



CIRCUITOS ELÉTRICOS

Lilian Matsubara

Corrente e tensão eficazes e potência média

Objetivos de aprendizagem

Ao final deste texto, você deve apresentar os seguintes aprendizados:

- Reconhecer o conceito de valor eficaz.
- Aplicar o conceito de valor eficaz em corrente e tensão.
- Analisar a potência média.

Introdução

Os circuitos podem ser de corrente (ou tensão) alternada ou contínua. As grandezas contínuas não variam ao longo do tempo, diferentemente das grandezas alternadas, cuja amplitude oscila em relação ao tempo. Neste capítulo, vamos abordar as grandezas alternadas, para as quais aplicaremos o cálculo de valor eficaz.

Para obter o valor eficaz para corrente, tensão e potência, é importante entender o comportamento das formas de onda alternadas em função do tempo e seus parâmetros, como valores de amplitude (pico, pico a pico), ciclos, períodos, frequências, etc. Assim, neste capítulo você vai estudar o conceito de valor eficaz e sua aplicação em corrente e tensão. Por fim, você vai analisar a potência média de circuitos alternados.

Conceito de valor eficaz

Para estudar sobre valor eficaz, é preciso analisar as formas de onda alternadas, tais como senoides, ondas quadradas e ondas triangulares (dente de serra), conforme ilustradas na Figura 1.

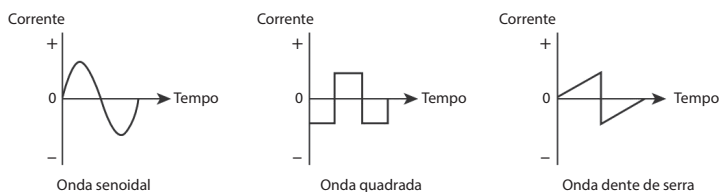


Figura 1. Formas de ondas de correntes alternadas.

Fonte: Petruzella (2014, p. 135).

A média de todos os valores da forma de onda ao longo do tempo durante um ciclo é conhecida como **valor médio**. Esse valor expressa matematicamente a capacidade de uma forma de onda de gerar energia. No entanto, as formas de onda alternadas, como vimos na Figura 1, apresentam exatamente a mesma forma do lado positivo (semiciclo positivo) e do lado negativo (semiciclo negativo), o que faz com que seu valor médio verdadeiro seja igual a zero. Para evitar que o valor médio seja sempre igual a zero, você deve calculá-lo considerando os valores absolutos (sem sinal) ao longo do tempo em um ciclo. O valor médio também é conhecido pelo termo em inglês *average value* (AVG).

Na eletrônica, as formas de onda alternadas mais comuns são as **ondas senoidais**. Nesse caso, o valor médio pode ser calculado pela média aritmética de todos os valores em uma onda senoidal para um meio ciclo, já que, como vimos, para um ciclo completo o valor médio seria zero.

Aqui, é importante salientar outro conceito, o de **valor de pico**. Como vimos, uma onda senoidal completa apresenta duas alternâncias: uma positiva e outra negativa. O valor de pico, ou alternância de pico, é o **valor máximo de tensão** (V_m) de uma alternância, avaliado desde zero até a máxima ou mínima amplitude (Figura 2). Para o **valor máximo de corrente**, utiliza-se I_m .

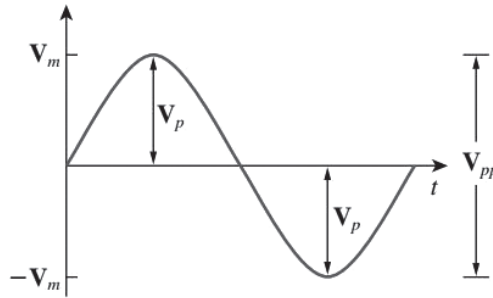


Figura 2. Tensão senoidal: valor máximo (V_m), valor de pico (V_p) e valor de pico a pico (V_{pp}).

Fonte: Sadiku, Musa e Alexander (2014, p. 289).

Podemos calcular o valor médio para tensão ou corrente de uma função em relação ao tempo $f(t)$, com período T , por meio da seguinte equação:

$$\text{Valor médio} = \frac{1}{T} \cdot [\text{área sob a curva } f(t) \text{ considerando um período}]$$

Aplicando-se essa fórmula para uma forma de onda senoidal completa, conforme mostra a Figura 3, obtemos, na prática:

$$\text{Valor médio (senoide)} = 0,637 \cdot \text{Valor de pico}$$

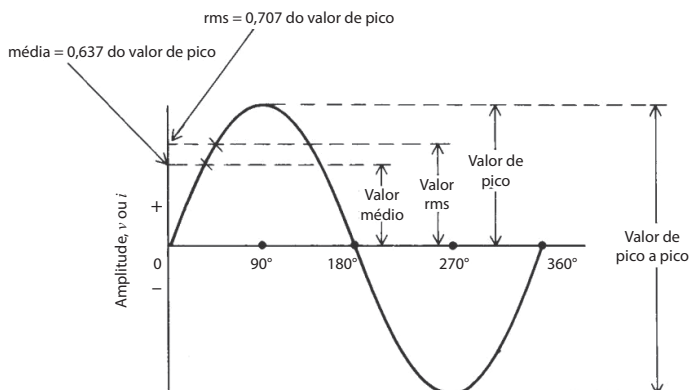


Figura 3. Valores de amplitude para uma onda senoidal CA.

Fonte: Gussow (2009, p. 271).

Infelizmente, o valor médio não corresponde efetivamente à capacidade do sinal em transformar energia, ou seja, não corresponde à sua potência. Para isso, você deve calcular o valor eficaz.

O **valor eficaz** da forma de onda alternada é o valor equivalente a uma grandeza contínua (CC) que causa a mesma dissipação de potência média a um resistor. Ou seja, usar o valor eficaz é a melhor forma de se comparar valores de corrente alternada (CA) a valores de corrente contínua (CC), ou valores CA entre formas de onda diferentes, quando você estiver estudando potência elétrica.

Matematicamente, existe um algoritmo para se calcular o valor eficaz, para qualquer tipo de onda alternada, que é dado por:

$$V_{\text{eficaz}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v^2(t_i)} = \sqrt{\frac{v^2(t_1) + v^2(t_2) + \dots + v^2(t_n)}{n}}$$

Como exemplo, podemos aplicar esse algoritmo à Figura 3, ou seja, tabelar a tensão em vários pontos (valores instantâneos), calcular o quadrado de cada um dos valores, somar todos eles e dividir pelo número de pontos tabelados. Depois, calculamos a raiz quadrada desse valor e, por fim, obtemos o valor eficaz. Quanto mais pontos forem usados nesse cálculo, mais preciso será esse valor (PETRUZELLA, 2014). Devido a esse cálculo, o valor eficaz também é conhecido como **rms** (*root mean square*), termo em inglês para “raiz da média do valor quadrado” ou valor quadrático médio (*quadratic mean*) (GUSSOW, 2009). Na prática, para o caso de ondas senoidais, conforme vimos na Figura 3, esse valor é dado por:

$$\text{Valor eficaz} = \frac{\text{Valor de pico}}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot \text{Valor de pico}$$



Fique atento

Quando forem usados os termos “circuito de corrente alternada (CA)” ou “circuito de corrente contínua (CC)”, o termo “corrente” significa tanto tensão quanto corrente, já que a corrente contínua resulta de uma tensão contínua, assim como a corrente alternada resulta de uma tensão alternada.

Conceito de valor eficaz em corrente e tensão

Para saber o valor de uma grandeza contínua, basta medir seu valor uma única vez, como é o caso de uma pilha. Já para uma grandeza variável no tempo, como geradores de tensão alternada e tomadas residenciais, você deve medir o valor sempre que precisar dessa informação e anotar o valor e o instante em que ele foi medido.

Neste tópico, vamos analisar a forma de onda senoidal alternada, que é a forma de onda de tensão fornecida nas fontes geradoras e que alimenta as indústrias e residências. No Brasil, a tensão da rede elétrica é alternada e com formato senoidal, com um período de repetição de 60 vezes por segundo, ou 60 Hz.

Matematicamente, uma tensão senoidal alternada varia com o tempo de acordo com uma função senoidal:

$$v(t) = V_m \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$$

Onde:

- $v(t)$ = valor da tensão em função do tempo, em volts [V]
- V_m = valor máximo, em volts [V]
- ω = velocidade angular, em radianos por segundo [rad/s]
- φ = ângulo de fase inicial, em radianos [rad] ou em graus [°]

Nota: $360^\circ = 2\pi$ radianos

Normalmente conhecemos V_m e ω , bastando desenhar V em função do tempo (t), como mostra a Figura 4a.

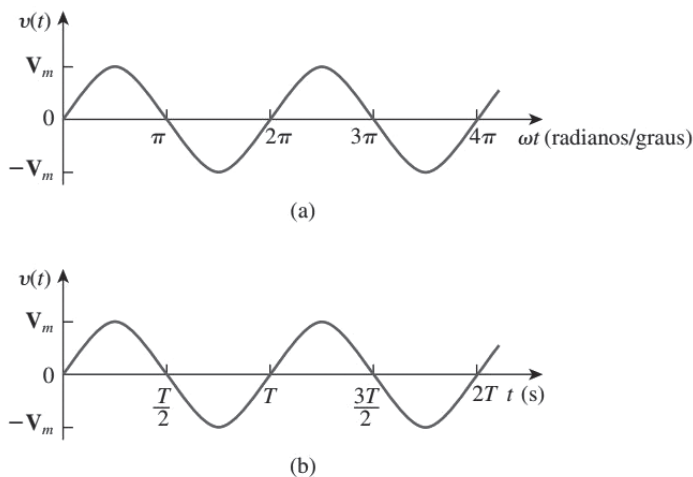


Figura 4. Esboço de $V_m \text{sen}(\omega t)$: (a) em função de ωt ; (b) em função de t .

Fonte: Sadiku, Musa e Alexander (2014, p. 290).

A partir do gráfico da Figura 4b, podemos fazer os seguintes apontamentos:

- T : período, tempo necessário para a realização de um ciclo, em segundos [s].
- Ciclo: parte de uma forma de onda contida em um intervalo de tempo igual a um período.

Ou seja: $T = \frac{2\pi}{\omega}$

- Frequência: número de ciclos por segundo. A frequência e o período são inversos um do outro: $f = \frac{1}{T}$. Substituindo-se esses valores em $T = \frac{2\pi}{\omega}$, temos: $\omega = 2\pi f$.
- Valor máximo V_m : é medido a partir do nível zero e também chamado de valor de pico (V_p), visto anteriormente na Figura 2. Para correntes, como vimos, emprega-se I_m (SADIKU; MUSA; ALEXANDER, 2014).
- Valor pico a pico (V_{pp}): é a diferença entre os valores dos picos positivo e negativo, isto é, a soma dos módulos das amplitudes positiva e negativa,

conforme mostra a Figura 5. Ou seja, o V_{pp} ou I_{pp} é igual ao dobro do valor máximo, quando os máximos positivo e negativo são simétricos (como é o caso de uma onda senoidal). Assim:

$$V_{pp} = 2 \cdot V_m \quad \text{ou} \quad I_{pp} = 2 \cdot I_m$$

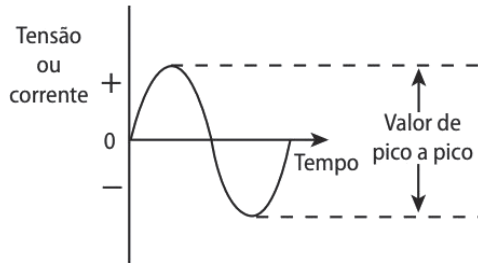


Figura 5. Valor de pico a pico de uma onda senoidal.

Fonte: Petruzella (2014, p. 147).

Como vimos no cálculo de valor eficaz no início deste capítulo, a mesma fórmula se aplica para tensão (V) e corrente (I), respectivamente:

$$V_{eficaz} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

Como $1/\sqrt{2} = 0,707$, temos que:

$$V_{eficaz} = 0,707 \cdot V_m$$

$$I_{eficaz} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot I_m$$

O mesmo se aplica ao cálculo de valor médio:

$$V_{médio} = 0,637 \cdot V_m$$

$$I_{médio} = 0,637 \cdot I_m$$

A menos que seja feita alguma ressalva, os valores de tensão e corrente alternadas são geralmente representados em valores eficazes. Por exemplo, entende-se que uma tensão de linha de alimentação de 220 V seja 220 V eficaz.



Fique atento

O valor eficaz é a melhor forma de se comparar valores CA a valores CC, ou valores CA entre formas de onda diferentes, quando estamos falando de potência elétrica. Por exemplo, quando estamos dimensionando um fio, é melhor considerarmos o valor eficaz da corrente elétrica, pois estamos preocupados em não aquecer o fio demasiadamente.

No entanto, existem alguns casos em que os valores de pico, ou de pico a pico, são mais importantes. Por exemplo, quando desejamos determinar a espessura de um dielétrico para que não ocorra uma faísca (ou fuga), o melhor é utilizarmos o valor de pico ou pico a pico, em vez do valor eficaz.

Potência média

Focando agora nas tensões — porém, o mesmo vale para as correntes —, você pode notar que V_p e V_{pp} não dizem tudo sobre uma forma de onda. Lembre-se de que, em geral, a eletricidade é utilizada para fornecer energia como aquecimento ou como “bateria” para alimentar artefatos que nos são úteis. Desse modo, a grandeza mais perceptível em um circuito alternado é a **potência**, e não a corrente ou a tensão. Assim, ao analisar uma forma de onda, você deve considerar mais os aspectos ligados à potência, ou seja, à “capacidade de gerar energia”.

Ao calcular grandezas contínuas, a potência é facilmente encontrada a partir do produto entre tensão e corrente contínuas, isto é, $P = V \cdot I$. E para correntes e tensões alternadas? Quando utilizamos essa fórmula de potência com os valores eficazes de tensão e corrente em circuitos CA, obtemos a **potência aparente (S)**, analogamente aos circuitos resistivos em CC:

$$S = V_{\text{eficaz}} \cdot I_{\text{eficaz}}$$

A potência aparente é medida em volt-ampères (VA).

Quando a potência aparente (S) é multiplicada por um fator, obtemos a **potência média (P)**, a qual é medida em watts (W). Esse fator é chamado de

fator de potência (FP), dado por $\cos(\varphi)$, podendo variar de qualquer valor entre zero ($\cos 90^\circ$) e 1 ($\cos 0^\circ$). Assim,

$$\cos \varphi = \frac{P_{\text{média}}}{V_{\text{eficaz}} \cdot I_{\text{eficaz}}} = \frac{\text{Potência média em watts [W]}}{\text{Potência aparente (S) [VA]}}$$

Substituindo-se $S = V_{\text{eficaz}} \cdot I_{\text{eficaz}} \text{ [VA]}$ em $\cos \varphi$, obtemos:

$$P_{\text{média}} = S \cdot \cos(\varphi)$$



Fique atento

Como vimos, o $\cos \varphi$ da fórmula da potência média é chamado de fator de potência (FP). O FP de uma carga é igual ao cosseno do ângulo de defasagem (φ) entre a tensão e a corrente associadas a essa carga. Assim, $\text{FP} = \cos \varphi$, sendo uma grandeza adimensional com valor $0 \leq \text{FP} \leq 1$.

A potência no resistor é chamada potência útil ou ativa (P), e a potência no capacitor ou indutor é chamada de potência reativa (Q) capacitiva ou indutiva. A resultante das potências reativas é chamada de potência aparente (S). Você pode interpretar o FP como sendo um rendimento, isto é, o percentual de potência aparente S que é transformado em potência ativa P. Então, quanto menor for o FP, maior será a quantidade de energia reativa Q que fica circulando entre a carga e a fonte sem produzir trabalho útil. Por esse motivo, a legislação estabelece que uma instalação com FP inferior ao de referência deve ser sobretaxada.

Cargas com características indutivas têm FP em atraso (porque a corrente está atrasada em relação à tensão) e compreendem a maior parte dos equipamentos usados em instalações, como motores assíncronos, reatores de lâmpadas de descarga e aparelhos de solda elétrica. Já as cargas capacitivas, como motores síncronos sobre-excitados e bancos de capacitores, têm FP em avanço, porém não são encontradas com a mesma frequência que as indutivas. Por fim, as cargas puramente resistivas, como aquecedores resistivos, lâmpadas incandescentes e chuveiros elétricos, têm FP unitário.

Alguns fatores que causam baixo fator de potência em instalações elétricas são:

- motores de indução operando a vazio (sem carga acoplada ao eixo);
- motores com potência nominal muito superior à necessária para o acionamento da carga;
- transformadores operando a vazio ou com pouca carga;
- fornos a arco ou de indução magnética;
- máquinas de solda elétrica;

- reatores de lâmpadas de descarga (fluorescentes, vapor de sódio, etc.) com baixo FP;
- níveis de tensão superiores à nominal, provocando um aumento da potência reativa. Entre as consequências de baixos valores de FP das instalações, podemos citar:
 - acréscimo nas contas de energia elétrica;
 - correntes mais elevadas, já que, para uma potência nominal e tensão de alimentação fixadas, a corrente é inversamente proporcional ao FP;
 - necessidade de condutores com bitolas maiores;
 - aumento das perdas elétricas nos condutores por efeito Joule;
 - necessidade de dispositivos de manobra e proteção com maior capacidade;
 - quedas e flutuação de tensão nos circuitos de distribuição;
 - superdimensionamento ou limitação da capacidade de transformadores de alimentação;
 - maiores riscos de acidentes.

O FP depende das características e da forma de utilização de uma carga. Trata-se de um dado fornecido pelo fabricante do equipamento e não pode ser alterado diretamente pelo usuário. No entanto, considerando que a maioria das cargas encontradas é de natureza indutiva, podem ser utilizados bancos de capacitores para corrigir o FP de uma carga individual ou de toda uma instalação. Esses bancos, especificados em kVAR, são conectados em paralelo com as cargas e praticamente não promovem o aumento da potência ativa da instalação.

O FP também é definido como sendo o cosseno da diferença de fase entre tensão e corrente:

$$\cos \varphi = \cos (\theta_v - \theta_i)$$

Onde θ_v é o ângulo de tensão e θ_i é o ângulo da corrente.

Desse modo, pode-se dizer que o FP está **atrasado** ou **adiantado** para identificar o sinal do ângulo de fase entre as ondas de corrente e tensão, conforme mostra o Quadro 1.

Quadro 1. Fator de Potência x cargas

Carga	FP	Corrente em relação à tensão	Potência Reativa
Resistiva	Unitário (=1)	Em fase	$Q = 0$
Capacitiva	Adiantado	Adiantada	$-Q$ ($Q < 0$)
Indutiva	Atrasado	Atrasada	$+Q$ ($Q > 0$)

A potência aparente (S) é a resultante das potências média (P) e reativa (Q) e é também representada em números complexos (potência complexa) por:

$$S = P + jQ$$

Onde P é a parte real e Q é a parte imaginária.

A potência média depende da resistência R , e a potência reativa depende da reatância (X) da carga. A reatância pode ser indutiva (X_L) ou capacitiva (X_C). A **potência reativa (Q)** é medida em volt-ampères reativos (VAR) e é calculada por meio da fórmula a seguir:

$$Q = S \cdot \sin\varphi$$

Essas três potências (S , P e Q) são representadas pelo **triângulo das potências**, onde o eixo x do gráfico é o eixo dos números reais (Re), e o eixo y é o eixo dos números imaginários (Im), conforme mostra a Figura 6.

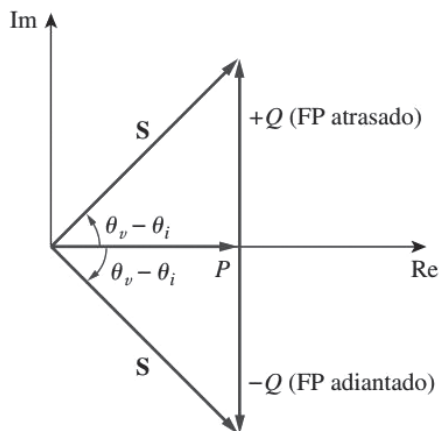


Figura 6. Triângulo das potências.

Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p. 421).

Para os circuitos CA, a carga equivalente é chamada de **impedância (Z)**, medida em Ohms (Ω), podendo ser resistiva, indutiva ou capacitiva. A impedância é calculada por:

$$Z = \frac{V_{eficaz}}{I_{eficaz}} [\Omega]$$

Sendo assim, a potência aparente também pode ser obtida como:

$$S = I_{eficaz}^2 \cdot Z = \frac{V_{eficaz}^2}{Z}$$

$$P = V_{eficaz} \cdot I_{eficaz} \cdot \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$Q = V_{eficaz} \cdot I_{eficaz} \cdot \sin(\theta_v - \theta_i)$$

A potência média é também conhecida como **potência ativa** ou **potência útil**, já que é a potência dos circuitos puramente resistivos, em que a tensão e a corrente estão em fase ($\theta_v - \theta_i = 0^\circ$); ou seja, toda a energia fornecida pela fonte é consumida pela carga. Nesse caso, esse circuito CA pode ser analisado como se fosse um circuito CC:

$$P_{m\acute{e}dia} = V_{eficaz} \cdot I_{eficaz} \cdot \cos \varphi = V_{eficaz} \cdot I_{eficaz} \cdot \cos 0^\circ = V_{eficaz} \cdot 1$$

$$P_{m\acute{e}dia} = V_{eficaz} \cdot I_{eficaz} [W] \text{ ou } P_{m\acute{e}dia} = \frac{V_{eficaz}^2}{R} [W]$$

Uma carga resistiva (R) sempre absorve potência, enquanto uma carga reativa (em um indutor ou capacitor) não absorve nenhuma potência média, ou seja, FP é igual a zero ($\varphi = 90^\circ$). Nesse caso, o fluxo de energia é inteiramente reativo, e a energia armazenada é devolvida totalmente à fonte em cada ciclo.



Exemplo

1. A frequência das faixas de áudio varia de 20 Hz a 20 kHz. Calcule a faixa do período dessas audiofrequências.

Solução: utiliza-se a fórmula $T = \frac{1}{f}$

Para 20 Hz: $T = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ s}$ ou 50 ms

Para 20 kHz: $T = \frac{1}{20} \text{ k} = 0,05 \text{ ms}$

2. Para um valor de tensão de pico para uma onda de CA igual a 60 V, quais são o valor médio e o valor eficaz correspondentes?

Solução:

$$V_{\text{médio}} = 0,637 \cdot V_m = 0,637 \cdot 60 = 38,2 \text{ V}$$

$$V_{\text{eficaz}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot V_m = 0,707 \cdot 60 = 42,4 \text{ V}$$

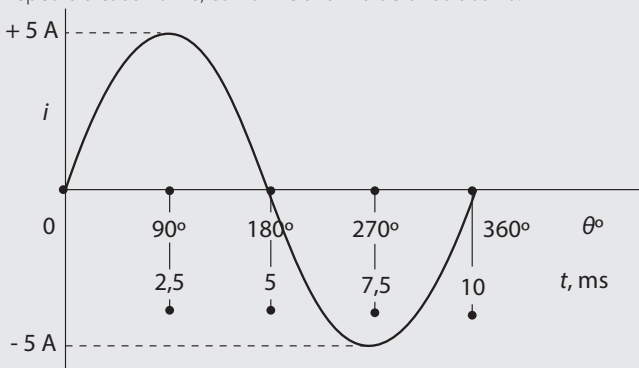
3. Uma corrente CA varia ao longo de um ciclo completo em $1/100 \text{ s}$. Calcule o período e a frequência. Se a corrente tiver um valor máximo de 5 A , mostre a forma de onda para a corrente em graus e em segundos.

Solução:

$$T = \frac{1}{100} \text{ s ou } 0,01 \text{ s ou } 10 \text{ ms}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,01} = 100 \text{ Hz}$$

Considerando-se $V_m = 5 \text{ A}$ e $T = 10 \text{ ms}$, o valor de amplitude da onda será 5 A e o ciclo se repetirá a cada 10 ms , conforme a forma de onda abaixo:



4. Uma tensão CA de 110 V é aplicada a duas resistências (de 5Ω e de 15Ω) em série. Calcule a corrente, a queda de tensão e a potência média (P) em cada resistência.

Solução:

$$R_T = R_1 + R_2 = 5 + 15 = 20 \Omega$$

$$I_{\text{eficaz}} = \frac{V_{\text{eficaz}}}{R_T} = \frac{110}{20} = 5,5 \text{ A}$$

$$V_{\text{eficaz}}^1 = I_{\text{eficaz}} \cdot R_1 = 5,5 \cdot 5 = 27,5 \text{ V}$$

$$V_{\text{eficaz}}^2 = I_{\text{eficaz}} \cdot R_2 = 5,5 \cdot 15 = 82,5 \text{ V}$$

$$P_1 = V_1 \cdot I = 27,5 \cdot 5,5 = 151,25 \text{ W}$$

$$P_2 = V_2 \cdot I = 82,5 \cdot 5,5 = 453,75 \text{ W}$$

5. Em um circuito CA com fonte de alimentação de 120 V , temos: 12 kVA , $\text{FP} = 0,86$ (atrasado) e uma carga Z . Calcule as potências média e reativa na carga.

Solução:

$$FP = \cos \varphi = 0,856, \text{ então } \varphi = \cos^{-1} \cdot 0,856 = 31,13^\circ$$

Como VA é a unidade de potência aparente: $S = 12 \text{ kVA}$

$$\text{Potência Média} = S \cdot \cos \varphi = 12k \cdot 0,856 = 10,272 \text{ kW}$$

$$Q = S \cdot \sin \varphi = 12k \cdot \sin(31,13^\circ) = 12k \cdot 0,517 = 6,204 \text{ kVA}$$

6. A tensão de alimentação em um circuito CA é de 120 V. Aplicando essa tensão a uma carga resistiva de 20Ω , calcule os seguintes valores:

- a) V_m ou V_p
- b) V_{pp}
- c) $V_{\text{médio}}$
- d) I_m ou I_p
- e) Potência Média (P)

Solução: $I = \frac{V}{R} = \frac{120}{20} = 6 \text{ A}$

- a) $V_{\text{eficaz}} = \sqrt{2} \cdot V_m = 0,707 \cdot V_m \quad V_m = \frac{120}{0,707} \quad V_m = 169,7 \text{ V}$
- b) $V_{pp} = 2 \cdot V_m \quad V_{pp} = 2 \cdot 169,7 \quad V_{pp} = 339,4 \text{ V}$
- c) $V_{\text{médio}} = 0,637 \cdot V_m \quad V_{\text{médio}} = 0,637 \cdot 169,7 \quad V_{\text{médio}} = 108,3 \text{ V}$
- d) $I_{\text{eficaz}} = \sqrt{2} \cdot I_m = 0,707 \cdot I_m \quad I_m = \frac{6}{0,707} \quad I_m = 8,5 \text{ A}$
- e) $P = I^2 \cdot R \quad P = 6^2 \cdot 20 \quad P = 720 \text{ W}$



Referências

ALEXANDER, C. K.; SADIKU; M. N. O. *Fundamentos de circuitos elétricos*. 5. ed. Dados eletrônicos. Porto Alegre: AMGH, 2013.

GUSSOW, M. *Eletricidade básica*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2009.

PETRUZELLA, F. D. *Eletrotécnica II*. Porto Alegre: AMGH, 2014.

SADIKU, M. N. O.; MUSA, S. M.; ALEXANDER, C. K. *Análise de circuitos elétricos com aplicações*. Porto Alegre: AMGH, 2014.

Leitura recomendada

MALVINO, A.; BATES, D. J. *Eletrônica*. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

Encerra aqui o trecho do livro disponibilizado para esta Unidade de Aprendizagem. Na Biblioteca Virtual da Instituição, você encontra a obra na íntegra.

Conteúdo:



SOLUÇÕES
EDUCACIONAIS
INTEGRADAS