

Práctica 6:

Circuito RLC: resonancia en serie y en paralelo

Objetivo. Determinar experimentalmente la frecuencia de resonancia en un circuito RLC serie y paralelo. Estudiar además el desfase entre la tensión y la corriente en función de la frecuencia de operación del circuito.

Temáticas abordadas. Circuitos de corrientes variables en el tiempo, RLC, resonancia.

1. Circuito RLC serie

1.1. Introducción

Considere el circuito RLC mostrado en la Figura 1, en el cual un capacitor C , una inductancia L y una resistencia R , se encuentran conectados en serie a un generador de funciones G .

Aplicando las leyes de Kirchoff al circuito de la figura, tenemos:

$$V_G = V_L + V_R + V_C = L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C}, \quad (1)$$

ecuación que podemos derivar nuevamente para obtener

$$\frac{dV}{dt} = L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C}. \quad (2)$$

Si el voltaje suministrado por el generador G es sinusoidal, entonces el término a la izquierda de la última ecuación es

$$V(t) = V_m \sin(\omega t), \quad (3)$$

y la corriente circulante por el circuito estará dada por

$$I(t) = I_m \sin(\omega t + \phi), \quad (4)$$

siendo $\omega = 2\pi f$ la frecuencia angular, y f la frecuencia (medida en Hz) suministrada por el generador de funciones.

La impedancia Z del circuito es

$$Z = Z_R + Z_L + Z_C = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right), \quad (5)$$

siendo j la unidad imaginaria, por lo que

$$V = IZ = I \left[R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right]. \quad (6)$$

Ahora bien, la tangente del ángulo de desfase entre tensión y corriente será igual al cociente entre las partes imaginaria y real de la impedancia Z , es decir:

$$\tan(\phi) = \frac{\text{Im}Z}{\text{Re}Z} = \frac{1}{R} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right), \quad (7)$$

y el módulo de la impedancia, resultará

$$|Z|^2 = R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2. \quad (8)$$

El ángulo de desfase ϕ entre I y V puede ser positivo, en cuyo caso el circuito es capacitivo. Si, por el contrario, $\phi < 0$, se dice que el circuito es inductivo. Finalmente, si no hay desfase entre corriente y tensión, el circuito se denomina resistivo. En este último caso, tensión y corriente están en fase y la parte imaginaria de la impedancia es nula. Esta condición implica

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0, \quad (9)$$

condición que se cumple para la denominada *frecuencia de resonancia* ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (10)$$

Resulta fácil observar que, para este caso, la corriente circulante por el circuito alcanza su amplitud máxima. En este marco, definimos el *ancho de banda* $\Delta\omega$ como el intervalo de frecuencias para el que la potencia disipada disminuye exactamente a la mitad de la máxima potencia disipada. De acuerdo a nuestros resultados anteriores, el ancho de banda para el circuito RLC serie viene dado por

$$\Delta\omega = \frac{R}{L}. \quad (11)$$

Definiendo ahora el *factor de calidad* o *mérito* Q mediante

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}, \quad (12)$$

obtenemos, para el caso del circuito que nos ocupa:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}. \quad (13)$$

1.2. Desarrollo de la experiencia

En esta parte de la práctica, se propone montar un circuito como el de la Figura 1. A continuación:

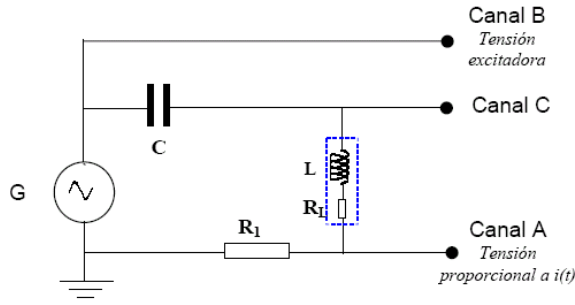


Figura 1. Esquema del circuito RLC serie.

1. Estudie la variación de la tensión sobre la resistencia en función de la frecuencia de operación.
2. A partir de las mediciones realizadas en el inciso anterior, encuentre la frecuencia de resonancia y el valor del factor de calidad. Recuerde que la inductancia tiene una resistencia propia (tal y como se muestra en la Figura 1) y, según corresponda, deberá ser considerada en la resistencia total del circuito.
3. Determine experimentalmente el desfase $\phi(\omega)$ en función de la frecuencia; para lo cual puede resultarle útil el *modo XY* del osciloscopio. Para más información, consulte el apunte acerca de *Cómo determinar el desfase entre dos señales*.

2. Circuito RLC paralelo

2.1. Introducción

Considere ahora el circuito RLC paralelo cuyo esquema se ilustra en la Figura 2. Comience por analizar teóricamente esta nueva configuración con las herramientas matemáticas empleadas en la primera parte de la práctica.

En este circuito, la impedancia viene dada por la impedancia del paralelo (L, C), que llamaremos Z_{LC} , en serie con la impedancia de la resistencia, R . Dado que la inductancia tiene una resistencia interna R_L , tenemos

$$\frac{1}{Z_{LC}} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{R_L + Z_L}, \quad (14)$$

es decir,

$$Z_{LC} = \frac{(R_L + j\omega L) \left(-\frac{j}{\omega C}\right)}{R_L + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}. \quad (15)$$

Para desfase nulo ($\phi = 0$), habrá un mínimo en la potencia transferida cuando la frecuencia angular sea igual a

$$\omega'_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - R_L^2 \frac{C}{L}}. \quad (16)$$

Observe que si la resistencia interna de la inductancia resulta nula, entonces

$$\omega'_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (17)$$

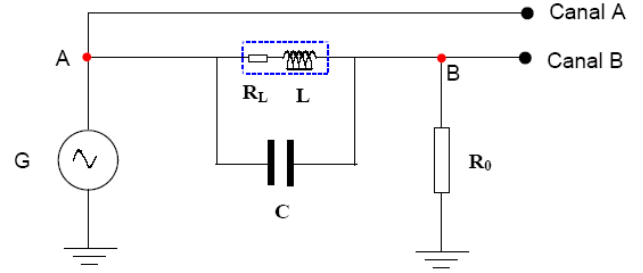


Figura 2. Esquema del circuito RLC paralelo.

2.2. Desarrollo de la experiencia

Para esta segunda parte de la práctica, comience por montar el circuito de la Figura 1. A continuación:

1. Estudie la variación de la tensión sobre la resistencia en función de la frecuencia de operación.
2. A partir de las mediciones realizadas en el inciso anterior, encuentre la frecuencia de antiresonancia y el valor del factor de calidad.
3. Determine experimentalmente el desfase $\phi(\omega)$ en función de la frecuencia; para lo cual puede resultarle útil el *modo XY* del osciloscopio. Para más información, consulte el apunte acerca de *Cómo determinar el desfase entre dos señales*.
4. Compare los resultados de esta parte con aquellos obtenidos en el estudio del circuito RLC serie.

Referencias

1. M. Alonso and E.J. Finn. *Física: Campos y ondas*, volume 2 of *Física*. Editorial Pearson Educación, 1998.
2. F.S. Crawford. *Ondas*, volume 3 of *Berkeley Physics Course*. Editorial Reverté, 1994.
3. E.M. Purcell. *Electricidad y magnetismo*, volume 2 of *Berkeley Physics Course*. Editorial Reverté, 1988.
4. J.R. Reitz, F.J. Milford, and R.W. Christy. *Fundamentos de la teoría electromagnética*. Pearson Educación. Editorial Pearson Educación, 1996.
5. F.R. Trelles. *Temas de electricidad y magnetismo*. Ediciones previas. Editorial EUDEBA, 1984.