

# Aritmética de Ponto Fixo



---

## Autores

Odilon de Oliveira Dutra	Unifei
--------------------------	--------

## Histórico de Revisões

1 de março de 2025	1.0	Primeira versão do documento.
--------------------	-----	-------------------------------

# Tópicos

---

- ① Introdução
- ② Exemplos de Representação
- ③ Operações com Ponto Fixo
- ④ Hands-On
- ⑤ Conclusão

# Introdução



## O que é o ponto fixo Qm.n?

---

- Representação de números com uma quantidade fixa de bits para a parte inteira e a parte fracionária.
- Exemplo: Q3.4 representa 3 bits para a parte inteira e 4 bits para a parte fracionária.

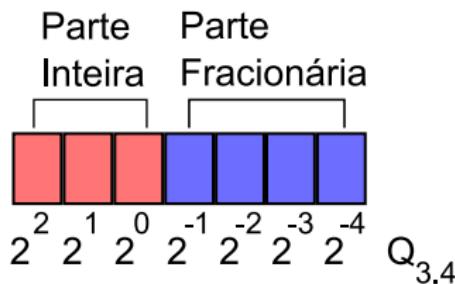
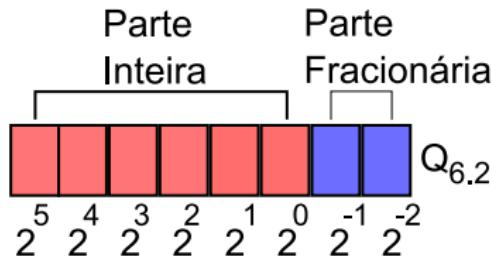


Figura: Formato Ponto Fixo de Representação Q3.4

## Onde é utilizado?

---

- Em geral é utilizado em sistemas específicos, em que a faixa de representação numérica é conhecida e pequena.
- Exemplo:
  - Imagine um sistema que adquira leituras de temperatura ambiente.
  - Sabemos que a temperatura ambiente não varia muito. Então não é necessário utilizar ponto flutuante para representar as grandezas deste sistema.
  - Para temperaturas na faixa de 0 a 50 graus Celsius, com precisão de 1/4 de grau, é suficiente um sistema  $Q_m.m = Q_{6.2}$



## Detalhes da Representação

---

- Em geral, devido à aplicação desse sistema de representação ser aplicado em sistemas específicos, em que as condições de contorno são conhecidas do projetista, as representações se tornam bastante flexíveis.
  - Por exemplo, o resultado da soma de dois números Q4.4 pode ser representada num sistema diferente, digamos Q5.3. Ou mesmo em 2 bytes Q4.4.
  - A parte fracionária do resultado de multiplicações é tipicamente truncado, já que a representatividade da parte fracionária decresce exponencialmente com o número de bits.

# Exemplos de Representação

## Conversão Numérica em Formato Qm.n

---

- 7.5 em Q7.1: **0000111 1**
- 7.5 em Q6.2: **000111 10**
- 7.5 em Q5.3: **00111 100**
- 7.125 em Q5.3: **00111 001**
- 7.125 em Q4.4: **0111 0010**
- 7.125 em Q3.5: **111 00100**

# Operações com Ponto Fixo



## Adição com Ponto Fixo

---

- Alinhar os números de acordo com o ponto fixo.
- Somar as partes inteiras e fracionárias separadamente.
- Ajustar o resultado se houver overflow na parte fracionária.
- Exemplo:  $7.5 + 2.25$  em Q4.4
  - $7.50 = \textcolor{red}{0111}1000$
  - $2.25 = \textcolor{red}{0010}0100$
  - Soma=  $\textcolor{red}{1001}1100 = 9.75$

Lembrando que o carry, se existir, deverá ser representado em um byte a mais, também no formato Q4.4.

## Subtração com Ponto Fixo

---

- Alinhar os números de acordo com o ponto fixo.
- Subtrair as partes inteiras e fracionárias separadamente.
- Ajustar o resultado se houver underflow na parte fracionária.
- Exemplo:  $7.5 - 2.25$  em Q4.4
  - $7.50 = \textcolor{red}{0111}1000$
  - $2.25 = \textcolor{blue}{0010}0100$
  - Subtração=  $\textcolor{red}{0101}0100 = 5.25$

Lembrando que o borrow, se existir, deverá ser representado em um byte a mais, também no formato Q4.4.

# Multiplicação com Ponto Fixo

---

- Multiplicar as partes inteiras e fracionárias como números inteiros.
- Ajustar o ponto fixo no resultado final.
- Exemplo:  $7.5 \times 2.25$  em Q4.4
  - $7.50 = 01111000$
  - $2.25 = 00100100$
  - Multiplicação:  $01111000 \times 00100100 = 11101111 = 16.875$
- Lembrando que a multiplicação de dois números poderá ter, no máximo, a soma do número de bits dos operandos.
- Assim, a multiplicação de dois números Q4.4 pode resultar num número de 16 bits.
  - No entanto, geralmente a parte fracionária é truncada já que a representatividade de cada bit fracionário decai exponencialmente.

## Divisão com Ponto Fixo

---

- Dividir as partes inteiras e fracionárias como números inteiros.
- Ajustar o ponto fixo no resultado final.
- Exemplo:  $7.5 \div 2.25$  em Q4.4
  - $7.50 = 01111000$
  - $2.25 = 00101000$
  - Divisão:  $01110000 \div 00101000 = 00110100 = 3.0$

# Hands-On



# Hands-On: Circuitos Aritméticos com Ponto Fixo

---

## Atividades:

- ① Descreva de forma comportamental um circuito em Verilog capaz de somar e subtrair números de 8 bits em formato Q4.4. Testar para os operandos apresentados na Seção 3.
  - Responda: O circuito descrito acima é capaz de somar números em formato Q3.5? Justifique sua resposta.
- ② Descreva de forma comportamental, em Verilog, um multiplicador de números em formato Q5.3. Descreva também um testbench para o circuito e teste-o com, ao menos, as operações realizadas na Seção 3.
  - Responda: O circuito descrito acima é capaz de multiplicar números em formato Q3.5? Justifique sua resposta.

# Conclusão



# Conclusão sobre Ponto Fixo em Sistemas Digitais

---

- O ponto fixo é utilizado em sistemas mais específicos devido ao seu pequeno dynamic range.
- Para sistemas mais simples, onde o dynamic range é conhecido e pequeno, o ponto fixo facilita os projetos.
- Os circuitos aritméticos em ponto fixo são mais simples, o que reduz a complexidade e o custo do hardware.
- Ideal para aplicações embarcadas e sistemas de controle onde a precisão e o range são limitados.