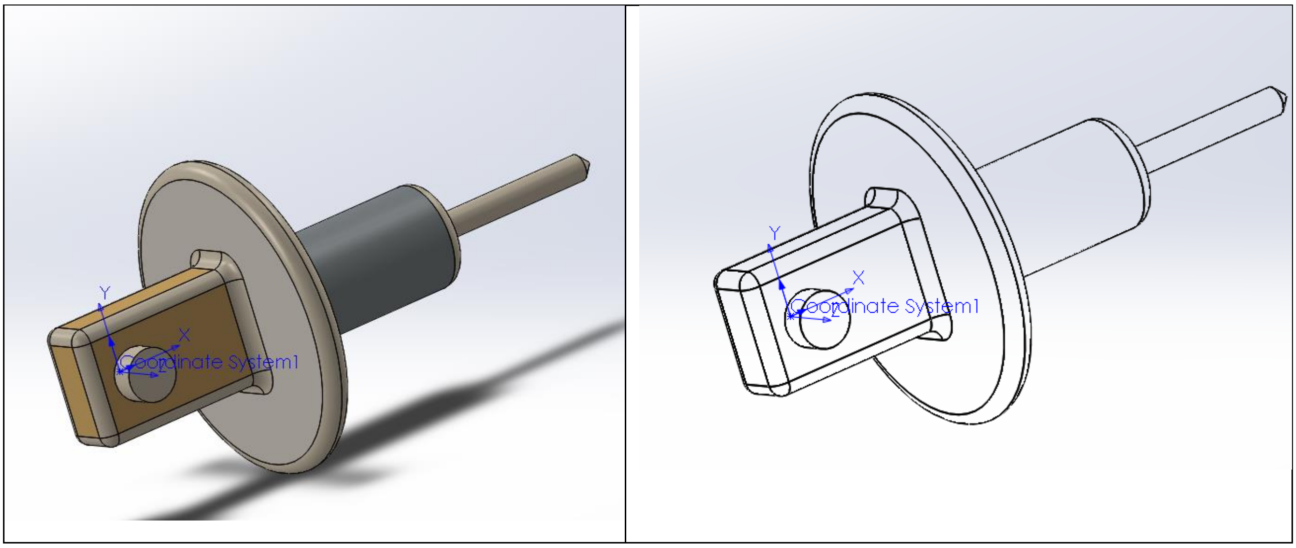


Hình 5 Link 3 -1 của robot



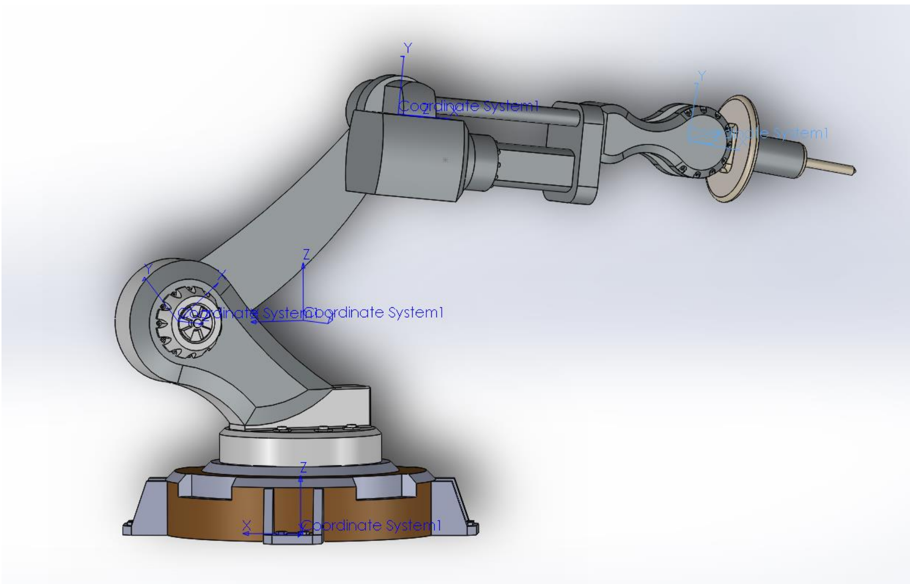
Hình 6 Link 3-2 của robot

1.6 Thiết kế Link 3 cho Robot 4 DoF



Hình 7 Link 4 của robot

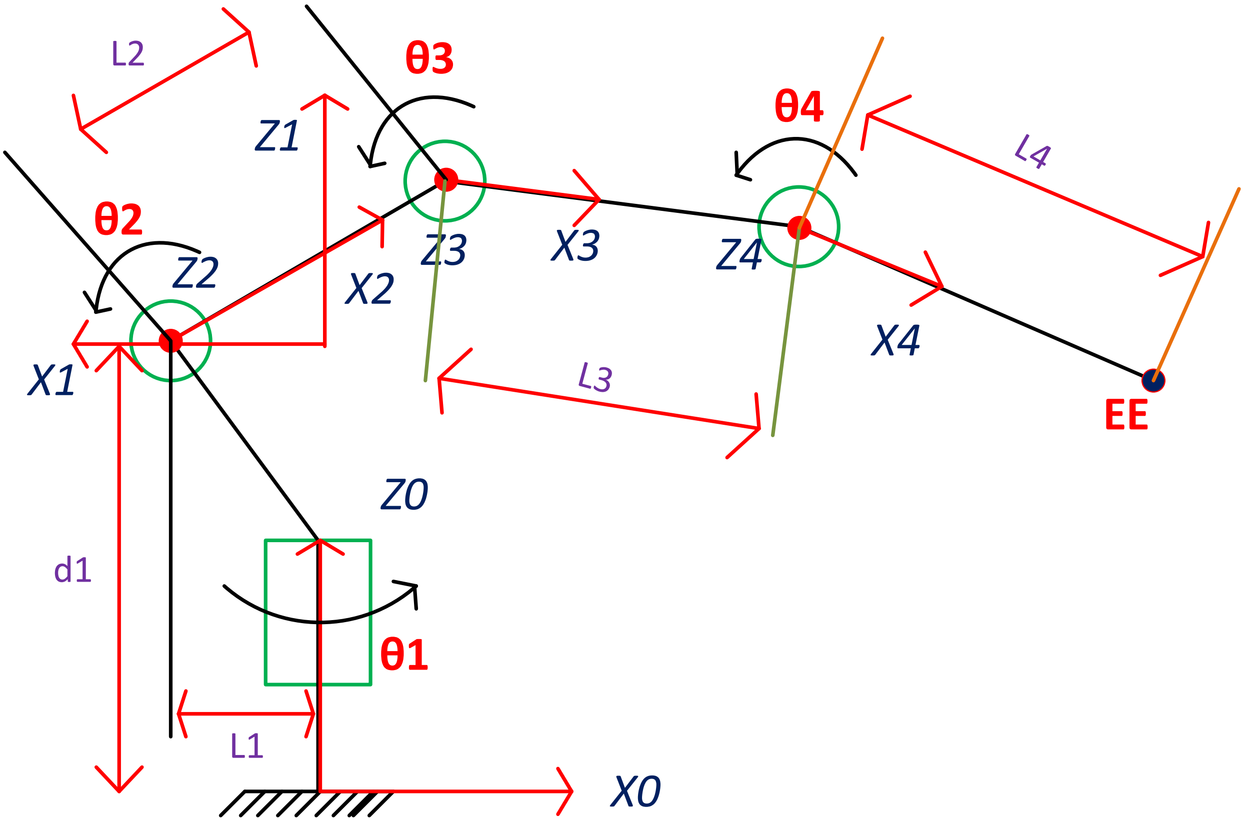
1.7 Liên kết các Link và đặt trục chu Robot 4 DoF



Hình 8 Đặt trục cho robot

2. Tính toán động học nghịch và động học thuận cho robot 4 bậc tự do

2.1 Tính toán động học thuận cho robot nối tiếp 4 bậc tự do



Hình 1 Mô hình tương xứng với cánh tay robot 4 bậc tự do và đặt trục cho robot

Từ hình 1 ta thành lập được bảng Denavit-Hartenberg

Bảng 1 Bảng Denavit- Hartenberg:

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	θ_1
2	L_1	-90	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3
4	L_3	0	0	θ_4

Trong đó: i là thứ tự khớp của robot 4 bậc tự do; a_{i-1} là khoảng cách cuả trục Z_i và Z_{i-1}; α_{i-1} là độ xoắn (được xác định bằng độ lệch của 2 trục Z_i và Z_{i-1}); d_i là khoảng cách của X_i và X_{i-1} cùng vuông góc với trục Z_i; θ_i là góc khớp (góc giữa 2 trục X_i và X_{i-1}).

Công thức tổng quát ma trận biến đổi đồng nhất từ hệ trục {i} so với {i-1} là:

$$
{}^{i-1}_{i}T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.1}
$$

Trong đó: $c\theta_i = cos(\theta_i), s\theta_i = \sin(\theta_i), s\alpha_i = \sin(\alpha_i), c\alpha_i = cos(\alpha_i)$

Từ (1.1) và bảng DH ta tính được ma trận biến đổi đồng nhất {1} so với {0}:

$$
{}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.2}
$$

Ma trận biến đổi đồng nhất {2} so với {1}:

$$
{}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.3}
$$

Ma trận biến đổi đồng nhất {3} so với {2}:

$$
{}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & L_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.4}
$$

Ma trận biến đổi đồng nhất {4} so với {3}:

$$
{}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & L_3 \\ s\theta_4 & c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.5}
$$

Xét khâu cuối, ta xét điểm EE nằm trong toạ đô {4} là:

$$
{}^{4}P_{EE} = \begin{bmatrix} L_4 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{1.6}
$$

Từ (1.2), (1.3), (1.4), (1.5) ta tìm được ma trận biến đổi đồng nhất {4} so với {0}:

$$
{}^0_4T = {}^0_1T\,{}^1_2T\,{}^2_3T\,{}^3_4T = \begin{bmatrix} c_{234}c_1 & -s_{234}c_1 & -s_1 & c_1(L_1 + L_3c_{23} + L_2c_2) \\ c_{234}s_1 & -s_{234}s_1 & c_1 & s_1(L_1 + L_3c_{23} + L_2c_2) \\ -s_{234} & -c_{234} & 0 & d_1 - L_3s_{23} - L_2s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.7)
$$

Ta có Ma trận xoay theo trục X, Y, Z với góc γ là xoay theo trục X, góc β là xoay theo trục Y, α là xoay theo trục Z], từ hệ toạ độ {4} so với {0} là:

$$
{}^0_4R_{XYZ}(\gamma,\alpha,\beta) = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \quad (1.8)
$$

Ta có dạng ma trận xoay là:

$$
{}^0_4R_{XYZ}(\gamma,\alpha,\beta) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{32} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (1.9)
$$

Ta đồng nhất (1.7) và (1.9) ta được:

$$
\begin{aligned}
r_{11} &= c_{234}c_1 \\
r_{12} &= -s_{234}c_1 \\
r_{13} &= -s_1 \\
r_{21} &= c_{234}s_1 \\
r_{22} &= -s_{234}s_1 \\
r_{23} &= c_1 \\
r_{31} &= -s_{234} \\
r_{32} &= -c_{234} \\
r_{33} &= 0
\end{aligned}
$$

Từ công thức (1.8) và (1.9) ta suy ra được góc β, α, γ là:

$$
\beta = Atan2(-r_{31}, \sqrt{r_{11}{}^2 + r_{12}{}^2}) = Atan2(-S_{234}, \sqrt{(c_{234}c_1)^2 + (-s_{234}c_1)^2}) = Atan2(-S_{234}, \sqrt{2c_1{}^2})
$$

$$
\alpha = Atan2(\frac{r_{21}}{c\beta}, \frac{r_{11}}{c\beta}) = Atan2(\frac{c_{234}s_1}{c\beta}, \frac{c_{234}c_1}{c\beta}) = \theta_1
$$

$$
\gamma = Atan2(\frac{r_{32}}{c\beta}, \frac{r_{33}}{c\beta}) = Atan2(\frac{-c_{234}}{c\beta}, \frac{0}{c\beta}) = 90
$$

(1.10)

Từ (1.7) và (1.6) ta tìm được toạ độ điểm EE so với toạ độ {0} là:

$$ {}^{0}P_{\mathrm{EE}} = {}^{0}_{4}T\, {}^{4}P_{\mathrm{EE}} = \begin{bmatrix} \mathrm{c}_1(\mathrm{L}_1 + \mathrm{L}_3\mathrm{c}_{23} + \mathrm{L}_2\mathrm{c}_2 + \mathrm{L}_4\mathrm{c}_{234}) \\ s_1(\mathrm{L}_1 + \mathrm{L}_3\mathrm{c}_{23} + \mathrm{L}_2\mathrm{c}_2 + \mathrm{L}_4\mathrm{c}_{234}) \\ d_1 - \mathrm{L}_3 s_{23} - \mathrm{L}_2 s_2 - \mathrm{L}_4 s_{234} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{1.11} $$

2.2 Tính toán động học nghịch cho robot nối tiếp 4 bậc tự do

<u>Phương pháp đại số:</u>

Giả sử cho toạ độ điểm cuối của khâu EE là

$$ {}^{0}P_{\mathrm{EE}} = \begin{bmatrix} P'_x \\ P'_y \\ P'_z \\ 1 \end{bmatrix} $$

Từ (1.11), (1.6) ta suy ra được ma trân biến đổi đồng nhất ${}^{0}_{4}T$

Từ phương trình (1.7) ta có:

$$ {}^{0}_{4}T = {}^{0}_{1}T\, {}^{1}_{2}T\, {}^{2}_{3}T\, {}^{3}_{4}T \tag{1.12} $$

Ta nhân cả hai vế cho $({}^{0}_{1}T)^{-1}$ cho (1.12) được:

$$ [({}^{0}_{1}T)^{-1}]\, {}^{0}_{4}T = ({}^{0}_{1}T)^{-1}\, {}^{0}_{1}T\, {}^{1}_{2}T\, {}^{2}_{3}T\, {}^{3}_{4}T = {}^{1}_{2}T\, {}^{2}_{3}T\, {}^{3}_{4}T = {}^{1}_{4}T \tag{1.13} $$

Ta có ma trận đồng nhất ${}^{0}_{4}T$ có dạng như sau:

$$ {}^{0}_{4}T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.14} $$

Ta đồng nhất (1.14) với phương trình (1.7) ta được các hệ số như sau:

$$
\begin{aligned}
&r_{11} = c_{234}c_1\\
&r_{12} = -s_{234}c_1\\
&r_{13} = -s_1\\
&r_{21} = c_{234}s_1\\
&r_{22} = -s_{234}s_1\\
&r_{23} = c_1\\
&r_{31} = -s_{234}\\
&r_{32} = -c_{234}\\
&r_{33} = 0\\
&P_x = c_1(L_1 + L_3c_{23}) + L_2c_2\\
&P_y = s_1(L_1 + L_3c_{23}) + L_2c_2\\
&P_z = d_1 - L_3s_{23} - L_2s_2
\end{aligned}
$$

Ta tính vế phải và vế trái của phương trình ta được:

Vế trái:

$$
[({}^0_1T)^{-1}]{}^0_4T = \begin{bmatrix} r_{11}c_1 + r_{21}s_1 & r_{12}c_1 + r_{22}s_1 & r_{13}c_1 + r_{23}s_1 & P_xc_1 + P_ys_1 \\ r_{21}c_1 - r_{11}s_1 & r_{22}c_1 - r_{12}s_1 & r_{23}c_1 - r_{13}s_1 & P_yc_1 - P_xs_1 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z - d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.15)
$$

Vế phải:

$$
{}^4_1T = \begin{bmatrix} c_{234} & -s_{234} & 0 & L_1 + L_3c_{23} + L_2c_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_{234} & -c_{234} & 0 & -L_3s_{23} - L_2s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.16)
$$

Từ (1.15), (1.16) Ta đồng nhất 2 vế phương trình ta được các phương trình sau:

$$P_xc_1 + P_ys_1 = L_1 + L_3c_{23} + L_2c_2 \quad (1.17)$$

$$P_yc_1 - P_xs_1 = 0 \quad (1.18)$$

$$P_z - d_1 = -L_3s_{23} - L_2s_2 \quad (1.19)$$

<u>Ta đi tìm góc</u> θ_1: Từ phương trình (1.18) ta suy ra được:

$$P_yc_1 = P_xs_1$$

$$\Rightarrow \frac{s_1}{c_1} = \frac{P_y}{P_x}$$

$$\theta_1 = arctan2(P_y, P_x) \quad (1.20)$$

<u>Ta đi tìm góc</u> θ_3: Từ phương trình (1.17) và (1.19) ta lập thành được một hệ phương trình:

$$\rightarrow \begin{cases} P_x c_1 + P_y s_1 = L_1 + L_3 c_{23} + L_2 c_2 \\ P_z - d_1 = -L_3 s_{23} - L_2 s_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P_x c_1 + P_y s_1 - L_1 = L_3 c_{23} + L_2 c_2 \\ P_z - d_1 = -L_3 s_{23} - L_2 s_2 \end{cases} \tag{1.21}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (P_x c_1 + P_y s_1 - L_1)^2 = (L_3 c_{23} + L_2 c_2)^2 = (L_3 c_{23})^2 + 2L_3 c_{23} L_2 c_2 + (L_2 c_2)^2 \\ (P_z - d_1)^2 = (-L_3 s_{23} - L_2 s_2)^2 = (L_3 s_{23})^2 + 2L_3 s_{23} L_2 s_2 + (L_2 s_2)^2 \end{cases}$$

Ta đặt

$$\begin{aligned} n_x &= P_x c_1 + P_y s_1 - L_1 \\ n_y &= P_z - d_1 \end{aligned} \tag{1.22}$$

Từ công thức (1.21) và (1.22) ta được:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n_x{}^2 = (L_3 c_{23})^2 + 2L_3 c_{23} L_2 c_2 + (L_2 c_2)^2 \\ n_y{}^2 = (L_3 s_{23})^2 + 2L_3 s_{23} L_2 s_2 + (L_2 s_2)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n_x{}^2 + n_y{}^2 = (L_3 c_{23})^2 + 2L_3 c_{23} L_2 c_2 + (L_2 c_2)^2 + (L_3 s_{23})^2 + 2L_3 s_{23} L_2 s_2 + (L_2 s_2)^2$$

$$= L_3{}^2 + L_2{}^2 + 2L_3 L_2 (c_{23} c_2 + s_{23} s_2)$$

$$\Leftrightarrow n_x{}^2 + n_y{}^2 = L_3{}^2 + L_2{}^2 + 2L_3 L_2 c_3$$

$$c_3 = \frac{n_x{}^2 + n_y{}^2 - L_3{}^2 - L_2{}^2}{2L_3 L_2}$$

$$s_3 = \pm\sqrt{1 - c_3{}^2}$$

Suy ra được θ_3:

$$\theta_3 = atan2(s_3, c_3) = \left[\begin{array}{l} atan2\left(\sqrt{1 - c_3{}^2}, \dfrac{n_x{}^2 + n_y{}^2 - L_3{}^2 - L_2{}^2}{2L_3 L_2}\right) \\ atan2\left(-\sqrt{1 - c_3{}^2}, \dfrac{n_x{}^2 + n_y{}^2 - L_3{}^2 - L_2{}^2}{2L_3 L_2}\right) \end{array} \right. \tag{1.23}$$

<u>Ta đi tìm góc</u> θ_2:

Ta có hệ phương trình sau:

$$\rightarrow \begin{cases} n_x = L_3 c_{23} + L_2 c_2 \\ n_y = -L_3 s_{23} - L_2 s_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n_x = L_3 (c_2 c_3 - s_2 s_3) + L_2 c_2 \\ n_y = -L_3 (s_2 c_3 + c_2 s_3) - L_2 s_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n_x = c_2 (L_3 c_3 + L_2) - s_2 L_3 s_3 \\ n_y = -c_2 L_3 s_3 - s_2 (L_3 c_3 + L_2) \end{cases}$$

Dùng phương pháp cramer:

$$c_2 = \frac{\begin{vmatrix} n_x & -L_3 s_3 \\ n_y & -(L_3 c_3 + L_2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_3 c_3 + L_2 & -L_3 s_3 \\ -L_3 s_3 & -(L_3 c_3 + L_2) \end{vmatrix}} = \frac{-n_x (L_3 c_3 + L_2) + L_3 s_3 n_y}{-(L_3 c_3 + L_2)^2 - (L_3 s_3)^2}$$

$$s_2 = \frac{\begin{vmatrix} L_3 c_3 + L_2 & n_x \\ -L_3 s_3 & n_y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_3 c_3 + L_2 & -L_3 s_3 \\ -L_3 s_3 & -(L_3 c_3 + L_2) \end{vmatrix}} = \frac{n_y (L_3 s_3 + L_2) + L_3 s_3 n_x}{-(L_3 c_3 + L_2)^2 - (L_3 s_3)^2}$$

Suy ra được θ_2 có nghiêm:

$$\theta_2 = atan2(s_2, c_2) \tag{1.24}$$

Ta đi tìm góc θ_4:

Từ (1.7) ta suy ra được $\theta_2 + \theta_3 + \theta_4$ là:

$$\theta_{234} = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = \varphi \tag{1.25}$$

Suy ra:

$$\theta_4 = \varphi - \theta_2 - \theta_3 \tag{1.26}$$

Từ phương trình động học nghịch ta tìm được 4 cặp nghiệm, ứng với vị trí của điểm cuối là:

$${}^0P_{\mathrm{EE}} = \begin{bmatrix} P'_x \\ P'_y \\ P'_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

2.3 Kiểm chứng động học cho robot nối tiếp 4 bậc tự do

Kiểm chứng bằng cách ra viết hàm cho động học thuận, cho giá trị các góc rồi tính được vị trí, rồi viết hàm tính động học nghịch, lấy vị trí tính được ở hàm động học thuận rồi thế vào động học nghịch nếu ra chính xác các góc mà ta đã tính thì tính toán đã chính xác. Nếu sai thì phần tính toán lý thuyết đã sai, và ta phải xem lại phần tính toán ở lý thuyết.

Code matlab hàm động học thuận:

```
function P_EE=FK_4DOF(the1,the2,the3,the4)
l1=150; l2=350; l3=363.5; l4=210;
d1=140;
P_EE=
[cosd(the1)*(l1+l3*cosd(the2+the3)+l2*cosd(the2)+l4*cosd(the2
+the3+the4));
```

```
sind(the1)*(l1+l3*cosd(the2+the3)+l2*cosd(the2)+l4*cosd(the2+
the3+the4));
       d1-l3*sind(the2+the3)-l2*sind(the2)-
l4*sind(the2+the3+the4);
       1;];
```

Cho $\theta_1 = 90, \theta_2 = 0, \theta_3 = 90, \theta_4 = -90$

Kết quả:

```
FK_4DOF(90,0,90,-90)

ans =

         0
  710.0000
 -223.5000
    1.0000
```

Ta được vị trí: P_EE=[0; 710; -225.5;1];

Code matlab hàm động học nghịch

```
function the=IK_4DOF(P_EE,phi)
l1=150; l2=350; l3=363.5; l4=210;
d1=140;
 % tim the1
the(1)=atan2d(P_EE(2),P_EE(1));
Px=P_EE(1)-l4*cosd(the(1))*cosd(phi);
Py=P_EE(2)-l4*sind(the(1))*cosd(phi);
Pz=P_EE(3)+l4*sind(phi);

 %tim theta3 >0
 nx=Px*cosd(the(1))+Py*sind(the(1))-l1;
 ny=Pz-d1;
 the(3)=acosd((nx*nx+ny*ny-l3*l3-l2*l2)/(2*l2*l3));
 %tim theta2 >0;
 the(2)=atan2d(-
((ny*(l3*cosd(the(3))+l2)+l3*sind(the(3))*nx)),-((-
nx*(l3*cosd(the(3))+l2)+l3*sind(the(3))*ny)));
 %tim theta4
 the(4)=phi-the(2)-the(3);
 the=[the(1);the(2);the(3);the(4);];
```

Thế P_EE=[0; 710; -225.5;1]; $\phi = 0$ vào hàm động học nghịch.

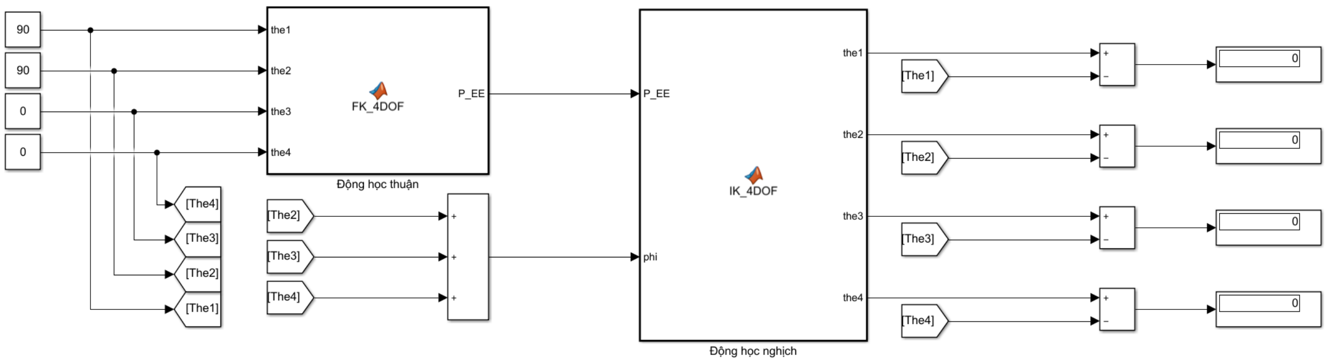
Kết quả:

```
>> IK_4DOF([0;710;-223.5;1;],0)

ans =

    90
     0
```

```
  90
 -90
```

So sánh kết quả với động học thuận và động học nghịch kết quả giống nhau nên kết luận được tính toán được tính đúng.

Kiểm chứng động học bằng Simulink



3. Qui hoạch quĩ đạo robot bằng đa thức bậc 3

3.1 Cơ sở lý thuyết qui hoạch quĩ đạo theo đa thức bậc 3

Ta có phương trình quĩ đạo bậc 3:

$$x(t) = at^3 + bt^2 + ct + d \tag{1.27}$$

Các điều kiện ban đầu:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_1 \\ x^{'}(t_0) = 0, x^{'}(t_f) = 0 \end{cases} \tag{1.28}$$

$$\begin{cases} x(t_0) = x(0) = d = x_0 \\ x(t_f) = at_f^3 + bt_f^2 + ct_f = x_1 - x_0 \end{cases} \tag{1.29}$$

Đạo hàm phương trình (1.27) ta được:

$$\begin{cases} x^{'}(t_0) = x^{'}(0) = c = 0 \\ x^{'}(t_f) = 3at_f^2 + 2bt_f = 0 \end{cases} \tag{1.30}$$

Từ (1.29) và (1.30), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} at_f^3 + bt_f^2 = x_1 - x_0 \\ 3at_f^2 + 2bt_f = 0 \end{cases} \tag{1.31}$$

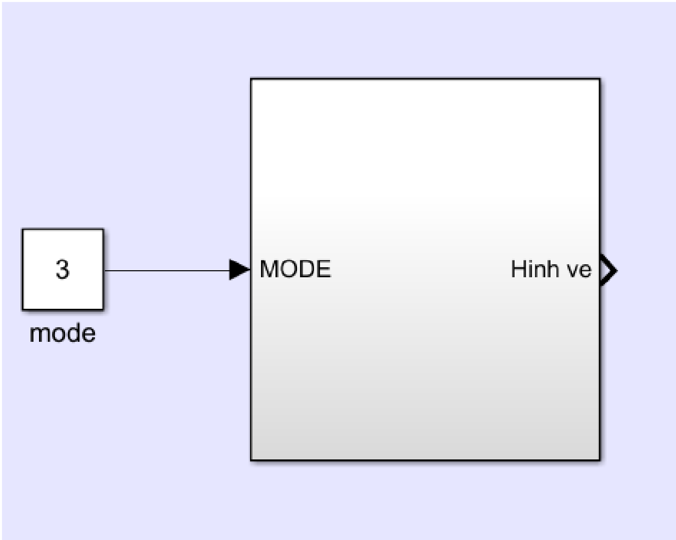
Giải hệ phương trình (1.31) ta được:

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{-2(x_1 - x_0)}{t_f^3} \\ b = \dfrac{-3}{2}at_f \end{cases} \tag{1.32}$$

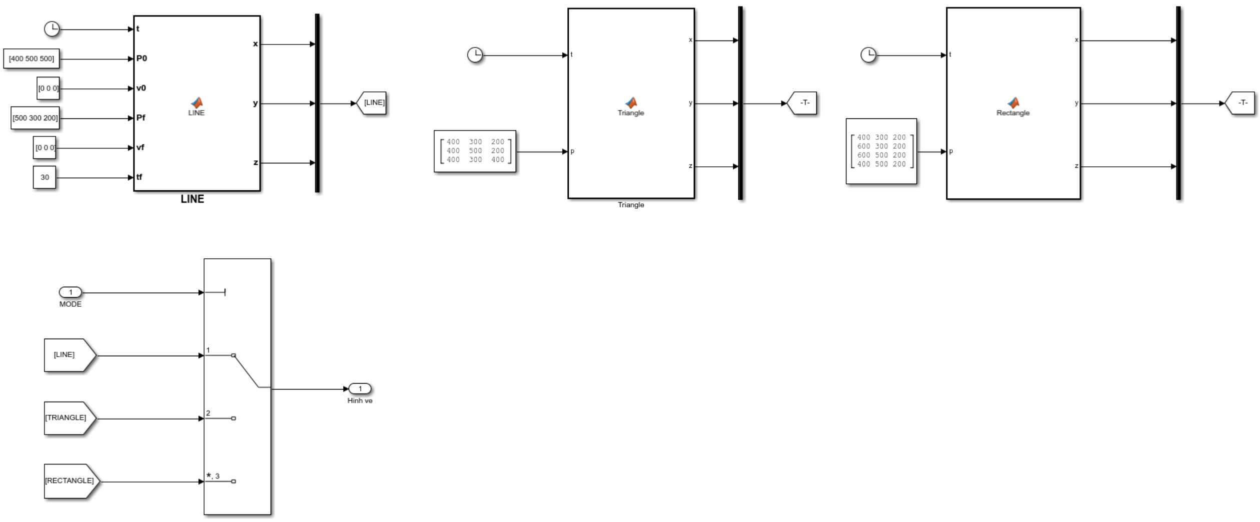
Phương trình tổng quát:

$$\Rightarrow x(t) = \frac{-2x_1}{t_f^3}t^3 - \frac{3}{2}at_f t^2 + x_0 \tag{1.33}$$

3.2 Mô phỏng simulink qui hoạch quĩ đạo các đường cơ bản

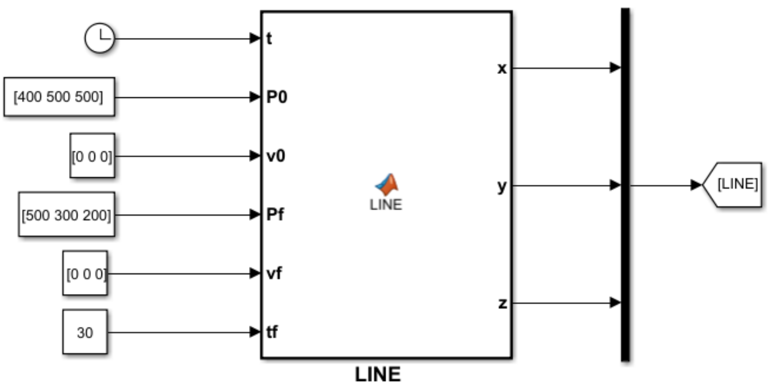


Hình 9 Khối bên qui hoạch quĩ đạo cho robot



Hình 10 Bên trong khôi qui hoạch quĩ đạo

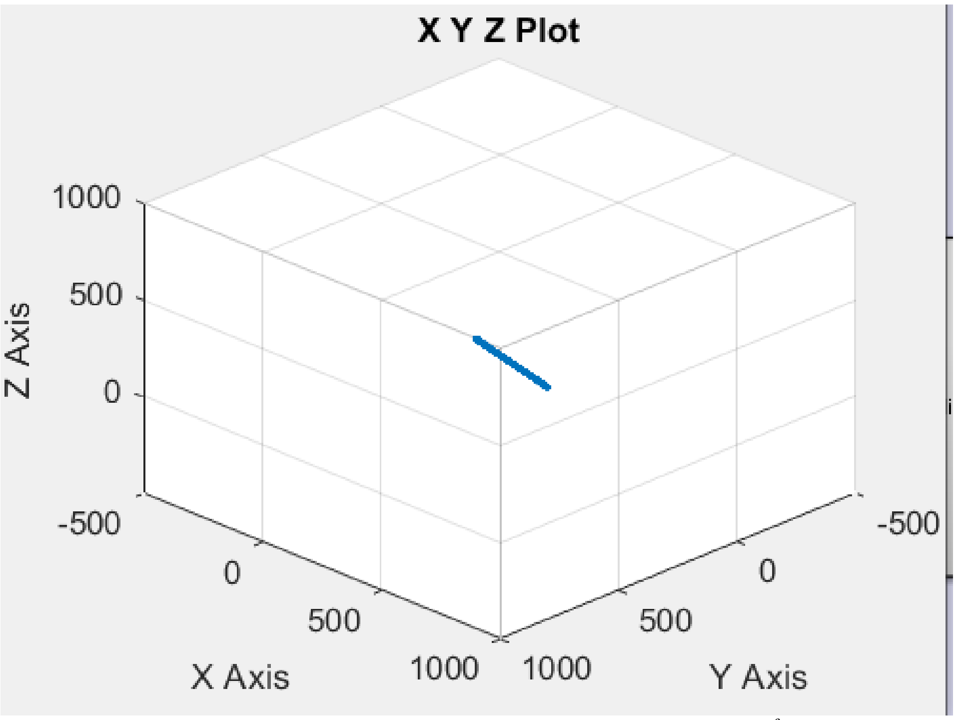
3.2.1 Khối qui hoạch đạo đường thẳng



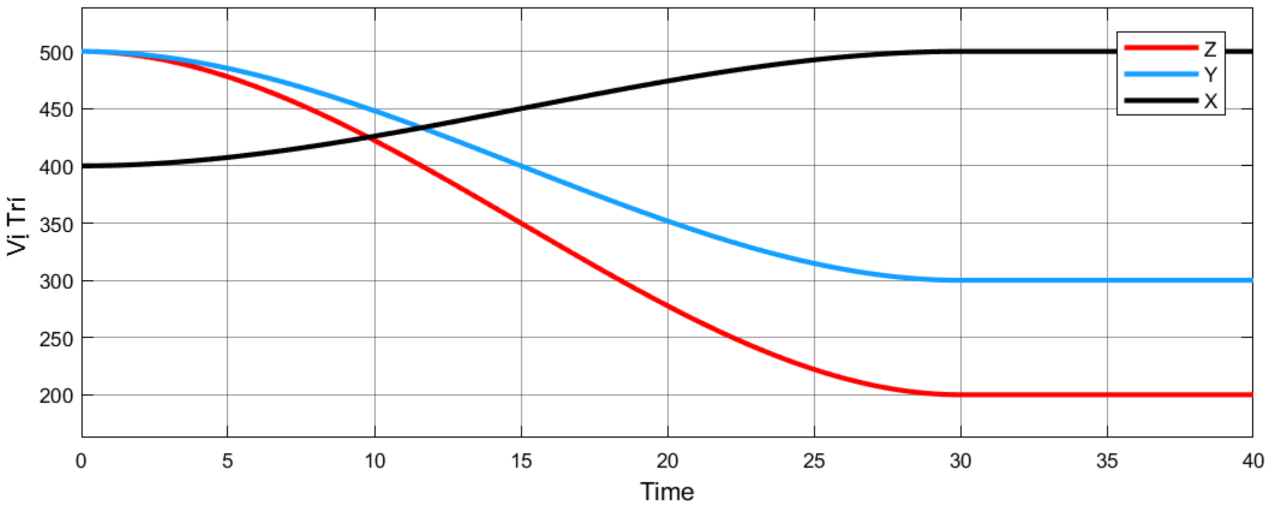
Hình 11 Khối qui hoạch đạo đường thẳng

Chương trình trình matlab khối qui hoạch quĩ đạo đường thẳng.

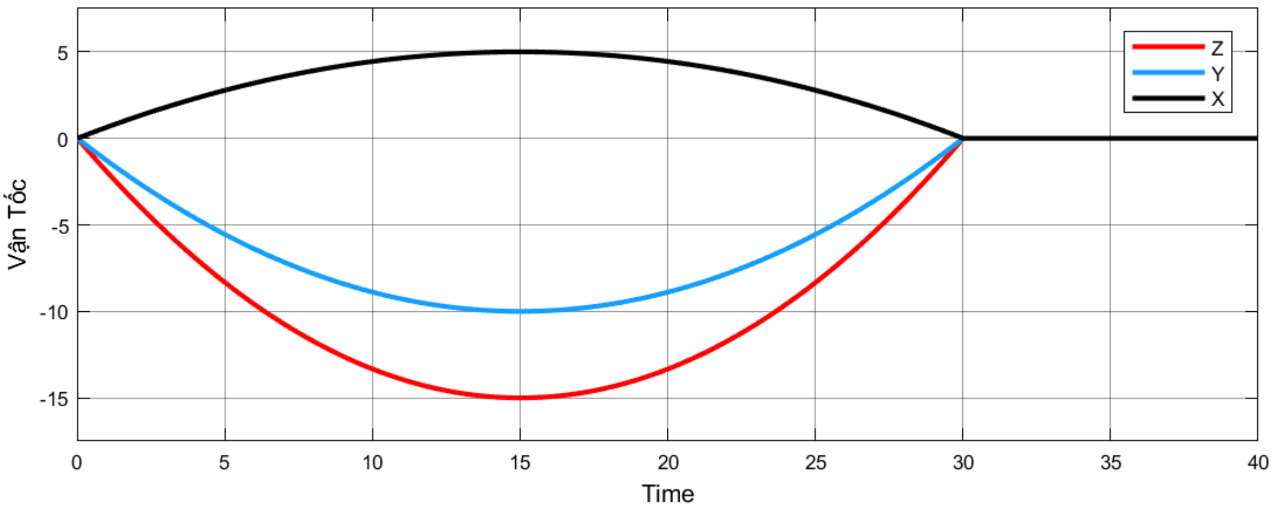
```
function [x,y,z] = LINE(t,P0,v0,Pf,vf,tf)
a10=P0(1);
a20=P0(2);
a30=P0(3);
a11=v0(1);
a21=v0(2);
a31=v0(3);
a12=3/tf^2*(Pf(1)-P0(1))-2/tf*v0(1)-1/tf*vf(1);
a22=3/tf^2*(Pf(2)-P0(2))-2/tf*v0(2)-1/tf*vf(2);
a32=3/tf^2*(Pf(3)-P0(3))-2/tf*v0(3)-1/tf*vf(3);
a13=-2/tf^3*(Pf(1)-P0(1))+1/tf^2*(vf(1)+v0(1));
a23=-2/tf^3*(Pf(2)-P0(2))+1/tf^2*(vf(2)+v0(2));
a33=-2/tf^3*(Pf(3)-P0(3))+1/tf^2*(vf(3)+v0(3));
if t<30
    x=a10+a11*t+a12*t^2+a13*t^3;
    y=a20+a21*t+a22*t^2+a23*t^3;
    z=a30+a31*t+a32*t^2+a33*t^3;
else
    t=30;
    x=a10+a11*t+a12*t^2+a13*t^3;
    y=a20+a21*t+a22*t^2+a23*t^3;
    z=a30+a31*t+a32*t^2+a33*t^3;
end
```



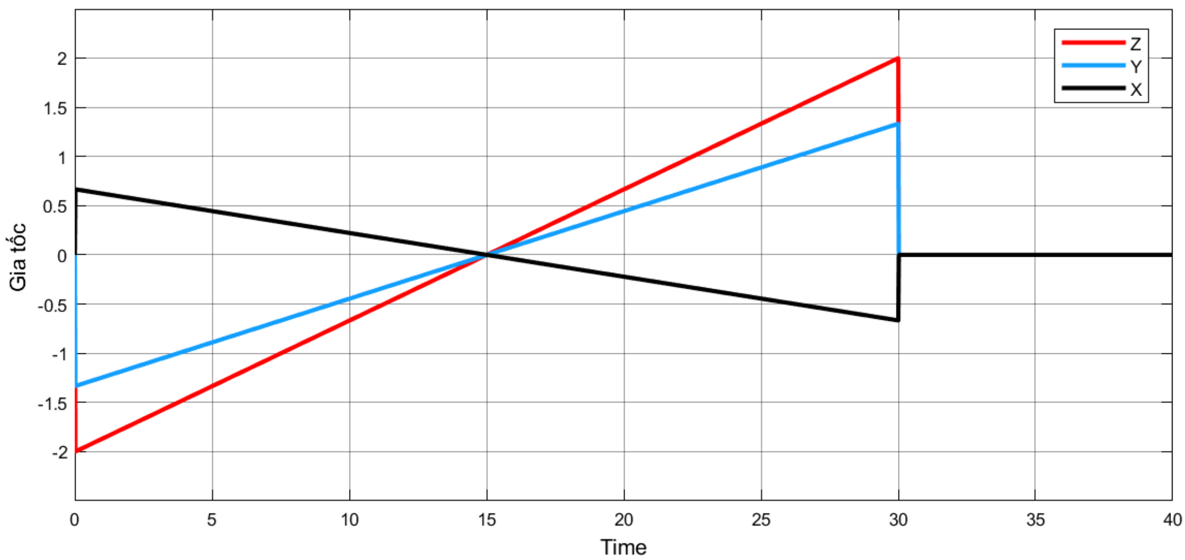
Hình 12 Tọa độ trong XYZ của quĩ đạo đường thẳng



Hình 13 Vị trí theo thời gian

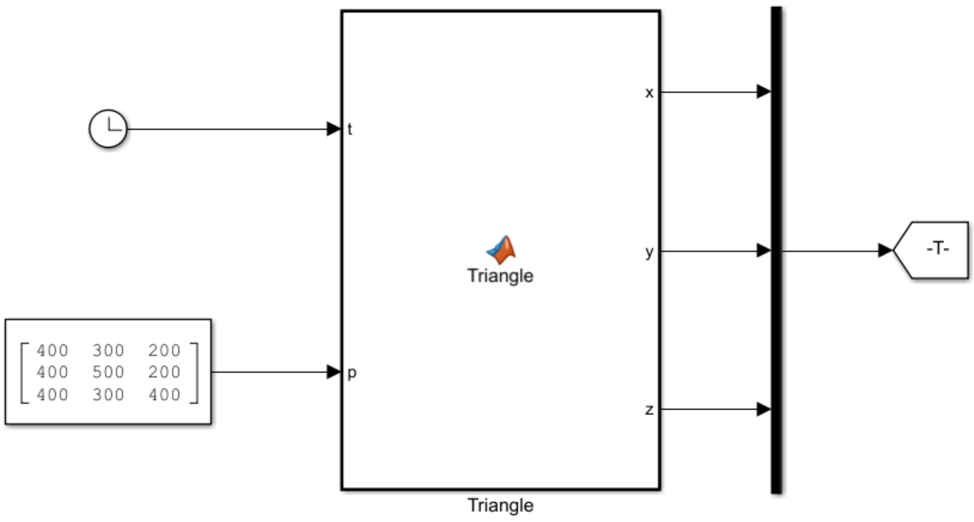


Hình 14 Vận tốc theo thời gian



Hình 15 Gia tốc theo thời gian

3.2.2 Qui hoạch quĩ đạo hình tam giác

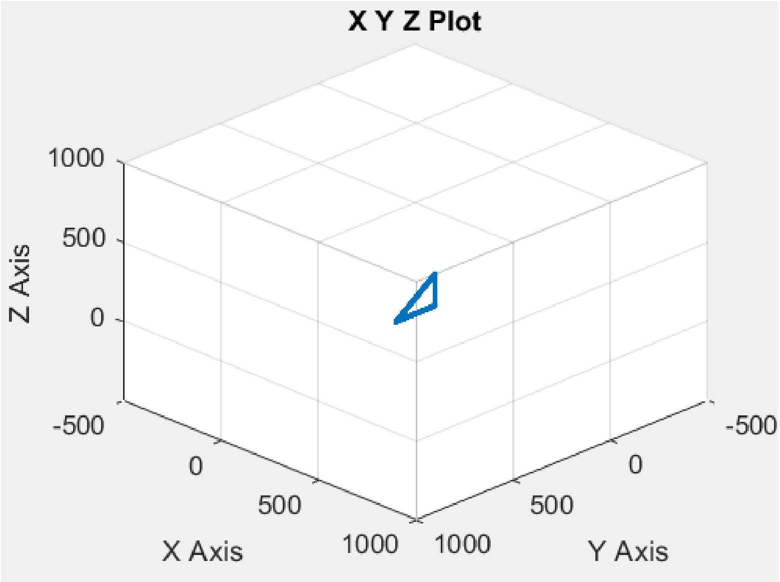


Hình 16 Khối qui hoạch quĩ đạo theo hình tam giác

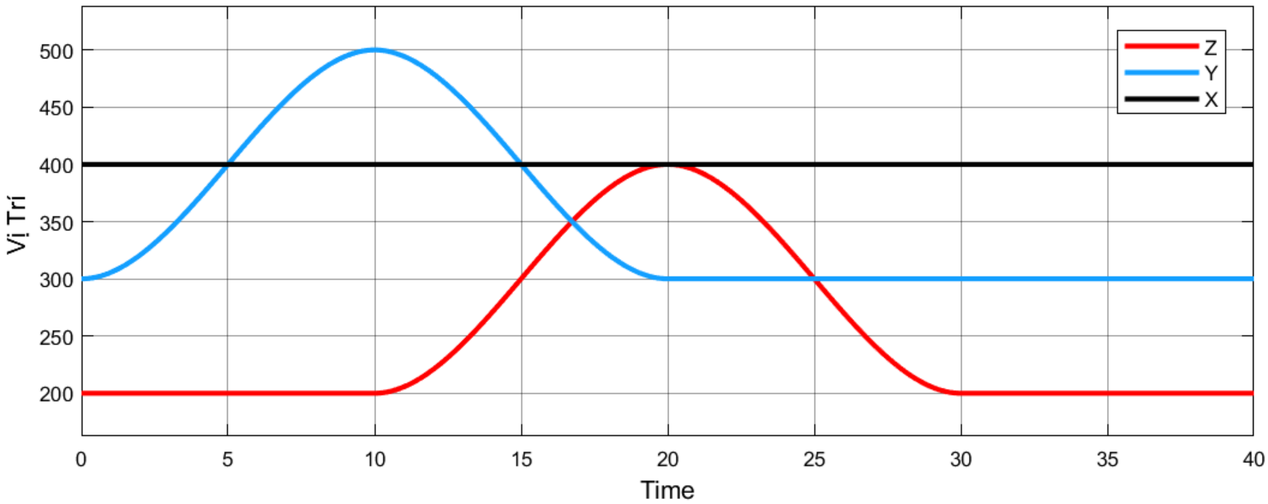
Chương trình trình matlab khối qui hoạch quĩ đạo hình tam giác.

```
function [x,y,z] = Triangle(t,p)
t0=0;
tf=10;
t1=t;
v0=0;
vf=0;
%Ph??ng trình qu? ??o b?c 3: P(t) = a0 + a1*t+ a2*t^2 +
a3*t^3
A=[ 1 t0 t0^2 t0^3;
    0  1  2*t0 3*t0^2;
    1 tf tf^2 tf^3;
    0 1  2*tf 3*tf^2;];
if t<=10
%%
C=[ p(1,1); v0; p(2,1); vf];
Bx=A\C;
x = Bx(1,1) + Bx(2,1)*t1 +Bx(3,1)*t1^2 + Bx(4,1)*t1^3;
C=[p(1,2); v0; p(2,2); vf];
By=A\C;
y = By(1,1) + By(2,1)*t1 +By(3,1)*t1^2 + By(4,1)*t1^3;
C=[p(1,3); v0; p(2,3); vf];
Bz=A\C;
z = Bz(1,1) + Bz(2,1)*t1 +Bz(3,1)*t1^2 + Bz(4,1)*t1^3;
elseif (t>10)&&(t<=20)
t1=t1-10;
C=[ p(2,1); v0; p(3,1); vf];
Bx=A\C;
```

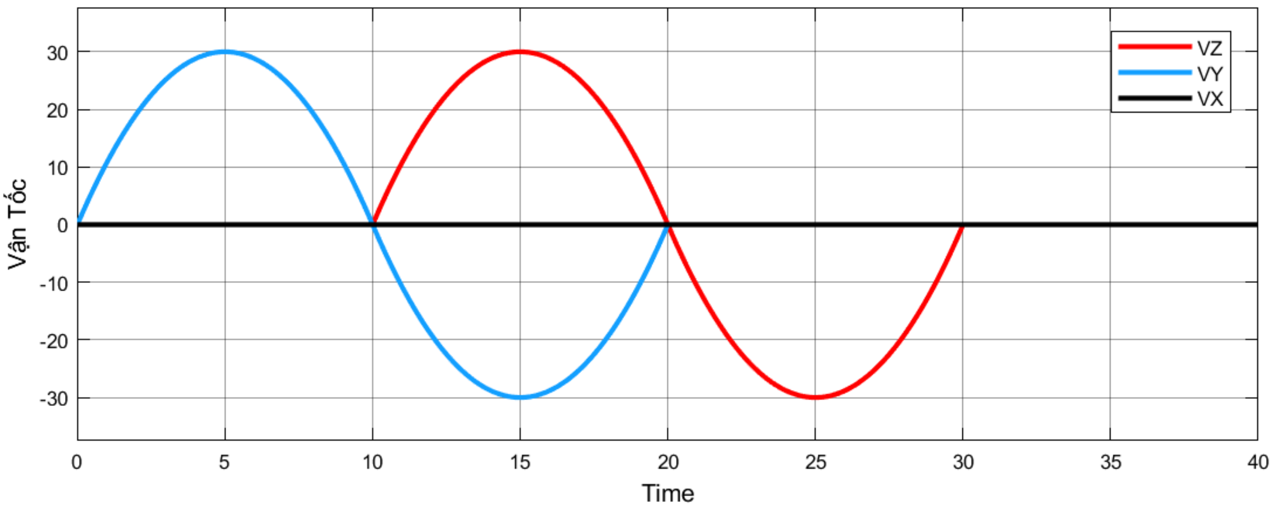
```
x = Bx(1,1) + Bx(2,1)*t1 +Bx(3,1)*t1^2 + Bx(4,1)*t1^3;
C=[ p(2,2); v0; p(3,2); vf];
By=A\C;
y = By(1,1) + By(2,1)*t1 +By(3,1)*t1^2 + By(4,1)*t1^3;

C=[ p(2,3); v0; p(3,3); vf];
Bz=A\C;
z = Bz(1,1) + Bz(2,1)*t1 +Bz(3,1)*t1^2 + Bz(4,1)*t1^3;
elseif t<30
t1=t1-20;
C=[p(3,1); v0; p(1,1); vf];
Bx=A\C;
x = Bx(1,1) + Bx(2,1)*t1 +Bx(3,1)*t1^2 + Bx(4,1)*t1^3;
C=[ p(3,2); v0; p(1,2); vf];
By=A\C;
y = By(1,1) + By(2,1)*t1 +By(3,1)*t1^2 + By(4,1)*t1^3;

C=[ p(3,3); v0; p(1,3); vf];
Bz=A\C;
z = Bz(1,1) + Bz(2,1)*t1 +Bz(3,1)*t1^2 + Bz(4,1)*t1^3;
else
t1=30;
t1=t1-20;
C=[p(3,1); v0; p(1,1); vf];
Bx=A\C;
x = Bx(1,1) + Bx(2,1)*t1 +Bx(3,1)*t1^2 + Bx(4,1)*t1^3;
C=[ p(3,2); v0; p(1,2); vf];
By=A\C;
y = By(1,1) + By(2,1)*t1 +By(3,1)*t1^2 + By(4,1)*t1^3;
C=[ p(3,3); v0; p(1,3); vf];
Bz=A\C;
z = Bz(1,1) + Bz(2,1)*t1 +Bz(3,1)*t1^2 + Bz(4,1)*t1^3;
end
```



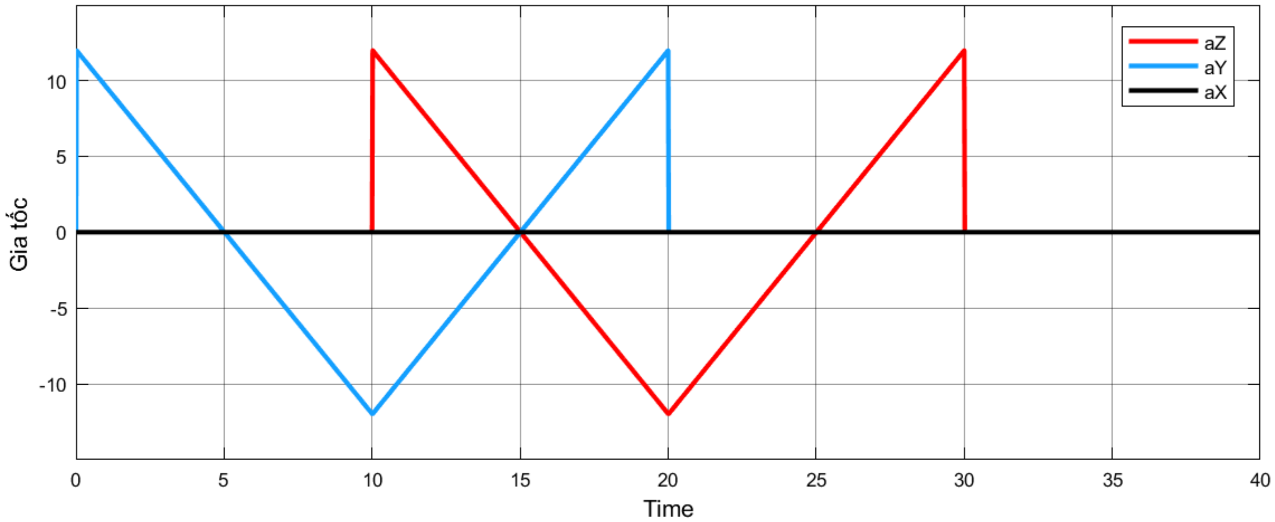
Hình 17 Đồ thị XYZ khối qui haoch quĩ đạo hình tam giác



Hình 18 Đồ thị vị trí theo thời gian hình tam giác

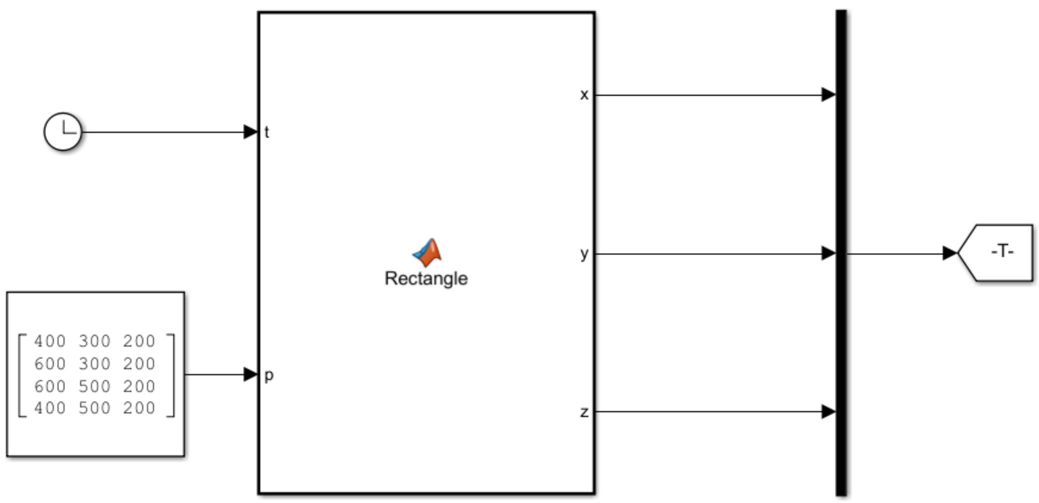


Hình 19 Vận tốc theo thời gian



Hình 20 Gia tốc theo thời gian

3.2.3 *Khối qui hoạch quĩ đạo hình chữ nhật*



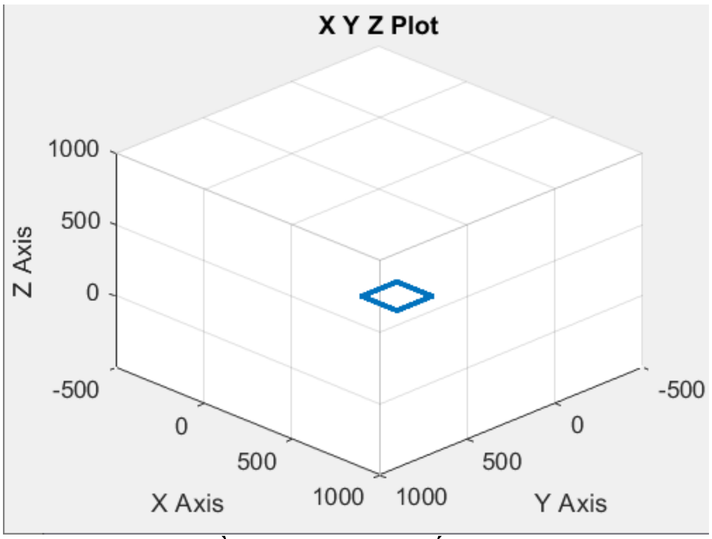
Hình 21 Khốii qui hoạch quĩ đạo hình chữ nhật

<u>*Chương trình qui hoạch quĩ đạo hình chữ nhật*</u>

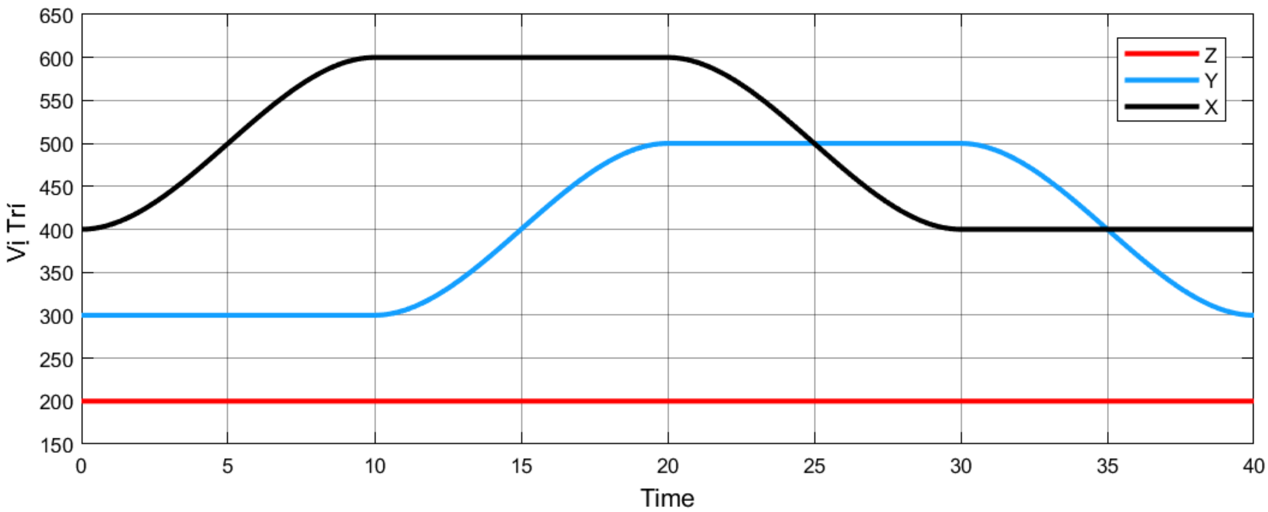
```
function [x,y,z] = Rectangle(t,p)
t0=0;
tf=10;
t1=t;
v0=0;
vf=0;
%Ph??ng trình qu? ??o b?c 3: P(t) = a0 + a1*t+ a2*t^2 +
a3*t^3
A=[ 1 t0 t0^2 t0^3;
```

```
     0   1   2*t0 3*t0^2;
     1 tf tf^2 tf^3;
     0 1  2*tf 3*tf^2;];
if t<=10
%%
C=[ p(1,1); v0; p(2,1); vf];
Bx=A\C;
x = Bx(1,1) + Bx(2,1)*t1 +Bx(3,1)*t1^2 + Bx(4,1)*t1^3;
C=[p(1,2); v0; p(2,2); vf];
By=A\C;
y = By(1,1) + By(2,1)*t1 +By(3,1)*t1^2 + By(4,1)*t1^3;
C=[p(1,3); v0; p(2,3); vf];
Bz=A\C;
z = Bz(1,1) + Bz(2,1)*t1 +Bz(3,1)*t1^2 + Bz(4,1)*t1^3;
elseif (t>10)&&(t<=20)
t1=t1-10;
C=[ p(2,1); v0; p(3,1); vf];
Bx=A\C;
x = Bx(1,1) + Bx(2,1)*t1 +Bx(3,1)*t1^2 + Bx(4,1)*t1^3;
C=[ p(2,2); v0; p(3,2); vf];
By=A\C;
y = By(1,1) + By(2,1)*t1 +By(3,1)*t1^2 + By(4,1)*t1^3;

C=[ p(2,3); v0; p(3,3); vf];
Bz=A\C;
z = Bz(1,1) + Bz(2,1)*t1 +Bz(3,1)*t1^2 + Bz(4,1)*t1^3;
elseif (t>20)&&(t<=30)
t1=t1-20;
C=[p(3,1); v0; p(4,1); vf];
Bx=A\C;
x = Bx(1,1) + Bx(2,1)*t1 +Bx(3,1)*t1^2 + Bx(4,1)*t1^3;
C=[ p(3,2); v0; p(4,2); vf];
By=A\C;
y = By(1,1) + By(2,1)*t1 +By(3,1)*t1^2 + By(4,1)*t1^3;

C=[ p(3,3); v0; p(4,3); vf];
Bz=A\C;
z = Bz(1,1) + Bz(2,1)*t1 +Bz(3,1)*t1^2 + Bz(4,1)*t1^3;

else
t1=t1-30;
C=[p(4,1); v0; p(1,1); vf];
Bx=A\C;
x = Bx(1,1) + Bx(2,1)*t1 +Bx(3,1)*t1^2 + Bx(4,1)*t1^3;
C=[ p(4,2); v0; p(1,2); vf];
By=A\C;
y = By(1,1) + By(2,1)*t1 +By(3,1)*t1^2 + By(4,1)*t1^3;

C=[ p(4,3); v0; p(1,3); vf];
```

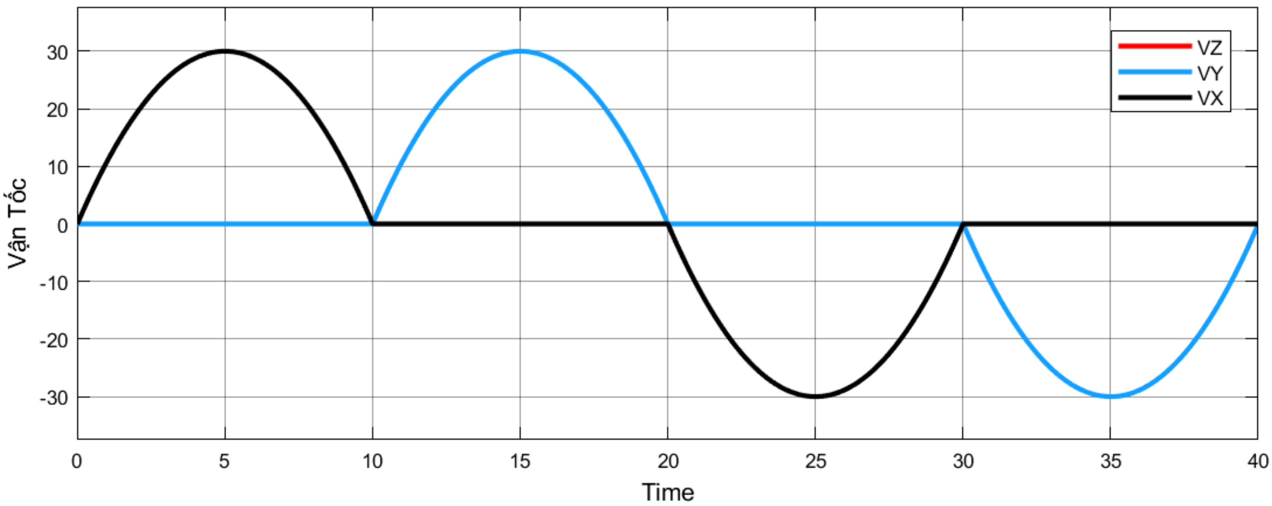
```
Bz=A\C;
z = Bz(1,1) + Bz(2,1)*t1 +Bz(3,1)*t1^2 + Bz(4,1)*t1^3;
end
```



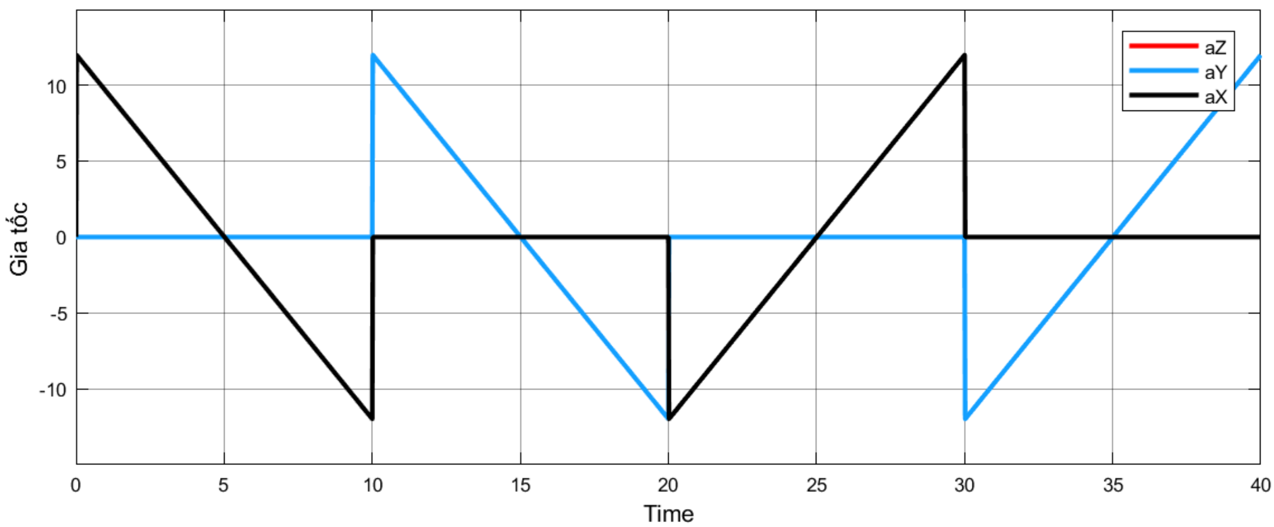
Hình 22 Đồ thị XYZ của khối hình chữ nhật



Hình 23 Đồ thị vị trí theo thời gian của hình chữ nhật



Hình 24 Đồ thị vận tốc thời gian t



Hình 25 Gia tốc theo thời gian t

4. Động lực học Robot 4 DoF và Áp dụng bộ điều khiển Sidling Mode Cotrol.

4.1 Cơ sở lí thuyết

4.1.1 Động lực học Robot là gì?

Động lực học Robot là tìm mối quan hệ giữa lực hay momen xoắn so với chuyển động của Robot.

Động lực học thuận: Cho trước $\theta, \dot{\theta}, \tau$. Tìm $\ddot{\theta}$

Động lực học nghịch: Cho trước $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$. Tìm τ

Trong đó:

- θ: là góc xoay tại các khớp của Robot.
- $\dot{\theta}$: là vận tốc góc.
- $\ddot{\theta}$: là gia tốc góc.
- τ: là Momen xoắn.

Phương pháp giải bài toán động lực học:

- Lagrange – Euler: Năng lượng động năng và thế năng.
- Newton – Euler: Lực tác động lên từng khâu của Robot.

4.1.2 Phương pháp Lagrange – Euler

Công thức Lagrange:

$$L(\theta, \dot{\theta}) = K(\theta, \dot{\theta}) - U(\theta) \tag{4.1}$$

Năng lượng động năng:

$$K(\theta, \dot{\theta}) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{2} m_i v_{c_i}^T v_{c_i}\right) \tag{4.2}$$

Năng lượng thế năng:

$$U(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \left(-m_i\, {}^0g^T\, {}^0P_{c_i}\right) \tag{4.3}$$

Trong đó:

- m_i: là khối lượng ở khâu thứ i.
- v_{c_i}: là vận tốc tuyến tính tại trọng tâm của khâu thứ i.

- ${}^{0}g$: là gia tốc trọng trường.
- ${}^{0}P_{c_i}$: là vị trí của trọng tâm ở khâu thứ i.

Phương trình vi phân biểu diễn cho động lực học của Robot:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \tau \tag{4.4}$$

Từ phương trình vi phân từng khớp ta chuyển về dạng tổng quát như sau:

$$M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) = \tau \tag{4.5}$$

Trong đó:

- $M(\theta)$: là ma trận quán tính.
- $V(\theta,\dot{\theta})$: là Viscous ma trận.
- $G(\theta)$: là vecto trọng trường.
- $\theta = \begin{bmatrix}\theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4\end{bmatrix}^T, \dot{\theta} = \begin{bmatrix}\dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 & \dot{\theta}_4\end{bmatrix}^T, \ddot{\theta} = \begin{bmatrix}\ddot{\theta}_1 & \ddot{\theta}_2 & \ddot{\theta}_3 & \ddot{\theta}_4\end{bmatrix}^T$

- Tính ma trận M, V, G:

$$M_{ij} = \frac{\partial \tau_i}{\partial \ddot{\theta}_j} \tag{4.6}$$

$$V_i = \frac{\partial L}{\partial \theta_i} \tag{4.7}$$

$$G_i = \frac{\partial U_i}{\partial \theta_i} \tag{4.8}$$

4.2 Tính toán động lực học cho Robot 4 bậc tự do

Điều kiện bỏ qua momen quán tính của robot, Lực tác động ở cuối khâu bằng 0, Vị trí trọng tâm trùng với vị trí cuối của mỗi khâu.

Vector vị trí trọng tâm của của mỗi link robot:

$${}^{1}P_{C_1} = l_1\hat{X}_1, {}^{2}P_{C_2} = l_2\hat{X}_2, {}^{3}P_{C_3} = l_3\hat{X}_3, {}^{4}P_{C_4} = l_4\hat{X}_4 \tag{4.9}$$

Giả sử không tác động lực đặt vào khâu cuối:

$$f_5 = 0, n_5 = 0 \tag{4.10}$$

Giả sử ta xem đây robot là một chất điểm nên ta có thể viết ma trận moment quán tính là:

$$^{C_1}I_1 = 0, ^{C_2}I_2 = 0, ^{C_3}I_3 = 0, ^{C_4}I_4 = 0 \tag{4.11}$$

Và đế của robot không chuyển động nên:

$$\omega_0 = 0, \dot{\omega}_0 = 0 \tag{4.12}$$

Gia tốc ở base là:

$$^{o}\dot{v}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ g \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

Ma trận xoay trục Z:

$$^{i}_{i+1}R = \begin{bmatrix} c_{i+1} & -s_{i+1} & 0 \\ s_{i+1} & c_{i+1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad ^{i+1}_{i}R = {}^{i}_{i+1}R^T \tag{4.14}$$

Điều kiện ban đầu:

$$^{0}v_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \qquad ^{0}\omega_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \tag{4.15}$$

Từ (1.2) và (1.3) ta tìm được ma trận biến đổi đồng nhất từ {2} so với {0}:

$$^{0}_{2}T = \begin{bmatrix} c_1c_2 & -c_1s_2 & -s_1 & l_1c_1 \\ c_2s_1 & -s_1s_2 & c_1 & l_1s_1 \\ -s_2 & -c_2 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

Từ (4.16) và (1.4) ta tìm được ma trận biến đổi đồng nhất từ {3} so với {0}:

$$^{0}_{3}T = \begin{bmatrix} c_{23}c_1 & -s_{23}c_1 & -s_1 & c_1\left(l_1 + l_2c_2\right) \\ c_{23}s_1 & -s_{23}s_1 & c_1 & s_1\left(l_1 + l_2c_2\right) \\ -s_{23} & -c_{23} & 0 & d_1 - l_2\,s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

Từ (1.2), (1.3), (1.4), (1.5) ta tìm được ma trận biến đổi đồng nhất {4} so với {0}:

$$^{0}_{4}T = {}^{0}_{1}T\,{}^{1}_{2}T\,{}^{2}_{3}T\,{}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} c_{234}c_1 & -s_{234}c_1 & -s_1 & c_1(L_1 + L_3c_{23} + L_2c_2) \\ c_{234}s_1 & -s_{234}s_1 & c_1 & s_1(L_1 + L_3c_{23} + L_2c_2) \\ -s_{234} & -c_{234} & 0 & d_1 - L_3s_{23} - L_2s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

Từ (1.2) và (4.9) Ta tìm được vị trí trọng tâm khâu 1 của robot so với hệ tọa độ gốc:

$$ {}^0P_{C_1} = {}^0_1T\,{}^1P_{C_1} = {}^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1c_1 \\ l_1s_1 \\ d_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.19) $$

Từ (4.16) và (4.9) Ta tìm được vị trí trọng tâm khâu 2 của robot so với hệ tọa độ gốc:

$$ {}^0P_{C_2} = {}^0_2T\,{}^2P_{C_2} = \begin{bmatrix} c_1\left(l_2c_2 + l_1\right) \\ s_1\left(l_2c_2 + l_1\right) \\ -l_2s_2 + d_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.20) $$

Từ (4.17) và (4.9) Ta tìm được vị trí trọng tâm khâu 3 của robot so với hệ tọa độ gốc:

$$ {}^0P_{C_3} = {}^0_3T\,{}^3P_{C_3} = \begin{bmatrix} c_1\left(l_3c_{23} + \left(l_1 + l_2c_2\right)\right) \\ s_1\left(l_3c_{23} + \left(l_1 + l_2c_2\right)\right) \\ d_1 - s_{23}l_3 - l_2\,s_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.21) $$

Ta tìm được vị trí trọng tâm khâu 4 của robot so với hệ tọa độ gốc:

$$ {}^0P_{C_4} = {}^0_4T\,{}^4P_{C_4} = \begin{bmatrix} c_1(L_1 + L_3c_{23} + L_2c_2 + L_4c_{234}) \\ s_1(L_1 + L_3c_{23} + L_2c_2 + L_4c_{234}) \\ d_1 - L_3s_{23} - L_2s_2 - L_4s_{234} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.22) $$

Đạo hàm (4.19), ta được vận tốc khâu 1 của robot so với hệ tọa độ gốc:

$$ {}^0V_{C_1} = \begin{bmatrix} -l_1s_1\dot{\theta}_1 \\ l_1c_1\dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.23) $$

Đạo hàm (4.20), ta được vận tốc khâu 2 của robot so với hệ tọa độ gốc:

$$ {}^0V_{C_2} = \begin{bmatrix} -s_1\dot{\theta}_1(l_2c_2 + l_1) + c_1(-l_2s_2\dot{\theta}_2) \\ c_1\dot{\theta}_1(l_2c_2 + l_1) + s_1(-l_2s_2\dot{\theta}_2) \\ -l_2c_2\dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (4.24) $$

Đạo hàm (4.21), ta được vận tốc khâu 3 của robot so với hệ tọa độ gốc:

$$ {}^0V_{C_3} = \begin{bmatrix} -s_1\dot{\theta}_1(l_3c_{23} + l_1 + l_2c_2) + c_1(-l_3s_{23}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) - l_2s_2\dot{\theta}_2) \\ c_1\dot{\theta}_1(l_3c_{23} + l_1 + l_2c_2) + s_1(-l_3s_{23}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) - l_2s_2\dot{\theta}_2) \\ -l_3c_{23}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) - l_2c_2\dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (4.25) $$

Đạo hàm (4.22), ta được vận tốc khâu 4 của robot so với hệ tọa độ gốc:

$$
{}^{0}V_{C_4} = \begin{bmatrix} -s_1\dot{\theta}_1(\mathrm{L}_1 + \mathrm{L}_3\mathrm{c}_{23} + \mathrm{L}_2\mathrm{c}_2 + \mathrm{L}_4\mathrm{c}_{234}) + c_1(-L_3 s_{23}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) - L_2 s_2\dot{\theta}_2 - L_4 s_{234}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4)) \\ c_1\dot{\theta}_1(\mathrm{L}_1 + \mathrm{L}_3\mathrm{c}_{23} + \mathrm{L}_2\mathrm{c}_2 + \mathrm{L}_4\mathrm{c}_{234}) + s_1(-L_3 s_{23}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) - L_2 s_2\dot{\theta}_2 - L_4 s_{234}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4)) \\ -L_3 c_{23}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) - L_2 c_2\dot{\theta}_2 - L_4 c_{234}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \end{bmatrix} \tag{4.26}
$$

Tổng động năng của Robot 4 DoF:

$$
K = \frac{1}{2}(m_1\, {}^{0}V_{c1}\, {}^{0}V_{c1}{}^{T}) + \frac{1}{2}(m_2\, {}^{0}V_{c2}\, {}^{0}V_{c2}{}^{T}) + \frac{1}{2}(m_3\, {}^{0}V_{c3}\, {}^{0}V_{c3}{}^{T}) + \frac{1}{2}(m_4\, {}^{0}V_{c4}\, {}^{0}V_{c4}{}^{T}) \tag{4.27}
$$

$$
\begin{aligned}
K &= \frac{1}{2}m_1L_1{}^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2L_1{}^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_3L_1{}^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{4}m_2L_2{}^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_4L_1{}^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{4}m_3L_2{}^2\dot{\theta}_1^2 \\
&+ \frac{1}{2}m_2L_2{}^2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{4}m_4L_2{}^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_3L_2{}^2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{4}m_3L_3{}^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_4L_2{}^2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{4}m_4L_3{}^2\dot{\theta}_1^2 \\
&+ \frac{1}{2}m_3L_3{}^2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}m_4L_3{}^2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}m_3L_3{}^2\dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{4}m_4L_4{}^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_4L_3{}^2\dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2}m_4L_4{}^2\dot{\theta}_2^2 \\
&+ \frac{1}{2}m_4L_4{}^2\dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2}m_4L_4{}^2\dot{\theta}_4^2 + (m_3L_3{}^2 + m_4L_3{}^2 + m_4L_4{}^2)\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 + (m_4L_4{}^2)\dot{\theta}_2\dot{\theta}_4 \\
&+ (m_4L_4{}^2)\dot{\theta}_3\dot{\theta}_4 + \frac{1}{4}(m_2L_2{}^2 + m_3L_2{}^2 + m_4L_2{}^2)\dot{\theta}_1^2 c_{22} + \frac{1}{4}(m_4L_4{}^2\dot{\theta}_1^2\cos(2(\theta_2+\theta_3+\theta_4))) \\
&+ \frac{1}{4}(m_3L_3{}^2\dot{\theta}_1^2\cos(2(\theta_2+\theta_3))) + \frac{1}{4}(m_4L_3{}^2\dot{\theta}_1^2\cos(2(\theta_2+\theta_3))) \\
&+ (m_2+m_3+m_4)L_1L_2\dot{\theta}_1^2c_2 + \frac{1}{2}((m_3+m_4)L_2L_3\dot{\theta}_1^2c_3) + \frac{1}{2}((m_3+m_4)L_2L_3\dot{\theta}_2^2c_3) \\
&+ \frac{1}{2}(m_4L_3L_4\dot{\theta}_1^2c_4) + m_4L_3L_4\dot{\theta}_2^2c_4 + m_4L_3L_4\dot{\theta}_3^2c_4 + \frac{1}{2}(m_4L_3L_4\dot{\theta}_1^2\cos(2(\theta_2+\theta_3)+\theta_4)) \\
&+ \frac{1}{2}((m_3+m_4)L_2L_3\dot{\theta}_1^2\cos(2\theta_2+\theta_3)) + \frac{1}{2}(m_4L_2L_4\dot{\theta}_1^2\cos(2\theta_2+\theta_3+\theta_4)) \\
&+ m_4L_1L_4\dot{\theta}_1^2c_{234} + (m_3+m_4)L_1L_3\dot{\theta}_1^2c_{23} + \frac{1}{2}(m_4L_2L_4\dot{\theta}_1^2c_{34}) + m_4L_2L_4\dot{\theta}_2^2c_{34} \\
&+ (m_3+m_4)L_2L_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3c_3 + 2m_4L_3L_4\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3c_4 + m_4L_3L_4\dot{\theta}_2\dot{\theta}_4c_4 + m_4L_3L_4\dot{\theta}_3\dot{\theta}_4c_4 \\
&+ m_4L_2L_4\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3c_{34} + m_4L_2L_4\dot{\theta}_2\dot{\theta}_4c_{34}
\end{aligned} \tag{4.28}
$$

Tổng thế năng của Robot 4 DoF:

$$
\begin{aligned}
U &= m_1gd + m_2g(d - L_2s_2) + m_3g(L_3s_{23} - d + L_2s_2) \\
&\quad - m_4g(L_3s_{23} - d + L_2s_2 + L_4s_{234})
\end{aligned} \tag{4.29}
$$

Phương trình Lagrange của hệ Robot 4 DoF:

$$
L = \sum K - \sum U \tag{4.30}
$$

$$
\begin{aligned}
L = {} & \frac{1}{2}\left(m_1L_1^2+m_2L_1^2+m_3L_1^2+m_4L_1^2\right)\dot{\theta}_1^2+\frac{1}{2}\left(m_2L_2^2+m_3L_2^2+m_4L_2^2+m_4L_3^2\right)\dot{\theta}_2^2+\frac{1}{2}\left(m_3L_3^2+m_4L_3^2+m_4L_4^2\right)\dot{\theta}_3^2 \\
& +\frac{1}{2}\left(m_4L_4^2\right)\dot{\theta}_4^2+\frac{1}{4}\left(m_2L_2^2+m_3L_2^2+m_4L_2^2+m_3L_3^2+m_4L_3^2+m_4L_4^2\right)\dot{\theta}_1^2-(m_1+m_2+m_3+m_4)gd \\
& +L_3g(m_3+m_4)\sin\left(\dot{\theta}_2+\dot{\theta}_3\right)+\left(L_3^2\left(m_3+m_4\right)+L_4^2m_4\right)\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3+L_4^2m_4\dot{\theta}_2\dot{\theta}_4+L_4^2m_4\dot{\theta}_3\dot{\theta}_4+L_2g(m_2+m_3+m_4)\sin\theta_2 \\
& +\frac{1}{4}\left(L_2^2\dot{\theta}_1^2\cos(2\theta_2)\right)(m_2+m_3+m_4)+\frac{1}{4}\left(L_4^2\dot{\theta}_1^2\cos(2\theta_2+2\theta_3+2\theta_4)\right)m_4+\frac{1}{4}L_3^2\left(m_3+m_4\right)\dot{\theta}_1^2\cos(2\theta_2+2\theta_3) \\
& +L_4gm_4\sin\left(\theta_2+\theta_3+\theta_4\right)+L_1L_2\dot{\theta}_1^2\left(m_2+m_3+m_4\right)\cos\theta_2+\frac{1}{2}L_2L_3\dot{\theta}_1^2\left(m_3+m_4\right)\cos\theta_3+L_2L_3\dot{\theta}_2^2\left(m_3+m_4\right)\cos\theta_3 \\
& +\frac{1}{2}L_3L_4\dot{\theta}_1^2m_4\cos\theta_4+L_3L_4\dot{\theta}_2^2m_4\cos\theta_4+L_3L_4\dot{\theta}_3^2m_4\cos\theta_4+\frac{1}{2}\left(L_3L_4\dot{\theta}_1^2\cos(2\theta_2+2\theta_3+2\theta_4)\right)m_4 \\
& +\frac{1}{2}\left(L_2L_3\dot{\theta}_1^2\cos(2\theta_2+2\theta_3)\right)m_3+\frac{1}{2}\left(L_2L_3\dot{\theta}_1^2\cos(2\theta_2+2\theta_3)\right)m_4+L_1L_4\dot{\theta}_1^2m_4\cos(\theta_2+\theta_3+\theta_4) \\
& +\frac{1}{2}\left(L_2L_4\dot{\theta}_1^2\cos(2\theta_2+2\theta_3+2\theta_4)\right)m_4+\left(L_1L_3\dot{\theta}_1^2\cos(\theta_2+\theta_3)\right)(m_3+m_4)+\frac{1}{2}\left(L_2L_4\dot{\theta}_1^2\cos(\theta_3+\theta_4)\right)m_4 \\
& +\left(L_2L_4\dot{\theta}_2^2\cos(\theta_3+\theta_4)\right)m_4+\left(L_2L_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3\cos(\theta_3)\right)(m_3+m_4)+2\left(L_3L_4\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3\cos(\theta_4)\right)m_4 \\
& +\left(L_3L_4(\dot{\theta}_2\dot{\theta}_4+\dot{\theta}_3\dot{\theta}_4)\cos(\theta_4)\right)m_4+\left(L_2L_4(\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3+\dot{\theta}_2\dot{\theta}_4)\cos(\theta_3+\theta_4)\right)m_4
\end{aligned}
$$

(4.31)

Bước 2: Tính phương trình vi phân tại từng khớp

- Áp dụng công thức (4.4), ta có phương trình vi phân của từng khớp như sau:
  - Tại khớp 1:

$$\tau_1=\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_1}-\frac{\partial L}{\partial\theta_1}=f_1(\theta,\dot{\theta}_1,\ddot{\theta}_1) \tag{4.32}$$

  - Tại khớp 2:

$$\tau_2=\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_2}-\frac{\partial L}{\partial\theta_2}=f_2(\theta,\dot{\theta}_2,\ddot{\theta}_2) \tag{4.33}$$

  - Tại khớp 3:

$$\tau_3=\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_3}-\frac{\partial L}{\partial\theta_3}=f_3(\theta,\dot{\theta}_3,\ddot{\theta}_3) \tag{4.34}$$

  - Tại khớp 4:

$$\tau_4=\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_4}-\frac{\partial L}{\partial\theta_4}=f_4(\theta,\dot{\theta}_4,\ddot{\theta}_4)=0 \tag{4.35}$$

- **Bước 3: Tính các ma trận M, V, G bỏ qua yếu tố ngoại lực**

- Từ phương trình vi phân từng khớp theo công thức (4.32) - (4.35) ta chuyển về dạng tổng quát như sau:

$$M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) = \tau \qquad (4.36)$$

- Phương trình động lực học tổng quát của Robot 4 DoF:

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \end{bmatrix} \qquad (4.37)$$

Trong đó:

$$G_1 = \frac{\partial U_1}{\partial \theta_1} = 0$$

$$G_2 = \frac{\partial U_2}{\partial \theta_3} = m_4 g(L_3 c_{23} + L_2 c_2 + L_4 c_{234}) - m_3 g(L_3 c_{23} + L_2 c_2) - m_2 g L_2 c_2$$

$$G_3 = \frac{\partial U_3}{\partial \theta_3} = -m_4 g(L_3 c_{23} + L_4 c_{234}) - m_3 g L_3 c_{23}$$

$$G_4 = \frac{\partial U_4}{\partial \theta_4} = -m_4 g L_4 c_{234}$$

$$M_{11}=\frac{\partial\tau_1}{\partial\ddot{\theta}_1}=(m_1+m_2+m_3+m_4)L_1^{\,2}+\frac{1}{2}(m_2+m_3+m_4)L_2^{\,2}+\frac{1}{2}(m_3+m_4)L_3^{\,2}+\frac{1}{2}m_4L_4^{\,2}$$

$$+\frac{1}{2}(m_2+m_3+m_4)L_2^{\,2}\cos(2\theta_2)+\frac{1}{2}m_4L_4^{\,2}\cos(2(\theta_2+\theta_3+\theta_4))+\frac{1}{2}(m_3+m_4)L_3^{\,2}\cos(2(\theta_2+\theta_3))$$

$$2(m_3+m_4)L_1L_3c_{23}+m_4L_2L_4c_{34}+2(m_2+m_3+m_4)L_1L_2c_2+(m_3+m_4)L_2L_3c_3+m_4L_3L_4c_4$$

$$+m_4L_3L_4\cos(2(\theta_2+\theta_3)+\theta_4)+(m_3+m_4)L_2L_3\cos(2\theta_2+\theta_3)+2m_4L_1L_4c_{234}+m_4L_2L_4\cos(2\theta_2+\theta_3+\theta_4)$$

$$M_{12}=\frac{\partial\tau_1}{\partial\ddot{\theta}_2}=0$$

$$M_{13}=\frac{\partial\tau_1}{\partial\ddot{\theta}_3}=0$$

$$M_{14}=\frac{\partial\tau_1}{\partial\ddot{\theta}_4}=0$$

$$M_{21}=\frac{\partial\tau_2}{\partial\ddot{\theta}_1}=0$$

$$M_{22}=\frac{\partial\tau_2}{\partial\ddot{\theta}_2}=(m_2+m_3+m_4)L_2^{\,2}+(m_3+m_4)L_3^{\,2}+m_4L_4^{\,2}+2m_4L_2L_4c_{34}+2(m_3+m_4)L_2L_3c_3+2m_4L_3L_4c_4$$

$$M_{23}=\frac{\partial\tau_2}{\partial\ddot{\theta}_3}=(m_3+m_4)L_3^{\,2}+m_4L_4^{\,2}+m_4L_2L_4c_{34}+(m_3+m_4)L_2L_3c_3+2m_4L_3L_4c_4$$

$$M_{24}=\frac{\partial\tau_2}{\partial\ddot{\theta}_4}=m_4L_4(L_4+L_2c_{34}+L_3c_4)$$

$$M_{31}=\frac{\partial\tau_3}{\partial\ddot{\theta}_1}=0$$

$$M_{32}=\frac{\partial\tau_3}{\partial\ddot{\theta}_2}=(m_3+m_4)L_3^{\,2}+m_4L_4^{\,2}+m_4L_2L_4c_{34}+(m_3+m_4)L_2L_3c_3+2L_3L_4c_4$$

$$M_{33}=\frac{\partial\tau_3}{\partial\ddot{\theta}_3}=(m_3+m_4)L_3^{\,2}+m_4L_4^{\,2}+2m_4L_3L_4c_4$$

$$M_{34}=\frac{\partial\tau_3}{\partial\ddot{\theta}_4}=m_4L_4(L_4+L_3c_4)$$

$$M_{41}=\frac{\partial\tau_4}{\partial\ddot{\theta}_1}=0$$

$$M_{42}=\frac{\partial\tau_4}{\partial\ddot{\theta}_2}=m_4L_4(L_4+L_2c_{34}+L_3c_4)$$

$$M_{43}=\frac{\partial\tau_4}{\partial\ddot{\theta}_3}=m_4(L_4^{\,2}+L_3L_4c_4)$$

$$M_{44}=\frac{\partial\tau_4}{\partial\ddot{\theta}_4}=m_4L_4^{\,2}$$

$$V_1=\frac{\partial L}{\partial\theta_1}=-(m_2+m_3+m_4)L_2{}^2\dot\theta_1\dot\theta_2\sin(2\theta_2)-m_4L_4{}^2\dot\theta_1(\dot\theta_2+\dot\theta_3+\dot\theta_4)\sin(2(\theta_2+\theta_3+\theta_4))$$
$$-(m_3+m_4)L_3{}^2\dot\theta_1(\dot\theta_2+\dot\theta_3)\sin(2(\theta_2+\theta_3))-2(m_2+m_3+m_4)L_1L_2\dot\theta_1\dot\theta_2s_2$$
$$-(m_3+m_4)L_2L_3\dot\theta_1\dot\theta_3s_3-m_4L_3L_4\dot\theta_1\dot\theta_4s_4-2m_4L_3L_4\dot\theta_1(\dot\theta_2+\dot\theta_3+\dot\theta_4)\sin(2(\theta_2+\theta_3)+\theta_4)$$
$$-2(m_3+m_4)L_2L_3\dot\theta_1\dot\theta_2\sin(2\theta_2+\theta_3)-(m_3+m_4)L_2L_3\dot\theta_1\dot\theta_3\sin(2\theta_2+\theta_3)$$
$$-2m_4L_1L_4\dot\theta_1(\dot\theta_2+\dot\theta_3+\dot\theta_4)s_{234}-2m_4L_2L_4\dot\theta_1(\dot\theta_2+\dot\theta_3+\dot\theta_4)\sin(2\theta_2+\theta_3+\theta_4)$$
$$-2(m_3+m_4)L_1L_3\dot\theta_1(\dot\theta_2+\dot\theta_3)s_{23}-m_4L_2L_4\dot\theta_1(\dot\theta_3+\dot\theta_4)s_{34}$$
$$V_2=\frac{\partial L}{\partial\theta_2}=\frac{1}{2}((m_2+m_3+m_4)L_2{}^2\dot\theta_1{}^2\sin(2\theta_2))+\frac{1}{2}(m_4L_4{}^2\dot\theta_1{}^2\sin(2(\theta_2+\theta_3+\theta_4))$$
$$\frac{1}{2}((m_3+m_4)L_3{}^2\dot\theta_1{}^2\sin(2(\theta_2+\theta_3))+(m_2+m_3+m_4)L_1L_2\dot\theta_1{}^2\,s_2-(m_3+m_4)L_2L_3\dot\theta_3{}^2\,s_3$$
$$-m_4L_3L_4\dot\theta_4{}^2\,s_4+m_4L_3L_4\dot\theta_1{}^2\sin(2(\theta_2+\theta_3)+\theta_4)+(m_3+m_4)L_2L_3\dot\theta_1{}^2\sin(2\theta_2+\theta_3)$$
$$+m_4L_1L_4\dot\theta_1{}^2\,s_{234}+m_4L_2L_4\dot\theta_1{}^2\sin(2\theta_2+\theta_3+\theta_4)+(m_3+m_4)L_1L_3\dot\theta_1{}^2\,s_{23}$$
$$-m_4L_2L_4(\dot\theta_3{}^2+\dot\theta_4{}^2)s_{34}-2(m_3+m_4)L_2L_3\dot\theta_2\dot\theta_3\,s_3-2m_4L_3L_4(\dot\theta_2+\dot\theta_3)\dot\theta_4\,s_4$$
$$-2m_4L_2L_4\dot\theta_2(\dot\theta_3+\dot\theta_4)s_{34}-2m_4L_2L_4\dot\theta_3\dot\theta_4\,s_{34}$$
$$V_3=\frac{\partial L}{\partial\theta_3}=\frac{1}{2}m_4L_4{}^2\dot\theta_1{}^2\sin(2(\theta_2+\theta_3+\theta_4))+\frac{1}{2}(m_3+m_4)L_3{}^2\dot\theta_1{}^2\sin(2(\theta_2+\theta_3))$$
$$+\frac{1}{2}(m_3+m_4)L_2L_3(\dot\theta_1{}^2+2\dot\theta_2{}^2)s_3-m_4L_3L_4\dot\theta_4{}^2s_4+m_4L_3L_4\dot\theta_1{}^2\sin(2(\theta_2+\theta_3)+\theta_4)$$
$$+\frac{1}{2}(m_3+m_4)L_2L_3\dot\theta_1{}^2\sin(2\theta_2+\theta_3)+m_4L_1L_4\dot\theta_1{}^2\,s_{234}+\frac{1}{2}m_4L_2L_4\dot\theta_1{}^2\sin(2\theta_2+\theta_3+\theta_4)$$
$$+(m_3+m_4)L_1L_3\dot\theta_1{}^2\,s_{23}+\frac{1}{2}m_4L_2L_4(\dot\theta_1{}^2+2\dot\theta_2{}^2)s_{34}-2m_4L_3L_4(\dot\theta_2+\dot\theta_3)\dot\theta_4s_4$$
$$V_4=\frac{\partial L}{\partial\theta_4}=\frac{1}{2}m_4L_4(L_2\dot\theta_1{}^2\,s_{23}+2L_2\dot\theta_2{}^2s_{34}+L_3\dot\theta_1{}^2s_4+2L_3\dot\theta_2{}^2s_4+2L_3\dot\theta_3{}^2s_4$$
$$+L_3\dot\theta_1{}^2\sin(2\theta_2+2\theta_3+\theta_4)+2L_1\dot\theta_1{}^2s_{234}+L_4\dot\theta_1{}^2\sin(2\theta_2+2\theta_3+2\theta_4)$$
$$+L_2\dot\theta_1{}^2\sin(2\theta_2+\theta_3+\theta_4)+4L_3\dot\theta_2\dot\theta_3\,s_4)$$

4.3 Chương trình matlab để tính động lực học cho robot

```
%%
clc;
close all;
clear all;
syms the1 the2 the3 the4 dthe1 dthe2 dthe3 dthe4 L1 L2 L3 L4
d  m1 m2 m3 m4 ddthe1 ddthe2 ddthe3 ddthe4 g
w0=[0;0;0];
v0=[0;0;0];
P1c=[L1;0;0];
P2c=[L2;0;0];
P3c=[L3;0;0];
P4c=[L4;0;0];
```

```
assume(L1,'real');assume(L2,'real'); assume(L3,'real');
assume(L4,'real');assume(d,'real')
assume(the1,'real');assume(the2,'real');assume(the3,'real');a
ssume(the4,'real');
assume(dthe1,'real');assume(dthe2,'real');assume(dthe3,'real'
);assume(dthe4,'real');
assume(ddthe1,'real');assume(ddthe2,'real');assume(ddthe3,'re
al');assume(ddthe4,'real');
assume(m1,'real');assume(m2,'real');assume(m3,'real');assume(
m4,'real');
assume(g,'real');

%% Forward kinematics
[T01,R01,R10,P01]=FKrobot(0,0,d,the1);
[T12,R12,R21,P12]=FKrobot(-90,L1,0,the2);
[T23,R23,R32,P23]=FKrobot(0,L2,0,the3);
[T34,R34,R43,P34]=FKrobot(0,L3,0,the4);
%% Link 1
% Mass center position of first link in frame 0
TP01c=simplify(T01*[P1c;1]);
P01c=TP01c(1:3);
% Angular velocity in frame 1:
w1=R10*w0+dthe1*[0,0,1]';
% Linear velocity of the origin in frame 1:
v1=R10*(v0+[0   -w0(3)   w0(2);w0(3)   0   -w0(1);-w0(2) w0(1)
0]*P01);
% Linear velocity of the mass center in frame 1:
v01c=R01*(v1+[0   -w1(3)   w1(2);w1(3)   0   -w1(1);-w1(2)
w1(1) 0]*P1c);

%% LINK 2
% Mass center position of first link in frame 0
TP02c=simplify(T01*T12*[P2c;1]);
P02c=TP02c(1:3);
% Angular velocity in frame 2:
w2=R21*w1+dthe2*[0,0,1]';
% Linear velocity of the origin in frame 2:
v2=R21*(v1+[0   -w1(3)   w1(2);w1(3)   0   -w1(2);-w1(2) w1(1)
0]*P12);
% Linear velocity of the mass center in frame 2:
v02c=R01*R12*(v2+[0   -w2(3)   w2(2);w2(3)   0   -w2(1);-w2(2)
w2(1) 0]*P2c);
%% LINK 3
% Mass center position of first link in frame 0
TP03c=simplify(T01*T12*T23*[P3c;1]);
P03c=TP03c(1:3);
% Angular velocity in frame 3:
w3=R32*w2+dthe3*[0,0,1]';
```

```
% Linear velocity of the origin in frame 3:
v3=R32*(v2+[0   -w2(3)  w2(2);w2(3)   0   -w2(2);-w2(2) w2(1)
0]*P23);
% Linear velocity of the mass center in frame 3:
v03c=R01*R12*R23*(v3+[0   -w3(3)  w3(2);w3(3)   0   -w3(1);-
w3(2) w3(1) 0]*P3c);
%% LINK 4
% Mass center position of first link in frame 0
TP04c=simplify(T01*T12*T23*T34*[P4c;1]);
P04c=TP04c(1:3);
% Angular velocity in frame 4:
w4=R43*w3+dthe4*[0,0,1]';
% Linear velocity of the origin in frame 4:
v4=R43*(v3+[0   -w3(3)  w3(2);w3(3)   0   -w3(2);-w3(2) w3(1)
0]*P34);
% Linear velocity of the mass center in frame 4:
v04c=R01*R12*R23*R34*(v4+[0   -w4(3)  w4(2);w4(3)   0   -
w4(1);-w4(2) w4(1) 0]*P4c);

%% DYNAMIC
%kinetic energies:
K=1/2*(m1*v01c'*v01c)...
    + 1/2*(m2*v02c'*v02c)...
    +1/2*(m3*v03c'*v03c)...
    +1/2*(m4*v04c'*v04c);
%Potential energies
U=m1*[0 0 g]*P01c+m2*[0 0 g]*P02c+m3*[0 0 g]*P03c+m4*[0 0
g]*P04c;

%% Lagrange funtion
L=simplify(K-U);
dLddthe1=diff(L,dthe1);
dLddthe2=diff(L,dthe2);
dLddthe3=diff(L,dthe3);
dLddthe4=diff(L,dthe4);
dLdthe1=diff(L,the1);
dLdthe2=diff(L,the2);
dLdthe3=diff(L,the3);
dLdthe4=diff(L,the4);
%% Differential
t1=simplify(diff(dLddthe1,the1)*dthe1+diff(dLddthe1,the2)*dth
e2+diff(dLddthe1,the3)*dthe3+diff(dLddthe1,the4)*dthe4...

+diff(dLddthe1,dthe1)*ddthe1+diff(dLddthe1,dthe2)*ddthe2+diff
(dLddthe1,dthe3)*ddthe3+diff(dLddthe1,dthe4)*ddthe4-dLdthe1);

t2=simplify(diff(dLddthe2,the1)*dthe1+diff(dLddthe2,the2)*dth
e2+diff(dLddthe2,the3)*dthe3+diff(dLddthe2,the4)*dthe4...
```

```
+diff(dLddthe2,dthe1)*ddthe1+diff(dLddthe2,dthe2)*ddthe2+diff
(dLddthe2,dthe3)*ddthe3+diff(dLddthe2,dthe4)*ddthe4-dLdthe2);

t3=simplify(diff(dLddthe3,the1)*dthe1+diff(dLddthe3,the2)*dth
e2+diff(dLddthe3,the3)*dthe3+diff(dLddthe3,the4)*dthe4...

+diff(dLddthe3,dthe1)*ddthe1+diff(dLddthe3,dthe2)*ddthe2+diff
(dLddthe3,dthe3)*ddthe3+diff(dLddthe3,dthe4)*ddthe4-dLdthe3);

t4=simplify(diff(dLddthe4,the1)*dthe1+diff(dLddthe4,the2)*dth
e2+diff(dLddthe4,the3)*dthe3+diff(dLddthe4,the4)*dthe4...

+diff(dLddthe4,dthe1)*ddthe1+diff(dLddthe4,dthe2)*ddthe2+diff
(dLddthe4,dthe3)*ddthe3+diff(dLddthe4,dthe4)*ddthe4-dLdthe4);

M=simplify([diff(t1,ddthe1) diff(t1,ddthe2) diff(t1,ddthe3)
diff(t1,ddthe4);
            diff(t2,ddthe1) diff(t2,ddthe2) diff(t2,ddthe3)
diff(t2,ddthe4);
            diff(t3,ddthe1) diff(t3,ddthe2) diff(t3,ddthe3)
diff(t3,ddthe4);
            diff(t4,ddthe1) diff(t4,ddthe2) diff(t4,ddthe3)
diff(t4,ddthe4);])
G=simplify([diff(U,the1);diff(U,the2);diff(U,the3);diff(U,the
4)])
v=simplify([t1;t2;t3;t4]-G-M*[ddthe1;ddthe2;ddthe3;ddthe4])
```

5 Thiết kế bộ điều khiển Sidling Mode Control cho robot 4 bậc tự do và mô phỏng bộ điều khiển bằng matlab simulink.

5.1 Thiết kế bộ điều khiển bền vững Siding Mode Control

Bước 1: Thiết lập phương trình trạng thái từ phương trình động lực học

Từ công thức (4.37) và có nhiễu hệ thống đưa vào $d\alpha$, viết lại như sau:

$$\tau = \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\theta} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\theta} + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) + d\alpha \quad (3.1)$$

Ta đặt: $\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{M}, \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{C}, \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{G}, \boldsymbol{\tau} = \mathbf{u}$

Ta có thể viết lại phương trình (3.1) lại như sau:

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{u} - \mathbf{M}^{-1}\left(\mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}\right) - \mathbf{M}^{-1}d\alpha \quad (3.2)$$

Ta đặt: $\mathbf{x_1} = \boldsymbol{\theta}$, $\mathbf{x_2} = \dot{\mathbf{x}}_1$,

Ta có phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{u} - \mathbf{M}^{-1}\left(\mathbf{C}\mathbf{x}_2 + \mathbf{G}\right) - \mathbf{M}^{-1}d\alpha \end{cases} \quad (3.3)$$

Ta đặt: $\mathbf{g(x)} = \mathbf{M}^{-1}$, $\mathbf{f(x)} = -\mathbf{M}^{-1}\left(\mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}\right)$, $\mathbf{d(t)} = -\mathbf{M}^{-1}d\alpha$

Suy ra (3.3) ta có thể viết lại:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{g(x)u} + \mathbf{f(x)} + \mathbf{d(t)} \end{cases} \quad (3.4)$$

Bước 2: Ta chọn mặt trượt cho bộ điều khiển

Ta có đạo hàm cao nhất của $\boldsymbol{\theta}$ là bậc 2 nên suy ra được n=2.

Giải sử tín hiệu đặt vào của $\boldsymbol{\theta}_\mathbf{d}$.

Ta có chọn mặt trượt:

$$\sigma = \dot{\mathbf{e}} + \lambda\mathbf{e} \quad (3.5)$$

Trong đó: $\mathbf{e} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_\mathbf{d}$, $\dot{\mathbf{e}} = \dot{\boldsymbol{\theta}} - \dot{\boldsymbol{\theta}}_\mathbf{d}$, λ là hằng số dương.

Tính đạo hàm của mặt trượt:

$$\dot{\sigma} = \ddot{\mathbf{e}} + \lambda\dot{\mathbf{e}} = \ddot{\boldsymbol{\theta}} - \ddot{\boldsymbol{\theta}}_\mathbf{d} + \lambda\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{g(x)u} + \mathbf{f(x)} + \mathbf{d(t)} - \ddot{\boldsymbol{\theta}}_\mathbf{d} + \lambda\dot{\mathbf{e}} \quad (3.6)$$

Bước 3: Bộ điều khiển trượt gồm 2 thành phần

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\mathbf{eq}} + \mathbf{u}_\mathbf{r} \quad (3.7)$$

Trong đó tín hiệu $\mathbf{u_{eq}}$ được tính khi ta cho $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = -K\boldsymbol{\sigma}$ và $\mathbf{d}(t) = 0$

Với: K là hằng số dương.

Từ đó (3.6) và $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = -\mathbf{k}\boldsymbol{\sigma}$ và $\mathbf{d}(t) = 0$ suy ra được:

$$u_{eq} = \mathbf{g(x)}^{-1}(\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{d}} - \lambda\dot{\mathbf{e}} - \mathbf{f(x)} - K\boldsymbol{\sigma}) \tag{3.8}$$

$$u_r = -\mathbf{g(x)}^{-1}\eta sign(\boldsymbol{\sigma}) \tag{3.9}$$

Trong đó: η được chọn sao cho $\eta \geq |d(t)|_\infty$, $sign(\sigma)$ là hàm dấu được định nghĩa như sau: $sign(\sigma) = \begin{cases} +1, \sigma > 0 \\ 0, \sigma = 0 \\ -1, \sigma < 0 \end{cases}$

Thay (3.8) và (3.9) vào (3.7) ta được:

$$\mathbf{u} = \mathbf{g(x)}^{-1}(\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathbf{d}} - \lambda\dot{\mathbf{e}} - \mathbf{f(x)} - K\boldsymbol{\sigma} - \eta sign(\boldsymbol{\sigma})) \tag{3.10}$$

Thay bộ điều khiển trượt vào công thức đạo hàm của mặt trượt ta có:

$$\dot{\sigma} = -K\boldsymbol{\sigma} - \eta sign(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{d(t)} \tag{3.11}$$

Để đảm báo tính ổn định của hệ thống, các thông số được lựa chọn dựa vào phương pháp trực tiếp Lyapunov:

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^T\boldsymbol{\sigma} \tag{3.12}$$

Đạo hàm theo thời gian của hàm Lyapunov

$$\dot{\mathbf{V}} = \boldsymbol{\sigma}\dot{\boldsymbol{\sigma}} = -\boldsymbol{\sigma}k^2 - |\boldsymbol{\sigma}|(\eta - \mathbf{d(t)}) \leq -k\boldsymbol{\sigma}^2 \leq 0 \tag{3.13}$$

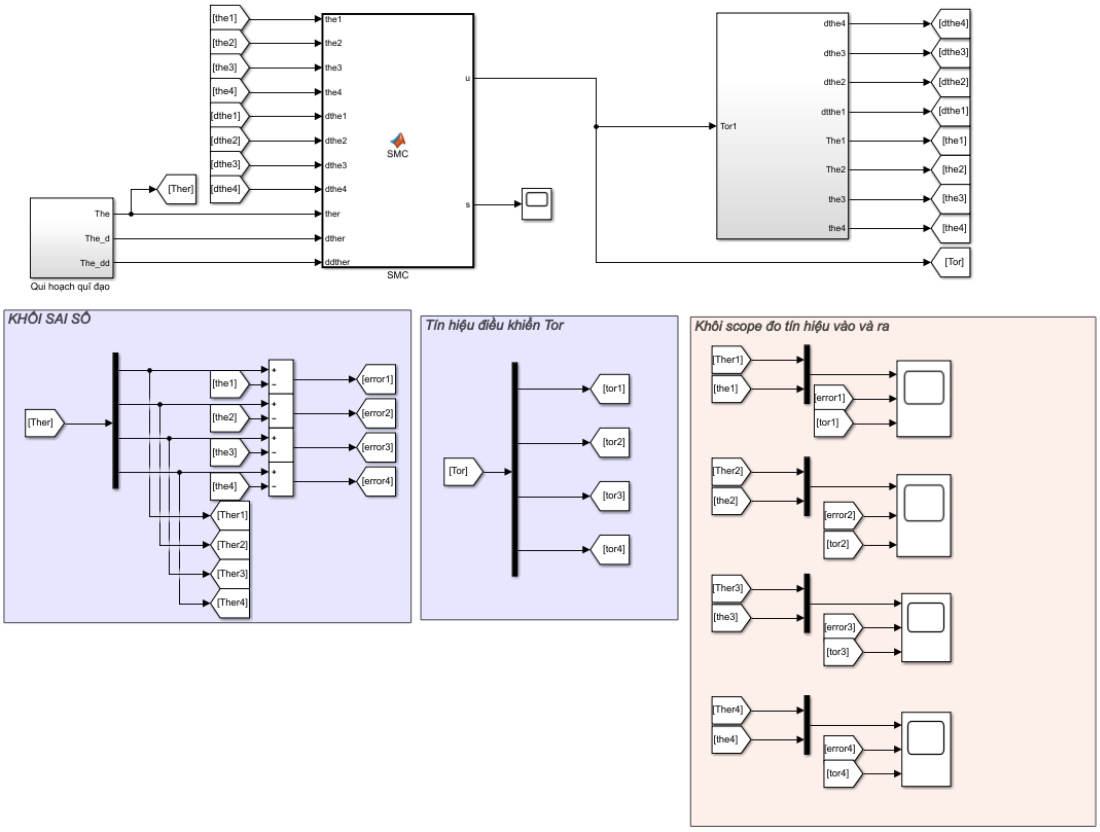
Ta khảo sát và chọn được bộ thông số cho bộ điều khiển trượt như sau:

$$K = 40, \eta = 10, \lambda = 30 \tag{3.14}$$

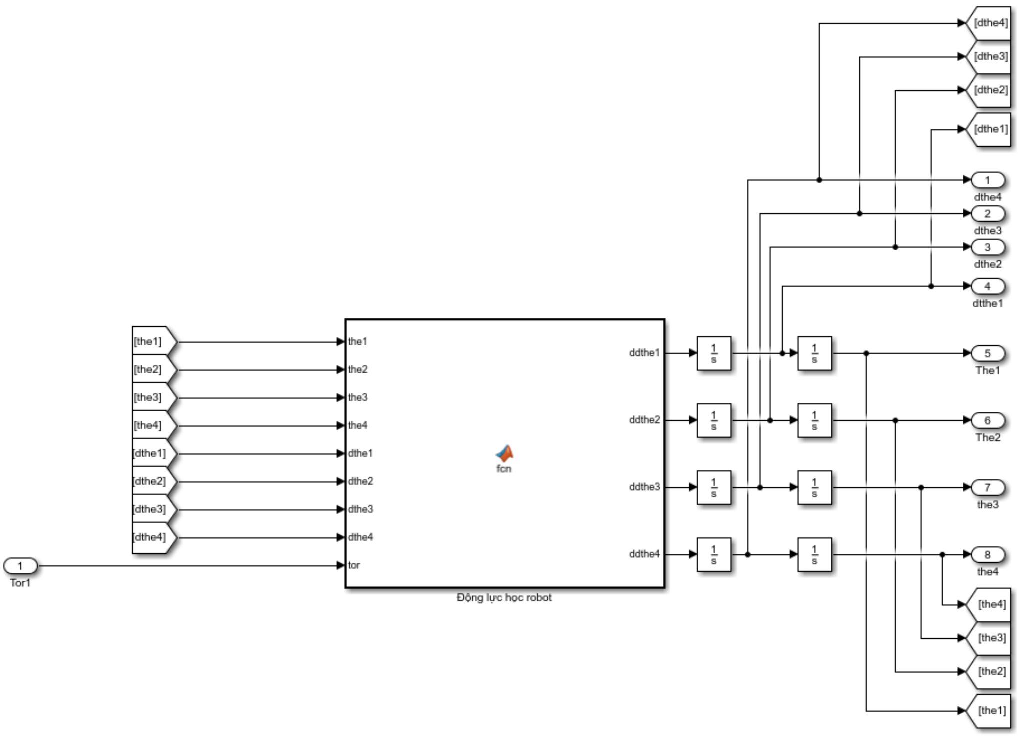
Bước 4: Thiết kế vộ lọc thông thấp bậc 2 để tín hiệu $\mathbf{y_d(t)}$ khả vi bị chặn đến đạo hàm bậc 2. Hàm truyền của bộ lọc là:

$$G_{LF}(s) = \frac{1}{(0.03s+1)^2} \tag{3.15}$$

5.2 Mô phỏng matlab simulink về bộ điều khiển



Hình 26 Mô phỏng matlab simulink về bộ điều khiển về SMC



Hình 27 Khối phương trình động lực học của robot

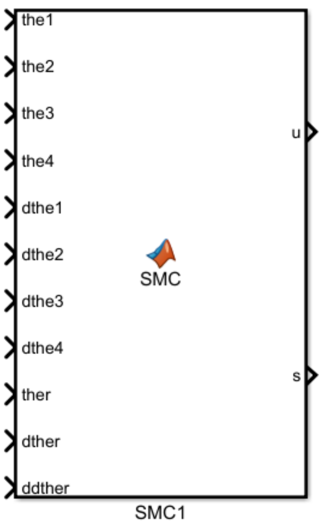
<u>Chương trình matlab</u>

```
function [ddthe1, ddthe2, ddthe3, ddthe4]= fcn(the1,
the2,the3, the4, dthe1, dthe2, dthe3, dthe4,tor)
%% Thông s?
m1=1;
m2=1;
m3=1;
m4=1;
L1=150;
L2=350;
L3=363.5;
L4=210;
d=140;
g=9.81;

%% M
M11=L1^2*m1 + L1^2*m2 + L1^2*m3 + (L2^2*m2)/2 + L1^2*m4 +
(L2^2*m3)/2 + (L2^2*m4)/2 + (L3^2*m3)/2 + (L3^2*m4)/2 +
(L4^2*m4)/2 + (L2^2*m2*cos(2*the2))/2 +
(L2^2*m3*cos(2*the2))/2 + (L2^2*m4*cos(2*the2))/2 +
(L4^2*m4*cos(2*the2 + 2*the3 + 2*the4))/2 +
(L3^2*m3*cos(2*the2 + 2*the3))/2 + (L3^2*m4*cos(2*the2 +
2*the3))/2 + 2*L1*L3*m3*cos(the2 + the3) +
2*L1*L3*m4*cos(the2 + the3) + L2*L4*m4*cos(the3 + the4) +
2*L1*L2*m2*cos(the2) + 2*L1*L2*m3*cos(the2) +
2*L1*L2*m4*cos(the2) + L2*L3*m3*cos(the3) +
L2*L3*m4*cos(the3) + L3*L4*m4*cos(the4) + L3*L4*m4*cos(2*the2
+ 2*the3 + the4) + L2*L3*m3*cos(2*the2 + the3) +
L2*L3*m4*cos(2*the2 + the3) + 2*L1*L4*m4*cos(the2 + the3 +
the4) + L2*L4*m4*cos(2*the2 + the3 + the4);
M12=0;
M13=0;
M14=0;
M21=0;
M22=L2^2*m2 + L2^2*m3 + L2^2*m4 + L3^2*m3 + L3^2*m4 + L4^2*m4
+ 2*L2*L4*m4*cos(the3 + the4) + 2*L2*L3*m3*cos(the3) +
2*L2*L3*m4*cos(the3) + 2*L3*L4*m4*cos(the4);
M23=L3^2*m3 + L3^2*m4 + L4^2*m4 + L2*L4*m4*cos(the3 + the4) +
L2*L3*m3*cos(the3) + L2*L3*m4*cos(the3) +
2*L3*L4*m4*cos(the4);
M24=L4*m4*(L4 + L2*cos(the3 + the4) + L3*cos(the4));
M31=0;
M32=L3^2*m3 + L3^2*m4 + L4^2*m4 + L2*L4*m4*cos(the3 + the4) +
L2*L3*m3*cos(the3) + L2*L3*m4*cos(the3) +
2*L3*L4*m4*cos(the4);
M33=L3^2*m3 + L3^2*m4 + L4^2*m4 + 2*L3*L4*m4*cos(the4);
```

```
M34=L4*m4*(L4 + L3*cos(the4));
M41=0;
M42=L4*m4*(L4 + L2*cos(the3 + the4) + L3*cos(the4));
M43=L4*m4*(L4 + L3*cos(the4));
M44=L4^2*m4;
M=[M11, M12, M13, M14;
   M21, M22, M23, M24;
   M31, M32, M33, M34;
   M41, M42, M43, M44;];

%% V
V11=- L2^2*dthe1*dthe2*m2*sin(2*the2) -
L2^2*dthe1*dthe2*m3*sin(2*the2) -
L2^2*dthe1*dthe2*m4*sin(2*the2) -
L4^2*dthe1*dthe2*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + 2*the4) -
L4^2*dthe1*dthe3*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + 2*the4) -
L4^2*dthe1*dthe4*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + 2*the4) -
L3^2*dthe1*dthe2*m3*sin(2*the2 + 2*the3) -
L3^2*dthe1*dthe2*m4*sin(2*the2 + 2*the3) -
L3^2*dthe1*dthe3*m3*sin(2*the2 + 2*the3) -
L3^2*dthe1*dthe3*m4*sin(2*the2 + 2*the3) -
2*L1*L2*dthe1*dthe2*m2*sin(the2) -
2*L1*L2*dthe1*dthe2*m3*sin(the2) -
2*L1*L2*dthe1*dthe2*m4*sin(the2) -
L2*L3*dthe1*dthe3*m3*sin(the3) -
L2*L3*dthe1*dthe3*m4*sin(the3) -
L3*L4*dthe1*dthe4*m4*sin(the4) -
2*L3*L4*dthe1*dthe2*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + the4) -
2*L3*L4*dthe1*dthe3*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + the4) -
L3*L4*dthe1*dthe4*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + the4) -
2*L2*L3*dthe1*dthe2*m3*sin(2*the2 + the3) -
2*L2*L3*dthe1*dthe2*m4*sin(2*the2 + the3) -
L2*L3*dthe1*dthe3*m3*sin(2*the2 + the3) -
L2*L3*dthe1*dthe3*m4*sin(2*the2 + the3) -
2*L1*L4*dthe1*dthe2*m4*sin(the2 + the3 + the4) -
2*L1*L4*dthe1*dthe3*m4*sin(the2 + the3 + the4) -
2*L1*L4*dthe1*dthe4*m4*sin(the2 + the3 + the4) -
2*L2*L4*dthe1*dthe2*m4*sin(2*the2 + the3 + the4) -
L2*L4*dthe1*dthe3*m4*sin(2*the2 + the3 + the4) -
L2*L4*dthe1*dthe4*m4*sin(2*the2 + the3 + the4) -
2*L1*L3*dthe1*dthe2*m3*sin(the2 + the3) -
2*L1*L3*dthe1*dthe2*m4*sin(the2 + the3) -
2*L1*L3*dthe1*dthe3*m3*sin(the2 + the3) -
2*L1*L3*dthe1*dthe3*m4*sin(the2 + the3) -
L2*L4*dthe1*dthe3*m4*sin(the3 + the4) -
L2*L4*dthe1*dthe4*m4*sin(the3 + the4);
V21=(L2^2*dthe1^2*m2*sin(2*the2))/2 +
(L2^2*dthe1^2*m3*sin(2*the2))/2 +
```

```
(L2^2*dthe1^2*m4*sin(2*the2))/2 + (L4^2*dthe1^2*m4*sin(2*the2
+ 2*the3 + 2*the4))/2 + (L3^2*dthe1^2*m3*sin(2*the2 +
2*the3))/2 + (L3^2*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + 2*the3))/2 +
L1*L2*dthe1^2*m2*sin(the2) + L1*L2*dthe1^2*m3*sin(the2) +
L1*L2*dthe1^2*m4*sin(the2) - L2*L3*dthe3^2*m3*sin(the3) -
L2*L3*dthe3^2*m4*sin(the3) - L3*L4*dthe4^2*m4*sin(the4) +
L3*L4*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + the4) +
L2*L3*dthe1^2*m3*sin(2*the2 + the3) +
L2*L3*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + the3) +
L1*L4*dthe1^2*m4*sin(the2 + the3 + the4) +
L2*L4*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + the3 + the4) +
L1*L3*dthe1^2*m3*sin(the2 + the3) + L1*L3*dthe1^2*m4*sin(the2
+ the3) - L2*L4*dthe3^2*m4*sin(the3 + the4) -
L2*L4*dthe4^2*m4*sin(the3 + the4) -
2*L2*L3*dthe2*dthe3*m3*sin(the3) -
2*L2*L3*dthe2*dthe3*m4*sin(the3) -
2*L3*L4*dthe2*dthe4*m4*sin(the4) -
2*L3*L4*dthe3*dthe4*m4*sin(the4) -
2*L2*L4*dthe2*dthe3*m4*sin(the3 + the4) -
2*L2*L4*dthe2*dthe4*m4*sin(the3 + the4) -
2*L2*L4*dthe3*dthe4*m4*sin(the3 + the4);
V31=(L4^2*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + 2*the4))/2 +
(L3^2*dthe1^2*m3*sin(2*the2 + 2*the3))/2 +
(L3^2*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + 2*the3))/2 +
(L2*L3*dthe1^2*m3*sin(the3))/2 +
(L2*L3*dthe1^2*m4*sin(the3))/2 + L2*L3*dthe2^2*m3*sin(the3) +
L2*L3*dthe2^2*m4*sin(the3) - L3*L4*dthe4^2*m4*sin(the4) +
L3*L4*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + the4) +
(L2*L3*dthe1^2*m3*sin(2*the2 + the3))/2 +
(L2*L3*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + the3))/2 +
L1*L4*dthe1^2*m4*sin(the2 + the3 + the4) +
(L2*L4*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + the3 + the4))/2 +
L1*L3*dthe1^2*m3*sin(the2 + the3) + L1*L3*dthe1^2*m4*sin(the2
+ the3) + (L2*L4*dthe1^2*m4*sin(the3 + the4))/2 +
L2*L4*dthe2^2*m4*sin(the3 + the4) -
2*L3*L4*dthe2*dthe4*m4*sin(the4) -
2*L3*L4*dthe3*dthe4*m4*sin(the4);
V41=(L4*m4*(L2*dthe1^2*sin(the3 + the4) +
2*L2*dthe2^2*sin(the3 + the4) + L3*dthe1^2*sin(the4) +
2*L3*dthe2^2*sin(the4) + 2*L3*dthe3^2*sin(the4) +
L3*dthe1^2*sin(2*the2 + 2*the3 + the4) +
2*L1*dthe1^2*sin(the2 + the3 + the4) + L4*dthe1^2*sin(2*the2
+ 2*the3 + 2*the4) + L2*dthe1^2*sin(2*the2 + the3 + the4) +
4*L3*dthe2*dthe3*sin(the4)))/2;
V=[V11;V21;V31;V41];
%% G
G11=0;
```

```
G21=- g*m4*(L3*cos(the2 + the3) + L2*cos(the2) + L4*cos(the2
+ the3 + the4)) - g*m3*(L3*cos(the2 + the3) + L2*cos(the2)) -
L2*g*m2*cos(the2);
G31=- g*m4*(L3*cos(the2 + the3) + L4*cos(the2 + the3 + the4))
- L3*g*m3*cos(the2 + the3);
G41=-L4*g*m4*cos(the2 + the3 + the4);
G=[G11; G21; G31; G41];
%% Tính theta2dd
ddtheta=inv(M)*(tor-V-G);
%-diag([4;4;4;4])*[dthe1; dthe2; dthe3; dthe4]);
ddthe1=ddtheta(1);
ddthe2=ddtheta(2);
ddthe3=ddtheta(3);
ddthe4=ddtheta(4);
end
```



Hình 28 Bộ điều khiển Sidling Mode Control

<u>Chương trình matlab trong khối:</u>

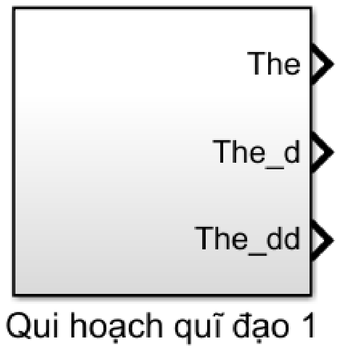
```
function [u,s]= SMC(the1, the2,the3, the4, dthe1, dthe2,
dthe3, dthe4,ther,dther,ddther)
%%
m1=1;
m2=1;
m3=1;
m4=1;
L1=150;
L2=350;
L3=363.5;
L4=210;
```

```
d=140;
g=9.81;
%% M
M11=L1^2*m1 + L1^2*m2 + L1^2*m3 + (L2^2*m2)/2 + L1^2*m4 +
(L2^2*m3)/2 + (L2^2*m4)/2 + (L3^2*m3)/2 + (L3^2*m4)/2 +
(L4^2*m4)/2 + (L2^2*m2*cos(2*the2))/2 +
(L2^2*m3*cos(2*the2))/2 + (L2^2*m4*cos(2*the2))/2 +
(L4^2*m4*cos(2*the2 + 2*the3 + 2*the4))/2 +
(L3^2*m3*cos(2*the2 + 2*the3))/2 + (L3^2*m4*cos(2*the2 +
2*the3))/2 + 2*L1*L3*m3*cos(the2 + the3) +
2*L1*L3*m4*cos(the2 + the3) + L2*L4*m4*cos(the3 + the4) +
2*L1*L2*m2*cos(the2) + 2*L1*L2*m3*cos(the2) +
2*L1*L2*m4*cos(the2) + L2*L3*m3*cos(the3) +
L2*L3*m4*cos(the3) + L3*L4*m4*cos(the4) + L3*L4*m4*cos(2*the2
+ 2*the3 + the4) + L2*L3*m3*cos(2*the2 + the3) +
L2*L3*m4*cos(2*the2 + the3) + 2*L1*L4*m4*cos(the2 + the3 +
the4) + L2*L4*m4*cos(2*the2 + the3 + the4);
M12=0;
M13=0;
M14=0;
M21=0;
M22=L2^2*m2 + L2^2*m3 + L2^2*m4 + L3^2*m3 + L3^2*m4 + L4^2*m4
+ 2*L2*L4*m4*cos(the3 + the4) + 2*L2*L3*m3*cos(the3) +
2*L2*L3*m4*cos(the3) + 2*L3*L4*m4*cos(the4);
M23=L3^2*m3 + L3^2*m4 + L4^2*m4 + L2*L4*m4*cos(the3 + the4) +
L2*L3*m3*cos(the3) + L2*L3*m4*cos(the3) +
2*L3*L4*m4*cos(the4);
M24=L4*m4*(L4 + L2*cos(the3 + the4) + L3*cos(the4));
M31=0;
M32=L3^2*m3 + L3^2*m4 + L4^2*m4 + L2*L4*m4*cos(the3 + the4) +
L2*L3*m3*cos(the3) + L2*L3*m4*cos(the3) +
2*L3*L4*m4*cos(the4);
M33=L3^2*m3 + L3^2*m4 + L4^2*m4 + 2*L3*L4*m4*cos(the4);
M34=L4*m4*(L4 + L3*cos(the4));
M41=0;
M42=L4*m4*(L4 + L2*cos(the3 + the4) + L3*cos(the4));
M43=L4*m4*(L4 + L3*cos(the4));
M44=L4^2*m4;
M=[M11, M12, M13, M14;
   M21, M22, M23, M24;
   M31, M32, M33, M34;
   M41, M42, M43, M44;];

%% V
V11=- L2^2*dthe1*dthe2*m2*sin(2*the2) -
L2^2*dthe1*dthe2*m3*sin(2*the2) -
L2^2*dthe1*dthe2*m4*sin(2*the2) -
L4^2*dthe1*dthe2*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + 2*the4) -
```

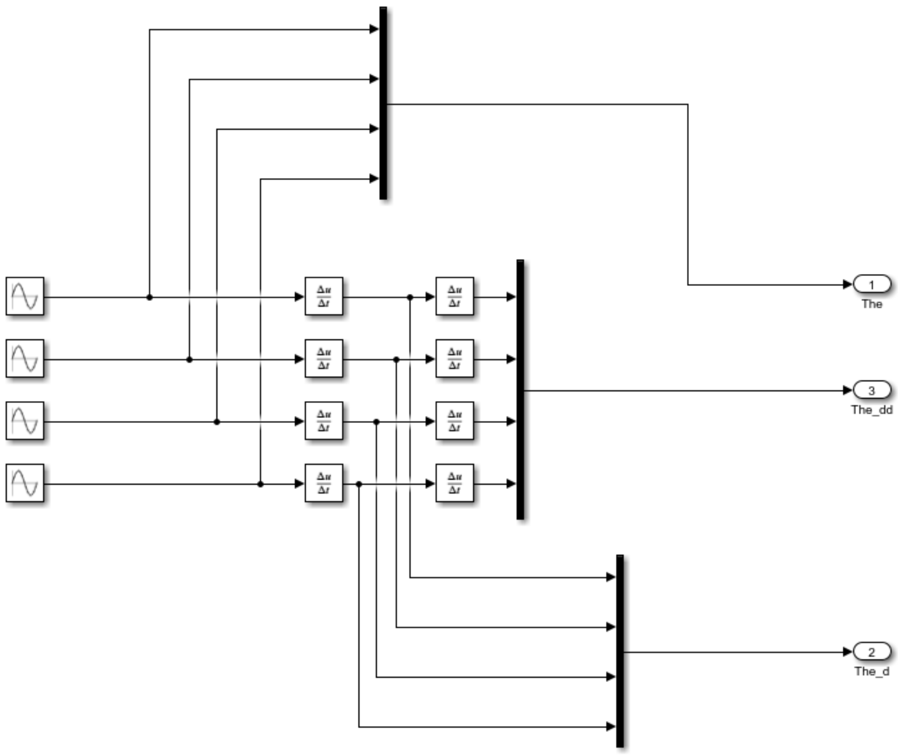
```
L4^2*dthe1*dthe3*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + 2*the4) -
L4^2*dthe1*dthe4*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + 2*the4) -
L3^2*dthe1*dthe2*m3*sin(2*the2 + 2*the3) -
L3^2*dthe1*dthe2*m4*sin(2*the2 + 2*the3) -
L3^2*dthe1*dthe3*m3*sin(2*the2 + 2*the3) -
L3^2*dthe1*dthe3*m4*sin(2*the2 + 2*the3) -
2*L1*L2*dthe1*dthe2*m2*sin(the2) -
2*L1*L2*dthe1*dthe2*m3*sin(the2) -
2*L1*L2*dthe1*dthe2*m4*sin(the2) -
L2*L3*dthe1*dthe3*m3*sin(the3) -
L2*L3*dthe1*dthe3*m4*sin(the3) -
L3*L4*dthe1*dthe4*m4*sin(the4) -
2*L3*L4*dthe1*dthe2*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + the4) -
2*L3*L4*dthe1*dthe3*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + the4) -
L3*L4*dthe1*dthe4*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + the4) -
2*L2*L3*dthe1*dthe2*m3*sin(2*the2 + the3) -
2*L2*L3*dthe1*dthe2*m4*sin(2*the2 + the3) -
L2*L3*dthe1*dthe3*m3*sin(2*the2 + the3) -
L2*L3*dthe1*dthe3*m4*sin(2*the2 + the3) -
2*L1*L4*dthe1*dthe2*m4*sin(the2 + the3 + the4) -
2*L1*L4*dthe1*dthe3*m4*sin(the2 + the3 + the4) -
2*L1*L4*dthe1*dthe4*m4*sin(the2 + the3 + the4) -
2*L2*L4*dthe1*dthe2*m4*sin(2*the2 + the3 + the4) -
L2*L4*dthe1*dthe3*m4*sin(2*the2 + the3 + the4) -
L2*L4*dthe1*dthe4*m4*sin(2*the2 + the3 + the4) -
2*L1*L3*dthe1*dthe2*m3*sin(the2 + the3) -
2*L1*L3*dthe1*dthe2*m4*sin(the2 + the3) -
2*L1*L3*dthe1*dthe3*m3*sin(the2 + the3) -
2*L1*L3*dthe1*dthe3*m4*sin(the2 + the3) -
L2*L4*dthe1*dthe3*m4*sin(the3 + the4) -
L2*L4*dthe1*dthe4*m4*sin(the3 + the4);
V21=(L2^2*dthe1^2*m2*sin(2*the2))/2 +
(L2^2*dthe1^2*m3*sin(2*the2))/2 +
(L2^2*dthe1^2*m4*sin(2*the2))/2 + (L4^2*dthe1^2*m4*sin(2*the2
+ 2*the3 + 2*the4))/2 + (L3^2*dthe1^2*m3*sin(2*the2 +
2*the3))/2 + (L3^2*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + 2*the3))/2 +
L1*L2*dthe1^2*m2*sin(the2) + L1*L2*dthe1^2*m3*sin(the2) +
L1*L2*dthe1^2*m4*sin(the2) - L2*L3*dthe3^2*m3*sin(the3) -
L2*L3*dthe3^2*m4*sin(the3) - L3*L4*dthe4^2*m4*sin(the4) +
L3*L4*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + the4) +
L2*L3*dthe1^2*m3*sin(2*the2 + the3) +
L2*L3*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + the3) +
L1*L4*dthe1^2*m4*sin(the2 + the3 + the4) +
L2*L4*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + the3 + the4) +
L1*L3*dthe1^2*m3*sin(the2 + the3) + L1*L3*dthe1^2*m4*sin(the2
+ the3) - L2*L4*dthe3^2*m4*sin(the3 + the4) -
L2*L4*dthe4^2*m4*sin(the3 + the4) -
2*L2*L3*dthe2*dthe3*m3*sin(the3) -
```

```
2*L2*L3*dthe2*dthe3*m4*sin(the3) -
2*L3*L4*dthe2*dthe4*m4*sin(the4) -
2*L3*L4*dthe3*dthe4*m4*sin(the4) -
2*L2*L4*dthe2*dthe3*m4*sin(the3 + the4) -
2*L2*L4*dthe2*dthe4*m4*sin(the3 + the4) -
2*L2*L4*dthe3*dthe4*m4*sin(the3 + the4);
V31=(L4^2*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + 2*the4))/2 +
(L3^2*dthe1^2*m3*sin(2*the2 + 2*the3))/2 +
(L3^2*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + 2*the3))/2 +
(L2*L3*dthe1^2*m3*sin(the3))/2 +
(L2*L3*dthe1^2*m4*sin(the3))/2 + L2*L3*dthe2^2*m3*sin(the3) +
L2*L3*dthe2^2*m4*sin(the3) - L3*L4*dthe4^2*m4*sin(the4) +
L3*L4*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + 2*the3 + the4) +
(L2*L3*dthe1^2*m3*sin(2*the2 + the3))/2 +
(L2*L3*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + the3))/2 +
L1*L4*dthe1^2*m4*sin(the2 + the3 + the4) +
(L2*L4*dthe1^2*m4*sin(2*the2 + the3 + the4))/2 +
L1*L3*dthe1^2*m3*sin(the2 + the3) + L1*L3*dthe1^2*m4*sin(the2
+ the3) + (L2*L4*dthe1^2*m4*sin(the3 + the4))/2 +
L2*L4*dthe2^2*m4*sin(the3 + the4) -
2*L3*L4*dthe2*dthe4*m4*sin(the4) -
2*L3*L4*dthe3*dthe4*m4*sin(the4);
V41=(L4*m4*(L2*dthe1^2*sin(the3 + the4) +
2*L2*dthe2^2*sin(the3 + the4) + L3*dthe1^2*sin(the4) +
2*L3*dthe2^2*sin(the4) + 2*L3*dthe3^2*sin(the4) +
L3*dthe1^2*sin(2*the2 + 2*the3 + the4) +
2*L1*dthe1^2*sin(the2 + the3 + the4) + L4*dthe1^2*sin(2*the2
+ 2*the3 + 2*the4) + L2*dthe1^2*sin(2*the2 + the3 + the4) +
4*L3*dthe2*dthe3*sin(the4)))/2;
V=[V11;V21;V31;V41];
%% G
G11=0;
G21=- g*m4*(L3*cos(the2 + the3) + L2*cos(the2) + L4*cos(the2
+ the3 + the4)) - g*m3*(L3*cos(the2 + the3) + L2*cos(the2)) -
L2*g*m2*cos(the2);
G31=- g*m4*(L3*cos(the2 + the3) + L4*cos(the2 + the3 + the4))
- L3*g*m3*cos(the2 + the3);
G41=-L4*g*m4*cos(the2 + the3 + the4);
G=[G11; G21; G31; G41];
%% Control
the=[the1;the2;the3;the4];
the_dot=[dthe1; dthe2; dthe3; dthe4];
lamla=150;
K=40;
eta=10;
% lamla=30;
% K=40;
% eta=10;
```

```
fx=-inv(M)*(V+G);
gx=inv(M);

E=the-ther;
dE=the_dot-dther;
s=lamla*E+dE;
u=inv(gx)*(ddther-lamla*dE-fx-K*s-eta*sign(s))
end
```

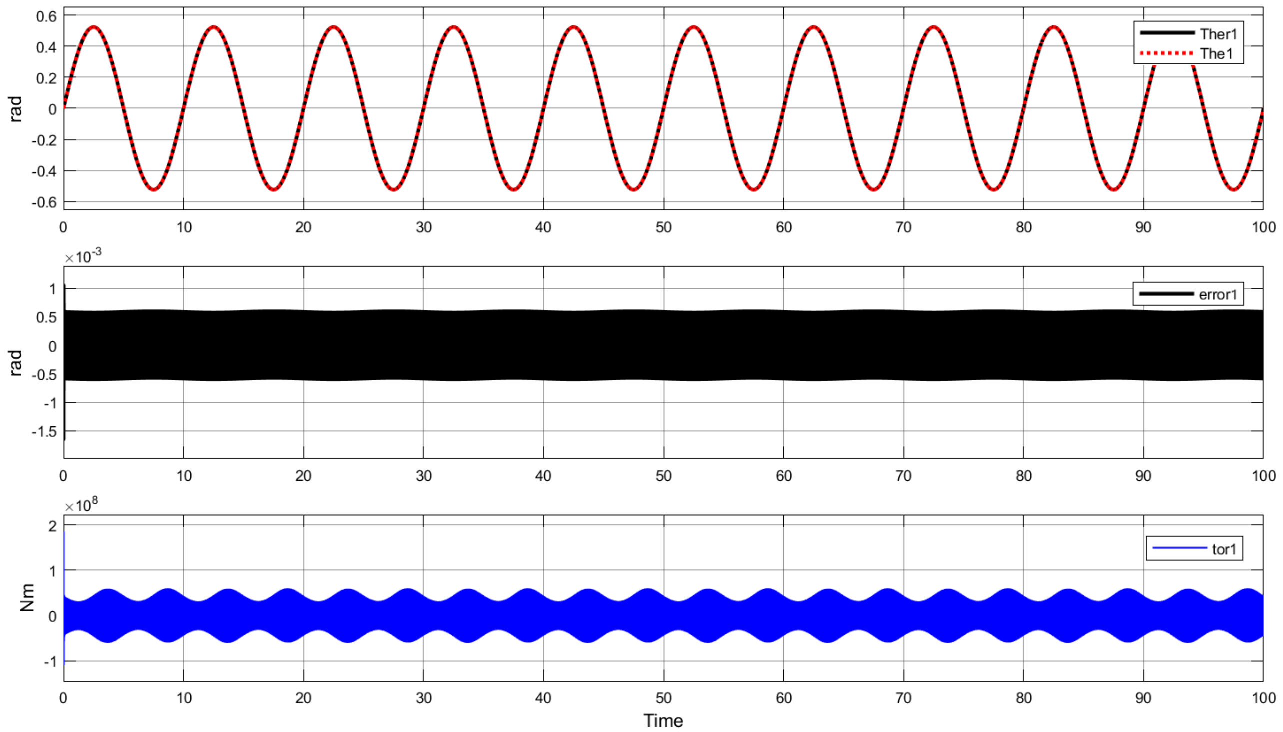


Hình 29 Khối qui hoạch quĩ đạo

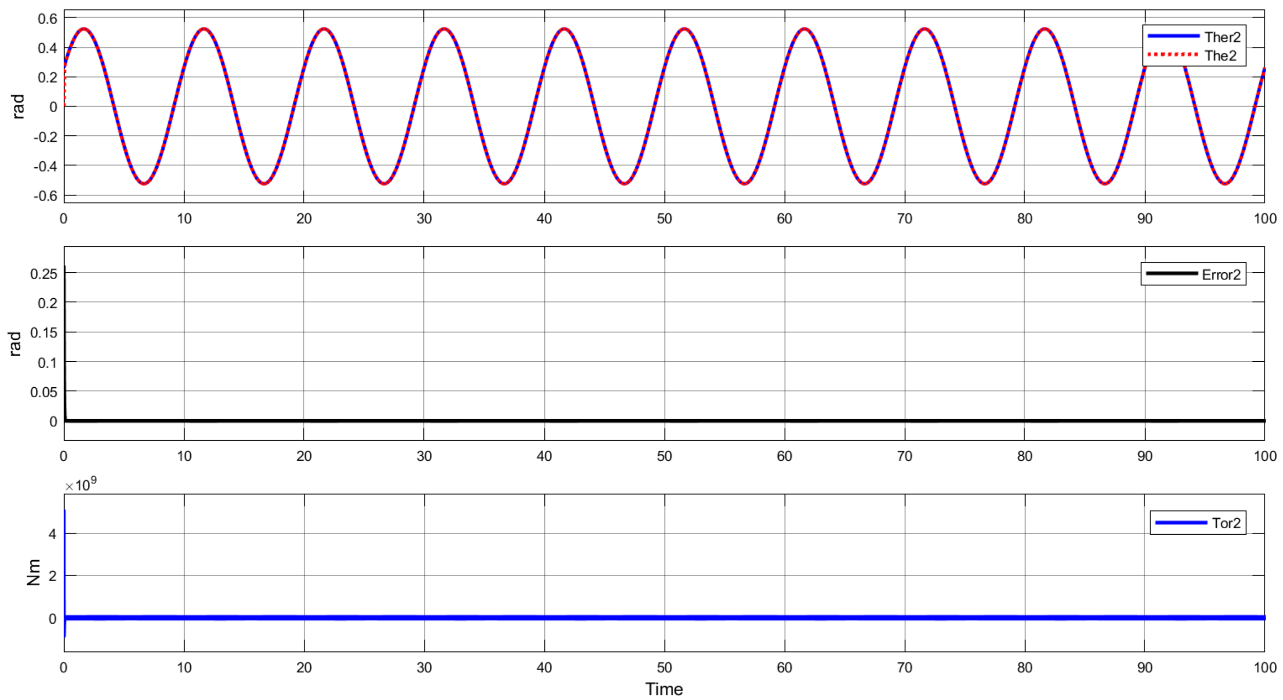


Hình 30 Bên trong khối qui hoạch quĩ đạo hình sin

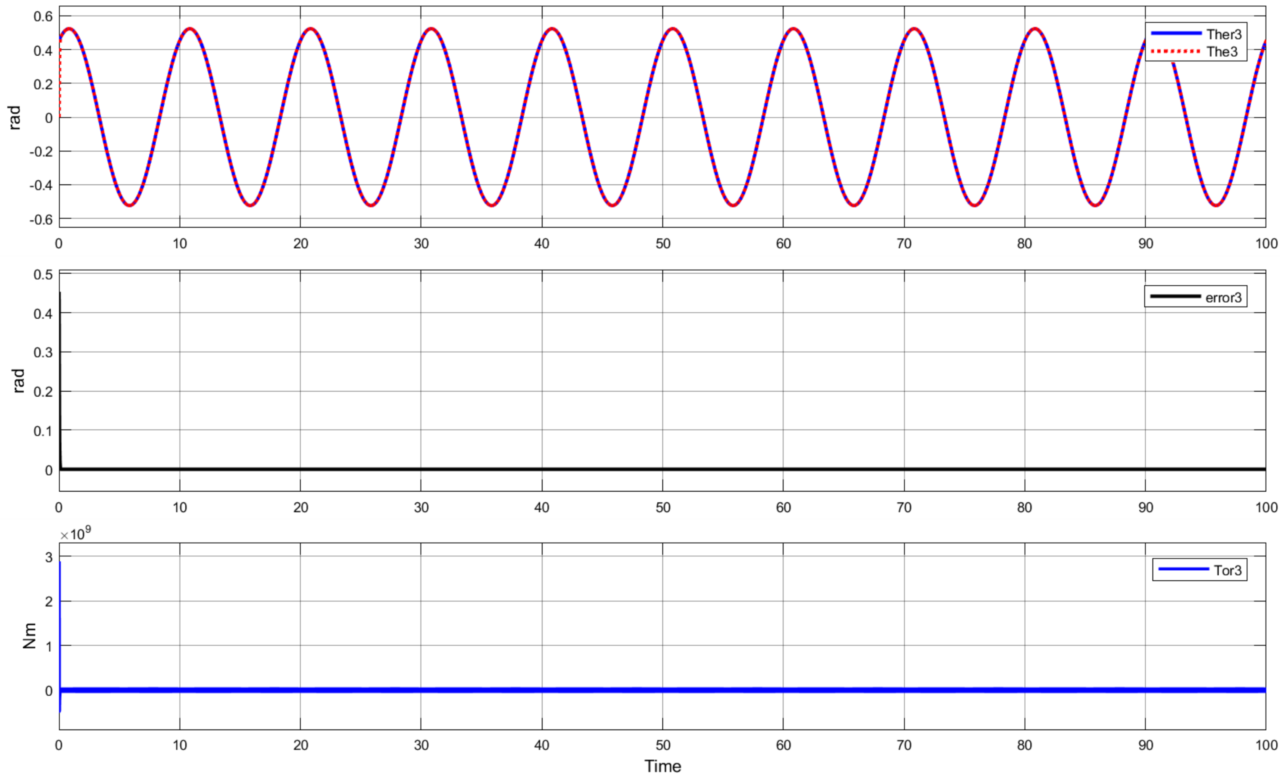
5.3 Kết quả mô phỏng



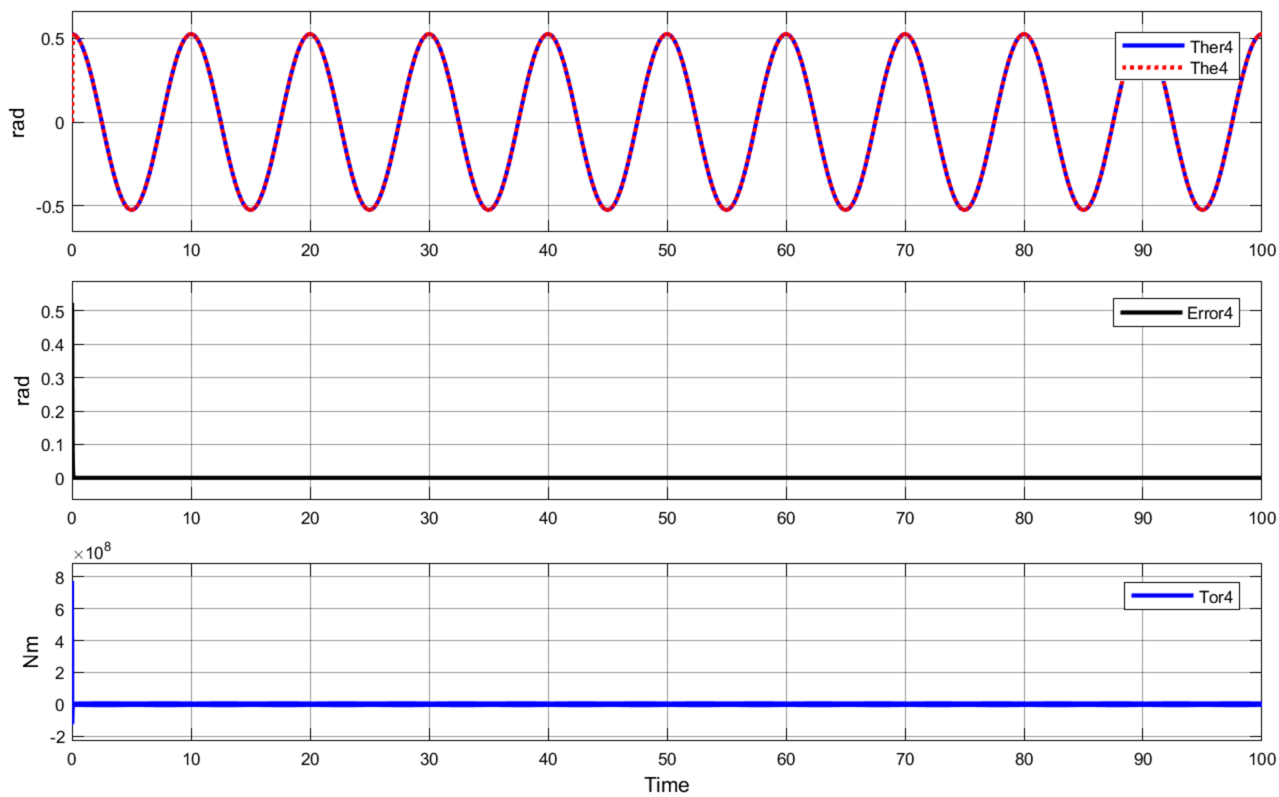
Hình 31 Tín hiệu vào và tín hiệu ra , sai số và tor1 của khớp 1



Hình 32 Tín hiệu vào và tín hiệu ra , sai số và tor1 của khớp 2



Hình 33 Tín hiệu vào và tín hiệu ra , sai số và tor1 của khớp 3



Hình 34 Tín hiệu vào và tín hiệu ra , sai số và tor1 của khớp 4

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] John J. Craig, Introduction to Robotics: Mechanics and Control, 2005.

[2] Giáo trình Kỹ thuật Robot, PGS.TS. Nguyễn Trường Thịnh.