

৯ম শ্রেণি একাডেমিক প্রোগ্রাম ২০২০

ଗର୍ବିତ

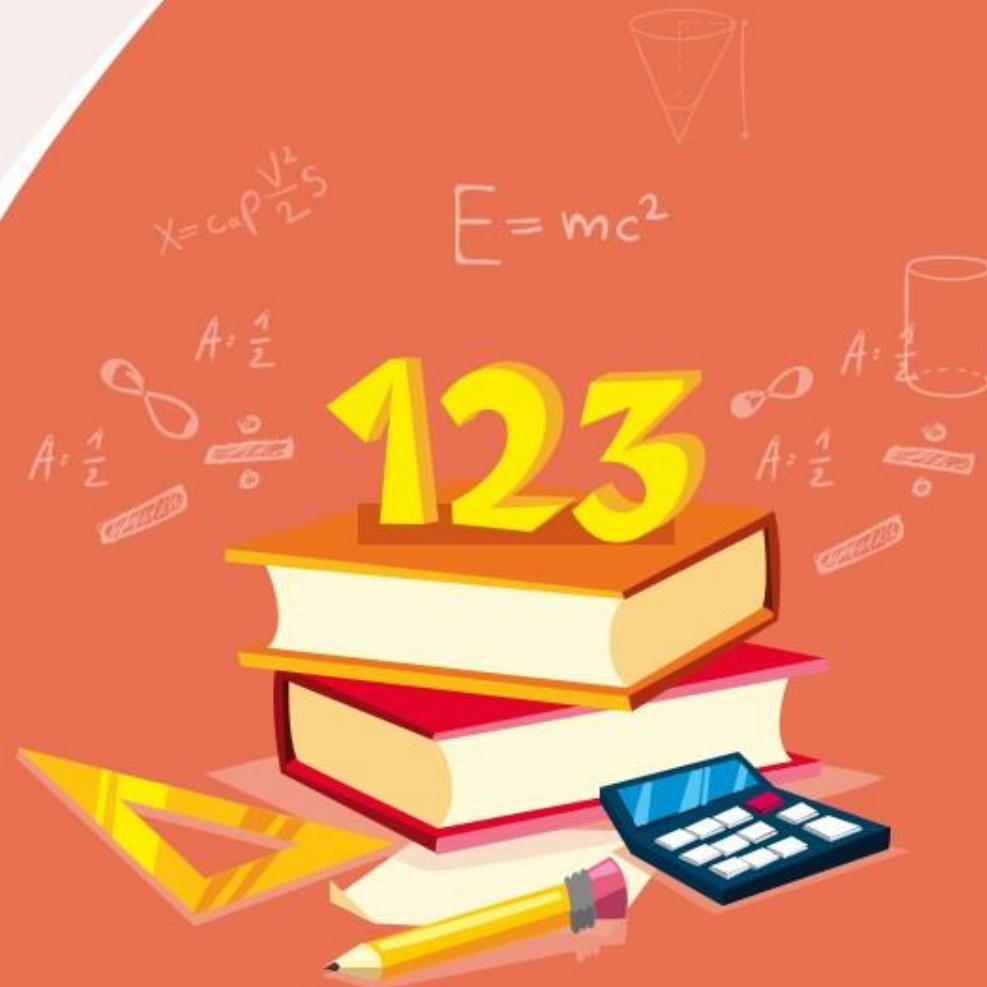
শ্ৰেণী : M-26

অধ্যায় ০৯ : ত্রিকোণমিতিক অনুপাত



উদ্ভাষ

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেন্দ্র



www.udvash.com

বিশেষ কিছু কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

আমরা আগে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সংজ্ঞা ও কিছু সম্পর্ক নিয়ে পড়েছি।

এখন আমরা জানি যে কোনো নির্দিষ্ট কোণের মানের জন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো নির্দিষ্ট সংখ্যা হয়।

এজন্য কিছু নির্দিষ্ট বা বিশেষ কোণের জন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাত অনেক গুরুত্বপূর্ণ হয়।

তাই আমরা কিছু নির্দিষ্ট কোণের জন্য অনুপাতের মানগুলো দেখবো

30° ও 60° এর জন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

$\triangle ABD$ এ,

$$AC^2 = CD^2 + AD^2$$

$$\therefore a^2 = CD^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\therefore CD^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$CD^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$\therefore CD = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$\sin A = \frac{CD}{AC} = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos A = \frac{AD}{AC} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \cos 60 = \frac{1}{2}$$

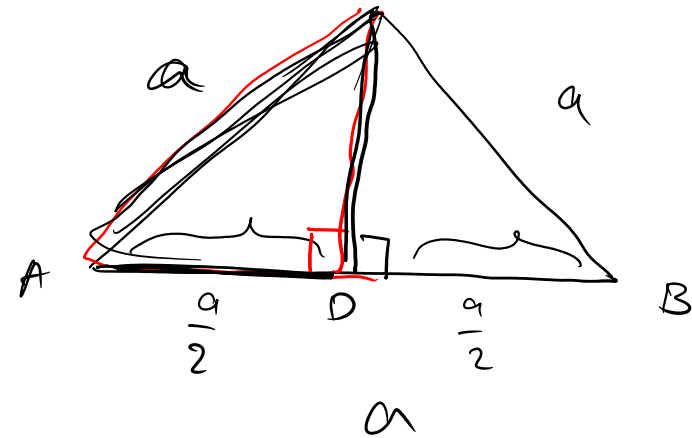
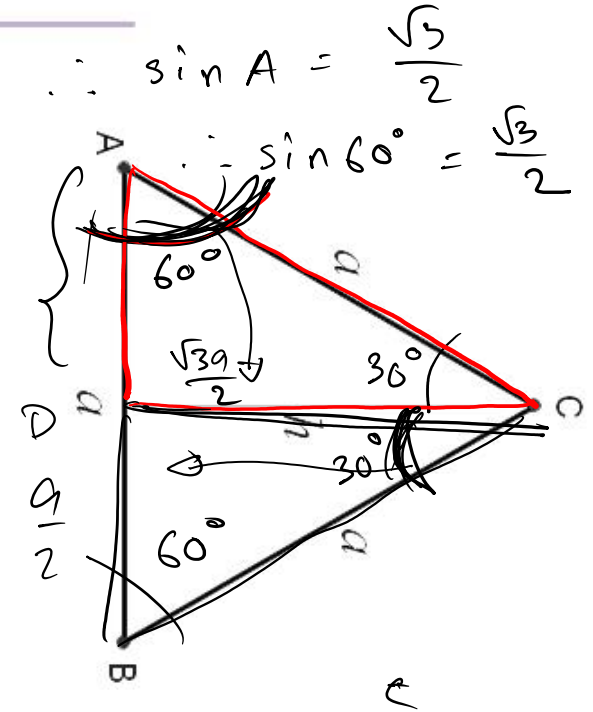
$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \tan 60 = \sqrt{3}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{BD}{BC} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{AD}{BC} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{a}$$

$$\tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



45° এর জন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

$$\sin A = \frac{BC}{AC}$$

$$= \frac{a}{\sqrt{2} \cdot a}$$

$$\therefore \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC}$$

$$= \frac{a}{\sqrt{2} \cdot a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

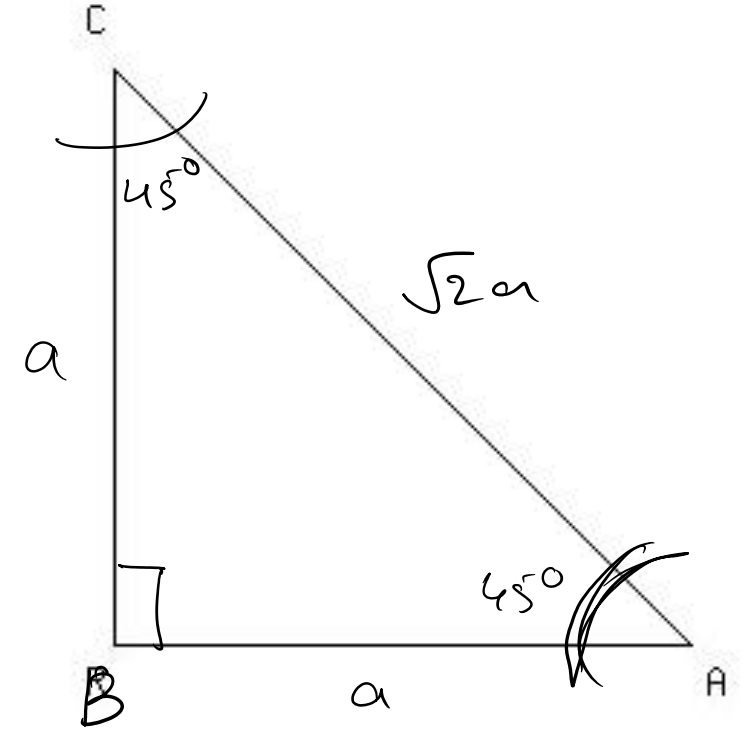
$$\tan 45^\circ = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 1$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= a^2 + a^2$$

$$AC^2 = 2a^2$$

$$AC = \sqrt{2}a$$



$$BC = AB$$



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কন্ট্রোল

গণিত

অধ্যায় ০৯। ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

Poll Question-01

□ $\cos B$ এর মান 0.5 হলে $\tan B$ এর মান কত?

(a) 0.717

☒ (b) 1.732

(c) 0.866

(d) কোনোটিই নয়

$$\cos B = 0.5$$

$$\cos B = \frac{1}{2}$$

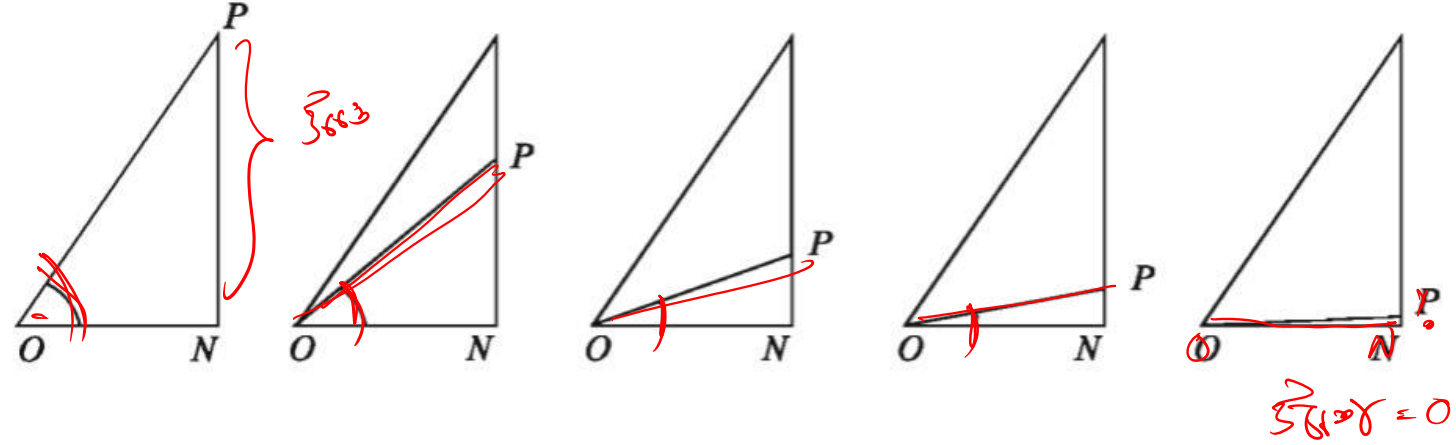
$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos B = \cos 60$$

$$B = 60^\circ$$

$$\tan B = \tan 60^\circ = \sqrt{3} = 1.732$$

0° এর জন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাত



$$\sin 0 = \frac{\text{উচ্চতা}}{\text{এতিয়}} = \frac{0}{\text{এতিয়}} = 0$$

$$\cos 0 = \frac{\text{এতিয়}}{\text{এতিয়}} = 1$$

$$\tan 0 = \frac{\sin 0}{\cos 0} = \frac{0}{1} = 0$$

op = 0

এতিয় = 1

90° এর জন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

$$\sin 90^\circ = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অনতিদ্রুত}}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

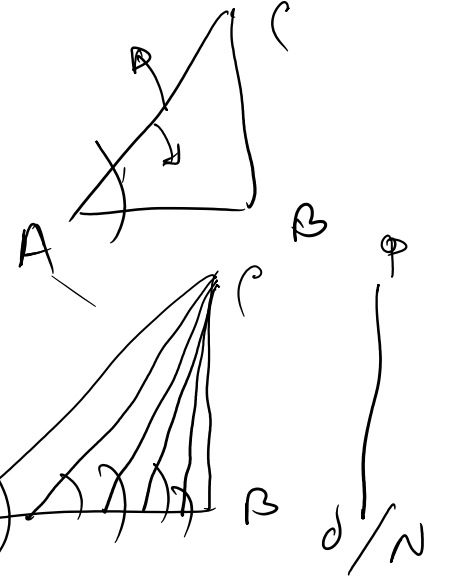
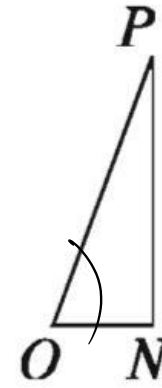
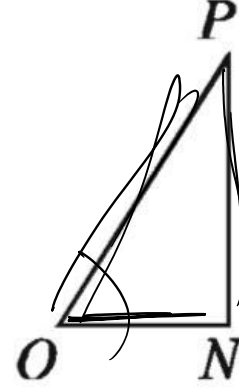
$$\cos 90^\circ = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অনতিদ্রুত}} = \frac{0}{\text{অনতিদ্রুত}}$$

$$\therefore \cos 90^\circ = 0$$

$$\tan 90^\circ = \frac{\sin 90^\circ}{\cos 90^\circ} = \frac{1}{0} = \text{অসংজ্ঞিত}$$

$$\text{ভূমি} = 0$$

$$\text{লম্ব} = \text{অনতিদ্রুত}$$



ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের ছক (বিশেষ কোণের জন্য)

অনুপাত/কোণ	0°	30°	45°	60°	90°
sine	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosine	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tangent	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত
cotangent	অসংজ্ঞায়িত	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
secant	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত
cosecant	অসংজ্ঞায়িত	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1



উদ্ভাস

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

গণিত

অধ্যায় ০৯। ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

পূরক কোণের জন্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

$$\sin \theta = \frac{BC}{AC}$$

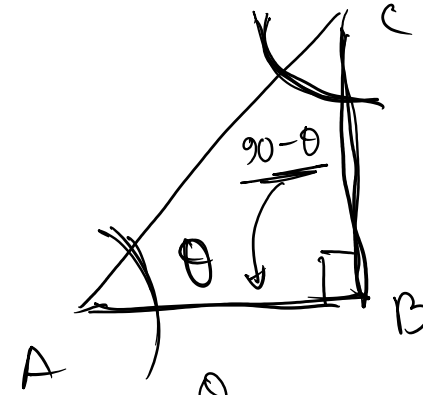
$$\cos (90 - \theta) = \frac{BC}{AC}$$

$$\sin \theta = \cos (90 - \theta)$$

$$\tan \theta = \cot (90 - \theta)$$

$$\sec \theta = \csc (90 - \theta)$$

co-relation



$$\sin 30 = \frac{1}{2}$$

$$\cos (90 - 30) = \cos 60 = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \sin (90 - \theta)$$

$$\cot (0) = \tan (90 - 0)$$

$$A + B + C = 180$$

$$A + C = 90$$

$$\theta + C = 90$$

$$C = 90 - \theta$$

Poll question-02

□ $\sin A + \operatorname{cosec} A = 2$ হলে $\cos A + \cot A =$ কত?

(a) 2

(b) 4

☒ (c) 0

(d) 1

$$\sin A + \operatorname{cosec} A = 2$$

$$\text{কর, } \sin A + \frac{1}{\sin A} = 2$$

$$\text{কর, } \frac{\sin^2 A + 1}{\sin A} = 2$$

$$\text{কর, } \sin^2 A + 1 = 2\sin A$$

$$\text{কর, } \sin^2 A - 2\sin A + 1 = 0$$

$$\text{কর, } (\sin A - 1)^2 = 0$$

$$\therefore \sin A - 1 = 0$$

$$\text{কর, } \sin A = 1$$

$$\sin A = \sin 90^\circ$$

$$\boxed{A = 90^\circ}$$

$$\cos 90^\circ + \cot 90^\circ$$

$$= 0 + 0$$

$$= 0 \quad \text{😊}$$

গাণিতিক সমস্যা

❖ মান নির্ণয় করোঃ $\frac{1 - \cot^2 60}{1 + \cot^2 60}$

$$\begin{aligned} &= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} \\ &= \frac{3-1}{3} \\ &= \frac{3+1}{3} \\ &= \frac{2}{6} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

গাণিতিক সমস্যা

❖ মান নির্ণয় করোঃ $\frac{1 - \cos^2 60}{1 + \cos^2 60} + \sec^2 60$

$$\frac{1 - \cos^2 60}{1 + \cos^2 60} + \sec^2 60$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} + (2)^2$$

$$= \boxed{Am}$$

গাণিতিক সমস্যা

❖ দেখাও যে, $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ = \sin 90^\circ$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{4}{4} \\ &= 1 \\ &= \sin 90^\circ \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

Poll Question-03

□ $\tan(10A) = \cot(5A)$ হলে A এর মান কত?

(a) 30°

(b) 15°

~~(c) 6°~~

(d) 18°

$$\tan(10A) = \cot(5A)$$
$$\tan(10A) = \tan(90 - 5A)$$

$$10A = 90 - 5A$$

$$\text{or, } 15A = 90^\circ$$

$$A = \frac{90}{15}$$

$$\therefore A = 6^\circ$$

BREAK

8:25 pm



Continue কয়ট

$$\cot(\theta) = \tan(90 - \theta)$$
$$\cot 5A = \tan(90 - 5A)$$

গাণিতিক সমস্যা

❖ দেখাও যে, $A = 45^\circ$ হলে, $\sin 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sin 2 \times 45 \\ &= \sin 90^\circ \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{RHS} &= \frac{2 \tan 45}{1 + \tan^2 45} \\ &= \frac{2}{1 + 1} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

গাণিতিক সমস্যা

3x10
math

❖ এখন, $\cos(A - B) = 1$, $2 \sin(A + B) = \sqrt{3}$ হলে এবং A, B সূক্ষ্মকোণ হলে, A এবং B এর মান নির্ণয় করতে হবে।

$$\begin{aligned} \therefore \cos(A - B) &= 1 \\ \text{or, } \cos(A - B) &= \cos 0^\circ \\ \therefore \underline{A - B} &= 0 \quad \text{--- (i)} \end{aligned}$$

$$\text{(i)} + \text{(ii)}$$

$$2A = 60^\circ$$

$$\therefore A = 30^\circ \longrightarrow B = 30^\circ$$

(Ans)

$$\begin{aligned} 2 \sin(A + B) &= \sqrt{3} \\ \text{or, } \sin(A + B) &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \text{or, } \sin(A + B) &= \sin 60^\circ \\ \underline{A + B} &= 60^\circ \quad \text{--- (ii)} \end{aligned}$$

গাণিতিক সমস্যা

$A = ?$

❖ সমাধান কর, $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$

(খসড়া - চিত্রভঙ্গি)
একটি ২২

স,
$$\frac{\cancel{\cos A} - \cancel{\sin A} + \cos A + \sin A}{\cancel{\cos A} - \cancel{\sin A} - \cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1}$$

[খসড়া - চিত্রভঙ্গি]

স,
$$\frac{\cancel{2} \cos A}{-\cancel{2} \sin A} = \frac{\cancel{2} \sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

$\therefore \cot A = \sqrt{3}$ স, $\cot A = \cot 30^\circ$

$\therefore A = 30^\circ$

Poll Question-04

□ ΔABC তে, $\cos\left(\frac{B+C}{2}\right)$ = কত?

(a) $\cos\left(\frac{A}{2}\right)$

~~(b) $\sin\left(\frac{A}{2}\right)$~~

(c) $\sin\left(\frac{A}{4}\right)$

(d) $\cos\left(\frac{A}{4}\right)$

$$\underline{A} + \underline{B} + \underline{C} = 180^\circ$$

$$\therefore, B+C = 180 - A$$

$$\textcircled{*} \therefore, \frac{B+C}{2} = \frac{180 - A}{2}$$

$$\therefore, \frac{B+C}{2} = \left(\underline{90^\circ} - \frac{A}{2} \right)$$

$$\cos\left(\frac{B+C}{2}\right)$$

$$= \cos\left(\underline{90^\circ} - \underbrace{\frac{A}{2}}_0 \right)$$

$$= \sin \frac{A}{2}$$

$$\textcircled{*} \cos(90^\circ - \theta) = \underline{\sin \theta}$$

গাণিতিক সমস্যা

❖ সমাধান কর, $\sin A + \cos A = 1$ যেখানে, $0^\circ \leq A \leq 90^\circ$

$$\cos^2 A + \sin^2 A = 1$$

$$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$$

$$\sin A + \cos A = 1$$

$$\therefore, (\cos A)^2 = (1 - \sin A)^2$$

$$\therefore, \cos^2 A = 1 - 2\sin A + \sin^2 A$$

$$\therefore, 1 - \sin^2 A = 1 - 2\sin A + \sin^2 A$$

$$\therefore, 2\sin^2 A - 2\sin A = 0$$

$$\therefore, 2\sin A (\sin A - 1) = 0$$

$$2\sin A = 0 \quad \text{or} \quad \sin A - 1 = 0$$

$$\sin A = 0 \quad \text{or} \quad \sin A = 1$$

$$\therefore, \sin A = \sin 0^\circ \quad \text{or} \quad \sin A = \sin 90^\circ$$

$$\therefore A = 0^\circ$$

$$\therefore A = 90^\circ$$

$$(Ans) \quad A = 0^\circ \text{ or } 90^\circ$$



উদ্দাম

একাত্মিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

গণিত

অধ্যায় ০৯। ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

গাণিতিক সমস্যা

❖ সমাধান কর, $2 \sin^2 A + 3 \cos A - 3 = 0$, A সূক্ষ্মকোণ

$$2 \sin^2 A + 3 \cos A - 3 = 0$$

$$\text{অ, } 2(1 - \cos^2 A) + 3 \cos A - 3 = 0$$

$$\text{অ, } 2 - 2 \cos^2 A + 3 \cos A - 3 = 0$$

$$\text{অ, } -2 \cos^2 A + 3 \cos A - 1 = 0$$

$$\text{অ, } -2 \cos^2 A + 2 \cos A + \cos A - 1 = 0$$

$$\text{অ, } -2 \cos A (\cos A - 1) + 1 (\cos A - 1) = 0$$

$$\therefore (\cos A - 1)(1 - 2 \cos A) = 0$$

$$\cos A - 1 = 0$$

$$\text{অ, } 1 - 2 \cos A = 0$$

$$\text{অ, } \cos A = 1$$

$$\text{অ, } 1 = 2 \cos A$$

$$\text{অ, } \cos A = \cos 0$$

$$\text{অ, } \cos A = \frac{1}{2}$$

$$\therefore A = 0^\circ$$

$$\text{অ, } \cos A = \cos 60^\circ$$

$$\therefore A = 60^\circ$$

$$\underline{\text{Any}} \quad A = 0^\circ \text{ or } 60^\circ$$



উদ্দাম

একাত্মিক এন্ড এডমিশন কন্ট্রোল

গণিত

অধ্যায় ০৯। ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

গাণিতিক সমস্যা

❖ সমাধান করো,

$$\tan^2 A - (1 + \sqrt{3})\tan A + \sqrt{3} = 0$$

Practice Problem

Poll Question-05

□ $12 \cot^2 A - 31 \operatorname{cosec} A + 32 = 0$ হলে $\sin A$ = কত?

~~(a) $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}$~~

(b) 0, 1

(c) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$

(d) কোনোটিই নয়

$$12 \cot^2 A - 31 \operatorname{cosec} A + 32 = 0$$

$$\text{বা, } 12(\operatorname{cosec}^2 A - 1) - 31 \operatorname{cosec} A + 32 = 0$$

$$\text{বা, } 12 \operatorname{cosec}^2 A - 12 - 31 \operatorname{cosec} A + 32 = 0$$

$$\text{বা, } 12 \operatorname{cosec}^2 A - 31 \operatorname{cosec} A + 20 = 0$$

$$\text{বা, } 12 \operatorname{cosec}^2 A - 16 \operatorname{cosec} A - 15 \operatorname{cosec} A + 20 = 0$$

$$\text{বা, } 4 \operatorname{cosec} A (3 \operatorname{cosec} A - 4) - 5 (3 \operatorname{cosec} A - 4) = 0$$

$$\therefore (3 \operatorname{cosec} A - 4) (4 \operatorname{cosec} A - 5) = 0$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{4}{3} \text{ or, } \operatorname{cosec} A = \frac{5}{4}$$

$$\downarrow$$
$$\sin A = \frac{3}{4}$$

$$\downarrow$$
$$\sin A = \frac{4}{5}$$

না বুঝে
মুখস্থ করার
অভ্যাস প্রতিভাকে
ধ্বংস করে

$$X = \frac{c \rho V^2}{2S}$$

$$X = \frac{c \rho V^2}{2S}$$

$$E = mc^2$$

$$x = \sqrt{\frac{a^2}{c} + c} - \frac{b}{2}$$



উদ্ভাস

একাত্তরিক এড এডমিশন কোয়ার