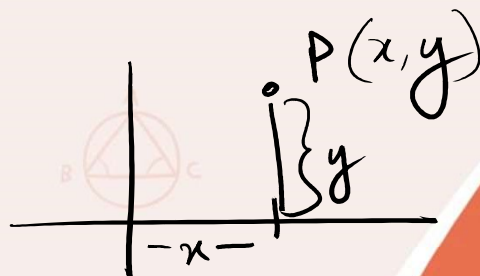


A . B .

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

৯ম শ্রেণি একাডেমিক প্রোগ্রাম ২০২০



উচ্চতর গণিত

লেখক : HM-34

অধ্যায় ১১ : স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

Hello!

will start at 7:30pm

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এজিউশন কেন্দ্র



www.udvash.com

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

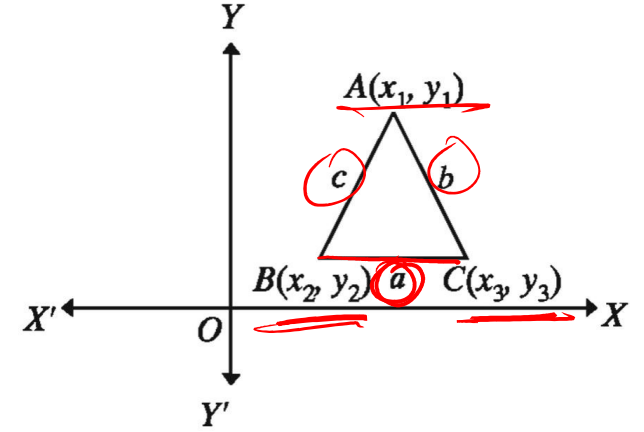
আমরা আগের অংশে ত্রিভুজের বাহু নির্ণয় করা সম্পর্কে শিখেছি। এটা থেকে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার একটা পদ্ধতি আছে।

পাশের চিত্রে একটি ত্রিভুজ ও তার শীর্ষবিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক দেওয়া আছে।

তাহলে খুব সহজেই বাহু AB, BC ও AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করে ফেলা যাবে।

তাহলে যদি বাহু তিনটার দৈর্ঘ্য a, b ও c একক হয়,

তাহলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল,



$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ বর্গ একক যেখানে, } s \text{ হলো ত্রিভুজের } \underline{a = BC} = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$$

অর্ধপরিসীমা, এবং $s = \frac{a+b+c}{2}$

$$\underline{s} = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\underline{b = AC} =$$

$$\underline{c = AB} =$$

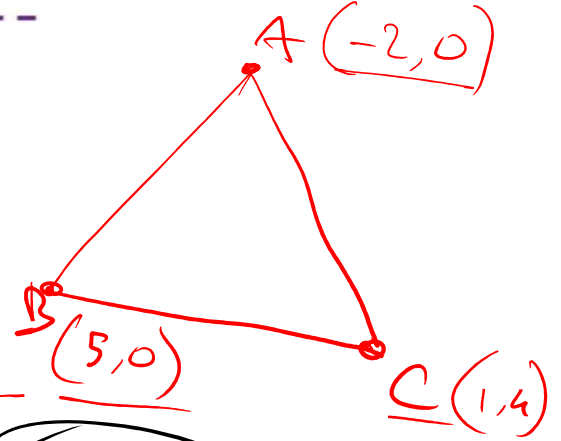
অনুশীলনী ১১.২

১

$A(-2, 0)$, $B(5, 0)$ এবং $C(1, 4)$ যথাক্রমে $\triangle ABC$ এর শীর্ষবিন্দু

(ক) \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} বাহুর দৈর্ঘ্য এবং $\triangle ABC$ এর পরিসীমা কত?

(খ) ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?



$$\text{ক) } \overline{AB} = \sqrt{(-2-5)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{49} = 7 \text{ একক}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(5-1)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 5.656 \text{ একক}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(1-(-2))^2 + (4-0)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \text{ একক}$$

$$\begin{aligned} \text{পরিসীমা} &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = (7 + 5.656 + 5) \text{ একক} \\ &= 17.656 \text{ একক} \end{aligned}$$

অনুশীলনী ১১.২

$A(-2, 0), B(5, 0)$ এবং $C(1, 4)$ যথাক্রমে ΔABC এর শীর্ষবিন্দু

(ক) AB, BC, CA বাহুর দৈর্ঘ্য এবং ΔABC এর পরিসীমা কত?

(খ) ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?

৫) অর্ধপরিসীমা, $s = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{17.656}{2} = 8.828$ একক

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{8.828(8.828 - 7)(8.828 - 5.656)(8.828 - 5)}$$

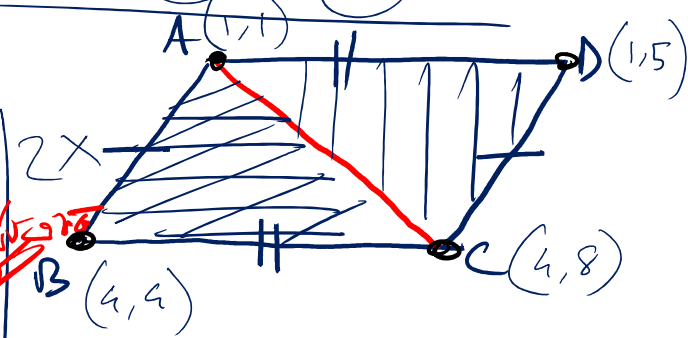
$$= 13.998 \approx 14 \text{ বর্গ একক (প্রায়)}$$

অনুশীলনী ১১.২

দেখাতে হবে যে, $A(1, 1)$, $B(4, 4)$, $C(4, 8)$ এবং $D(1, 5)$ সামান্তরিকের শীর্ষবিন্দু ও AC আর BD কর্ণের দৈর্ঘ্য বের করতে হবে। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল ত্রিভুজের মাধ্যমে বের করতে হবে।

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(1-4)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{18} \text{ একক} \\ BC &= \sqrt{(4-4)^2 + (4-8)^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ " } \\ CD &= \sqrt{(4-1)^2 + (8-5)^2} = \sqrt{18} \text{ " } \\ AD &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ " } \\ AC &= \sqrt{\quad} = \sqrt{58} \text{ একক} \\ BD &= \sqrt{\quad} = \sqrt{10} \text{ একক} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \square ABCD &= 2 \times \Delta ABC \\ &= 2 \times 6 = 12 \text{ একক}^2 \\ \Delta ABC &= \frac{AB+BC+CA}{2} \\ &= \frac{\sqrt{18}+4+\sqrt{18}}{2} \\ &= 7.93 \text{ একক} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} AB &= BC \\ AB &= CD \\ AC &\neq BD \end{aligned}$$

$\therefore ABCD$ সামান্তরিক

$$\begin{aligned} \Delta ABC &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{7.93(7.93-\sqrt{18})(7.93-4)(7.93-\sqrt{18})} \end{aligned}$$

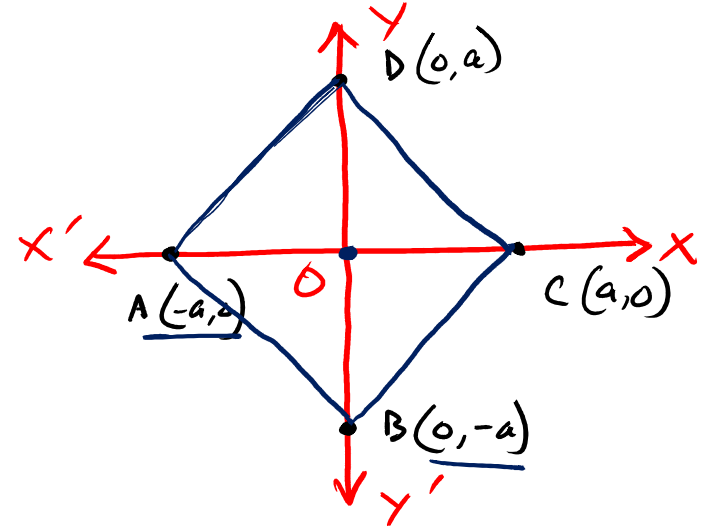
≈ 6 বর্গ একক

অনুশীলনী ১১.২

$A(-a, 0), B(0, -a), C(a, 0)$ এবং $D(0, a)$ শীর্ষবিশিষ্ট চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত?

ABCD একটি চতুর্ভুজ।

$$\begin{aligned}\square ABCD &= (AB)^2 \\ &= \left(\sqrt{(-a-0)^2 + (0+a)^2} \right)^2 \\ &= (-a)^2 + a^2 = 2a^2 \text{ বর্গ একক}\end{aligned}$$



$$\left. \begin{array}{l} |-5| = 5 \\ |4| = 4 \end{array} \right\} \text{Always} +$$

Poll Question- 01

পাশের চিত্রের আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত?

(a) $\sqrt{17}$ ও $\sqrt{54}$ একক

(b) $\sqrt{15}$ ও $\sqrt{45}$ একক

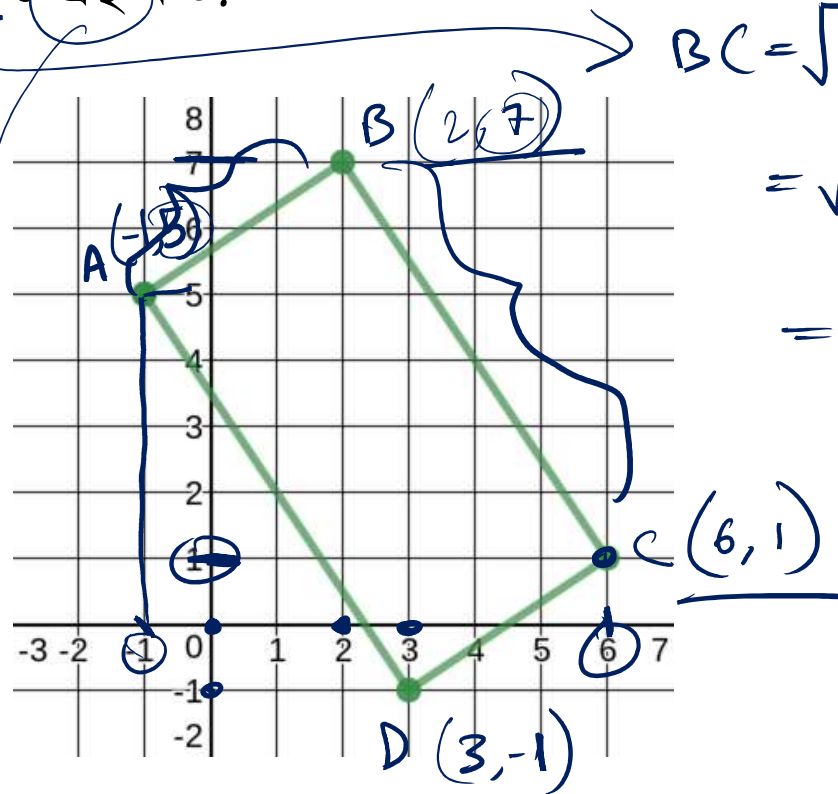
☒ (c) $\sqrt{13}$ ও $\sqrt{52}$ একক

(d) কোনোটিই নয়

$$AB = \sqrt{(-1-2)^2 + (5-7)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 4}$$

$$= \sqrt{13} \text{ একক}$$



$$BC = \sqrt{(2-6)^2 + (7-1)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 36}$$

$$= \sqrt{52}$$

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল (বিকল্প পদ্ধতি)

এতক্ষণ আমরা বাহুর দৈর্ঘ্য থেকে ত্রিভুজ বা চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে এসেছি। এখন আমরা সরাসরি শীর্ষবিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক থেকে ত্রিভুজ বা চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা দেখবো।

পাশের চিত্র অনুযায়ী যদি কোনো ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটির স্থানাঙ্ক $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ হয়,

তাহলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হবে $= \frac{1}{2} (x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & 1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

$(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3)$

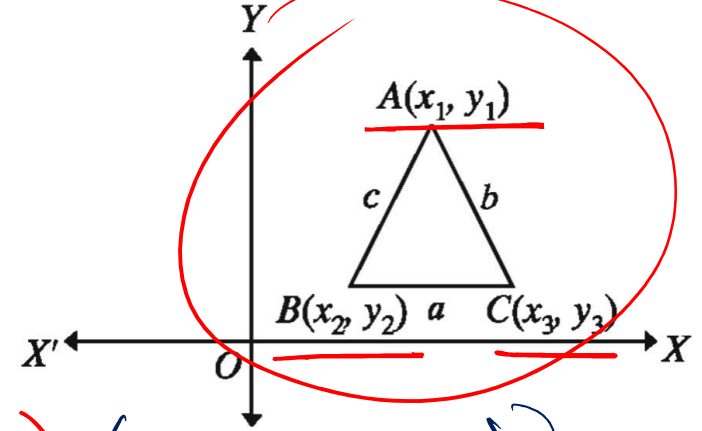
[এখানে নিম্নমুখী তীরচিহ্ন দিয়ে ধনাত্মক গুণফলগুলো, আর উর্ধ্বমুখী তীরচিহ্ন দিয়ে ঋণাত্মক গুণফলগুলো বোঝানো হয়েছে]

একইভাবে, ABCD চতুর্ভুজ যার শীর্ষবিন্দু $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$, তার ক্ষেত্রফল-

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix} \text{ বর্গ একক}$$

উল্লেখ্য, যেকোনো বহুভুজের ক্ষেত্রে এভাবে শীর্ষবিন্দু ব্যবহার করে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়

নিম্নোক্ত



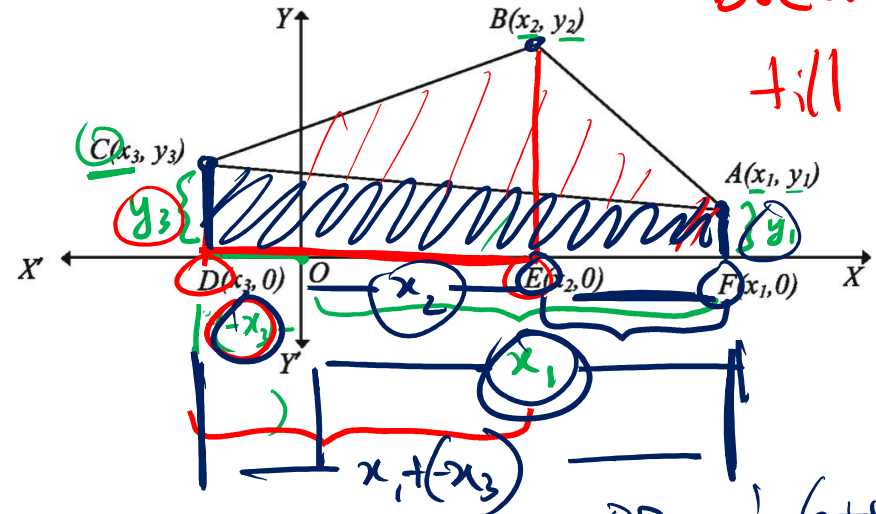
$$= \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল (বিকল্প পদ্ধতির প্রমাণ)

$$(\Delta ABC = \text{ত্রি. } BCDE + \text{ত্রি. } ABEF - \text{ত্রি. } ACDF)$$

$$= \frac{1}{2} (y_1 + y_3) (x_2 - x_3) + \frac{1}{2} (y_1 + y_2) (x_1 - x_2) - \frac{1}{2} (y_1 + y_3) (x_1 - x_3)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} & (y_1 + y_3) (x_2 - x_3) + (y_1 + y_2) (x_1 - x_2) - (y_1 + y_3) (x_1 - x_3) \end{aligned} \right\}$$



$$\begin{aligned} DE &= x_2 + (-x_3) \\ &= (x_2 - x_3) \end{aligned}$$

$$BE = \frac{1}{2} (a+b) \times h$$

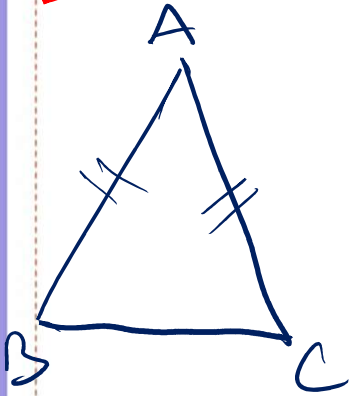
5 min
break!
till 8:33
pm

অনুশীলনী ১১.২

তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক $A(-2, 1)$, $B(10, 6)$, $C(a, -6)$ । $AB = BC$ হলে, a এর সম্ভাব্য মানসমূহ নির্ণয় করতে হবে এবং a মানের সাহায্যে যে ত্রিভুজ গঠিত হয়, তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

Solⁿ: দেওয়া আছে,

$$AB = BC$$



$$\sqrt{(-2-10)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{(10-a)^2 + \{6-(-6)\}^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{144 + 25} = \sqrt{100 - 20a + a^2 + 144}$$

$$\Rightarrow \cancel{144} + 25 = a^2 - 20a + \cancel{100} + \cancel{144}$$

$$\Rightarrow \underline{a^2 - 20a + 75 = 0}$$

$$\Rightarrow a^2 - 15a - 5a + 75 = 0$$

$$\Rightarrow a(a-15) - 5(a-15) = 0$$

$$(a-15)(a-5) = 0$$

$$a = \boxed{5, 15}$$

অনুশীলনী ১১.২

তিনটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক $A(-2, 1), B(10, 6), C(a, -6)$ । $AB = BC$ হলে, a এর সম্ভাব্য মানসমূহ নির্ণয় করতে হবে এবং a মানের সাহায্যে যে ত্রিভুজ গঠিত হয়, তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{matrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (-12 + 60 + a) - (10 + 6a + 12) \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ -94 - 5a \}$$

$$a \neq 15$$

$$\Delta ABC = ?$$

$$84.5$$

৳এক

$$a = 5$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \{ -94 - 5 \times 5 \}$$

$$= \frac{1}{2} (-119)$$

উল্লেখ, ক্ষেত্রফল ঋণাত্মক
হয় না, তাহলে

$$\Delta ABC = \frac{119}{2}$$

$$= 59.5$$

৳এক

উচ্চতর গণিত

অধ্যায় ১১ : স্থানাঙ্ক জ্যামিতি

অনুশীলনী ১১.২

দেখাতে হবে যে, শীর্ষ $A(2, -3), B(3, -1), C(2, 0), D(-1, 1), E(-2, -1)$ সহ কোনো বহুভুজের ক্ষেত্রফল 11 বর্গ একক।

$$ABCDE \text{ ক্ষেত্র} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & -1 & -2 & 2 \\ -3 & -1 & 0 & 1 & -1 & -3 \end{vmatrix}$$



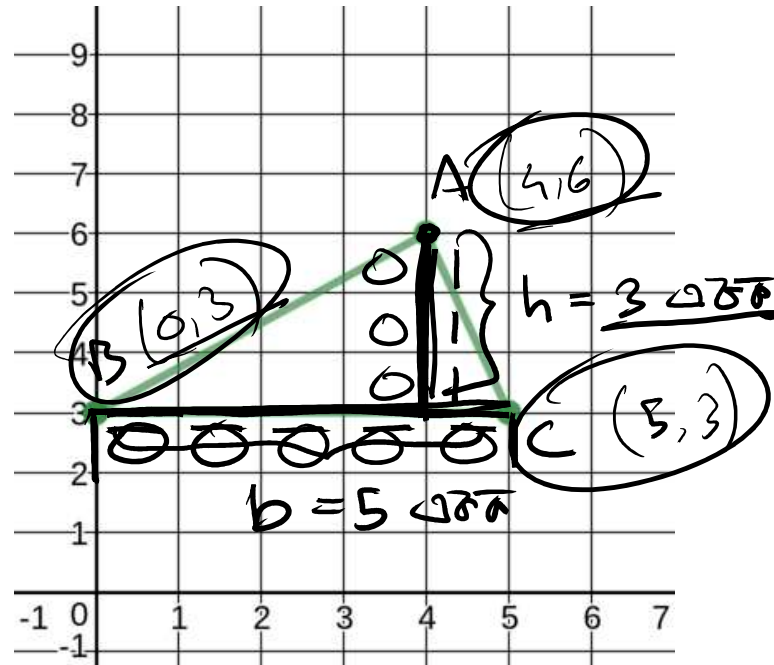
$$= \frac{1}{2} \{ (-2+0+2+1+6) - (-9-2+0-2-2) \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 7 - (-15) \} = \frac{1}{2} \times 22 = 11 \text{ বর্গ একক}$$

Poll Question- 02

পাশের চিত্রের ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

- ✓ (a) 7.5 বর্গ একক
- (b) 10 বর্গ একক
- (c) 12.5 বর্গ একক
- (d) 15 বর্গ একক



$$\begin{aligned}\Delta &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times 3 \\ &= \frac{15}{2} \\ &= 7.5 \text{ বর্গ একক}\end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 3 = 7.5$$

না বুঝে
মুখস্থ করার
অভ্যাস প্রতিভাকে
ধ্বংস করে

$$X = c \rho \frac{V^2}{2} S$$

$$X = c \rho \frac{V^2}{2} S$$

$$E = mc^2$$

$$x = \sqrt{\frac{c^2}{c}} + c - \frac{b}{2}$$



উদ্ভাস

একাত্তরিক এন্ড এডমিশন কেন্দ্র

www.udvash.com