



৯ম শ্রেণি একাডেমিক প্রোগ্রাম ২০২০

গণিত

লেকচার : M-35

অধ্যায় ১৩ : সসীম ধারা

$$x = \sqrt{\frac{b^2}{c} + c} - \frac{b}{2}$$

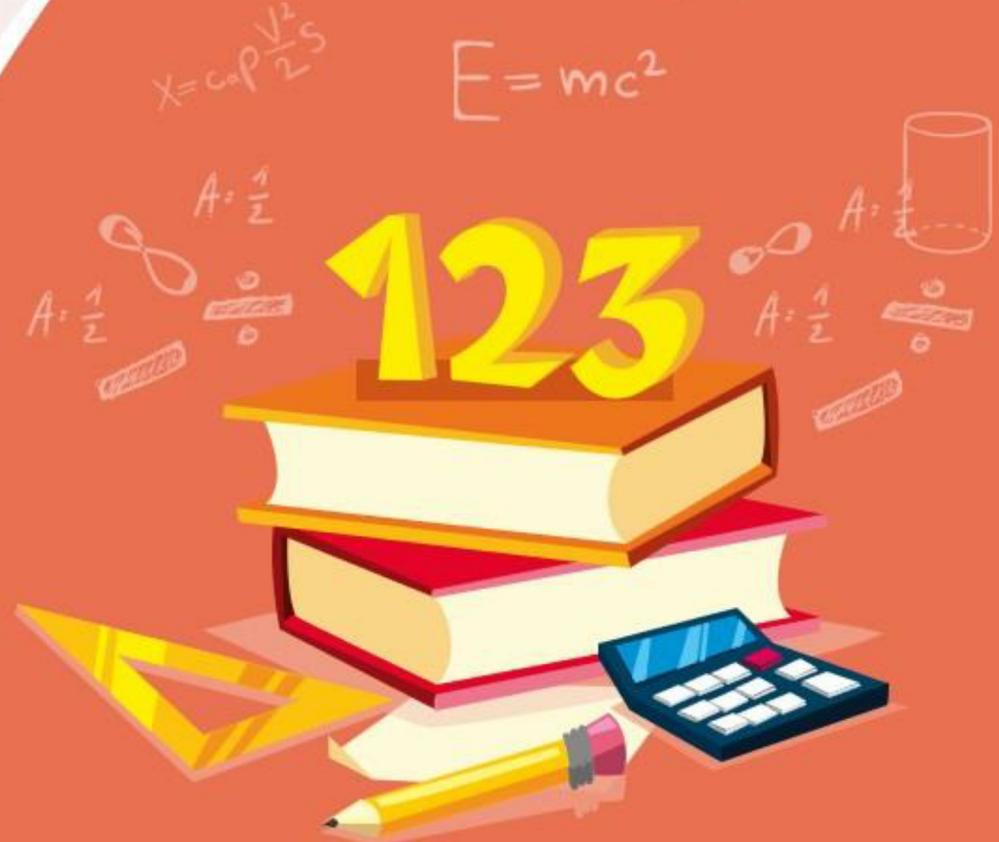


উদ্বাশ

একাডেমিক এন্ড প্রতিশিল্প কেন্দ্র



123



www.udvash.com

Poll Question- 01

একটি সমান্তর ধারার ৬ষ্ঠ, ৭ম, ৮ম, ৯ম ও ১০ম পদের যোগফল ১১৫ হলে ,ধারাটির ৮ম পদ কি হবে?

(a) ২৩

(b) ২৭

(c) ৩৭

(d) যথেষ্ট উপাত্ত নেই

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10$$

$$\frac{115}{5} = 23$$

গাণিতিক সমস্যা

- ❖ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফলঃ

বর্ণনা

মুদ্রিত অঙ্ক

$\frac{a + (n-1)d}{n - 1}$

$a = 1$
 $d = 1$

মুদ্রিত

$$\text{মুদ্রিত} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$$

$$1 + 100 = 101$$

$$2 + 99 = 101$$

$$3 + 98 = 101$$

$$101 \times \left(\frac{100}{2} \right) = 101 \times 50 \\ = 5050$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 500 \rightarrow n$$

$$(1+n) \times \frac{n}{2}$$

গাণিতিক সমস্যা

❖ প্রথম n সংখ্যক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফলঃ

$$\underline{2} + \underline{4} + \underline{6} + \underline{8} + \dots + \underline{2n} = ?$$

$$\Rightarrow 2 \left(\underline{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n} \right)$$

$$\Rightarrow 2 \cancel{\times} \frac{(1+n) \times \frac{n}{2}}{=} = n(n+1)$$

গাণিতিক সমস্যা

❖ প্রথম n সংখ্যক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফলঃ

$$1 + 3 + 5 + \dots + 2n-1$$

$$\left. \begin{array}{l} a + (n-1)d \\ \Rightarrow 1 + (n-1)2 \\ \Rightarrow 2n-1 \end{array} \right\} S = \frac{n}{2} d(2a + (n-1)d)$$

$a = 1$
 $d = 2$

গাণিতিক সমস্যা

- ❖ একটি সমান্তর ধারার ১৬ তম পদ – ২০ হলে, এর প্রথম ৩১টি পদের সমষ্টি কত?

26. $\text{पहला वर्ग} = -20$, उत्तर का मान किसे ?

$$n \text{ वार्ग } \text{वर्ग} = a + (n-2)d$$

$$\Rightarrow -20 = a + (26-2)d$$
$$\Rightarrow -20 = a + 24d \quad \dots \text{(i)}$$
$$\frac{n}{2} \{ 2a + (n-2)d \}$$

$$\frac{v_0}{2} \{2a + 20d\}$$

$$= \frac{v_0}{2} \times 2 [a + 20d]$$

$$= \frac{v_0}{2} \times 4 \times (-20)$$

$$= -v_0 20 \text{ (Ans)}$$

গাণিতিক সমস্যা

- ❖ $9 + \boxed{7} + 5 + \dots \dots \dots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল -144 হলে, n এর মান কত?

$$-2 \\ 9 + \boxed{7} + 5 + \dots \dots \dots \\ -2$$

$$a = 9 \\ d = -2$$

$$\left\{ \frac{n}{2} \{ 2a + (n-1)d \} = -144 \right.$$

$$a = 9 \\ d = -2$$

গাণিতিক সমস্যা

- ❖ কোন ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n + 1)$ হলে, ধারাটি নির্ণয় কর।

$$n = 1 \rightarrow 1(1+1) = 2 \leftarrow \text{এমন}$$

$$n = 2 \rightarrow 2(2+1) = 6$$

$$\therefore 2 \text{ টু মু } = 6 - 2 = 4$$

$$n = 3 \rightarrow 3(3+1) = 12$$

$$\therefore 3 \text{ টু মু } = 12 - 6 = 6$$

Poll Question- 02

- একটি সমান্তর ধারার n তম পদ পর্যন্ত সমষ্টি S_n হলে, $S_{n+3} - 3S_{n+2} + 3S_{n+1} - S_n = ?$
- (a) 0
- (b) S_n
- (c) $3S_n$
- (d) কোনটিই নয়।

$$\equiv a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \dots + a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3}$$

\nwarrow \swarrow

$$s_{n+3} - s_n = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3}$$

$$\text{Ans} = \frac{s_{n+3} - s_n}{3} \Rightarrow s_{n+3} - s_n = 3 \times \sqrt{5}, \quad (i)$$

$$\Rightarrow s_{n+3} - s_n = 3 \times a_{n+2}$$

$$-3 \left(\underline{s_{n+2}} - \underline{s_{n+1}} \right)$$

$$= -3 \times \underline{a_{n+2}}$$

..

$$3 \times \underline{a_{n+2}} = 3 \times \underline{a_{n+2}}$$

$$= 0$$

গাণিতিক সমস্যা

- ❖ একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560 হলে, এর প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

$$S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} \{2a + (20-1)d\} = 560$$

$$\Rightarrow \boxed{2a + 19d = \frac{560}{10} = 56} \quad \text{--- (i)}$$

$$S_{12} = \frac{12}{2} \{2a + (12-1)d\} = 144$$

$$\Rightarrow \boxed{2a + 11d = \frac{144}{6} = 24} \quad \text{--- (ii)}$$

$$(i) - (ii) \Rightarrow 8d = 56 - 24$$

$$\Rightarrow d = \frac{56 - 24}{8} = 4$$

$$2a + 19 \times 4 = 56 \Rightarrow a = \frac{56 - 19 \times 4}{2} = -10$$

$$a = -10 \quad d = 4 \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow = -10$$
$$n = 6 \quad S_6 = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

(Ans)

গাণিতিক সমস্যা

- ❖ একটি সমান্তর ধারার প্রথম m পদের সমষ্টি n এবং প্রথম n পদের সমষ্টি m হলে, এর প্রথম $(m+n)$ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

$$\frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\} = n \Rightarrow 2a + (m-1)d = \frac{2n}{m} \quad (\text{i})$$

$$\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = m \Rightarrow 2a + (n-1)d = \frac{2m}{n} \quad (\text{ii})$$

$$(\text{i}) - (\text{ii}) \Rightarrow d(m-n) = 2 \left(\frac{n}{m} - \frac{m}{n} \right)$$

$$\Rightarrow d(m-n) = 2 \times \frac{n^2 - m^2}{mn}$$

$$\Rightarrow d(m-n) = -2 \times \frac{(m^2 - n^2)}{mn} = -2 \times \frac{(m+n)(m-n)}{mn}$$

$$\Rightarrow d = -2 \frac{(m+n)}{mn}$$

$$2a + (m-1) \left\{ -\frac{2(m+n)}{mn} \right\} = \frac{2n}{m}$$

$$\Rightarrow a - \frac{(m-1)(m+n)}{mn} = \frac{n}{m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{n}{m} + \frac{(m-1)(m+n)}{mn} = \frac{n^2 + m^2 + mn - m - n}{mn}$$

Poll Question-03

□ একটি সমান্তর ধারার p তম পদ q এবং q তম পদ p হলে , এর প্রথম $(p + q - 1)$ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

(a) $\frac{(p+q-1)(p+q)}{2}$

(b) $\frac{(p+q)^2}{2}$

(c) $\frac{(p+q-2)(p-q)}{2}$

(d) কোনটিই নয়

$$a + (p-1)d = q \quad (\text{i})$$

$$a + (q-1)d = p \quad (\text{ii})$$

$$(\text{i}) - (\text{ii}) \Rightarrow d(p-x-q+x) = q-p$$

$$\Rightarrow d(p-q) = -(p-q) \Rightarrow \boxed{d = -1}$$

$$a + (p-1)(-1) = q \Rightarrow a = p+q-1$$

$$(p+q-1) \frac{p+q-1}{2} \left\{ 2(p+q-1) + (p+q-1-1)(-1) \right\}$$

গাণিতিক সমস্যা

- একটি সমান্তর ধারায় p তম, q তম ও r তম পদ যথাক্রমে a, b, c হলে, দেখাও যে,
$$a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0$$

$$a(a-r) + b(r-p) + c(p-q)$$

$$= \underline{a\underline{a}-r\underline{a}} + \underline{b\underline{r}-p\underline{b}} + \underline{p\underline{c}-q\underline{c}}$$

$$= \boxed{a(\underline{a} - \underline{c}) + r(\underline{b} - \underline{a}) + p(\underline{c} - \underline{b})}$$

$$\underline{a} - \underline{c} = d(p-1 - r+1)$$

$$f + (p-1)d = a \quad \text{(i)}$$

$$f + (a-1)d = b \quad \text{(ii)}$$

$$f + (r-1)d = c \quad \text{(iii)}$$

$$= d(p-r)$$

$$b-a = d(a-p)$$

$$c-b = d(r-q)$$

গাণিতিক সমস্যা

- ❖ এক ব্যক্তি ২৫০০ টাকার একটি ঋণ কিছু সংখ্যক কিস্তিতে পরিশোধ করতে রাজি হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে ২ টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি ১ টাকা হয়, তবে কতগুলো কিস্তিতে ঐ ব্যক্তি তার ঋণ শোধ করতে পারবেন?

$$1 + 3 + 5 + \dots = 2500$$
$$\sum = 2500$$
$$n = ?$$
$$a = 1$$
$$d = 2$$
$$\sum = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

গাণিতিক সমস্যা

- ❖ কোন সমান্তর ধারার 1 তম পদ l^2 এবং k তম পদ k^2 হলে, ধারাটির $(l + k)$ তম পদ নির্ণয় কর।

$$a + (l-1)d = l^2 - \text{(i)} \leftarrow$$

$$\underline{a} + (k-1)\underline{d} = k^2 - \text{(ii)}$$

$$\text{(i)} - \text{(ii)} \Rightarrow d(l-k-k+1) = l^2 - k^2$$

$$\Rightarrow d(l-k) = (l-k)(l+k)$$

$$\Rightarrow \boxed{d = l+k}$$

$$a + (l-1)(l+k) = l^2 \Rightarrow a = l^2 - \frac{(l-1)(l+k)}{l^2 - (l+k - l-k)}$$
$$= \boxed{l - lk + k}$$

$$\bullet a + (l+k-1)d$$

$$\bullet = \frac{l+k-lk}{\cancel{l+k}} + \frac{(l+k-1)(l+k)}{\cancel{(l+k)}}$$

$$= l+k-lk + (l^2 + 2lk + k^2 - l - k)$$

$$= l^2 + lk + k^2 \quad (\text{Ans})$$

গাণিতিক সমস্যা

- ❖ কোন সমান্তর ধারার 1 তম পদ l^2 এবং k তম পদ k^2 হলে, প্রমাণ কর, ধারাটির প্রথম $(l + k)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$\frac{(l+k)(l^2+k^2+l+k)}{2}$$

.

$$a = l^2 - lk + k^2 ; d = l+k$$

$$\frac{(l+k)}{2} \left\{ 2(l^2 - lk + k^2) + (l+k-1)(l+k) \right\}$$

Poll Question- 04

- দুইটি সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টির অনুপাত $3n + 8 : 7n + 15$ । ধারা দুইটির ১২ তম পদের অনুপাত কত?
- (a) 8: 7
- (b) 7: 16
- (c) 74: 169
- (d) 13: 47

$$\frac{\frac{n}{2} \{2a_1 + (n-1)d_1\}}{\frac{n}{2} \{2a_2 + (n-1)d_2\}} = \frac{3n+8}{7n+15}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 + \frac{(n-1)d_1}{2}}{a_2 + \frac{(n-1)d_2}{2}} = \frac{3n+8}{7n+15} \quad \text{--- (i)'} \cdot$$

22 तथा मिल,

$$\frac{a_1 + (12-1)d_1}{a_2 + (12-1)d_2} = \left[\frac{a_1 + 11d_1}{a_2 + 11d_2} \right]$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{n-1}{2} = 11 \\ \Rightarrow n-1 = 22 \\ \Rightarrow n = 23 \end{array} \right\}$$

(i) यदि $n = 2^3$ तर्फ से,

$$\frac{a_1 + \left(\frac{2^3 - 1}{2}\right)d_1}{a_2 + \left(\frac{2^3 - 1}{2}\right)d_2} = \frac{3 \times 2^3 + 8}{7 \times 2^3 + 15}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{a_1 + 11d_1}{a_2 + 11d_2}} = \frac{x}{16}$$

না বুঝে
মুখস্ত করার
অভ্যাস প্রতিভাকে
ধর্স করে



উদ্বাশ

একাডেমিক এবং এডুকেশন কেন্দ্র

www.udvash.com