

Algorytmy i struktury danych



Struktury danych (Python)

Struktury danych - krotka (tuple)



- Krotkę poznaliśmy już nieco wcześniej ale czas aby poznać się oficjalnie :)
- Krotka jest bardzo podobna do listy również przechowuje elementy w uporządkowanej kolejności i umożliwia dostanie się do nich po indeksie.
- Raz utworzonej krotki nie można jednak zmienić, nie posiada metod takich jak append czy extend, znanych z listy.
- Krotkę zapisujemy tak jak listę, z tą różnicą, że zamiast kwadratowych nawiasów używamy okrągłych.
- Jednoelementowa krotka musi mieć przecinek po swoim jedynym elemencie.
- Jeśli funkcja zwraca kilka elementów to tak naprawdę zwraca krotkę, w tym przypadku nie trzeba po return pisać nawiasów.
- Podobnie w przypisaniu nawiasy można pominąć.

```
In [1]: empty_tuple = tuple()
In [2]: single = 1,
In [3]: pair = 1, 2
In [4]: triple = 1, 2, 3
In [5]: triple[1]
Out[5]: 2
  [6]: def returns tuple():
            return 1, 2, 3
In [7]: returns_tuple()
Out[7]: (1, 2, 3)
In [8]: first, *rest = triple
   [9]: first
```



- Krotka jest tylko jednym z przykładów niemodyfikowalnych struktur danych.
 Łańcuchy znaków (string) również zaliczają się do tej grupy.
- Ważne aby uświadomić sobie, że zmienna, do której przepisaliśmy niemodyfikowalną strukturę danych nadal może być przypisana do zupełnie innej rzeczy.
- W takim przypadku nie zmodyfikowaliśmy zawartości zmiennej tylko sprawiliśmy, że wskazuje na inne miejsce w pamięci.
- Natomiast jeśli spróbujemy zmodyfikować np. pojedynczą literę w ciągu znaków to ta operacja się nie powiedzie.



- Można zapytać jakie są konsekwencje niemodyfikowalności, poza oczywistym faktem, że danej struktury nie da się zmodyfikować w miejscu.
- Jedną z konsekwencji jest zużycie pamięci.
- Na przykładzie obok "wydłużamy" zmienną output o kolejne elementy z listy.
- Faktyczne jednak przy każdym obiegu pętli powstaje nowy obiekt a my ustawiamy jedynie zmienną output na ten, który obecnie jest najdłuższy.
- Pozostałe, niepotrzebne elementy zajmują miejsce w pamięci co miałoby duże znaczenie gdyby lista zawierała miliony elementów.



Typy modyfikowalne:

Listy, zbiory, słowniki

Typy niemodyfikowalne:

• Krotki, frozensety, liczby, stringi, wartości boolowskie



- 1. matrix = [[1,2,3], [4,5,6], [7,8,9]]
- 2. **matrix[1]**
- 3. **matrix[1][2]**
- 4. matrix.append("to nie jest liczba")
- 5. matrix[: 2] = 2
- 6. matrix[: 2] = [1, 2, 3]
- 7. matrix[: 2] = [1]
- 8. matrix + matrix



- 1. krotka = 1, 2, 3, "4", True
- 2. **krotka[2]**
- 3. krotka[3] = 4
- 4. krotka[:] = 1,2,3
- 5. krotka + krotka



- 1. name = "Jose"
- 2. name + " " + "Antonio"
- 3. **name[0] + " " + "Morales"**
- 4. name[len(name)-1]
- 5. **name[-1]**
- 6. name[0] = "H"



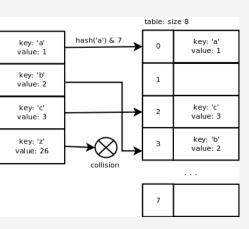
- 1. name + matrix
- matrix + name
- 3. name + name
- 4. name * 2
- 5. name[0] + name[1] + name[2] + name[3]

Jak działa słownik - haszowanie a typy immutable



- Oczywiście niemodyfikowalność ma również swoje zalety.
- Jedną z nich jest możliwość użycia struktury jako klucza w słowniku.
- Możnaby zapytać dlaczego kluczami w słowniku mogą być jedynie typy immutable.
- Aby zrozumieć odpowiedź należy najpierw zastanowić się jak działa słownik w Pythonie.
- Podstawą działania słownika jest funkcja haszująca.
- Funkcja haszująca posiada następujące właściwości:
 - Zwraca wartość, która jest liczbą całkowitą.
 - Oblicza się ją szybko, w stałym czasie niezależnie od elementu, na którym liczy się hash.
 - Dwa takie same elementy posiadają tę samą wartość hashu.
 - Dwa różne elementy, choćby różniły się od siebie bardzo niewiele, będą miały dwie zupełnie różne wartości hashu, w żaden sposób ze sobą niezwiązane.
- Aby obliczyć wartość funkcji haszującej na elemencie w Pythonie, należy użyć wbudowanej funkcji hash.
- Pod spodem interpreter wywołuje metodę __hash__ klasy, z której pochodzi dany obiekt.
- Dla wszystkich podstawowych typów funkcja __hash__ jest już zdefiniowana.
- Zeby wiedzieć gdzie umieścić dany element w słowniku, na kluczu obliczana jest wartość funkcji haszującej.
- Następnie liczy się hash % rozmiar słownika i w ten sposób wylicza się indeks pod który należy wstawić element.

 Autor: Michał Nowotka



Jak działa słownik - haszowanie a typy immutable



- Gdyby kluczem był modyfikowalny element, po jego modyfikacji otrzymalibyśmy inną wartość funkcji haszującej i znalezienie elementu w słowniku byłoby niemożliwe.
- Dokładne działanie Pythonowego słownika opisuje <u>artykuł</u>.
- Wbrew pozorom używanie jako klucza czegoś innego niż string nie jest niczym niezwykłym, można w ten sposób reprezentować wielowymiarowe plansze do gier albo grafy.

```
[n [1]: board = {}
n [2]: board[0,0] = False
[n [3]: hash('ala ma kota')
      4831261069132572937
n [4]: hash('ala ma kota')
       4831261069132572937
in [5]: hash('ala ma koty')
 t[5]: 5029174871914192939
n [6]: hash(1)
 t[6]: 1
n [7]: hash(2)
  7 2
n [8]: hash([])
                                          Traceback (most recent call last)
cipython-input-8-4c7351eba020> in <module>
---> 1 hash([])
 peError: unhashable type: 'list'
```

Autor: Michał Nowotka

Kopiowanie słownika



Napisz kod, który na podstawie wcześniej utworzonego słownika, utworzy jego kopię.

Kopiowanie słownika - copy vs deepcopy



- Aby utworzyć kopię słownika można użyć jego metody o nazwie copy.
- Utworzona kopia będzie tak zwaną płytką kopią to znaczy, że powstanie nowy obiekt ale będzie on posiadał jedynie referencje do wartości trzymanych w oryginalnym słowniku.
- Można to zobaczyć na przykładzie obok zarówno oryginalny słownik jak i jego kopia przechowują referencję do tych samych list. Jeśli zmodyfikujemy listę w oryginalnym słowniku zobaczymy również zmianę w jego kopii.

```
In [1]: my_dict = {'a': [1, 2, 3], 'b': [4, 5, 6]}
In [2]: my_copy = my_dict.copy()
In [3]: my_copy
Out[3]: {'a': [1, 2, 3], 'b': [4, 5, 6]}
In [4]: my_dict['a'].append(4)
In [5]: my_dict
Out[5]: {'a': [1, 2, 3, 4], 'b': [4, 5, 6]}
In [6]: my_copy
Out[6]: {'a': [1, 2, 3, 4], 'b': [4, 5, 6]}
```

Kopiowanie słownika - copy vs deepcopy



- Głęboka kopia wykonuje nie tylko kopię słownika ale wszystkich jego wartości.
- Odtąd referencje w skopiowanym słowniku wskazują na osobne obiekty.
- Funkcjonalności tworzenia głębokiej kopii dostarcza moduł copy.
- Na przykładzie możemy zobaczyć jak zmiana dokonana na liście wchodzącej w skład oryginalnego słownika nie wpływa na jego kopię.

```
In [1]: from copy import deepcopy
In [2]: my_dict = {'a': [1, 2, 3], 'b': [4, 5, 6]}
In [3]: my_copy = deepcopy(my_dict)
In [4]: my_copy
Out[4]: {'a': [1, 2, 3], 'b': [4, 5, 6]}
In [5]: my_dict['a'].append(4)
In [6]: my_dict
Out[6]: {'a': [1, 2, 3, 4], 'b': [4, 5, 6]}
In [7]: my_copy
Out[7]: {'a': [1, 2, 3], 'b': [4, 5, 6]}
```

Kopiowanie słownika



Napisz funkcję add_dict(dict1, dict2) generującą złączenie dwóch słowników. Funkcja powinna zwracać nowy słownik zawierający wszystkie wartości z obydwu argumentów (przyjmuje się, że są to słowniki). Jeśli w każdym z argumentów występuje ten sam klucz, w wyniku może znaleźć się dowolna z wartości.

Struktury danych



Napisz funkcję wyliczającą ilość poszczególnych znaków w napisie.

Struktury danych - defaultdict



- Wróćmy na chwilę do słownika wyobraźmy sobie, że chcemy policzyć ilość wystąpień każdej litery w tekście.
- W takim przypadku słownik wydaje się być idealną strukturą danych kluczami będą litery alfabetu a wartościami liczby wystąpień.
- Powstaje jednak pewien problem. Na początku słownik jest pusty i kiedy po raz pierwszy wkładamy do niego
 nową literę musimy jako wartość umieścić tam jedynkę a za każdym kolejnym razem zwiększamy aktualną
 wartość ze słownika o 1. O ile piękniej byłoby gdybyśmy mogli pozbyć się konstrukcji if/else...

Autor: Michał Nowotka

Struktury danych - defaultdict



- Z pomocą przychodzi nowa struktura danych: defaultdict ze standardowego modułu collections.
- Jak sama nazwa wskazuje, jeśli odnosimy się do klucza, który nie istnieje to brakująca wartość zostanie zastąpiona domyślną.
- Jak widać na poniższym przykładzie, aby stworzyć nowy obiekt defaultdict, należy podać nazwę funkcjifabryki, która zostanie wywołana aby stworzyć domyślny element. Jeśli wywołamy int(), dostaniemy zero.

Struktury danych - defaultdict



- defaultdict świetnie nadaje się do grupowania elementów. Wyobraźmy sobie, że mamy kolekcję par, w
 której pierwszy element pary jest etykietą a drugi wartością. Chcemy zgrupować wszystkie elementy, które
 posiadają tę samą etykietę.
- W takim przypadku stworzymy obiekt defaultdict, którego domyślnym elementem jest pusta lista.

```
In [1]: from collections import defaultdict
In [2]: pairs = [('yellow', 1), ('blue', 2), ('yellow', 3), ('blue', 4), ('red', 1)]
In [3]: d = defaultdict(list)
In [4]: for k, v in pairs:
   d[k].append(v)
Out[5]: defaultdict(list, {'yellow': [1, 3], 'blue': [2, 4], 'red': [1]})
```

Struktury danych - Counter



- Wróćmy na chwilę do zliczania wystąpień liter w tekście.
- Istnieje jeszcze jedna struktura, która sprawia że ta czynność jest jeszcze prostsza. Jest nią Counter ze standardowego modułu collections.
- Counter przyjmuje dowolną kolekcję (listę, krotkę, string) a jest typem słownika, którego kluczami są elementy wejściowej kolekcji, a wartościami ilości wystąpień.
- Counter posiada wszystkie metody znane ze słownika jak również metodę most_common(n), zwracającą n
 najczęściej występujących elementów.

Struktury danych - Counter





Autor: Michał Nowotka Prawa do korzystania z materiałów posiada Software Development Academy

Typy mutable jako domyślne wartości funkcji



- Używanie modyfikowalnego typu (np listy) jako wartość domyślna argumentu w funkcji jest groźna i uważana za programistyczny błąd.
- W przykładzie obok mamy funkcję, która dodaje nowego pracownika do listy pracowników.
- Drugi argument ma domyślną wartość jest nią pusta lista, zatem oczekujemy, że jeśli nie podamy listy to zostanie utworzona nowa pusta lista i do niej dodany nowy pracownik.
- Tak dzieje się jedynie za pierwszym razem. Podczas kolejnych wywołań funkcji bez podawania drugiego argumentu wartość domyślna nie jest już pustą listą.
- Okazuje się, że Python ponownie używa tej samej listy jako wartość domyślną a ponieważ zmodyfikowaliśmy ją w poprzednich wywołaniach to nie jest ona już pusta.

```
[1]: def add_employee(emp, emp_list=[]):
            emp_list.append(emp)
            print(emp_list)
In [2]: emps = ['Ania', 'Ola']
In [3]: add_employee('Maciek', emps)
['Ania', 'Ola', 'Maciek']
In [4]: add_employee('Staszek')
['Staszek']
In [5]: add_employee('Magda')
['Staszek', 'Magda']
In [6]: add_employee('Igor')
 'Staszek', 'Magda', 'Igor']
```

Typy mutable jako domyślne wartości funkcji



- Przykład obok pokazuje w jaki sposób możemy naprawić naszą funkcję.
- Zamiast ustawiać domyślną wartość na pustą listę ustawiamy ją na None a w ciele funkcji sprawdzamy czy drugi argument jest równy
 None czy nie.
- Jeśli jest równy None to dopiero wtedy przypisujemy do niego pustą listę.
- Poprawiona funkcja działa tak, jak można by tego oczekiwać - przy każdym wywołaniu bez drugiego argumentu zwraca jednoelementową listę zawierającą jedynie pierwszy argument.

```
add employee(emp, emp_list=None):
            if not emp list:
                emp list = []
            emp list.append(emp)
            print(emp_list)
In [2]: emps = ['Ania', 'Ola']
In [3]: add_employee('Maciek', emps)
['Ania', 'Ola', 'Maciek']
In [4]: add_employee('Staszek')
'Staszek']
In [5]: add_employee('Magda')
['Magda']
  [6]: add_employee('Igor')
['Igor']
```

Struktury danych - namedtuple



- Wiemy już czym jest krotka i na czym polega różnica pomiędzy typami mutable a immutable.
- Czas na kolejną strukturę danych: nazwaną krotkę czyli namedtuple.
- namedtuple również jest immutable oraz, jak sama nazwa wskazuje, jest bardzo podobny do krotki.
- Różnica polega na tym, że aby odnieść się do elementu krotki trzeba użyć indeksu (który nic nie mówi o
 przeznaczeniu danego elementu) tymczasem w przypadku namedtuple można odnieść się do elementu
 poprzez jego nazwę.

```
In [1]: number_info_tuple = ('697120906', '+48', '-')
In [2]: area_code = number_info_tuple[1]
In [3]: from collections import namedtuple
In [4]: NumberInfo = namedtuple('NumberInfo', 'number area_code delimiter')
In [5]: number_info_namedtuple = NumberInfo('697120906', '+48', '-')
In [6]: number_info_namedtuple.area_code
Out[6]: '+48'
```

Struktury danych - namedtuple



- Jak widać na przykładzie, **namedtuple** jest funkcją-fabryką, która zwraca klasę.
- Pierwszym argumentem funkcji **namedtuple** jest nazwa tworzonej klasy.
- Drugim argumentem jest lista nazw pól w postaci ciągu znaków gdzie pola są rozdzielone spacjami bądź listy.
- Po stworzeniu klasy można tworzyć jej obiekty podając w konstruktorze wartości pól, w kolejności w jakiej zostały podane na liście podczas tworzenia klasy.

```
In [1]: number_info_tuple = ('697120906', '+48', '-')
In [2]: area_code = number_info_tuple[1]
In [3]: from collections import namedtuple
In [4]: NumberInfo = namedtuple('NumberInfo', 'number area_code delimiter')
In [5]: number_info_namedtuple = NumberInfo('697120906', '+48', '-')
In [6]: number_info_namedtuple.area_code
Out[6]: '+48'
```

Struktury danych - dataclass



- dataclass jest dekoratorem umożliwiającym tworzenie klas zorientowanych głównie na przechowywanie danych a więc podobnych do namedtuple.
- Użycie tego dekoratora pozwala między innymi zaoszczędzić konieczności dostarczania implementacji specjalnej metody __init__.
- Podobnie nie jest konieczne dostarczanie metody <u>repr</u>.
- dataclass wymusza stosowanie adnotacji typów choć oczywiście typy nie są sprawdzane, chyba że użyjemy narzędzi takich jak mypy.
- Zaletą dataclass jest fakt, że mamy do czynienia z normalną klasą, do której możemy dodać metody.
- Ponadto możemy podać wartości domyślne pól, co jest trudne do uzyskania w przypadku namedtuple.
- Pewnym mankamentem jest dostępność dekorator **dataclass** został wprowadzony dopiero w wersji 3.7 Pythona.

Struktury danych - dataclass

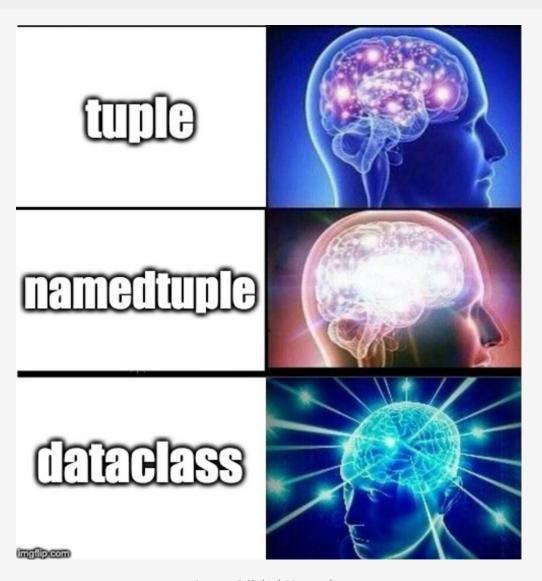


- Pola klasy definiujemy jako atrybuty klasowe, obowiązkowo z adnotacją typu.
- Nie musimy już pisać konstruktora, który w przypadku tak dużej ilości pól byłby dość rozwlekły.
- Po wydrukowaniu obiektu w konsoli widzimy przyjazną, zrozumiałą reprezentację pozwalającą zrozumieć jakie wartości kryją się w polach.

```
mport dataclasses
 mport datetime
import typing
dataclasses.dataclass(frozen=True)
class UserData
   first name: str
    last_name: str
    email: str
   state province: str
   address_line_1: str
    city: str
    country: str
   postal code: str
    date_of_birth: typing.Optional[datetime.datetime] = None
## -- End pasted text --
  [2]: user = UserData('Maciej', 'Tarnowski', 'maciej@gmail.com',
   ...: 'Mazowieckie', 'Kapitulna 9', 'Warszawa', 'Polska', '01-123')
in [3]: print(user)
UserData(first_name='Maciej', last_name='Tarnowski', email='maciej@gmail.com', state_province='Mazowie
kie', address line 1='Kapitulna 9', city='Warszawa', country='Polska', postal_code='01-123', date_of_b
rth=None)
```

Struktury danych - dataclass





Autor: Michał Nowotka Prawa do korzystania z materiałów posiada Software Development Academy

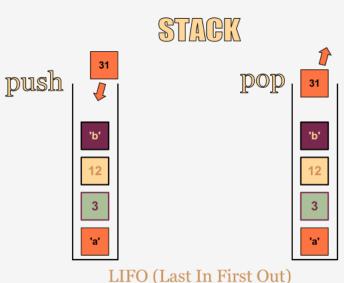


Struktury danych

Struktury danych - stos



- Stos jest abstrakcyjną strukturą danych w Pythonie nie ma osobnego typu dla stosu.
- Mimo to stos jest bardzo ważną koncepcją, którą warto znać.
- Stos przypomina podajnik na talerze znany z niektórych restauracji albo rurę z kulkami.
- Nowy element można dodać jedynie na wierzchołek stosu ta operacja nazywa się push.
- Jeśli pobieramy element ze stosu to również jedynie ten, który znajduje się na jego szczycie, ta operacja nazywa się pop.
- Pierwszym elementem, który zdejmujemy ze stosu będzie ten, który dostał się tam jako ostatni, z ang. Last In, First Out (LIFO).



Struktury danych - lista jako stos



- Pomimo, że Python nie posiada dedykowanej struktury dla stosu to z powodzeniem można zostąpić go listą.
- Lista posiada metodę **pop**, która usuwa ostatni element listy i zwraca go jako wynik funkcji.
- Lista posiada również metodę append, która dodaje na jej koniec element - ta metoda odpowiada operacji push.
- Jeśli ograniczymy się jedynie do używania metod pop i append na liście, efektywnie będziemy ją traktować jak stos.
- Obie operacje push (append) i pop są w przypadku listy bardzo szybkie, wykonują się w stałym czasie.

```
In [1]: stack = []
In [2]: stack.append('first')
In [3]: stack.append('second')
In [4]: stack.append('last')
In [5]: stack
   [5]: ['first', 'second', 'last']
  [6]: stack.pop()
   6 'last'
  [7]: stack
       ['first', 'second']
In [8]: stack.pop()
   8 'second'
       stack
       ['first']
  [10]: stack.pop()
   [10]: 'first'
       : stack
```

Struktury danych - stos



Napisz klasę **Stack** reprezentującą stos. Obiekty tej klasy powinny przechowywać listę danych i udostępniać metody **push** i **pop** do dorzucania i wyciągania z niego wartości. Stos powinien posiadać również atrybut **length** (reprezentujący jego aktualny rozmiar), który powinien się zmieniać wraz z wykonywaniem operacji **push** i **pop**.

Struktury danych - kolejka



- Podczas gdy w przypadku stosu ostatni dodany element jest pierwszym, który opuści stos, w kolejce jest inaczej - pierwszy dodany element opuści ją też jako pierwszy. Jest to zasada First In, First Out (FIFO).
- Kolejka również jest abstrakcyjnym typem danych jednak nie można jej zaimplementować w Pythonie przy użyciu listy, ponieważ usunięcie elementu z jej początku (albo dodanie elementu do początku listy) jest kosztowną operacją, wymagającą przekopiowania wszystkich elementów na liście a więc trwającą proporcjonalnie do długości listy.



Struktury danych - deque jako kolejka



- Do implementacji kolejki w Pythonie służy typ deque dostępny w module collections.
- deque posiada metody znane z listy to znaczy append
 i pop.
- Posiada również metody popleft i appendleft.
- Aby uzyskać zachowanie kolejki należy używać metod append i popleft lub appendleft i pop.

```
[1]: from collections import deque
In [2]: queue = deque()
In [3]: queue.append('first')
In [4]: queue.append('second')
In [5]: queue.append('last')
[n [6]
        aueue
        deque(['first', 'second', 'last'])
        queue.popleft()
 ut[7]: 'first'
[8] n
        aueue
        deque(['second', 'last'])
        queue.popleft()
        'second'
 n [10]
         queue
         deque(['last'])
         queue.popleft()
   [11]: 'last'
[n [12]:
         queue
         deque([])
```

Struktury danych - kolejka

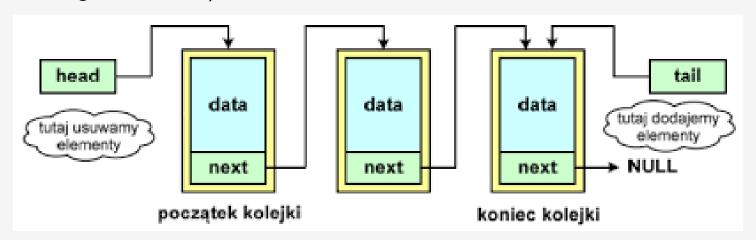


Zaimplementuj klasę FifoQueue. Powinna korzystać ze struktury deque oraz posiadać metody append oraz pop.

Struktury danych - lista



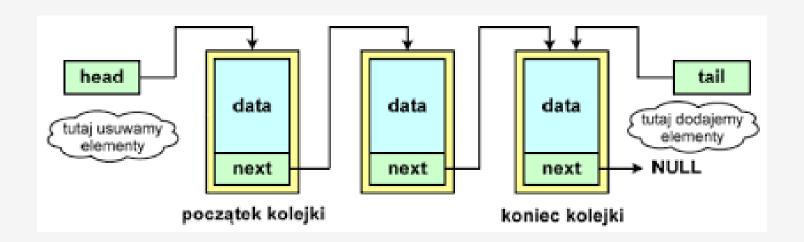
- Lista jest sekwencyjną strukturą danych, która składa się z ciągu elementów tego samego typu.
- Z danego elementu listy możemy przejść tylko do elementu następnego (lista jednokierunkowa) albo do następnego lub poprzedniego (lsita dwukierunkowa).
- Dojście do elementu i-tego wymaga przejścia przez kolejne elementy od pierwszego do docelowego.
- Pojedynczy element listy składa się z danych (data), wskaźnika na następny element (next) i ewentualnie wskaźnika na element poprzedni (prev – tylko w przypadku lsit dwukierunkowych).
- Tworząc listę zwykle dodaje się dwa dodatkowe wskaźniki: head (wskazuje pierwszy element listy) oraz tail
 (wskazuje ostatni element). Do zliczania długości listy wykorzystuje się licznik count (inkrementowany z
 każdym dodaniem nowego elementu).



Struktury danych - lista



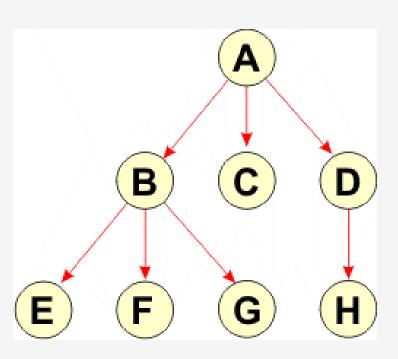
- Elementy listy nie muszą leżeć obok siebie w pamięci. Zatem lista nie wymaga ciągłego obszaru pamięci i może być rozłożona w różnych jej segmentach.
- Nowe elementy można szybko dołączać w dowolnym miejscu listy, zatem lista może dynamicznie rosnąć w pamięci. Również z listy można usuwać dowolne elementy, co powoduje, iż lista kurczy się w pamięci.
- Jeżeli chcemy odnaleźć konkretny element w liście, musimy przechodzić od pierwszego elementu (head) do ostatniego (tail) do momentu aż odnajdziemy poszukiwane dane. Nie istnieje możliwość dotarcia do elementu poprzez indeks.



Struktury danych - drzewo



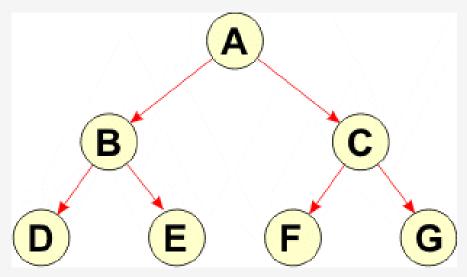
- Drzewo to struktura zbudowana z węzłów (ang. node).
- Węzły przechowują dane, są ze sobą powiązane w sposób hierarchiczny za pomocą krawędzi (ang. edge), reprezentowanych przez strzałki.
 Pierwszy węzeł drzewa nazywa się korzeniem (ang. root node, na rysunku: A).
- Z korzenia odchodzą pozostałe węzły, które będziemy
 nazywać dziećmi (ang. child node). Synowie są węzłami podrzędnymi w
 strukturze hierarchicznej. Synowie tego samego ojca są
 nazywani braćmi (ang. sibling node). Węzeł nadrzędny w stosunku do
 syna nazwiemy ojcem (ang. parent node).
- Jeśli węzeł nie posiada dzieci, to nazywa się liściem (ang. leaf node, na rysunku: C, E, F, G, H), w przeciwnym razie nazywa się węzłem wewnętrznym (ang. internal node).
- Ciąg węzłów połączonych krawędziami to ścieżka (ang. path). Od korzenia do określonego węzła w drzewie można się dostać tylko jedną drogą (ścieżką).



Struktury danych – drzewo



- Drzewo binarne to takie, w którym węzły mogą posiadać co najwyżej dwóch synów (dzieci).
- Węzły potomne nazywa się odpowiednio dzieckiem lewym (ang. left child node) i dzieckiem prawym (ang. right child node).

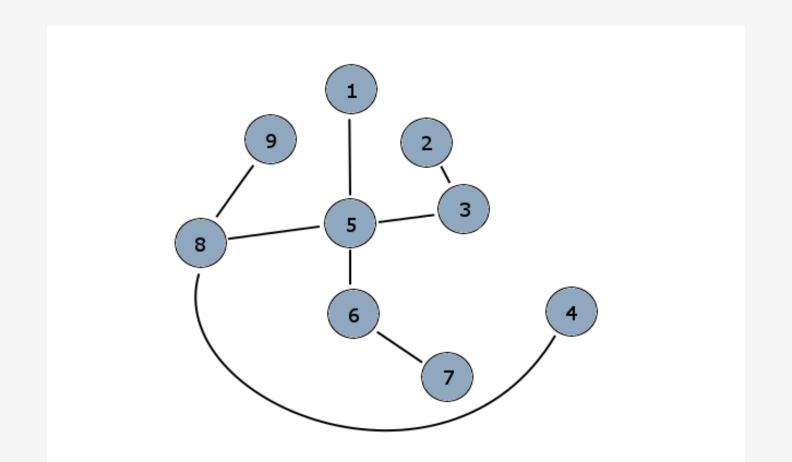


- Drzewa ułatwiają i przyspieszają wyszukiwanie, a także pozwalają w łatwy sposób operować na posortowanych danych.
- Drzewa są stosowane praktycznie w każdej dziedzinie informatyki (np. bazy danych, grafika komputerowa, przetwarzanie tekstu, telekomunikacja, serwery).

Struktury danych - graf



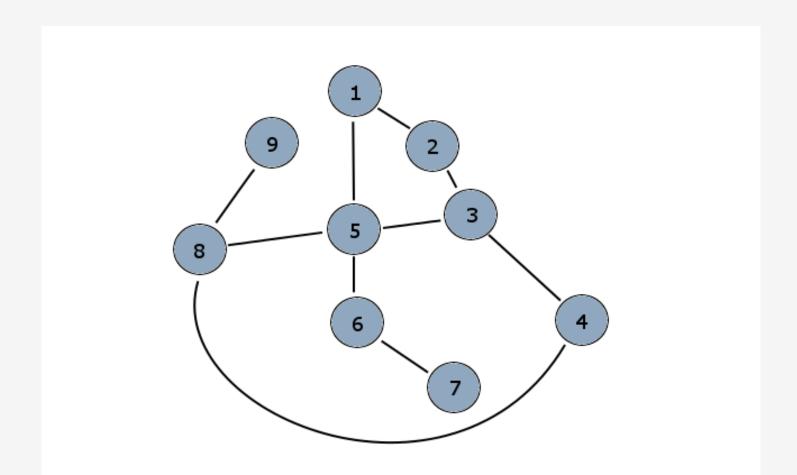
- Grafem nazywamy strukturę złożoną z wierzchołków i krawędzi łączących te wierzchołki.
- Drzewo to taki graf, w którym istnieje dokładnie jedna droga między dwoma wierzchołkami. W drzewie o n wierzchołkach jest dokładnie n-1 krawędzi.



Struktury danych – graf nieskierowany



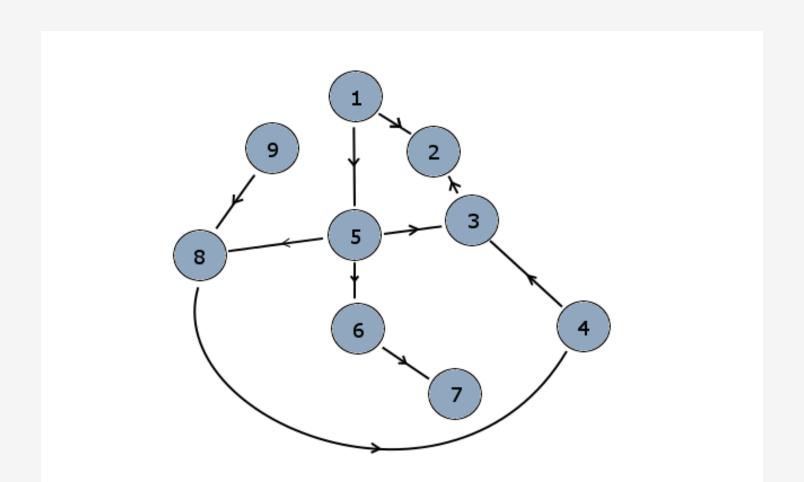
 Graf nieskierowany to taki graf, w którym połączenie między dwoma wierzchołkami A i B jest dwukierunkowe (A <--> B, z wierzchołka A możemy się dostać do wierzchołka B i na odwrót).



Struktury danych – graf skierowany



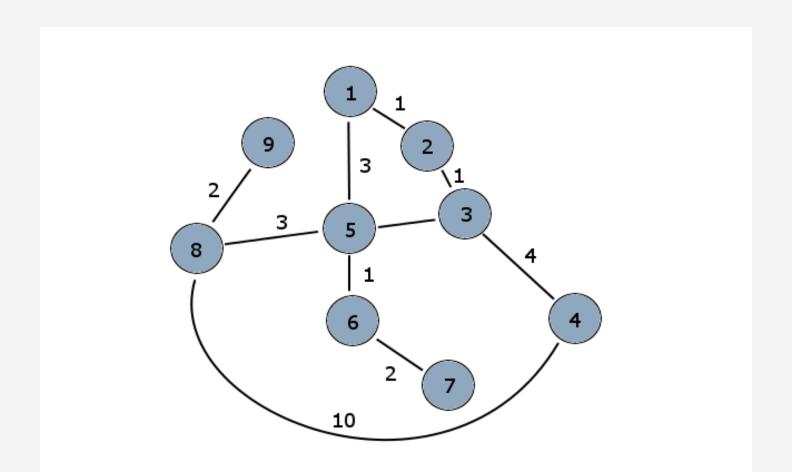
- W grafie skierowanym nadany jest kierunek poruszania się między dwoma wierzchołkami.
- Przejście z wierzchołka 1 do 3 jest możliwe tylko poprzez wierzchołek numer 5, natomiast z 9 możemy tylko wyjść, ale nie ma możliwości przejścia do niego.



Struktury danych – graf wagowy



W grafie wagowym (skierowanym lub nieskierowanym) każda krawędź ma nadaną wagę. Wierzchołki można
porównać do miast, krawędzie do dróg łączących te miasta, natomiast odległości między tymi miastami to
wagi.



Struktury danych - kopiec



- Ostatnią strukturą, którą omówimy jest kopiec.
- Kopiec jest drzewem binarnym o specjalnej właściwości w korzeniu (na szczycie kopca) zawsze znajduje się najmniejsza wartość jeśli kopiec jest minimalny lub największa jeśli kopiec jest maksymalny.
- Python dostarcza implementacji minimalnego kopca w module heapq.
- Pomimo, że kopiec formalnie jest drzewem, w praktyce przechowuje się go w postaci listy.
- Kopiec słabo nadaje się do wyszukiwania ale świetnie sprawdza się do tego aby pobrać z jego wierzchołka najmniejszy element. Wtedy na to miejsce wskoczy następny w kolejności najmniejszy element.
- W takim razie z kopca pobieramy elementy uporządkowane rosnąco

 tak właśnie działa sortowanie przez kopcowanie z listy losowych
 elementów tworzymy kopiec i wyciągamy je z kopca aż będzie on
 pusty, dostaniemy uporządkowaną listę elementów.
- Kopiec można również traktować jak priorytetową kolejkę w końcu zawsze wyjmiemy z niego element o ekstremalnym priorytecie.

```
In [1]: paste
from heapy import heappush, heappop
def heapsort(iterable):
    for value in iterable
        heappush(h, value)
    return [heappop(h) for i in range(len(h))]
## -- End pasted text --
In [2]: import random
In [3]: random_list = random.sample(range(100), 10)
In [4]: random list
Out[4]: [15, 46, 88, 19, 69, 64, 26, 77, 78, 32]
In [5]: sorted_list = heapsort(random_list)
In [6]: sorted_list
        [15, 19, 26, 32, 46, 64, 69, 77, 78, 88]
```

https://www.youtube.com/watch?v=t0Cq6tVNRBA