

Aritmética de Ponto Fixo

Autores

Odilon de Oliveira Dutra	Unifei
--------------------------	--------

Histórico de Revisões

1 de março de 2025	1.0	Primeira versão do documento.
--------------------	-----	-------------------------------

Tópicos

- 1 Introdução
- 2 Exemplos de Representação
- 3 Operações com Ponto Fixo
- 4 Hands-On
- 5 Conclusão

Introdução

O que é o ponto fixo $Q_{m.n}$?

- Representação de números com uma quantidade fixa de bits para a parte inteira e a parte fracionária.
- Exemplo: $Q_{3.4}$ representa 3 bits para a parte inteira e 4 bits para a parte fracionária.

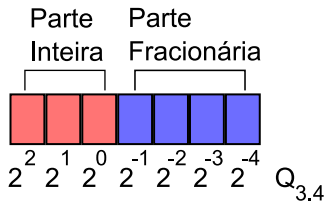
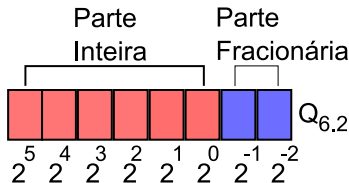


Figura: Formato Ponto Fixo de Representação $Q_{3.4}$

Onde é utilizado?

- Em geral é utilizado em sistemas específicos, em que a faixa de representação numérica é conhecida e pequena.
- Exemplo:
 - Imagine um sistema que adquira leituras de temperatura ambiente.
 - Sabemos que a temperatura ambiente não varia muito. Então não é necessário utilizar ponto flutuante para representar as grandezas deste sistema.
 - Para temperaturas na faixa de 0 a 50 graus Celsius, com precisão de $1/4$ de grau, é suficiente um sistema $Q_m.m = Q_{6.2}$



Detalhes da Representação

- Em geral, devido à aplicação desse sistema de representação ser aplicado em sistemas específicos, em que as condições de contorno são conhecidas do projetista, as representações se tornam bastante flexíveis.
 - Por exemplo, o resultado da soma de dois números Q4.4 pode ser representada num sistema diferente, digamos Q5.3. Ou mesmo em 2 bytes Q4.4.
 - A parte fracionária do resultado de multiplicações é tipicamente truncado, já que a representatividade da parte fracionária decresce exponencialmente com o número de bits.

Exemplos de Representação

Conversão Numérica em Formato Qm.n

- 7.5 em Q7.1: 0000111 1
- 7.5 em Q6.2: 000111 10
- 7.5 em Q5.3: 00111 100
- 7.125 em Q5.3: 00111 001
- 7.125 em Q4.4: 0111 0010
- 7.125 em Q3.5: 111 00100

Operações com Ponto Fixo

Adição com Ponto Fixo

- Alinhar os números de acordo com o ponto fixo.
- Somar as partes inteiras e fracionárias separadamente.
- Ajustar o resultado se houver overflow na parte fracionária.
- Exemplo: $7.5 + 2.25$ em Q4.4
 - $7.50 = 01111000$
 - $2.25 = 00100100$
 - Soma = $10011100 = 9.75$

Lembrando que o carry, se existir, deverá ser representado em um byte a mais, também no formato Q4.4.

Subtração com Ponto Fixo

- Alinhar os números de acordo com o ponto fixo.
- Subtrair as partes inteiras e fracionárias separadamente.
- Ajustar o resultado se houver underflow na parte fracionária.
- Exemplo: $7.5 - 2.25$ em Q4.4
 - $7.50 =$ 01111000
 - $2.25 =$ 00100100
 - Subtração= 01010100 = 5.25

Lembrando que o borrow, se existir, deverá ser representado em um byte a mais, também no formato Q4.4.

Multiplicação com Ponto Fixo

- Multiplicar as partes inteiras e fracionárias como números inteiros.
- Ajustar o ponto fixo no resultado final.
- Exemplo: 7.5×2.25 em Q4.4
 - $7.50 = 01111000$
 - $2.25 = 00100100$
 - Multiplicação: $01111000 \times 00100100 = 11101111 = 16.875$
- Lembrando que a multiplicação de dois números poderá ter, no máximo, a soma do número de bits dos operandos.
- Assim, a multiplicação de dois números Q4.4 pode resultar num número de 16 bits.
 - No entanto, geralmente a parte fracionária é truncada já que a representatividade de cada bit fracionário decai exponencialmente.

Divisão com Ponto Fixo

- Dividir as partes inteiras e fracionárias como números inteiros.
- Ajustar o ponto fixo no resultado final.
- Exemplo: $7.5 \div 2.25$ em Q4.4
 - $7.50 = 01111000$
 - $2.50 = 00101000$
 - Divisão: $01110000 \div 00100100 = 00110100 = 3.0$

Hands-On

Hands-On: Circuitos Aritméticos com Ponto Fixo

Atividades:

- ① Descreva de forma comportamental um circuito em Verilog capaz de somar e subtrair números de 8 bits em formato Q4.4. Testar para os operandos apresentados na Seção 3.
 - Responda: O circuito descrito acima é capaz de somar números em formato Q3.5? Justifique sua resposta.
- ② Descreva de forma comportamental, em Verilog, um multiplicador de números em formato Q5.3. Descreva também um testbench para o circuito e teste-o com, ao menos, as operações realizadas na Seção 3.
 - Responda: O circuito descrito acima é capaz de multiplicar números em formato Q3.5? Justifique sua resposta.

Conclusão

Conclusão sobre Ponto Fixo em Sistemas Digitais

- O ponto fixo é utilizado em sistemas mais específicos devido ao seu pequeno dynamic range.
- Para sistemas mais simples, onde o dynamic range é conhecido e pequeno, o ponto fixo facilita os projetos.
- Os circuitos aritméticos em ponto fixo são mais simples, o que reduz a complexidade e o custo do hardware.
- Ideal para aplicações embarcadas e sistemas de controle onde a precisão e o range são limitados.