Esercizi Laboratorio Calcolo Numerico 1
- Settimana 1 -

Nota: per i comandi non esplicitamente introdotti nel video di spiegazione si può utilizzare `help` oppure `doc` dei comandi stessi

1. **OPERAZIONI ELEMENTARI, FUNZIONI ELEMENTARI, VARIABILI PREDEFINITE**

   (a) Calcolare le seguenti quantità per $x = 1.253$ e visualizzarle in `format short`, verificando la correttezza del risultato

   i.
   $$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x^2} \;\; (= 0.1820)\,, \quad x{\cdot}\mathrm{atan}(x)-\frac{1}{2}\ln(1+x^2) \;\; (= 0.6523)\,, \quad \frac{\sqrt[3]{5+\cos 4x}}{|\sin 3x|} \;\; (= 3.0107)\,,$$

   ii.
   $$\sin^2(\pi x) \;\; (= 0.5094)\,, \qquad \frac{\mathrm{e}^{\sin(x)}}{\sqrt{x^2+1}} \;\; (= 1.6128)$$

   (b) Risolvere con i comandi Matlab appropriati: se possiedo 50€ e voglio comprare dei quaderni da 3.35€ ciascuno, quanti ne posso comprare e quanto resto mi rimane?

2. **VARIABILI PREDEFINITE E NUMERI COMPLESSI**

   (a) Sia `piapp=355/113` un valore approssimato di π; determinare la sua differenza in valore assoluto con la variabile predefinita `pi`($=\pi$) di Matlab. Visualizzare tale differenza in `format short` e `format long`

   (b) Verificare la identità (comando `==`)
   $$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi} = -1$$
   essendo i la unità immaginaria. Cosa succede in Matlab?

   (c) Calcolare modulo e argomento del numero complesso $z = 4 + 3\mathrm{i}$

3. **VARIABILI SIMBOLICHE**

   (a) Definita la variabile simbolica `syms x`, calcolare la derivata simbolica (comando `diff`) della funzione (anch'essa simbolica) $f(x) = 10/(x^3 + 1) - 4 + 2x$

   (b) Calcolare l'integrale simbolico (comando `int`)
   $$I = \int_0^1 f(x)\,dx$$

(c) valutare la derivata e l'integrale in $x = 2$ (comando `eval`)

4. **VETTORI: DEFINIZIONE, OPERAZIONI**

   (a) Si costruiscano con i comandi *compatti* di Matlab i seguenti vettori

   $$a_1 = \begin{bmatrix}100 & 200 & 300 & 400 & 500\end{bmatrix} \qquad a_2 = \begin{bmatrix}9 & 7 & 5 & 3 & 1 & -1 & -3\end{bmatrix}$$
   $$a_3 = \begin{bmatrix}2 & 4 & 8 & 16 & 32\end{bmatrix} \qquad a_4 = \begin{bmatrix}3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3\end{bmatrix}$$

   (b) Sia $x = [3,\ 1,\ 5,\ 7,\ 9,\ 2,\ 6]$. Si scrivano i comandi Matlab per
      i. calcolare il doppio del terzo elemento di x e assegnarlo alla variabile w
      ii. estrarre l'ultimo elemento di x e assegnarlo alla variabile z; calcolare $z + w$
      iii. estrarre gli elementi di x dal primo al penultimo e assegnarli alla variabile z
      iv. calcolare il massimo di x
      v. calcolare la somma degli elementi di x
      vi. aggiungere in fondo al vettore il valore 4

   (c) Dato $x = [3, 15, 9, 12, -1, 0, -12, 9, 6, 1]$, scrivere i comandi Matlab che svolgano le seguenti operazioni:
      - assegnano agli elementi di x multipli di 3 il valore 3 (usare `rem`)
      - assegnano agli elementi di x pari, cinque volte il valore dell'elemento stesso

   (d) Costruire un vettore di 10 interi random compresi tra 0 e 100 (usare `rand`, vedere anche l'uso del comando `randi`)

   (e) Usare almeno due comandi Matlab differenti per costruire il vettore di 1000 punti spaziati tra -1 e 1 (uno sia `linspace`); usare almeno due modi diversi per verificare la lunghezza del vettore calcolato (`numel, length, size,...`)

5. **OPERAZIONI SU POLINOMI**

   (a) Dato il polinomio $q(x) = 3x^3 - x + 1$, calcolare

   $$I = \int_0^1 q(x)\,dx, \qquad \frac{d}{dx} q(x)|_{x=1}$$

   con i comandi Matlab dedicati alla manipolazione di polinomi (comandi `polyint, polyval, polyder`)

   (b) Calcolare i coefficienti $a_i, i = 0, \ldots, 20$, del polinomio di Wilkinson

   $$p(x) = \prod_{i=1}^{20} (x - i) = a_{20}x^{20} + a_{19}x^{19} + \cdots + a_1 x + a_0$$

   Verificare poi, a partire dai coefficienti calcolati, quali siano le radici del polinomio (comandi `poly, roots`)

6. **GRAFICA di BASE 2D**

(a) Data la funzione $\log(x)$:

i. Creare una nuova finestra per il grafico con il comando `figure`

ii. Generare dentro tale finestra il grafico della funzione data nell'intervallo $x \in [0.1, 1.0]$ in colore rosso con il comando `plot`

iii. Assegnare un titolo `title` al grafico e le etichette agli assi `xlabel, ylabel`, con la sintassi

```
title('testo del titolo')
xlabel('etichetta asse x')
ylabel('etichetta asse y')
```

iv. Aggiungere allo stessa finestra il grafico di e^x in colore blu

(b) Calcolare l'angolo in gradi compreso tra i due vettori $x = [3, 2]$ e $y = [1, 2]$ utilizzando la definizione di prodotto scalare e le funzioni trigonometriche inverse (comandi `dot` e `acos`). Disegnare nel piano nel piano i due vettori e verificare graficamente (in modo qualitativo) il risultato trovato