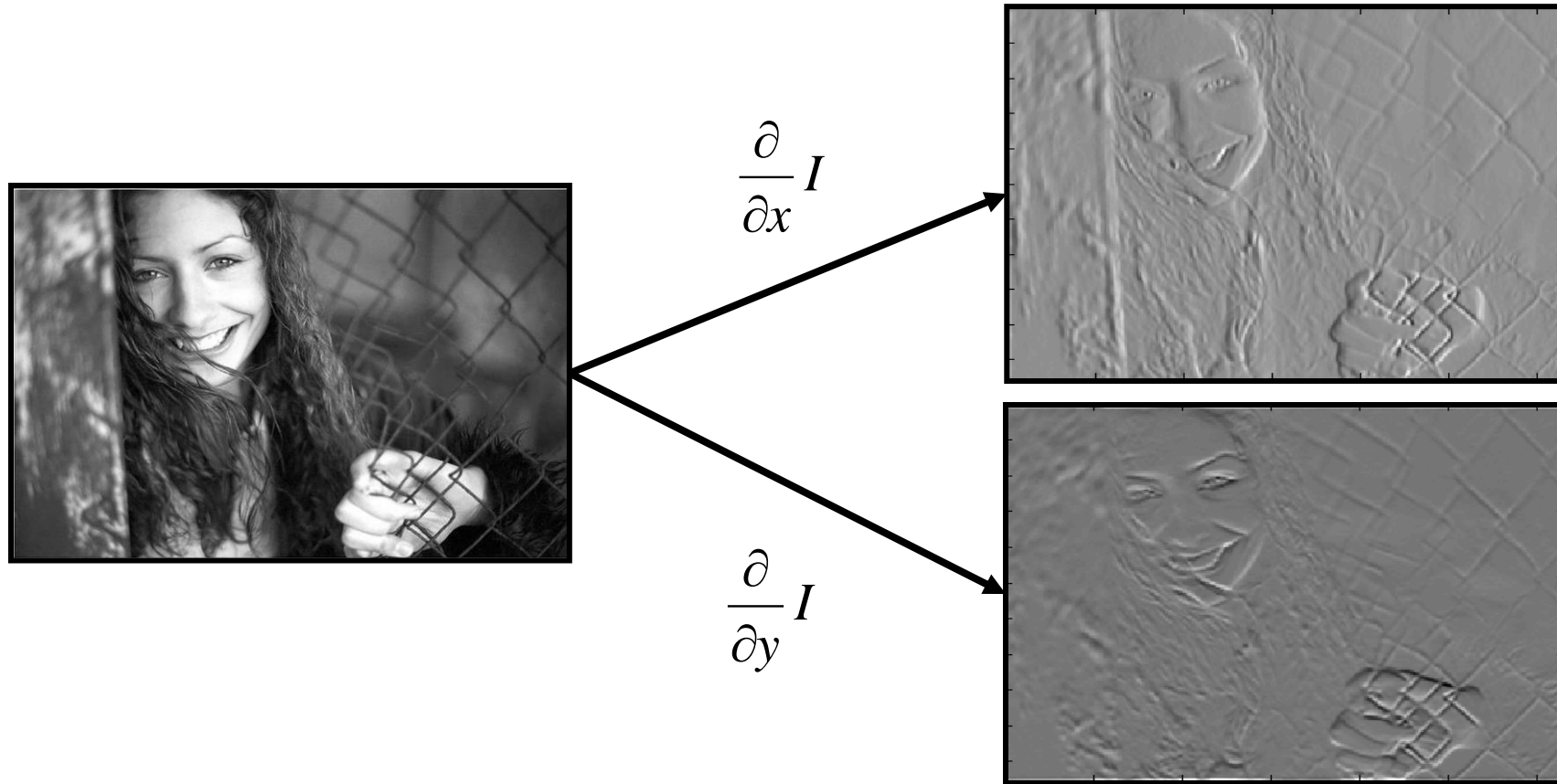


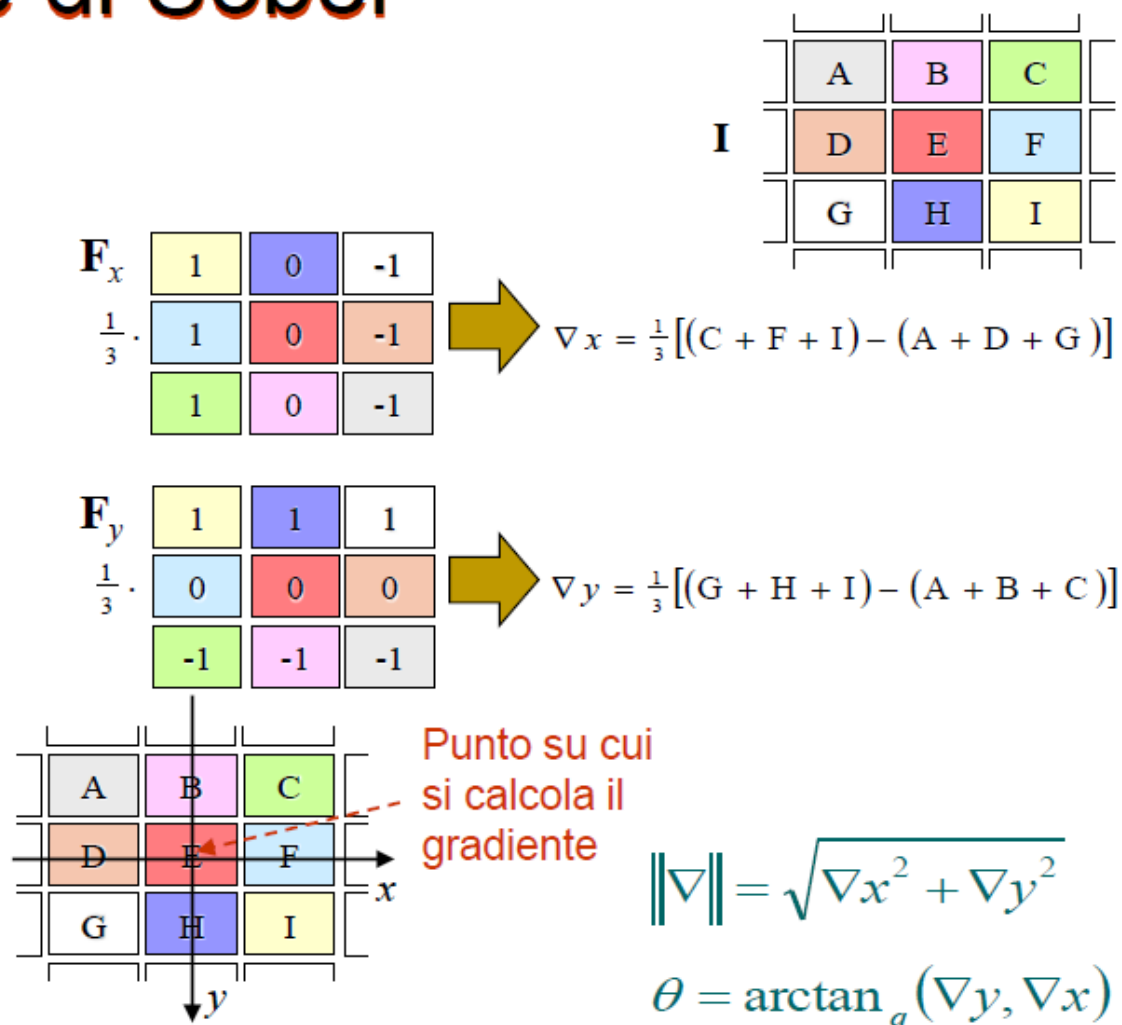
Esempio (edge detection)



Operatori di Prewitt e di Sobel

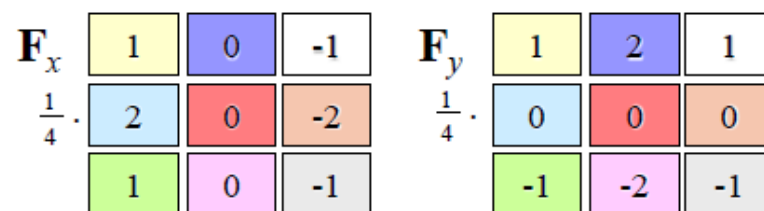
■ Prewitt: due filtri 3x3

- Meno sensibili a variazioni di luce e rumore
- Calcolo del gradiente lungo una direzione e media locale (smooth) lungo la direzione ortogonale
- Simmetrici rispetto al punto di applicazione
- Assi x e y orientati in modo tradizionale
 - Origine in alto a sinistra (se si lavora con l'origine in basso è sufficiente invertire il filtro y)

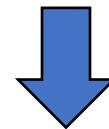
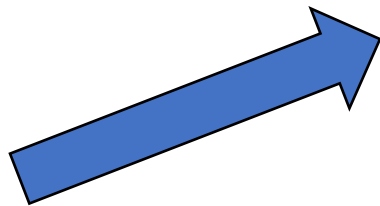


■ Sobel: due filtri 3x3

- Peso maggiore al pixel centrale



$$\|\nabla I\|_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial x} I\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} I\right)^2}$$



$$\|\nabla I\|_2 \geq \textit{soglia} (=100)$$

Nel nostro caso:

- Immagine a livelli di grigio
- Rumore Gaussiano additivo
- Procederemo trovando i bordi:
 1. utilizzare proprio codice con operatori discreti per derivate parziali con ***immagine regolarizzata***, norma-1 per il gradiente, sogliatura sulla norma (sperimentare diversi valori di soglia)
 2. utilizzare il metodo di Canny implementato in Matlab (Image processing toolbox): funzione **edge**



Utilizzare **help edge** per i parametri e l'utilizzo della funzioni.

Nel seguito si utilizzano alcune slide del Prof. Raffaele Cappelli – Ingegneria e scienze informatiche – Università di Bologna

Canny edge detector

- Il metodo di Canny produce edge **connessi** che possono essere efficacemente utilizzati per le successive fasi di elaborazione.
- L'approccio prevede le seguenti fasi:
 - 1) Smoothing gaussiano dell'immagine
 - 2) Calcolo del gradiente
 - 3) Soppressione dei non-massimi in direzione ortogonale all'edge
 - 4) Selezione degli edge significativi mediante isteresi
- I risultati dipendono da alcuni parametri:
 - σ – ampiezza della gaussiana nella prima fase
 - Dimensione del filtro nella prima fase
 - T1 e T2 – soglie per l'isteresi nell'ultima fase

Canny – 1) Smoothing Gaussiano

- Gli elementi sono pesati secondo una funzione gaussiana.
 - Il parametro σ controlla l'ampiezza della gaussiana e quindi l'entità della regolarizzazione.
 - Il filtro è separabile: conviene effettuare la convoluzione con due filtri 1D (identici fra loro)
- Approssimazione con valori interi (per maggiore efficienza)
 - Il termine $(1/\sqrt{2\pi\sigma^2})$ può essere trascurato, in quanto dopo il calcolo è comunque necessario normalizzare gli elementi rispetto alla somma dei pesi
 - Esempio ($\sigma=1$) di una possibile soluzione:

0.135	0.607	1	0.607	0.135
-------	-------	---	-------	-------

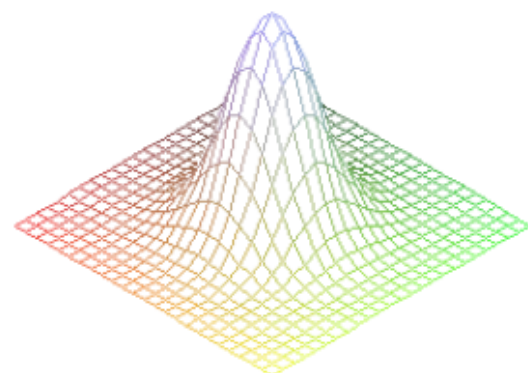
Filtro 1D (ignorando termine moltiplicativo)



$\frac{1}{17}$	1	4	7	4	1
----------------	---	---	---	---	---

Approssimazione intera e normalizzazione

$$G_{2D}(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

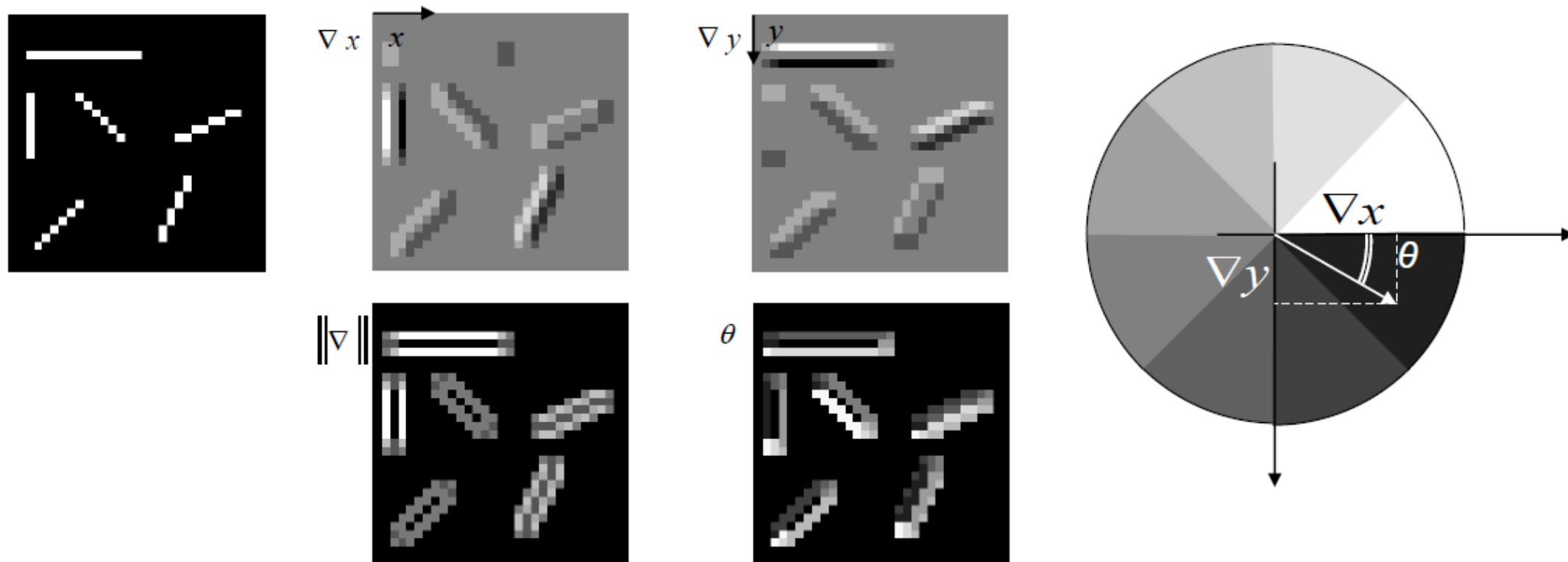


$$G_{1D}(t, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$G_{2D}(x, y, \sigma) = G_{1D}(x, \sigma) \cdot G_{1D}(y, \sigma)$$

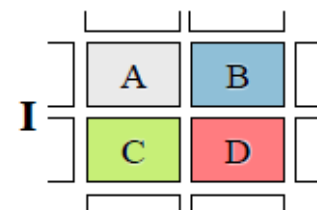
Canny – 2) Calcolo del gradiente

- Operatori da utilizzare
 - Dato che lo smoothing dovrebbe aver rimosso la maggior parte del rumore, l'implementazione più efficiente si avvale degli operatori di Roberts
 - Risultano tuttavia di più semplice applicazione gli operatori di Prewitt, in quanto non ci si deve preoccupare della rotazione degli assi di 45°
- Esempio del risultato della fase 2 utilizzando gli operatori di Prewitt:



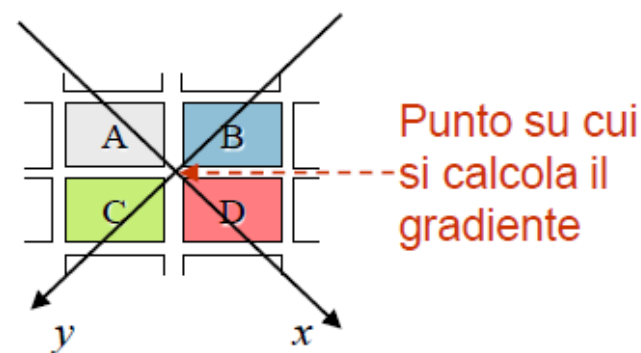
Calcolo del gradiente – Operatori di Roberts

- Convoluzione con una coppia di filtri 2x2
 - Misurano il gradiente lungo assi ruotati di 45° rispetto agli assi dell'immagine (con origine in alto a sinistra)
 - Questo consente di calcolare le due componenti del gradiente nel medesimo punto (esattamente al centro di quattro pixel adiacenti)



$$\mathbf{F}_x \begin{bmatrix} +1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \nabla x = D - A$$

$$\mathbf{F}_y \begin{bmatrix} 0 & +1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \nabla y = C - B$$



- Caratteristiche

- Pro: possono essere calcolati in modo rapido ed efficiente
- Contro: sono molto sensibili al rumore

- Calcolo del gradiente

- Per maggiore efficienza il modulo è spesso approssimato come somma dei moduli delle due componenti
- L'orientazione va riportata alle coordinate canoniche (ruotando di 45°)

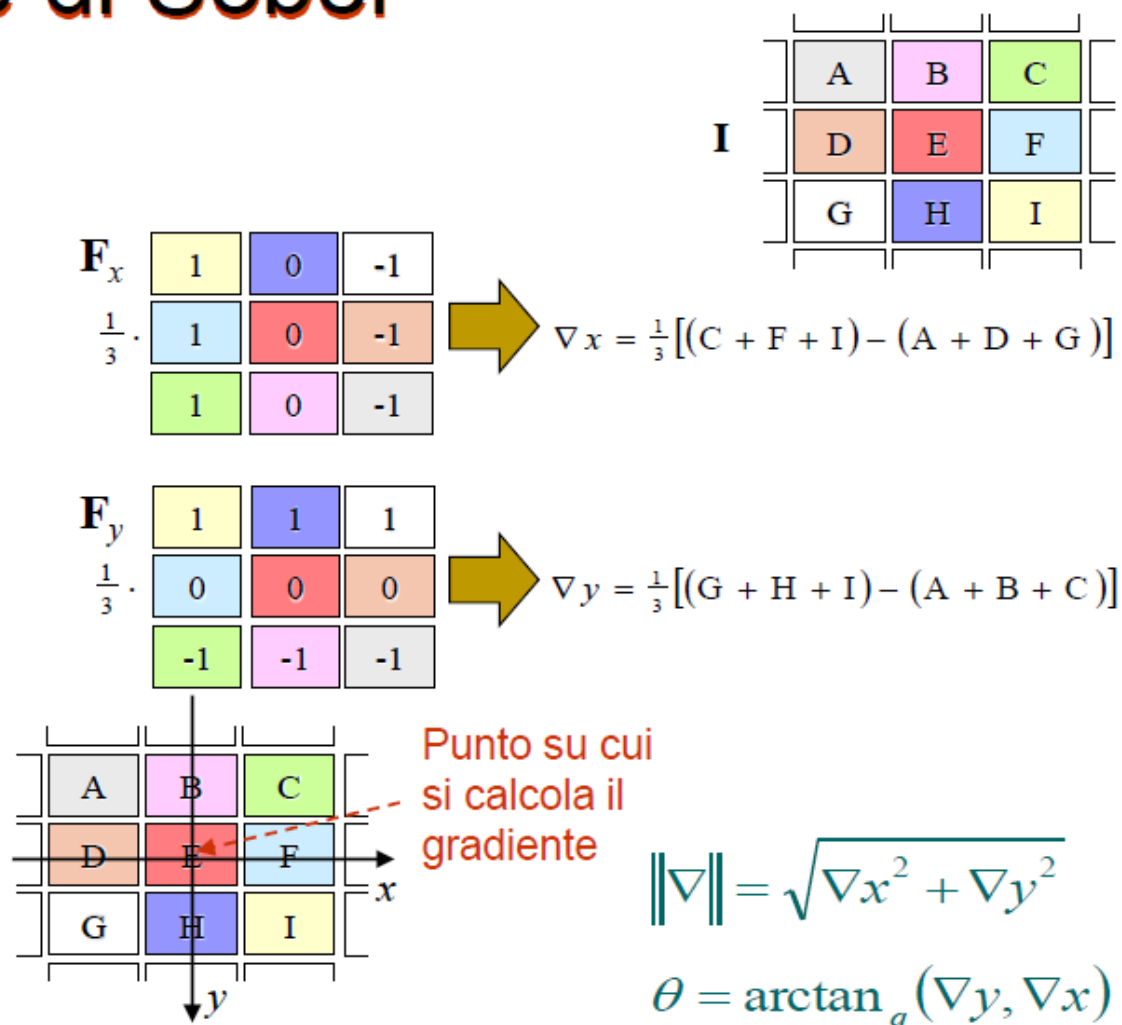
$$\|\nabla\| = \sqrt{\nabla x^2 + \nabla y^2} \cong |\nabla x| + |\nabla y|$$

$$\theta = \arctan_q(\nabla y, \nabla x) + \frac{\pi}{4}$$

Operatori di Prewitt e di Sobel

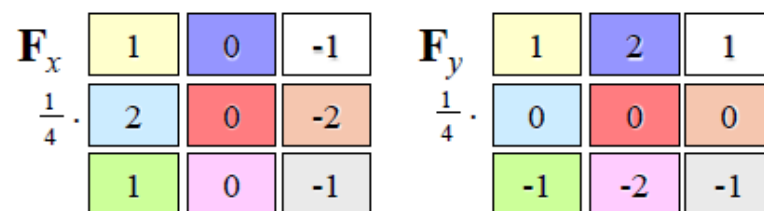
■ Prewitt: due filtri 3x3

- Meno sensibili a variazioni di luce e rumore
- Calcolo del gradiente lungo una direzione e media locale (smooth) lungo la direzione ortogonale
- Simmetrici rispetto al punto di applicazione
- Assi x e y orientati in modo tradizionale
 - Origine in alto a sinistra (se si lavora con l'origine in basso è sufficiente invertire il filtro y)



■ Sobel: due filtri 3x3

- Peso maggiore al pixel centrale



Canny – 3) Soppressione dei non-massimi

- Obiettivo

- Eliminare dall'immagine modulo-gradiente i pixel che non sono massimi locali rispetto all'orientazione del gradiente

- Diversi approcci possibili

- Il più semplice consiste nell'analizzare l'intorno 3x3 di ogni pixel, eliminando i pixel che non rispettano la condizione di massimo locale lungo la direzione del gradiente (ortogonale all'edge)

||▽||

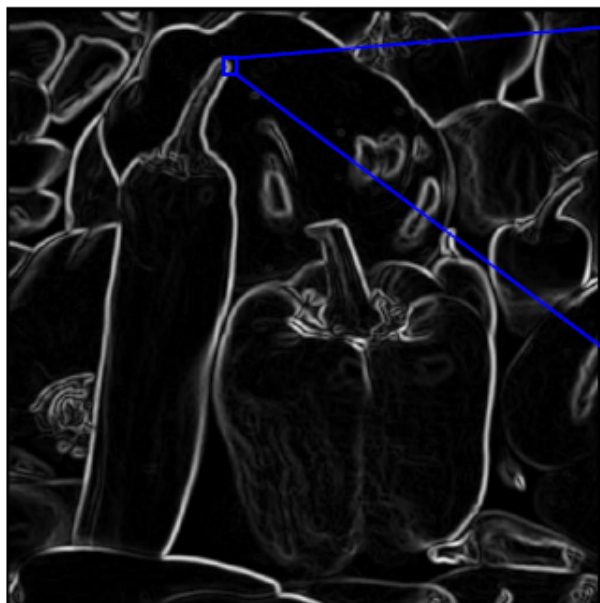
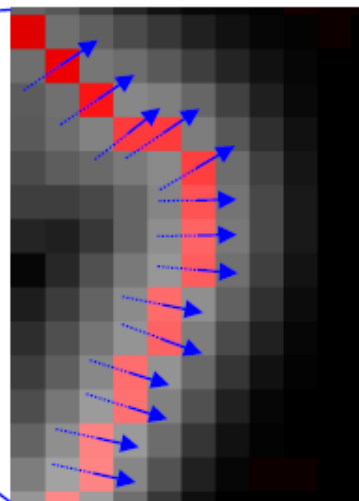
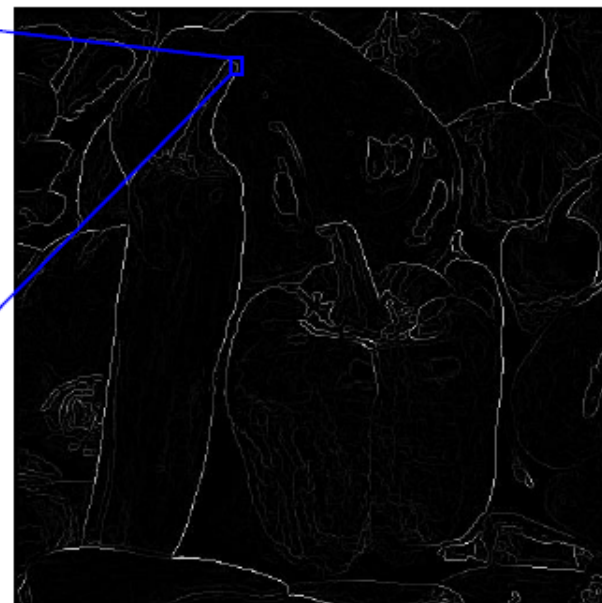


Immagine iniziale



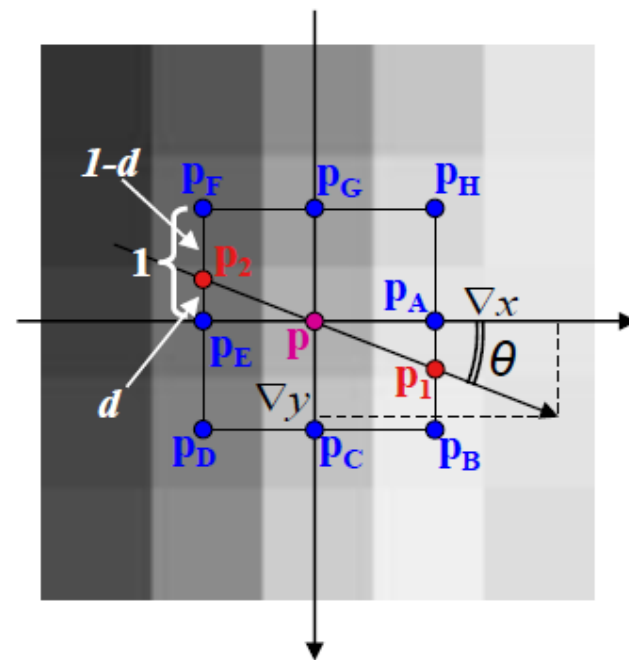
Solo i massimi locali
sono mantenuti



Risultato

Canny – 3) Soppressione dei non-massimi (2)

- Verifica della condizione di massimo locale nell'intorno 3x3
 - Si stima il modulo del gradiente nei punti \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 mediante interpolazione lineare
 - La figura mostra l'interpolazione nel caso l'orientazione del gradiente appartenga al primo ottante; gli altri casi sono analoghi
 - Il pixel \mathbf{p} viene conservato solo se $\|\nabla[\mathbf{p}]\| \geq \|\nabla[\mathbf{p}_1]\| \wedge \|\nabla[\mathbf{p}]\| \geq \|\nabla[\mathbf{p}_2]\|$
 - Questo approccio non garantisce edge di spessore unitario (benché in genere lo siano)
 - A tale fine può essere utilizzata una procedura di thinning al termine dell'intero algoritmo



$$\|\nabla[\mathbf{p}_1]\| \cong d \cdot \|\nabla[\mathbf{p}_B]\| + (1-d) \|\nabla[\mathbf{p}_A]\|$$

$$\|\nabla[\mathbf{p}_2]\| \cong d \cdot \|\nabla[\mathbf{p}_F]\| + (1-d) \|\nabla[\mathbf{p}_E]\|$$

$$d = \frac{\nabla_y[\mathbf{p}]}{\nabla_x[\mathbf{p}]}$$

Canny – 4) Selezione finale degli edge

■ Isteresi

- Al fine di selezionare solo gli **edge significativi** (tralasciando edge “spuri”), ma **evitando** allo stesso tempo la **frammentazione**, si utilizza il concetto di **isteresi**: vengono impiegate **due soglie T_1 e T_2** , con $T_1 > T_2$ per scremare ulteriormente i massimi locali ottenuti nella fase precedente:
 - Sono inizialmente considerati validi solo i pixel in cui il modulo del gradiente è superiore a T_1 .
 - I pixel il cui modulo è inferiore a T_1 ma superiore a T_2 sono considerati validi **solo se adiacenti** a pixel validi.
- T_1 e T_2 sono tipicamente espresse come valori fra 0 e 1 (il modulo del gradiente va normalizzato nello stesso intervallo per permettere il confronto con le due soglie).
- Una corretta scelta di T_1 e T_2 , così come un’adeguata scelta di σ nella prima fase, sono molto importanti per ottenere gli effetti desiderati.
 - La scelta dipende solitamente **dall’applicazione** e sono tipicamente necessari **vari esperimenti** per giungere ai valori ottimali dei parametri.

