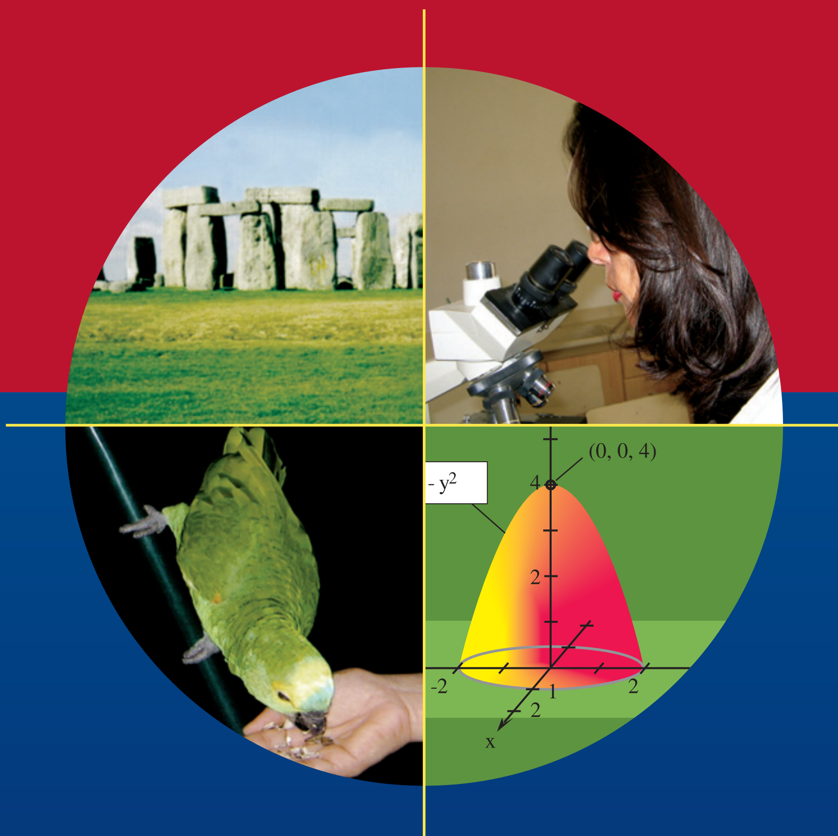
MATEMÁTICA APLICADA

ADMINISTRAÇÃO, ECONOMIA E CIÊNCIAS SOCIAIS E BIOLÓGICAS



7ª edição

Harshbarger • Reynolds

Mc Graw Hill Education

bookman

H324m Harshbarger, Ronald J.

Matemática aplicada [recurso eletrônico] : administração, economia e ciências sociais e biológicas / Ronald J. Harshbarger, James J. Reynolds ; tradução: Ariovaldo Griesi, Oscar Kenjiro N. Asakura; revisão técnica: Helena Maria de Ávila Castro, Afrânio Carlos Murolo. – 7. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre : AMGH, 2013.

Editado também como livro impresso em 2006.
ISBN 978-85-8055-273-7

1. Matemática aplicada. 2. Administração. 3. Economia. 4. Ciências Sociais. 5. Ciências Biológicas. I. Reynolds, James J. II. Título.

CDU 51-7

Catalogação na publicação: Ana Paula M. Magnus – CRB 10/2052

PRODUTO DE DOIS POLINÔMIOS

Procedimento	**Exemplo**
Para multiplicar dois polinômios:	Multiplique $(3x + 4xy + 3y)$ por $(x - 2y)$
1. Escreva um dos polinômios acima do outro.	1. $\begin{array}{l} 3x + 4xy + 3y \\ \underline{\quad x - 2y \quad\quad\quad} \end{array}$
2. Multiplique cada termo do polinômio de cima por cada termo do polinômio de baixo, e escreva os termos semelhantes do produto um acima do outro.	2. $\begin{array}{l} 3x^2 + 4x^2y + 3xy \\ \underline{\quad\quad\quad\quad - 6xy - 8xy^2 - 6y^2} \end{array}$
3. Some os termos semelhantes para simplificar o produto.	3. $3x^2 + 4x^2y - 3xy - 8xy^2 - 6y^2$

EXEMPLO 6 **Produto de Polinômios**

Multiplique $(4x^2 + 3xy + 4x)$ por $(2x - 3y)$.

SOLUÇÃO

$$\begin{array}{rrrrr}
4x^2 & + 3xy + 4x & & & \\
2x & - 3y & & & \\
\hline
8x^3 & + \ 6x^2y & + 8x^2 & & \\
 & - 12x^2y & & -9xy^2 & - 12xy \\
\hline
8x^3 & - \ 6x^2y & + 8x^2 & - 9xy^2 & - 12xy
\end{array}$$

Como as multiplicações que devemos fazer freqüentemente envolvem binômios, vale a pena relembrar os seguintes produtos especiais.

Produtos Especiais

A. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
B. $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)\,x + bd$

Será fácil lembrar estes dois produtos especiais se observarmos as suas estruturas. Podemos obter esses produtos encontrando os produtos dos **primeiros** termos, dos termos **externos**, dos termos **internos** e dos **segundos** termos e então somando os resultados. A isso chamamos de método PEIS de multiplicar dois binômios.

EXEMPLO 7 **Produto de Binômios**

Multiplique os seguintes polinômios:
(a) $(x - 4)(x + 3)$ (b) $(3x + 2)(2x + 5)$

SOLUÇÃO

Primeiros Externos Internos Segundos
(a) $(x - 4)(x + 3) = (x^2) + (3x) + (-4x) + (-12) = x^2 - x - 12$
(b) $(3x + 2)(2x + 5) = (6x^2) + (15x) + (4x) + (10) = 6x^2 + 19x + 10$

Alguns produtos especiais adicionais são os seguintes:

Produtos Especiais

C. $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$	quadrado de um binômio
D. $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$	quadrado de um binômio
E. $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$	diferença de dois quadrados
F. $(x + a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$	cubo de um binômio
G. $(x - a)^3 = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$	cubo de um binômio

EXEMPLO 8 **Produtos Especiais**

Multiplique os seguintes polinômios:
(a) $(x + 5)^2$
(b) $(3x - 4y)^2$
(c) $(x - 2)(x + 2)$
(d) $(x^2 - y^3)^2$
(e) $(x + 4)^3$

SOLUÇÃO

(a) $(x + 5)^2 = x^2 + 2(5)x + 25 = x^2 + 10x + 25$
(b) $(3x - 4y)^2 = (3x)^2 - 2\,(3x)(4y) + (4y)^2 = 9x^2 - 24xy + 16y^2$
(c) $(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$
(d) $(x^2 - y^3)^2 = (x^2)^2 - 2(x^2)(y^3) + (y^3)^2 = x^4 - 2x^2y^3 + y^6$
(e) $(x + 4)^3 = x^3 + 3(4)(x^2) + 3(4^2)(x) + 4^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64$

PONTO DE CONTROLE

1. Remova os parênteses e combine os termos semelhantes: $9x - 5x\,(x + 2) + 4x^2$.
2. Calcule os seguintes produtos:
   (a) $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$
   (b) $(x + 3)^2$
   (c) $(3x + 2)(x - 5)$
   (d) $(1 - 4x)(1 + 4x)$

Todas as expressões algébricas podem representar números reais, portanto, as técnicas usadas para executar operações com polinômios e para simplificar polinômios também se aplicam a outras expressões algébricas.

EXEMPLO 9 Operações com Expressões Algébricas

Faça as operações indicadas.

(a) $3\sqrt{3} + 4x\sqrt{y} - 5\sqrt{3} - 11x\sqrt{y} - (\sqrt{3} - x\sqrt{y})$
(b) $x^{3/2}(x^{1/2} - x^{-1/2})$
(c) $(x^{1/2} - x^{1/3})^2$
(d) $(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)$

SOLUÇÃO

(a) Removemos os parênteses e a seguir combinamos os termos contendo $\sqrt{3}$ e os termos contendo $x\sqrt{y}$.

$$(3 - 5 - 1)\sqrt{3} + (4 - 11 + 1)x\sqrt{y} = -3\sqrt{3} - 6x\sqrt{y}$$

(b) $x^{3/2}(x^{1/2} - x^{-1/2}) = x^{3/2} \cdot x^{1/2} - x^{3/2} \cdot x^{-1/2} = x^2 - x$
(c) $(x^{1/2} - x^{1/3})^2 = (x^{1/2})^2 - 2x^{1/2}x^{1/3} + (x^{1/3})^2 = x - 2x^{5/6} + x^{2/3}$
(d) $(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2) = (\sqrt{x})^2 - (2)^2 = x - 4$

Nos capítulos posteriores será necessário escrever os problemas em uma forma simplificada para que possamos executar certas operações neles. Freqüentemente, podemos usar a divisão de um polinômio por outro para obter as simplificações, como mostrado no procedimento a seguir.

DIVISÃO DE POLINÔMIOS

Procedimento	**Exemplos**
Para dividir um polinômio por outro:	Divida $4x^3 + 4x^2 + 5$ por $2x^2 + 1$.
1. Escreva ambos os polinômios na ordem decrescente das potências da variável. Inclua os termos que faltam no dividendo, com coeficiente 0.	1. $2x^2 + 1\overline{)4x^3 + 4x^2 + 0x + 5}$
2. (a) Divida a maior potência do divisor pela maior potência do dividendo e escreva esse quociente parcial sobre o dividendo. Multiplique o quociente parcial pelo divisor, escreva o produto abaixo do dividendo e subtraia obtendo um novo dividendo.	2. (a) $\begin{array}{r} 2x \qquad\qquad\quad \\ 2x^2 + 1\overline{)4x^3 + 4x^2 + 0x + 5} \\ \underline{4x^3 \qquad\quad + 2x \quad} \\ 4x^2 - 2x + 5 \end{array}$
(b) Repita até que o grau do novo dividendo seja menor que o grau do divisor. Qualquer resto é escrito sobre o divisor e somado ao quociente.	(b) $\begin{array}{r} 2x + 2 \qquad\qquad \\ 2x^2 + 1\overline{)4x^3 + 4x^2 + 0x + 5} \\ \underline{4x^3 \qquad\quad + 2x \quad} \\ 4x^2 - 2x + 5 \\ \underline{4x^2 \qquad\quad + 2} \\ -2x + 3 \end{array}$ Grau de $(-2x + 3) <$ grau de $(2x^2 + 1)$ Quociente: $2x + 2 + \dfrac{-2x + 3}{2x^2 + 1}$

EXEMPLO 10 Divisão de Polinômios

Divida $(4x^3 - 13x - 22)$ por $(x - 3)$, $\quad x \neq 3$.

SOLUÇÃO

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & 4x^2 & +\,12x & +\,23 & \\
\cline{2-5}
x-3\,\big) & 4x^3 & +\,0x^2 & -\,13x & -\,22 \\
 & 4x^3 & -\,12x^2 & & \\
\cline{2-5}
 & & 12x^2 & -\,13x & -\,22 \\
 & & 12x^2 & -\,36x & \\
\cline{3-5}
 & & & 23x & -\,22 \\
 & & & 23x & -\,69 \\
\cline{4-5}
 & & & & 47
\end{array}
$$

Inserimos $0x^2$ para que cada potência de x esteja presente

O quociente é $4x^2 + 12x + 23$, com resto 47, ou

$$4x^2 + 12x + 23 + \frac{47}{x - 3}$$

PONTO DE CONTROLE

3. Use a divisão de polinômios para calcular $(x^3 + 2x + 7) \div (x - 4)$.

Observação Tecnológica

Um uso importante das expressões algébricas é descrever a relação entre as quantidades. Por exemplo, a expressão "um a mais do que um número" pode ser escrita como $n + 1$, onde n representa um número arbitrário. Essa habilidade de representar quantidades ou suas inter-relações algebricamente é uma das chaves para o uso de planilha eletrônica.

Cada célula em uma planilha tem um endereço baseado em suas linha e coluna (ver Tabela 0.3). Esses endereços das células podem atuar como variáveis de uma expressão algébrica, e os recursos "fill down" e "fill up" atualizam essas células referenciadas mantendo as relações algébricas. Por exemplo, observamos anteriormente que se \$ 1.000 forem investidos em uma conta que rende 10% de juros anuais, capitalizados anualmente, então, o valor futuro da conta depois de n anos é dado por \$ 1.000 $(1{,}1)^n$. Podemos calcular o valor futuro iniciando pela planilha mostrada na Tabela 0.4.

TABELA 0.3

	A	B	C	D
1	célula A1	célula B1	célula C1	
2	célula A2	célula B2	célula C2	
3	célula A3	célula B3	célula C3	
4				
5				

Encerra aqui o trecho do livro disponibilizado para esta Unidade de Aprendizagem. Na Biblioteca Virtual da Instituição, você encontra a obra na íntegra.