Álgebra y Geometría Analítica I

Hirch, Juan Manuel

Contents

Lógica

Proposiciones

Definición

Se considera proposición a cualquier oración a la cual se le pueda asignar un valor de verdad (V o F). Se las suele nombrar con una única letra minúscula (p, q, s).

Conectores Lógicos

Son operadores de proposiciones que resultan en otras proposiciones.

- **Negación**: La negación de p se simboliza $\neg p$, y su valor de verdad es el opuesto de p.
- **Conjunción**: La conjunción entre p y q es $p \wedge q$, y es verdadera sólo si ambas proposiciones lo son.
- **Disyunción**:
  - Inclusiva: Se simboliza $p \vee q$ y es verdadero si al menos p o q son verdaderas.
  - Exclusiva: Se simboliza $p \oplus q$ y es verdadero si p o q son verdaderas, pero no ambas.
- **Implicación**: Se simboliza $p \to q$, a p se le llama *hipótesis* y q *tesis*, y es verdadero salvo que p sea verdadero, y q no.
- **Bicondicional**: Se simboliza $p \leftrightarrow q$, y es verdadero cuando p y q tienen el mismo valor de verdad.

Proposiciones Primitivas

Son aquellas proposiciones que no pueden ser formadas a partir de conectores lógicos.

Tautologías y Contradicciones

Una proposición compuesta se llama *tautología* si es verdadera para cualquier combinación de asignaciones de verdad de las proposiciones que la componen. Lo contrario es llamado *contradicción.*

Equivalencia Lógica

Dos proposiciones s_1, s_2 son *lógicamente equivalentes* si tienen la misma tabla de verdad. Se simboliza $s_1 \iff s_2$. La Equivalencia Lógica tiene las siguientes propiedades:

- $s \iff s$
- si $s_1 \iff s_2$, entonces $s_2 \iff s_1$
- si $s_1 \iff s_2$ y $s_2 \iff s_3$, entonces $s_1 \iff s_3$

Leyes de la Lógica

Sean p, q, r proposiciones primitivas, T_0 y F_0 una *tautología* y *contradicción* respectivamente, se cumplen:

- $\neg\neg p \iff p$ **Ley de doble negación**

- $\neg(p \lor q) \iff \neg p \land \neg q$
  $\neg(p \land q) \iff \neg p \lor \neg q$ **Leyes de De Morgan**

- $p \lor q \iff q \lor p$
  $p \land q \iff q \land p$ **Leyes Conmutativas**

- $p \lor (q \lor r) \iff (p \lor q) \lor r$
  $p \land (q \land r) \iff (p \land q) \land r$ **Leyes Asociativas**

- $p \lor (q \land r) \iff (p \lor q) \land (p \lor r)$
  $p \land (q \lor r) \iff (p \land q) \lor (p \land r)$ **Leyes Distributivas**

- $p \lor p \iff p$
  $p \land p \iff p$ **Leyes Idempotentes**

- $p \lor F_0 \iff p$
  $p \land T_0 \iff p$ **Leyes de Neutro**

- $p \lor \neg p \iff T_0$
  $p \land \neg p \iff F_0$ **Leyes Inversas**

- $p \lor T_0 \iff T_0$
  $p \land F_0 \iff F_0$ **Leyes de Dominación**

- $p \land (p \lor q) \iff p$
  $p \lor (p \land q) \iff p$ **Leyes de Absorción**

Inferencia

Argumento

Se le llama **argumento** a una *proposición compuesta* de la forma:

$$p_1 \land p_2 \land p_3 \land \cdots \land p_k \to q$$

Llamamos *premisas* al conjunto de todas las p, y *conclusion* a q. Se dice que el argumento es **valido** si es una *tautología*, escrito:

$$p_1 \land p_2 \land p_3 \land \cdots \land p_k \implies q$$

También llamamos a esto ***Implicancia Lógico***.

EJEMPLO:

Si intentamos demostrar

$$(p \to r) \wedge (r \to s) \wedge (t \vee \neg s) \wedge (\neg t \vee u) \wedge \neg u \Longrightarrow \neg p$$

deberíamos ver que

$$(p \to r) \wedge (r \to s) \wedge (t \vee \neg s) \wedge (\neg t \vee u) \wedge \neg u \to \neg p$$

es una **tautología**. Para que una *implicancia* sea falsa, la hipótesis debe ser verdadera, y la tesis falsa. Entonces supongamos que

$$p \to r, \quad r \to s, \quad t \vee \neg s, \quad \neg t \vee u, \quad \neg u$$

son todas verdaderas y $\neg p$ falso, osea p verdadero.

- si p **verdadero** y $p \to r$ **verdadero**, r **verdadero**.
- si r **verdadero** y $r \to s$ **verdadero**, s **verdadero**.
- si s **verdadero** entonces $\neg s$ **falso**.
- si s **verdadero** y $t \vee \neg s$ **verdadero**, t debe ser **verdadero**.
- si p **verdadero** y $p \to r$ **verdadero**, r **verdadero**.