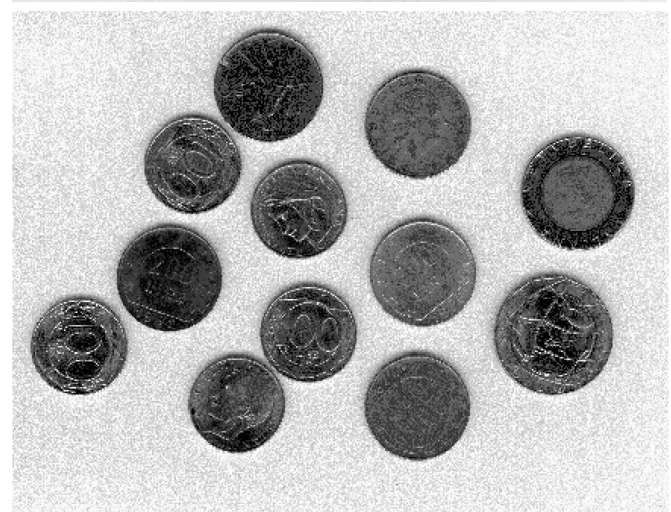
Elaborazione dell’Immagine

– trasformata di Hough

Riconoscimento di forme

- Gli oggetti sono spesso *occlusi*

- Le acquisizioni sono rumorose



Trasformata di Hough

- Una delle soluzioni più efficaci per il riconoscimento è la trasformata di Hough (HT)
  - La HT nella sua formulazione originaria (primi anni 60) permette di individuare forme descritte in forma analitica (prima è stata introdotta per le rette, poi per i cerchi, per le parabole, ecc.)
  - La HT è parzialmente insensibile alle occlusioni (e al rumore)
  - La HT trasforma il problema della ricerca di una curva (spesso) nella semplice ricerca di massimi

Trasformata di Hough

- In generale una curva piana è definita in forma analitica tramite un insieme (limitato se è semplice) di parametri.
- Una equazione lega i parametri alle coordinate cartesiane

$$f((x,y), (a_1,a_2,...,a_n))=0$$ (x,y) è un punto della curva

- $(a_1,a_2,...,a_n)$ è una n-upla di valori che individuano un punto nello spazio dei parametri
- Un punto nello spazio dei parametri individua in modo univoco una curva analitica

HT: proprietà

- In generale ad ogni punto P’ nello spazio immagine (SI) corrisponde una ipersuperficie nello spazio dei parametri (SP) in cui ogni punto rappresenta una curva passante per P’.
- n punti nello SI appartenenti ad una stessa curva generano n superfici che si intersecano in uno stesso punto in SP, corrispondente ai parametri della curva.
- Più ricca è l’evidenza nello spazio immagine (es. oltre al passaggio, anche la direzione della curva, oppure la curvatura nel punto), più limitato è l’insieme delle compatibilità in SP.

HT: esempio rette

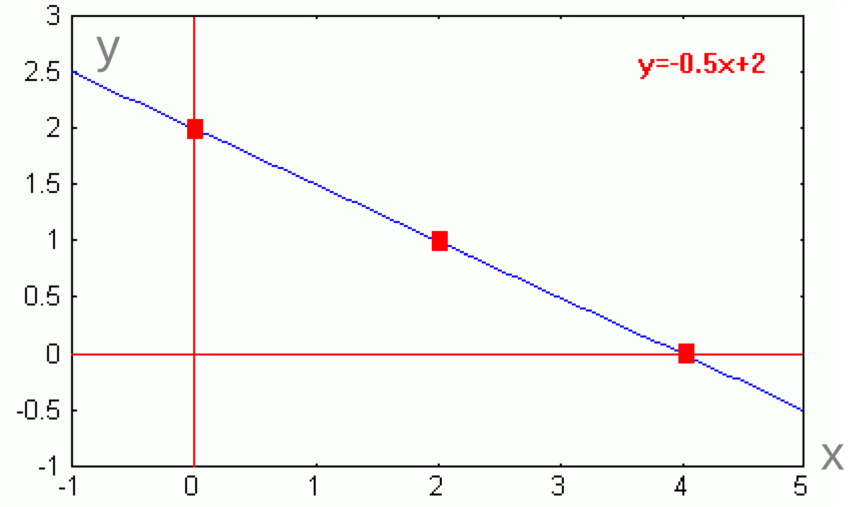
- Equazione classica della retta

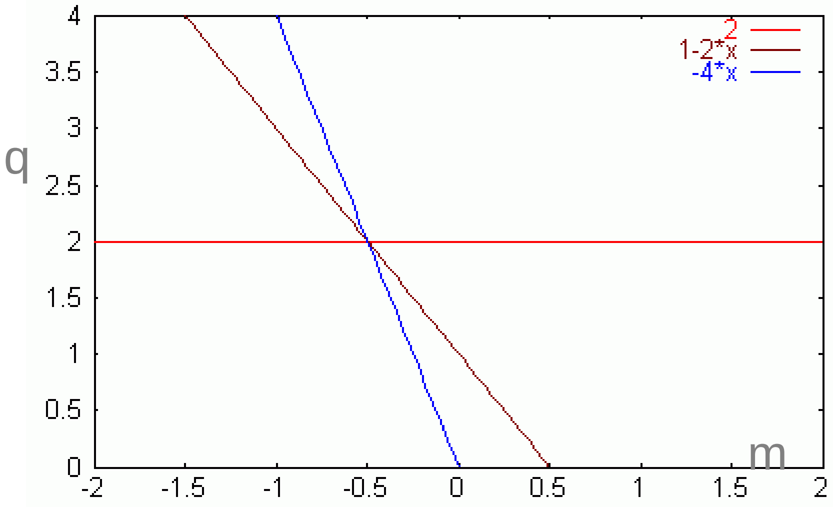
$$y = mx+q$$

  – può essere riscritta come

$$f((x,y), (m,q)) = y-mx-q = 0$$

- Fissato un punto (x_i,y_i) nello SI l'equazione $q = y_i-mx_i$ descrive la curva (che rimane ancora una retta)





HT: Ricerca di rette

- L'equazione classica della retta presenta dei problemi perché:

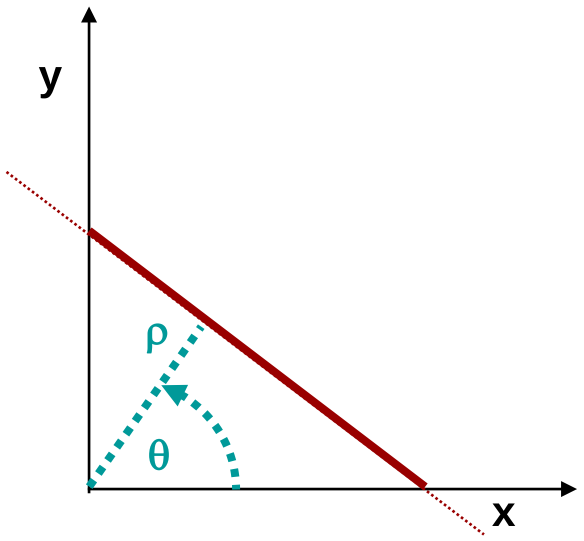
$$-\propto < m, q < +\propto$$

- Lo spazio immagine per immagini reali è ovviamente limitato (per esempio 256x256)
- Allo stesso modo sarebbe auspicabile che anche lo spazio dei parametri fosse limitato

HT: Ricerca di rette

- Per ovviare al problema descritto si usa una diversa rappresentazione della retta:

$$\rho = x \cos(\theta) + y \sin(\theta)$$



Esempio di rette

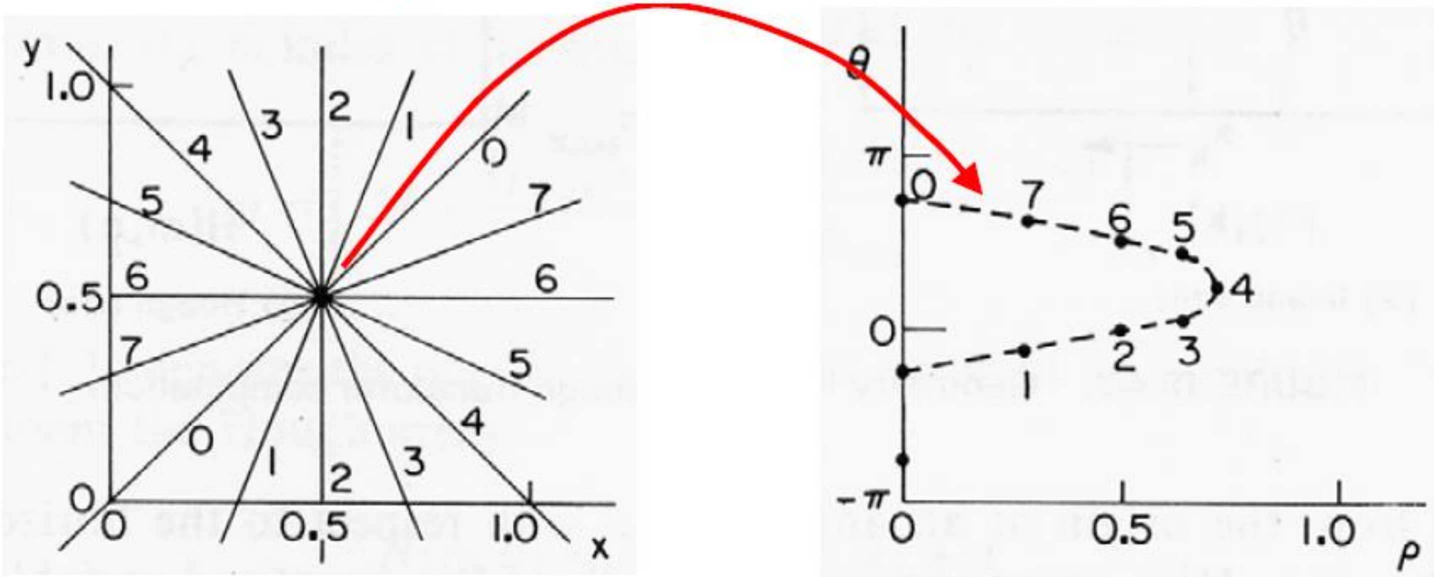
- Attraverso operatori locali (per esempio differenziali) si producono informazioni sul gradiente (locale)
- Decido una rappresentazione parametrica, per esempio (forma normale di Hesse)

$$\rho = x \cos(\theta) + y \sin(\theta).$$

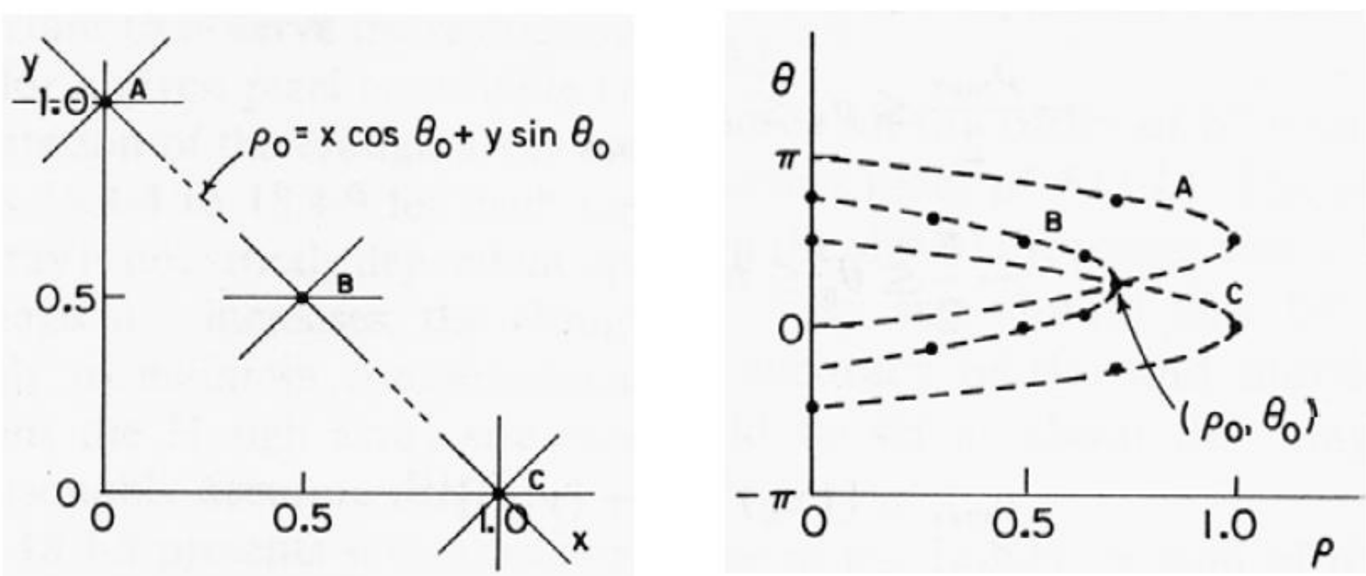
In questo caso i parametri risultano limitati, per esempio:

$$0 < \rho < L\sqrt{2}; -\pi \leq \theta \leq \pi.$$

Trasformata di un punto



Individuazione retta nello spazio dei parametri



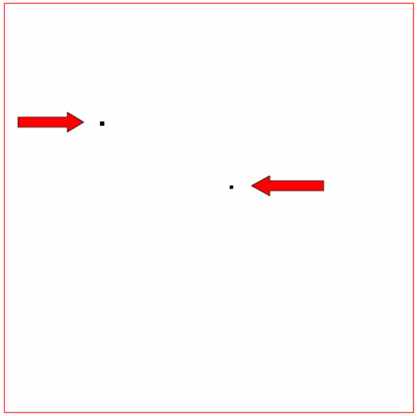
Il processo di voto

- Da un punto di vista implementativo occorre discretizzare lo SP in celle (n-dimensionali)
- La dimensione delle celle dipende dalla precisione massima richiesta
- Ogni cella corrisponde ad una edizione (quantizzata) della curva
- Per ogni evidenza nello SI si incrementa ogni cella compatibile dello SP (processo di voto)
- Ogni cella misura perciò il numero di contributi al riconoscimento della curva corrispondente

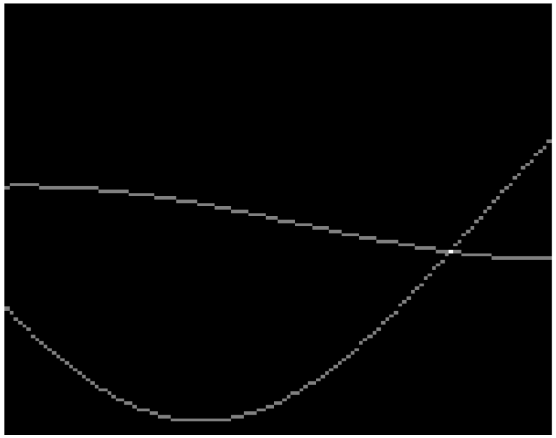
HT per ricerca di segmenti rettiliei

- Definire un accumulatore $A(\theta, \rho)$ di dimensioni opportune
- Inizializzare $A(\theta, \rho)$ a 0
- Per ogni evidenza dell'immagine si incrementano tutti i punti dell'accumulatore compatibili con una regola di mappatura e pesi predefiniti.
- Seleziona i massimi (magari con un’analisi locale) nell'accumulatore: corrispondono alle edizioni più votate della curva cercata.

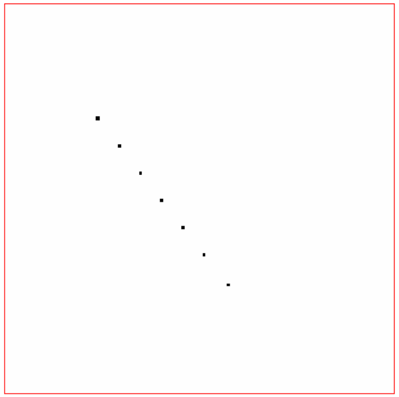
Esempio:
2 punti – immagine originale



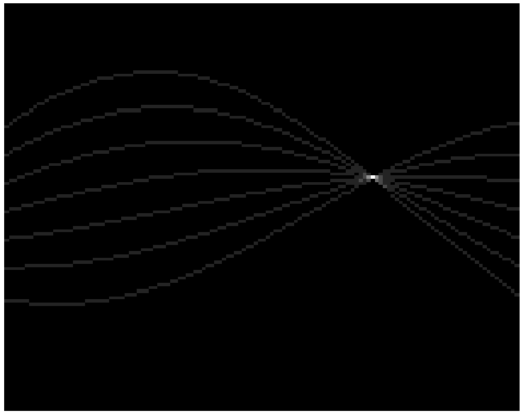
Esempio:
2 punti – matrice di Hough 64x64



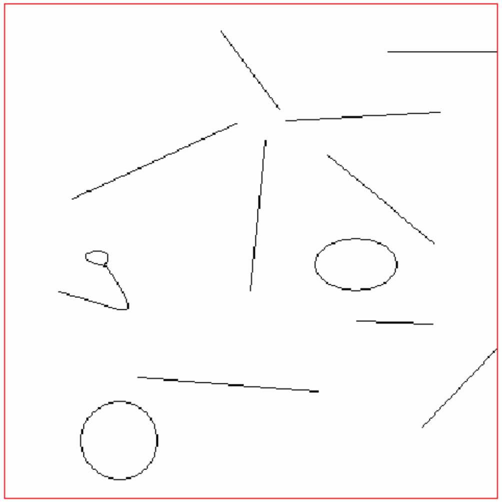
Esempio:
punti allineati– immagine originale



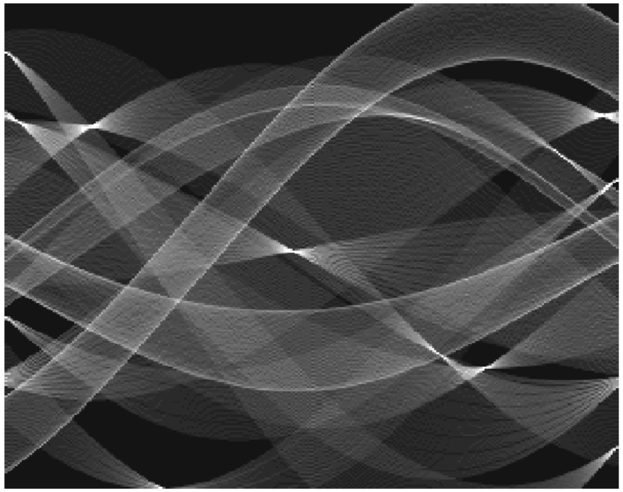
Esempio:
punti allineati –
matrice di Hough 64x64



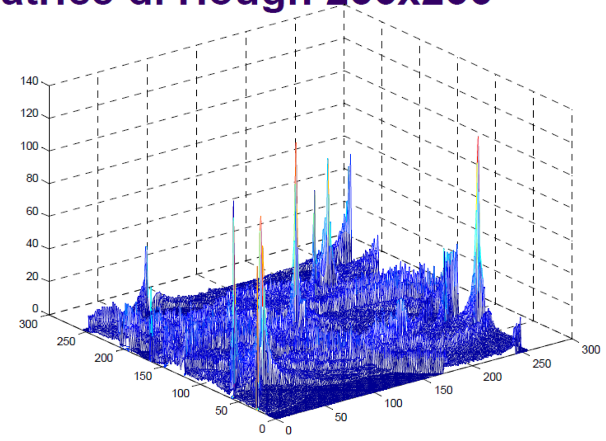
Esempio:
immagine binaria 256x256



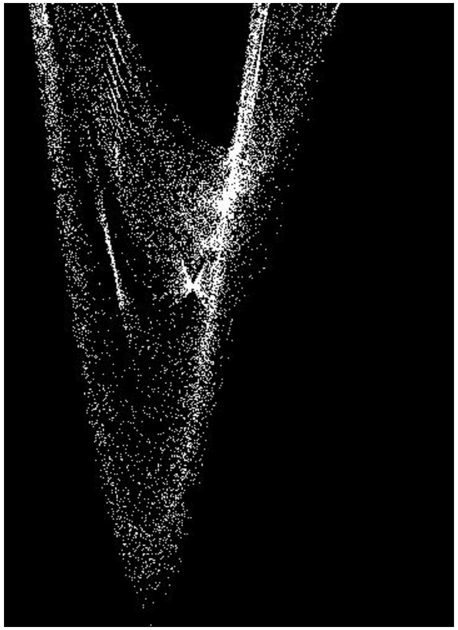
Esempio:
matrice di Hough 256x256

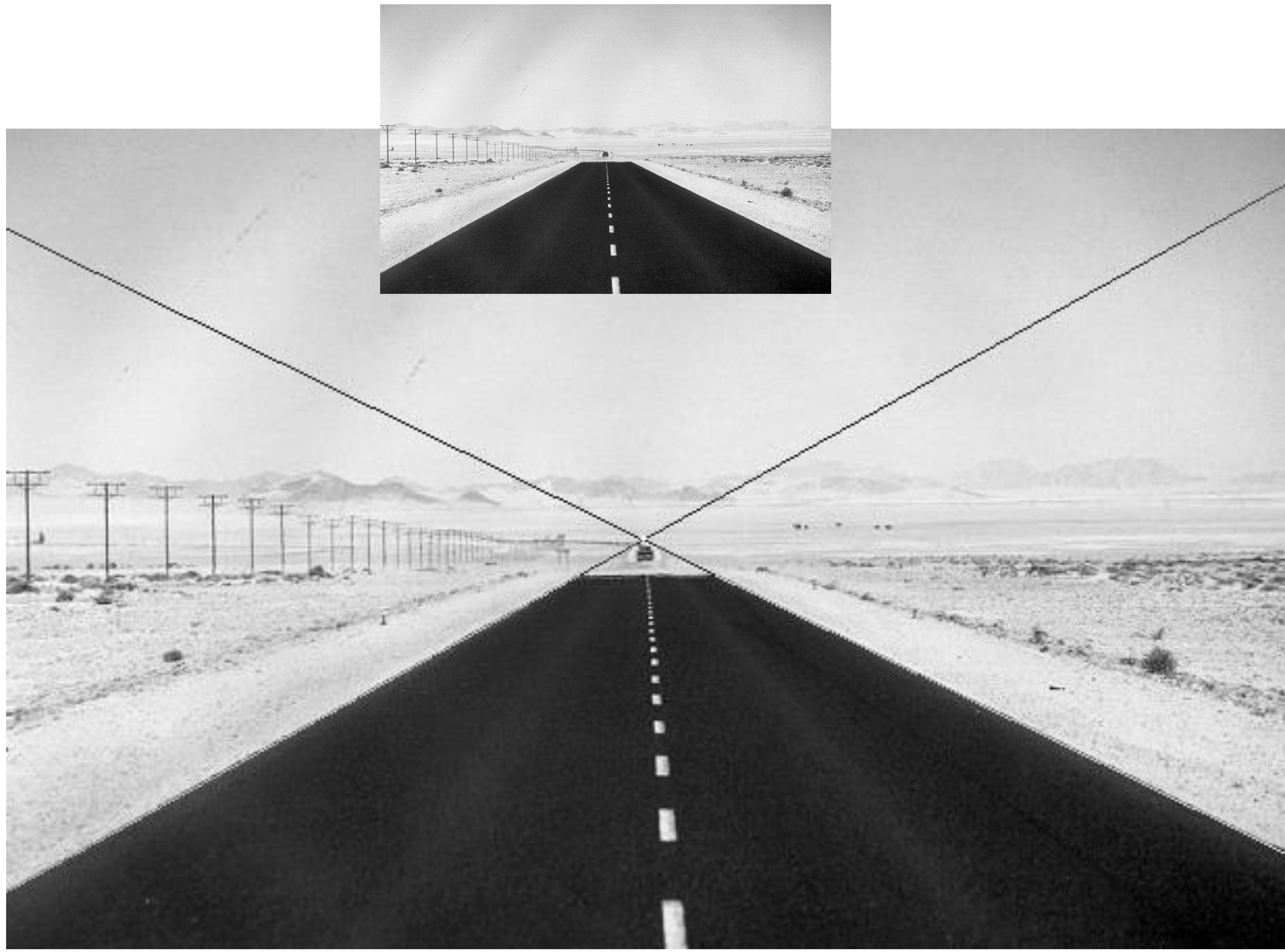


Esempio:
matrice di Hough 256x256

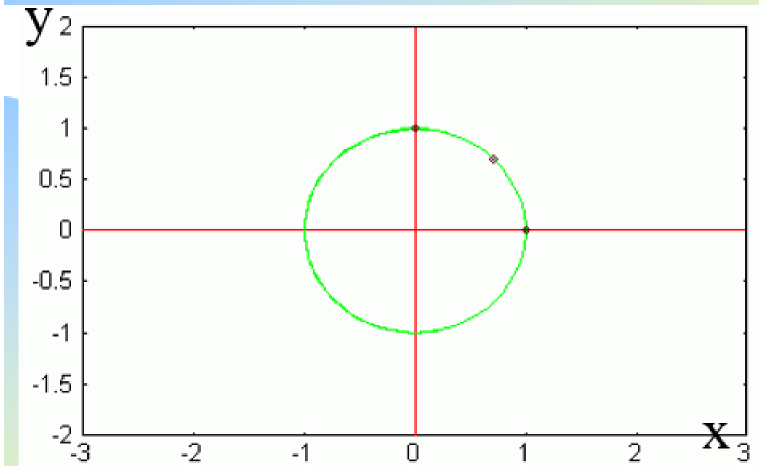


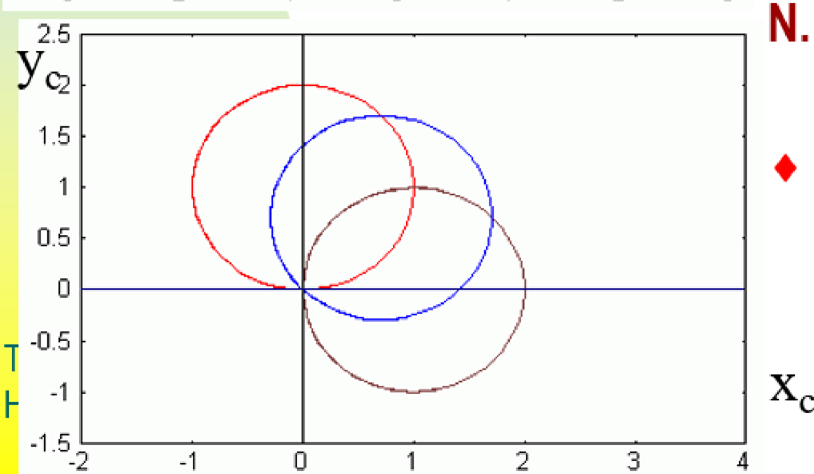
Esempio di operatore globale: trasformata di Hough





HT: esempio cerchio





$$(y-y_c)^2+(x-x_c)^2=r^2$$

- Primo approccio: ricerca di cerchi di raggio noto, in questo caso lo SP è bidimensionale e la curva generata da ogni punto nello SI è essa stessa un cerchio.

N.B. è raro che a una curva corrisponda la stessa curva nello SP

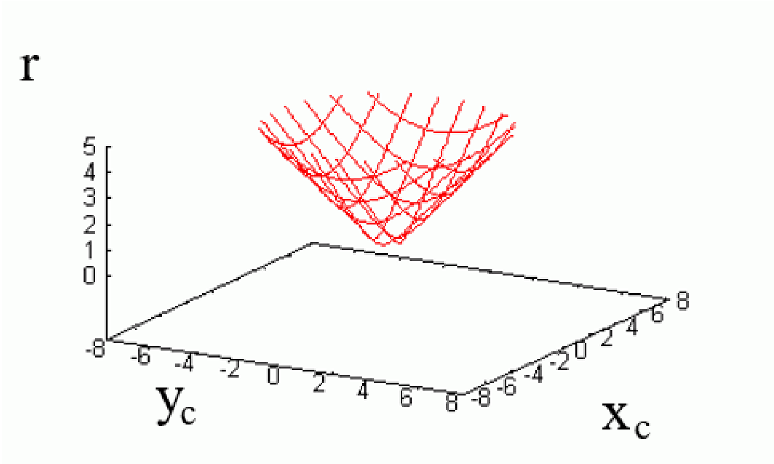
- Lo spazio dei parametri è generato dalle coordinate del centro (x_c,y_c)

HT: esempio cerchio

- Caso generale: anche il raggio è incognito. In questo caso lo SP è tridimensionale:

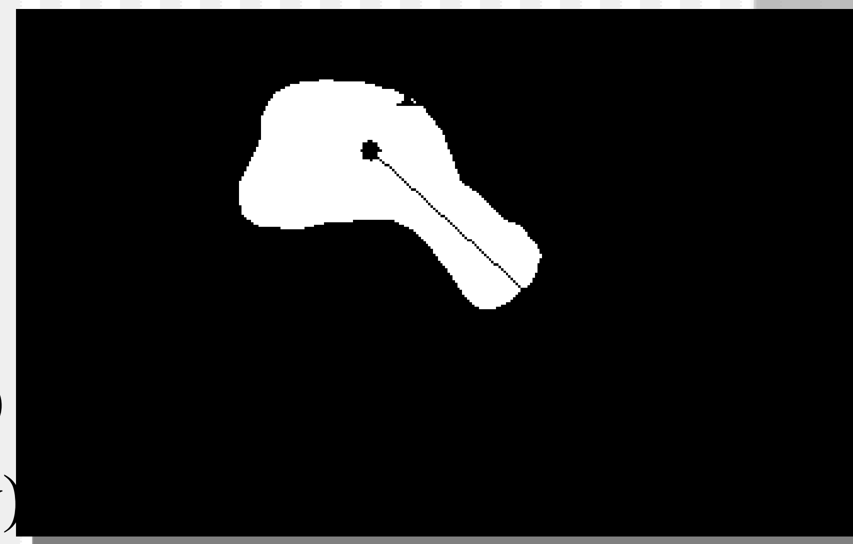
$$f((x,y),(x_c,y_c),r) = (y-y_c)^2+(x-x_c)^2-r^2=0$$

- La curva generata in questo caso è un cono



Trasformata di Hough generalizzata

- La HT è estendibile sotto l'ipotesi di moto rigido, a oggetti di forma arbitraria.
- Come prima ipotesi consideriamo fissi scala e rotazione
- Occorre scegliere un punto di riferimento $P_0(x_0,y_0)$ (non necessariamente il baricentro)
- Il generico punto di contorno $P(x,y)$ può essere riferito a P_0 :
- $X_0 = x + \rho \cos(\alpha); Y_0 = y + \rho \sin(\alpha)$



Trasformata di Hough generalizzata

- Per ogni punto P si determina la direzione della tangente β al contorno
- La tabella-R (tabella di riferimento) è una lista dei valori di R e α corrispondente ai punti di contorno utili alla descrizione della forma cercata
- Il metodo è generalizzabile per forme di rotazione e scala variabili introducendo due nuovi parametri. Lo SP risultante è quindi: (X_0, Y_0, S, ϕ)
- Le tabelle-R per le rotazioni e i cambiamenti di scala possono facilmente essere ottenuti da quello originale per orientamento e scala fissate

Algoritmo di Hough generalizzato

- passo 0 Costruisci la tabella di riferimento RT
- passo 1 Inizializza l'accumulatore
- passo 2 Ripeti per ogni punto di contorno:
  - passo 2.1 Calcola β
  - passo 2.2 Calcola i possibili centri per ogni tupla di RT

$$x_c = x + S\,\rho\,\cos(\alpha(\beta))$$

$$y_c = y + S\,\rho\,\sin(\alpha(\beta))$$

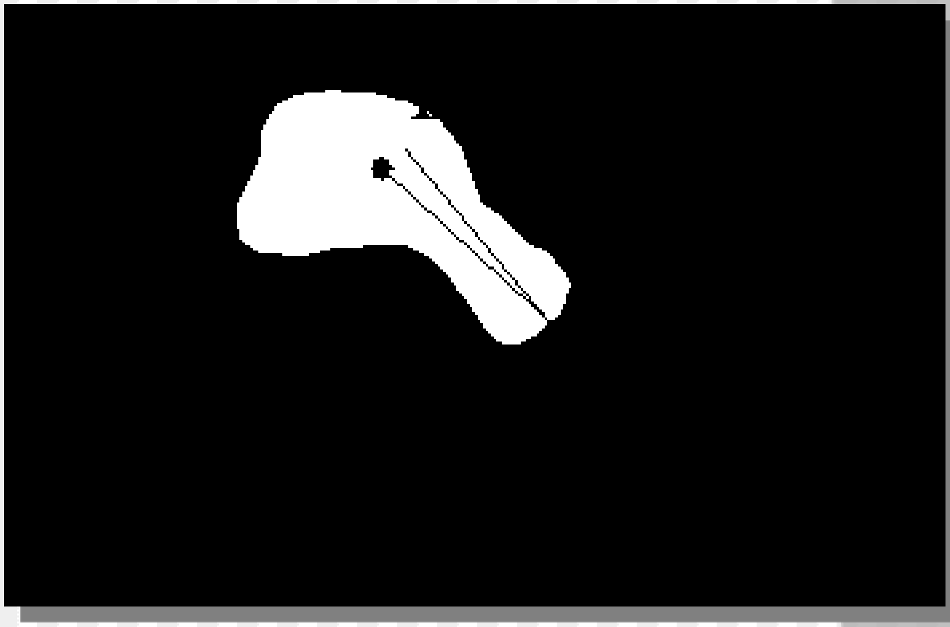
  - passo 2.3 Vota (incrementa l'accumulatore)
- passo 3 Analizza SP per i massimi e i rispettivi intorni

Trasformata di Hough generalizzata

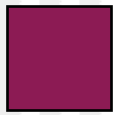
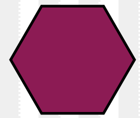
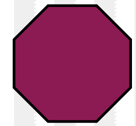
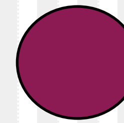
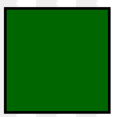
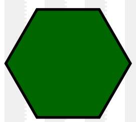
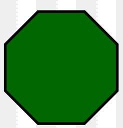
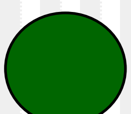
- La tabella può anche essere costruita con gli angoli misurati relativamente alla tangente:

$$x_c = x + \rho(\theta)\cos(\theta+\beta)$$
$$y_c = y + \rho(\theta)\sin(\theta+\beta)$$

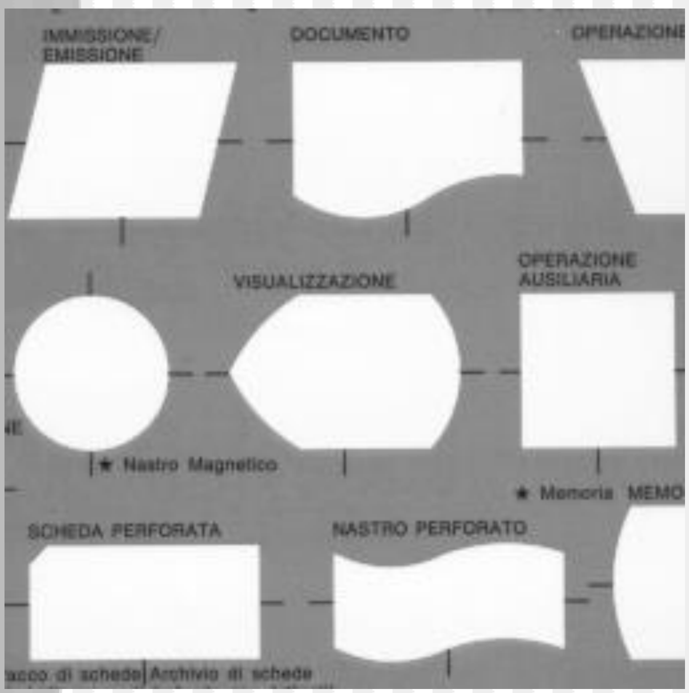
- Si introduce cioè l'orientamento relativo. La descrizione del contorno è perciò invariante per rotazione

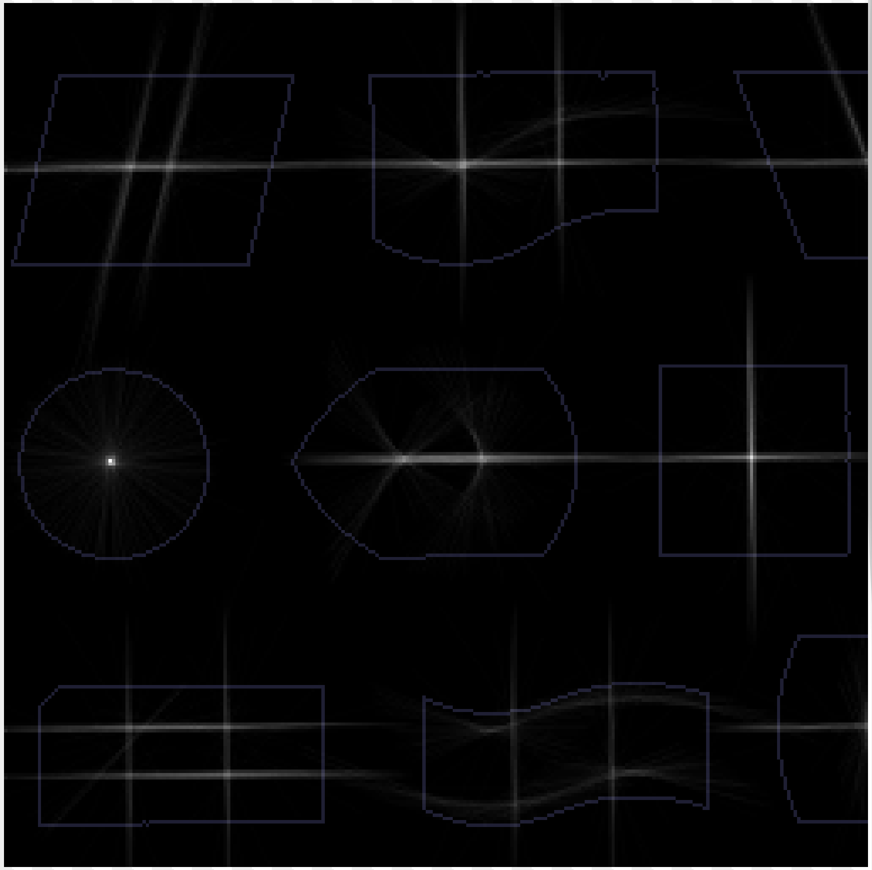


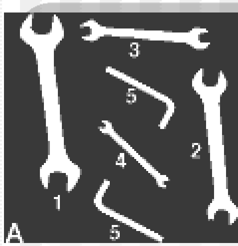
Ricerca di forme geometriche

Cercata Presente				
				
				
				
				

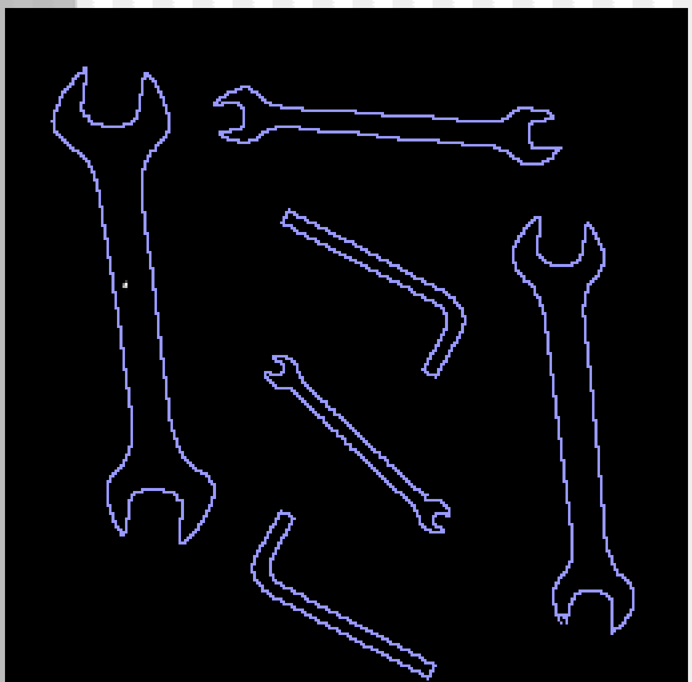
Esempio: ricerca del quadrato

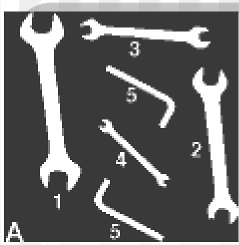




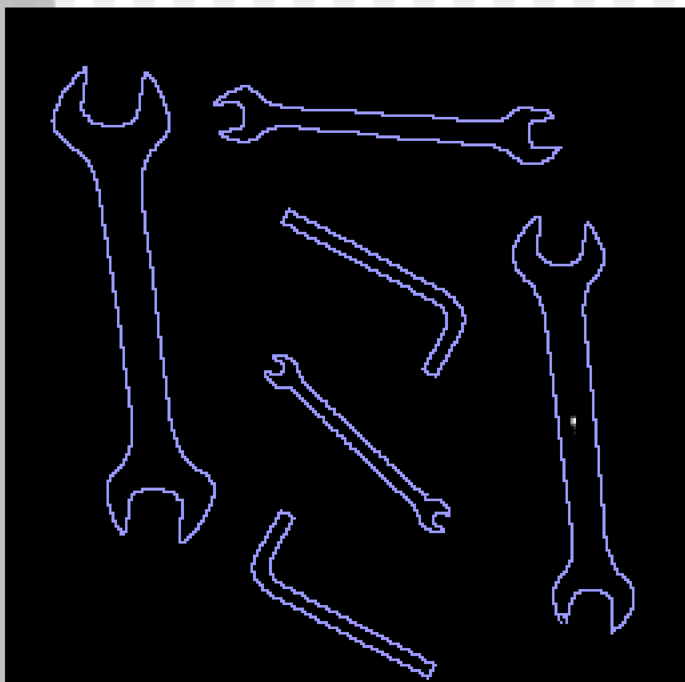


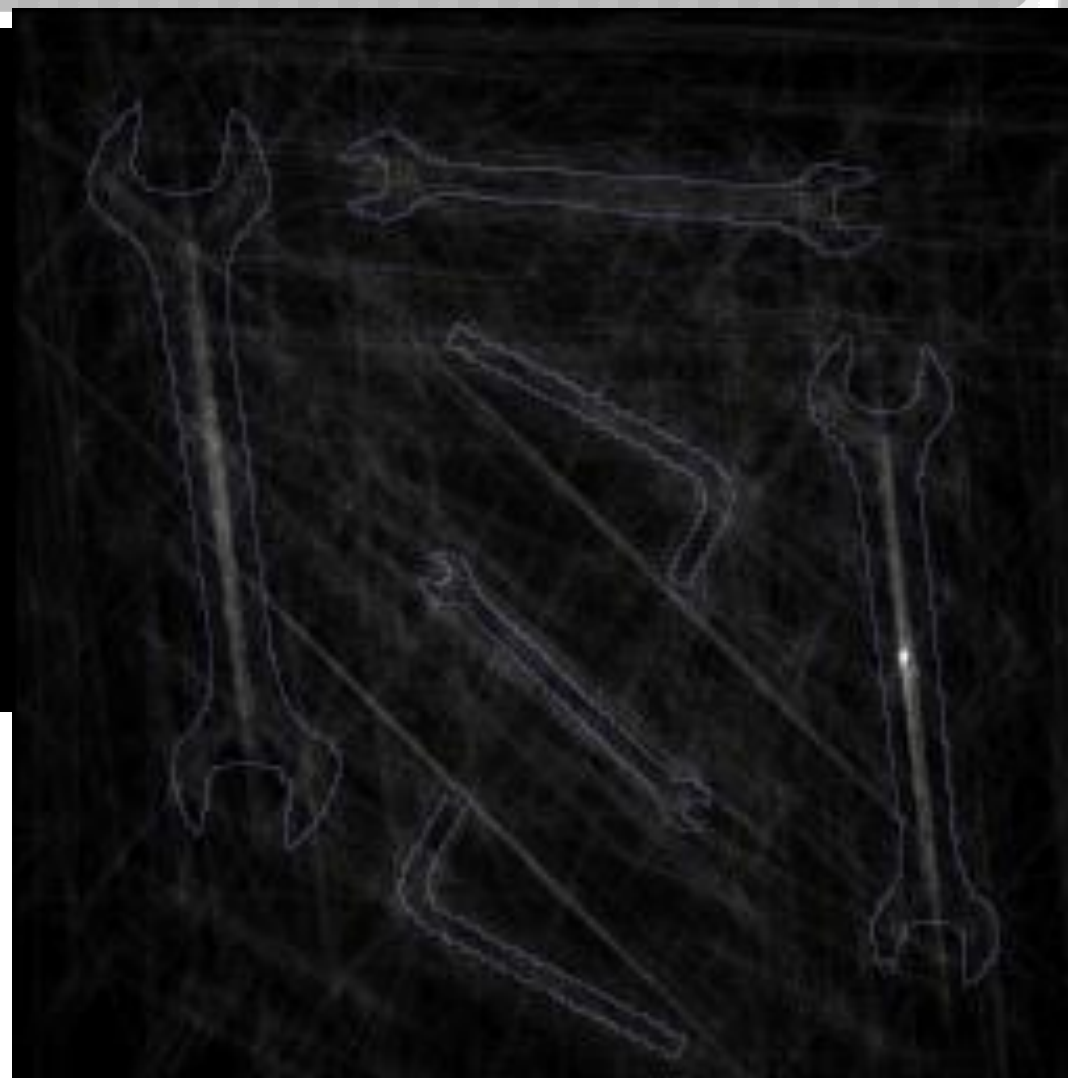
Esempio di voto: chiave 1

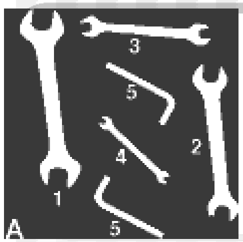




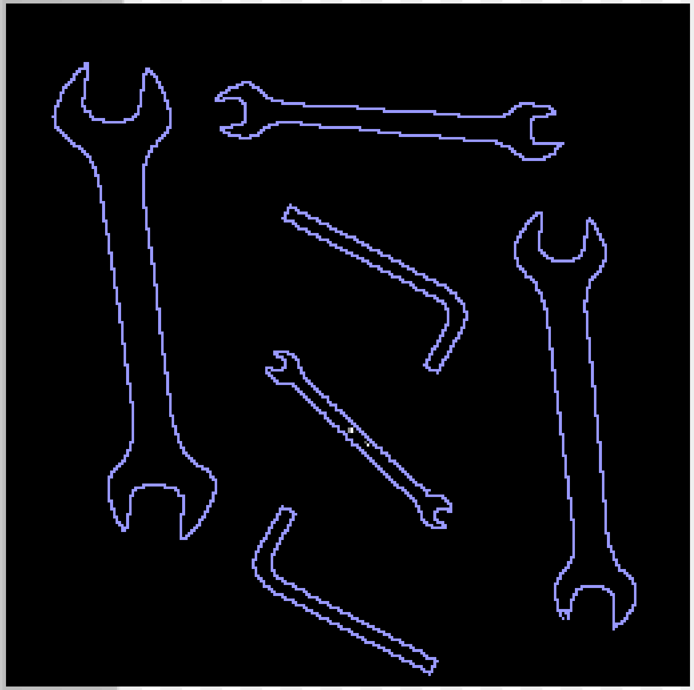
Esempio di voto: chiave 2

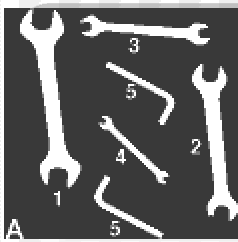




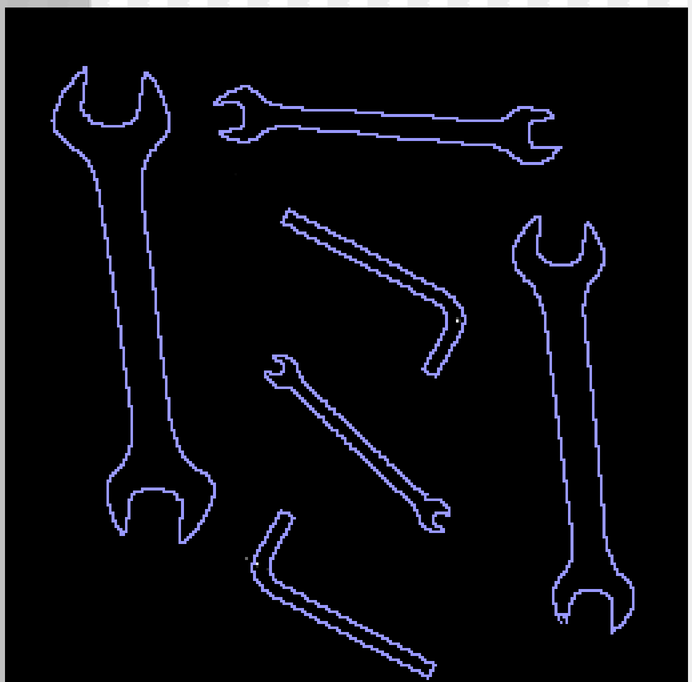


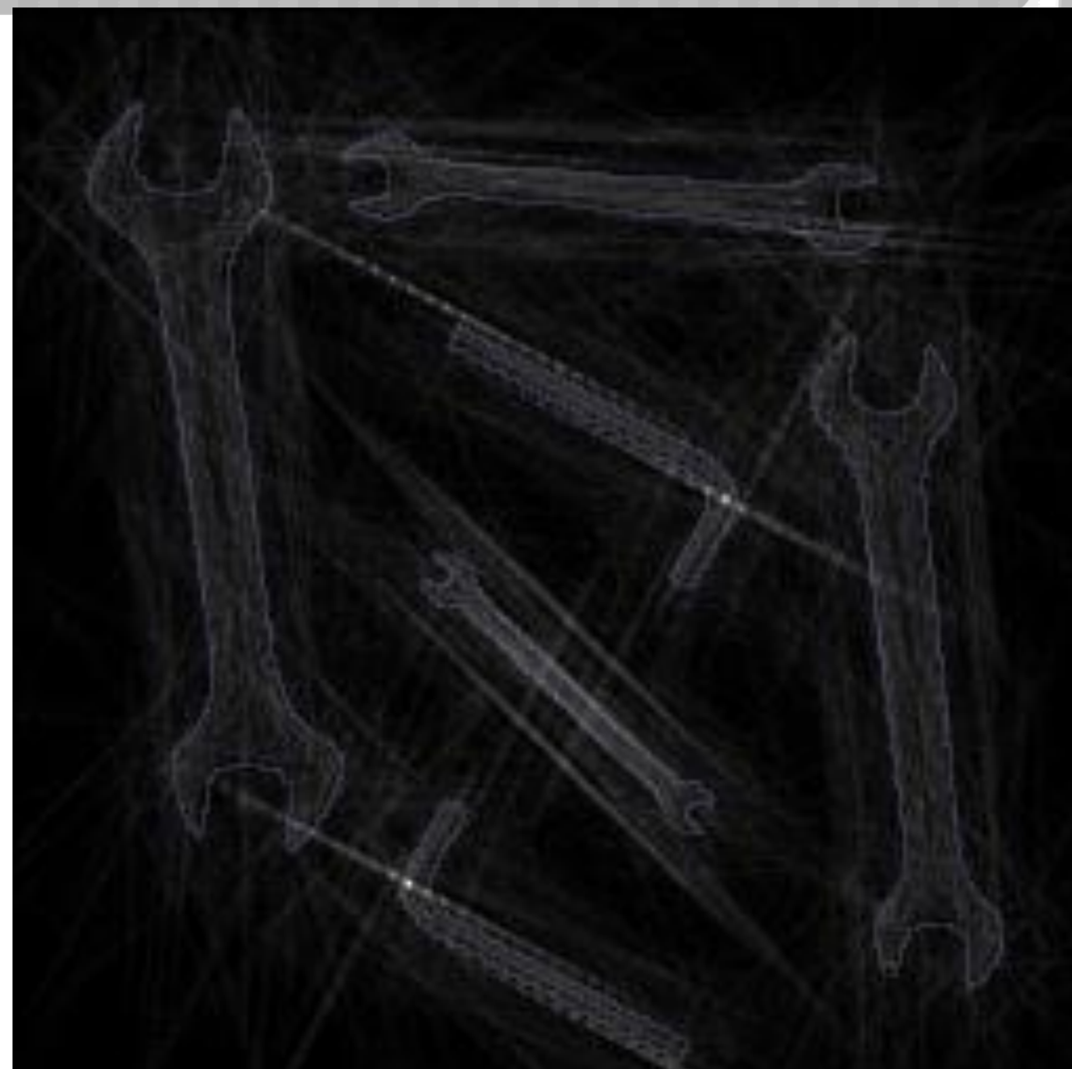
Esempio di voto: chiave 4



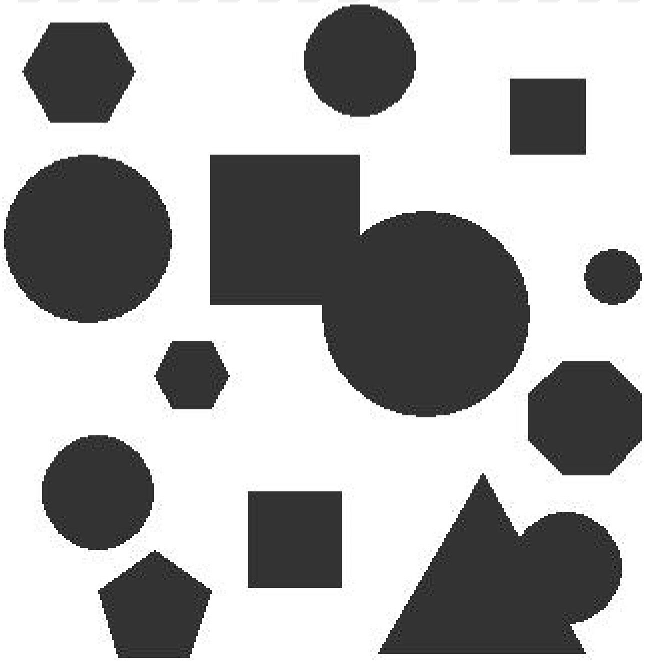


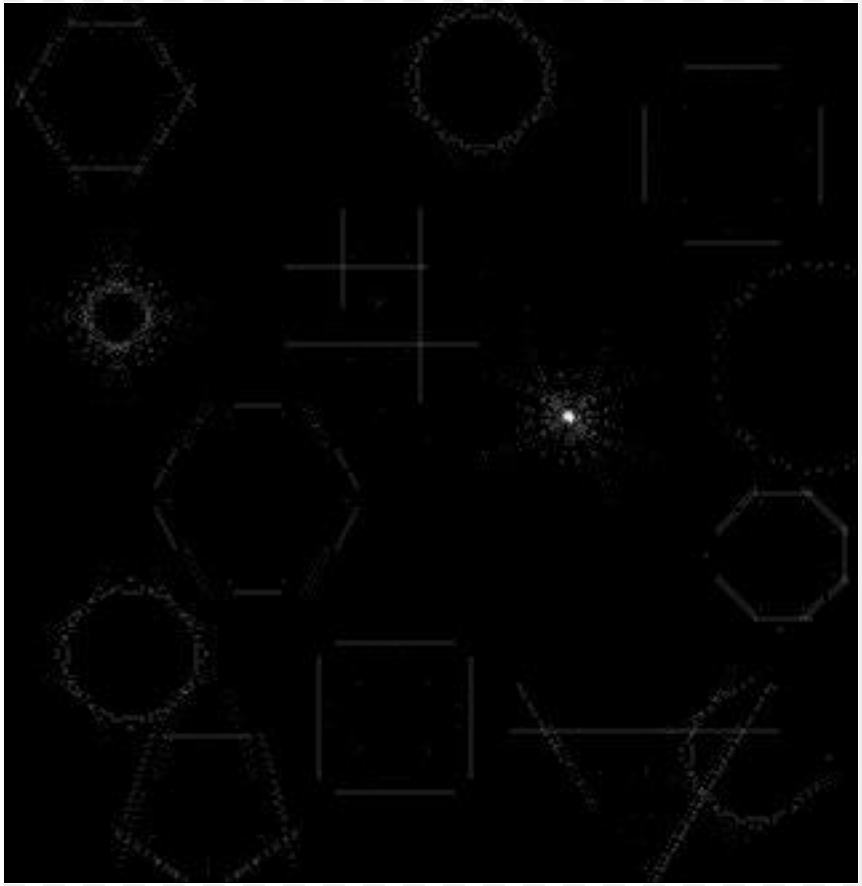
Esempio di voto: chiave 5



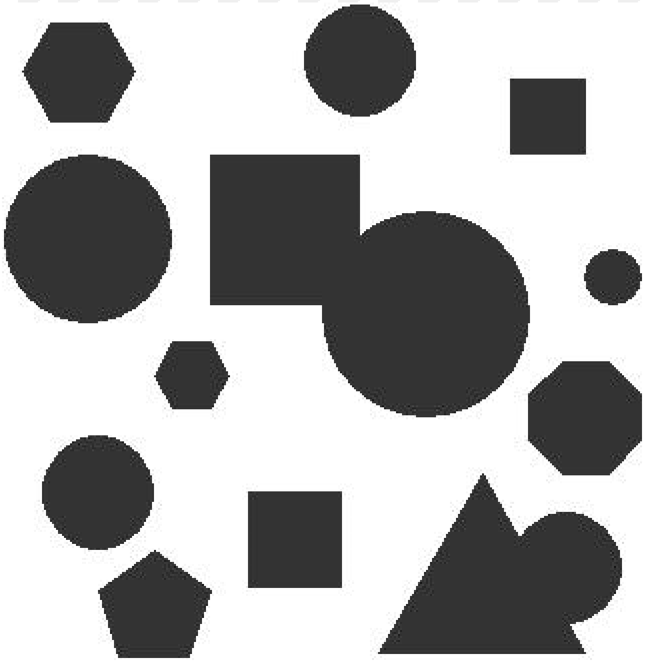


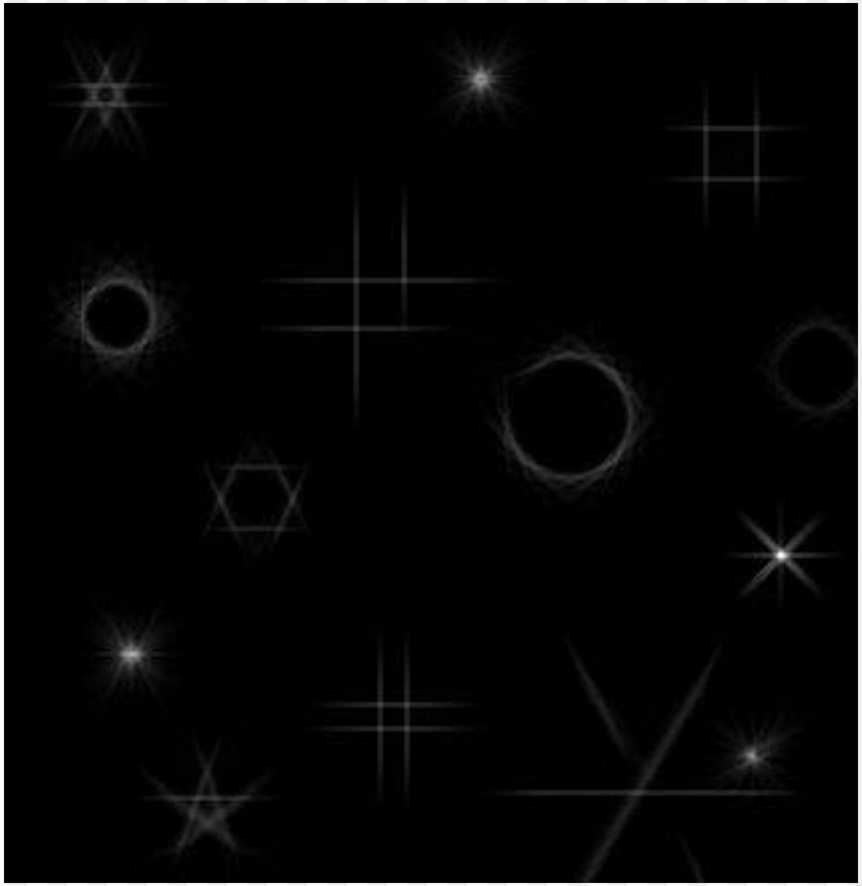
Esempio di voto: cerchio



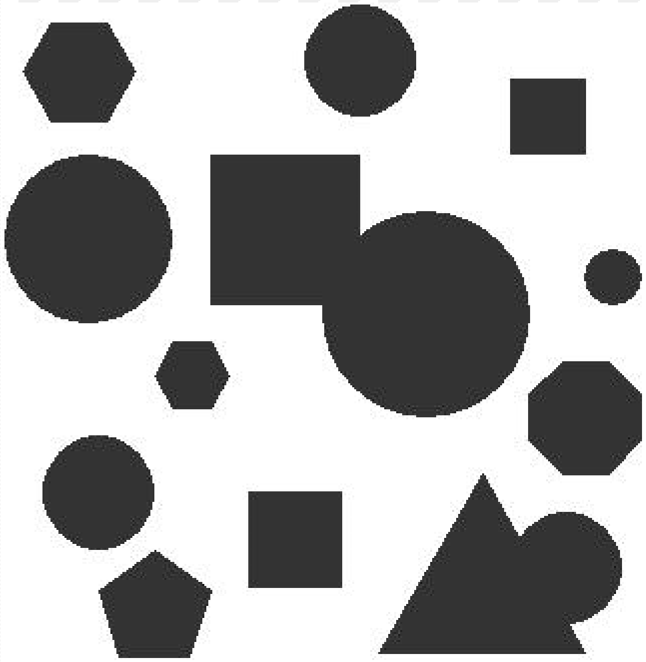


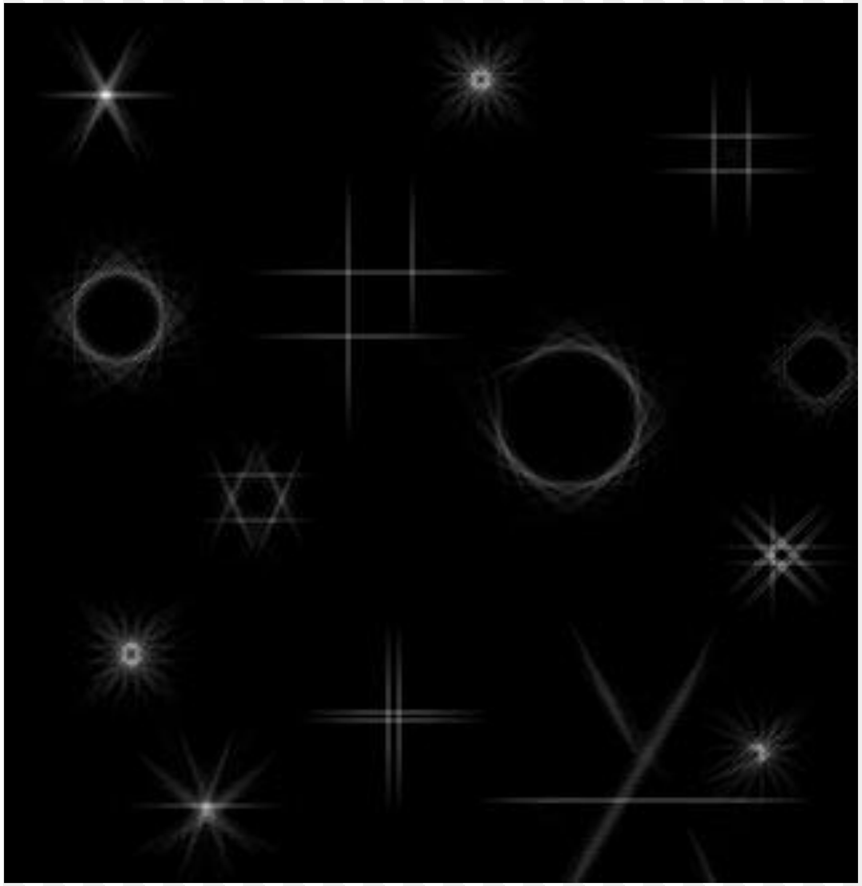
Esempio di voto: ottagono



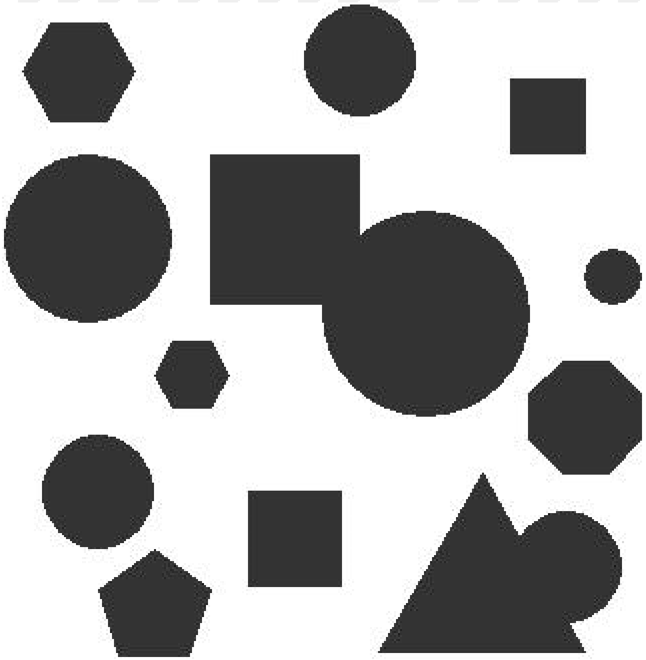


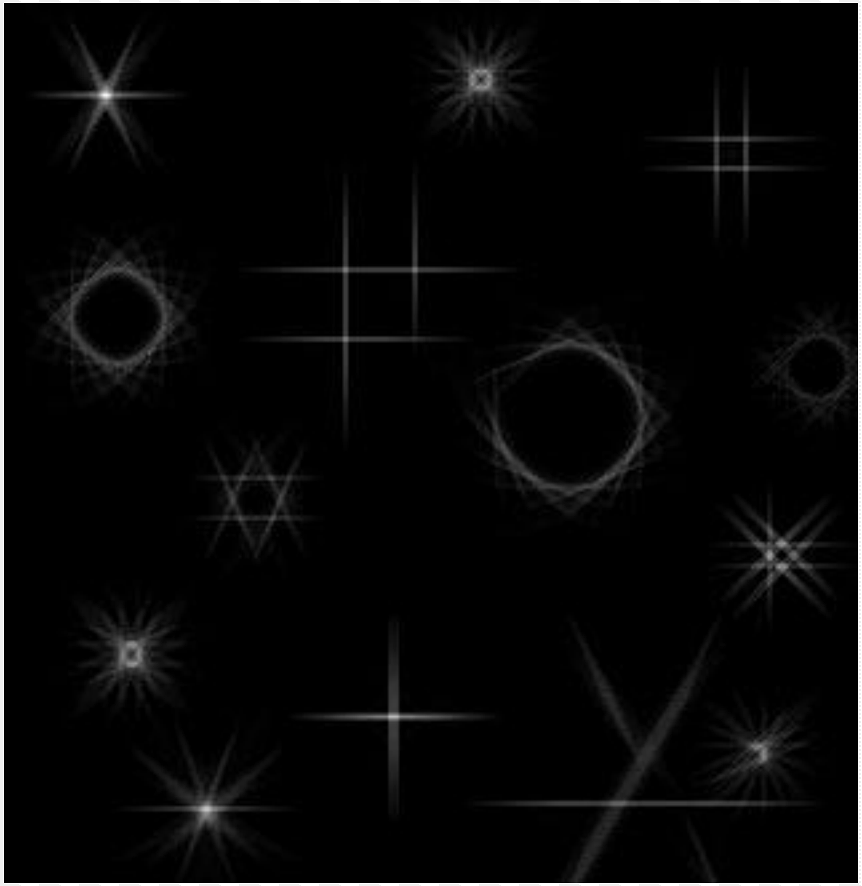
Esempio di voto: esagono



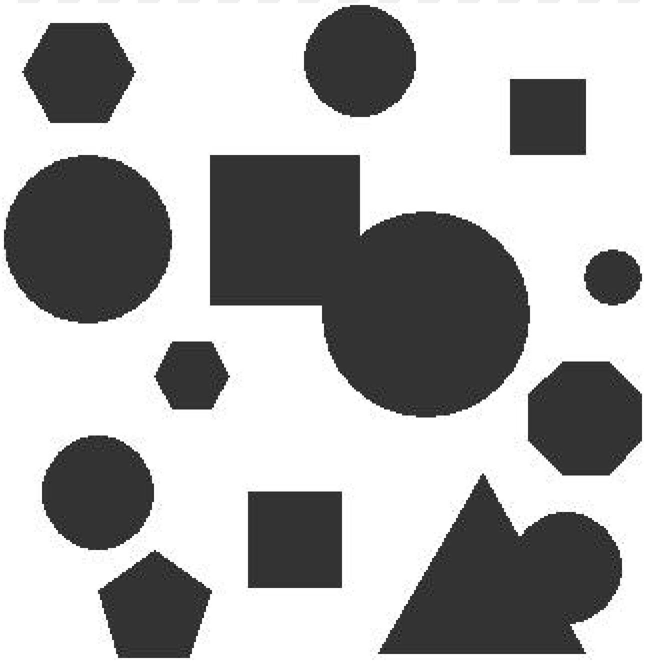


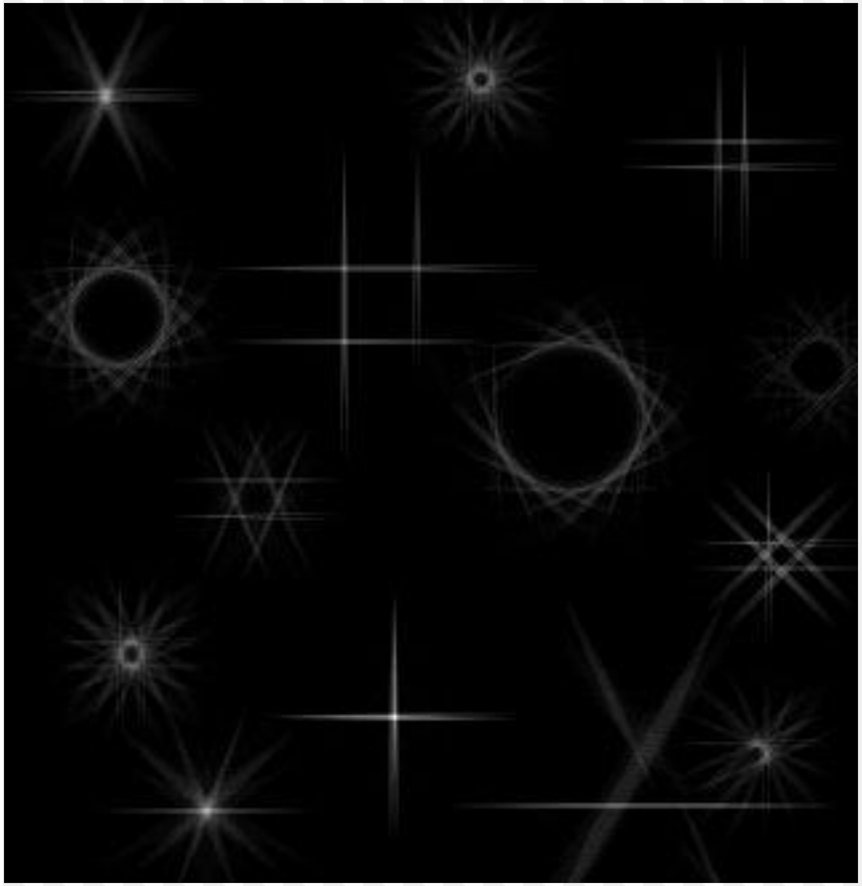
Esempio di voto: pentagono



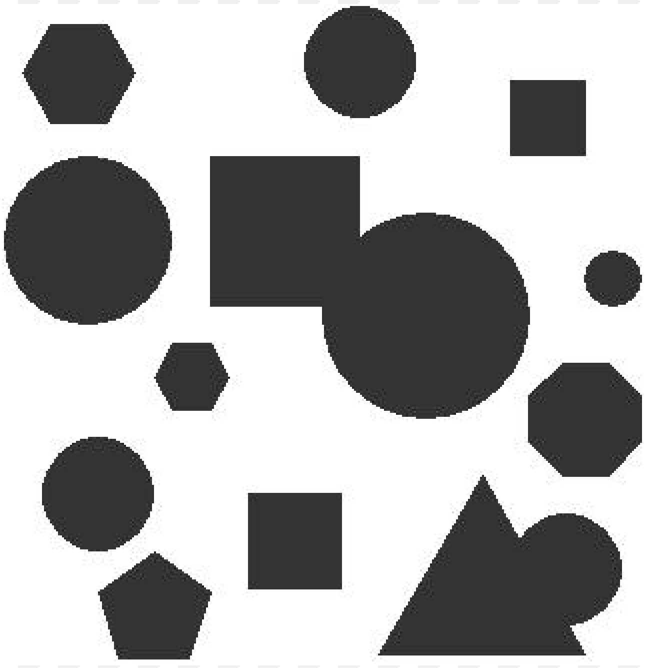


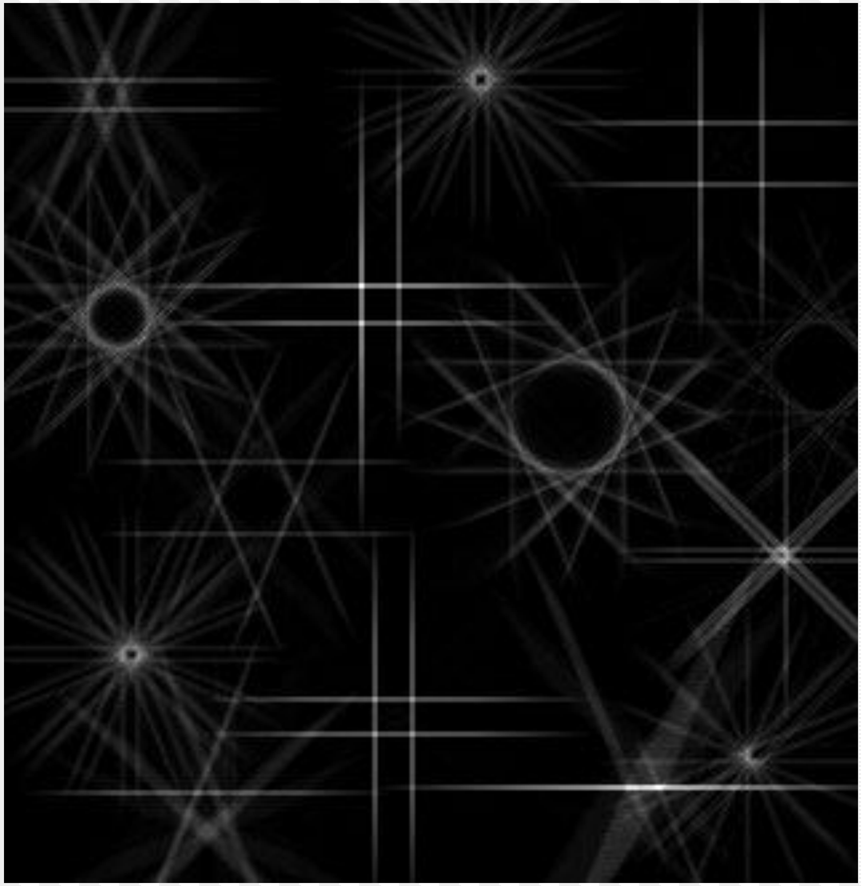
Esempio di voto: quadrato



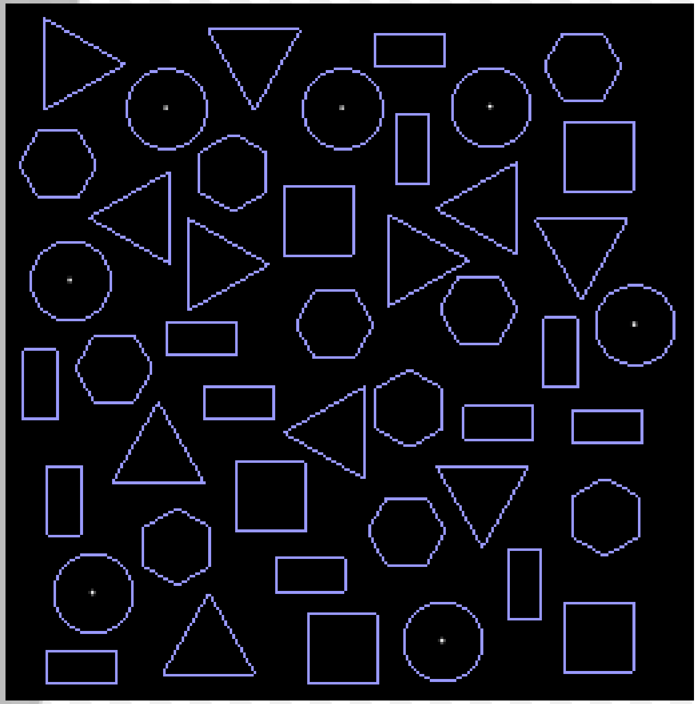


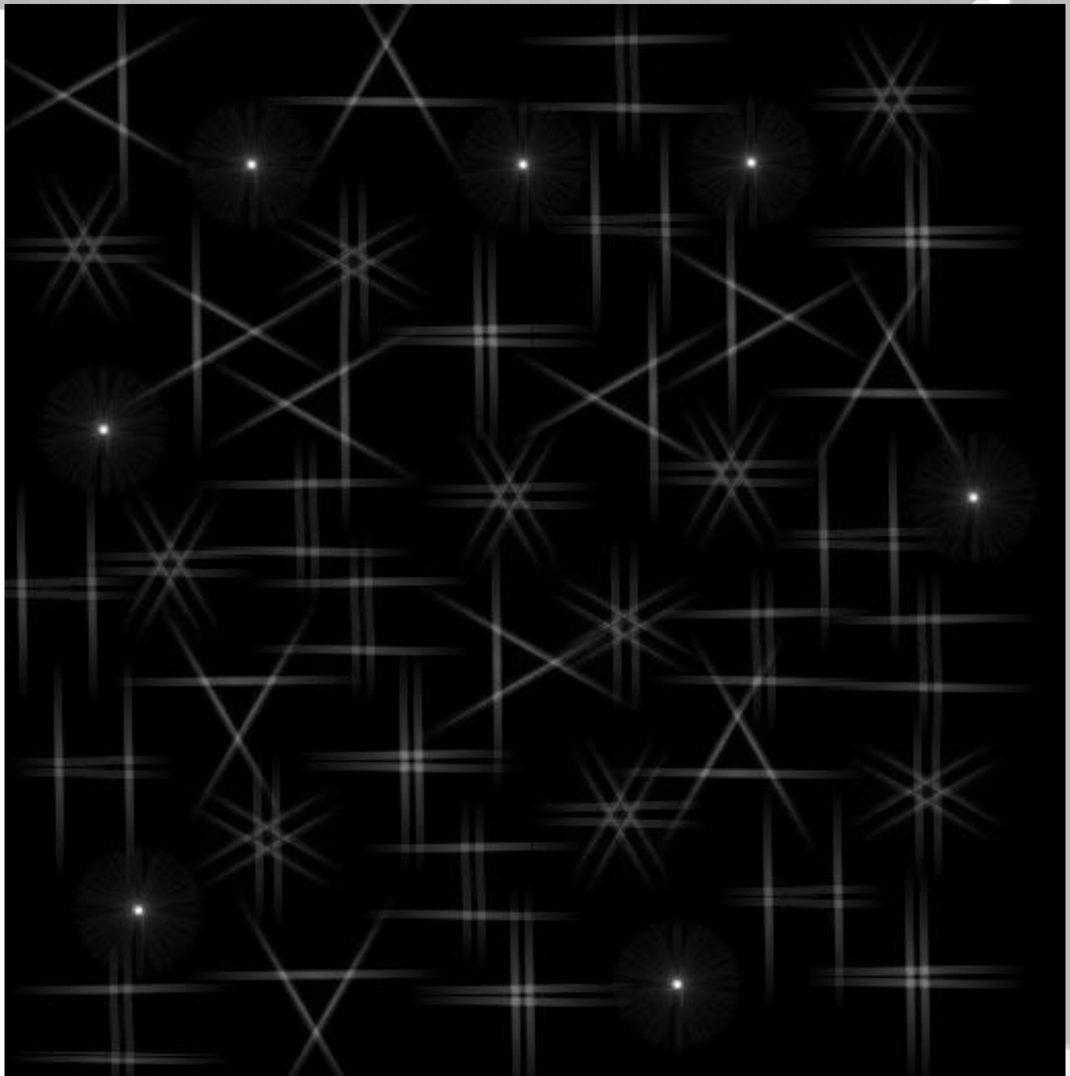
Esempio di voto: triangolo



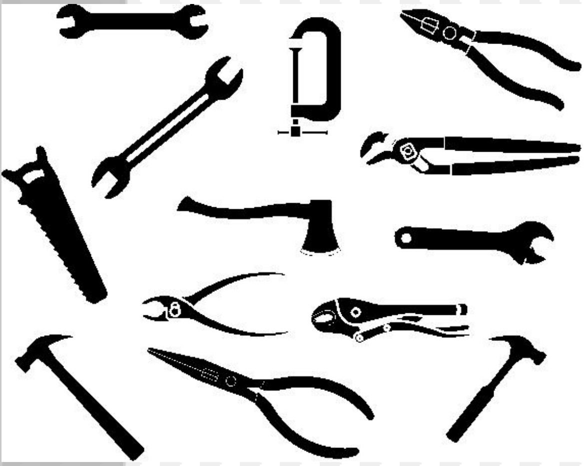


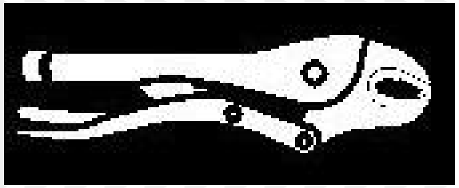
Esempio di voto: cerchio

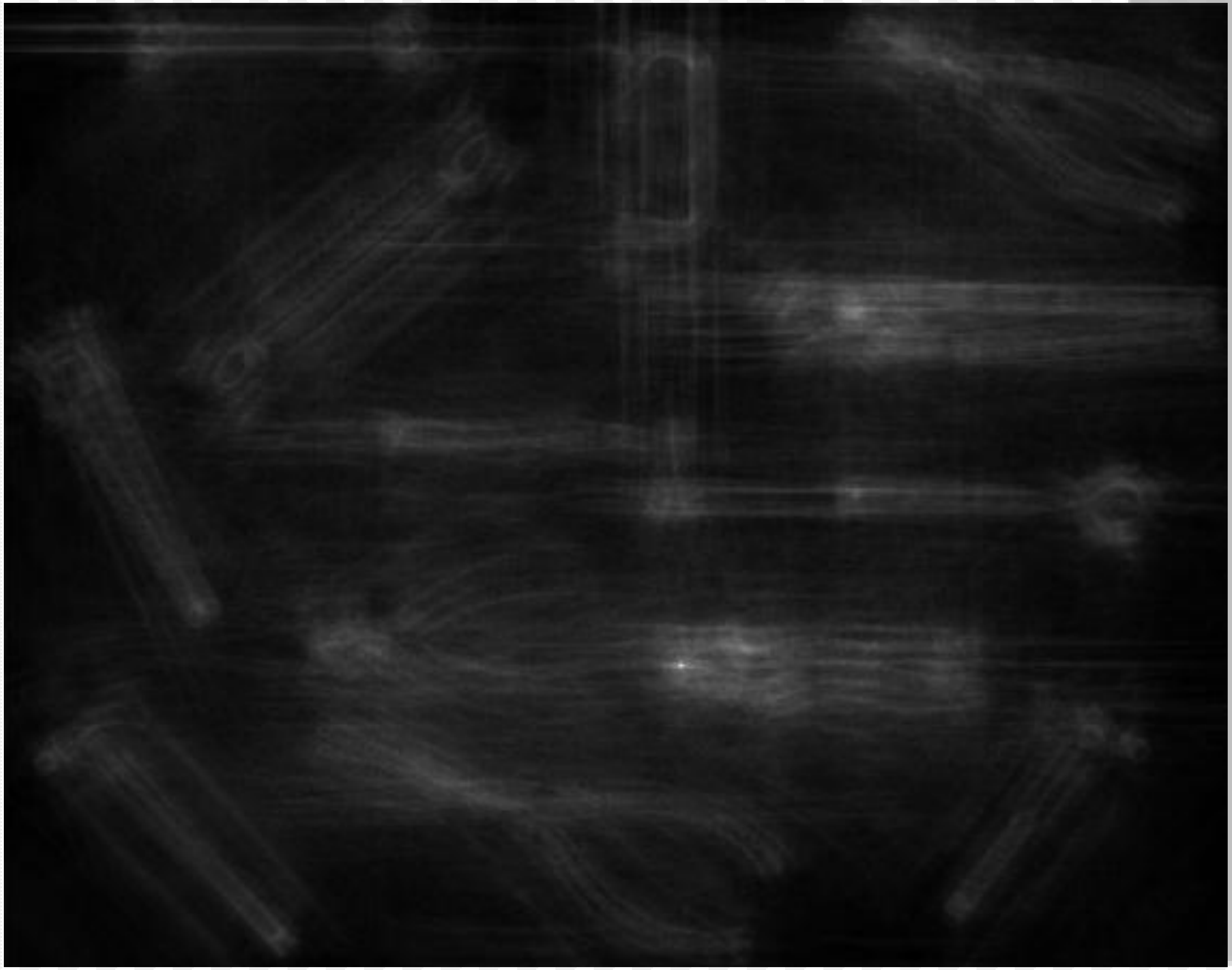




HT: Forme arbitrarie







Prova: HT per poligoni e forme arbitrarie