

VOLUME 2

TERMODINÂMICA  
ÓPTICA

# FÍSICA

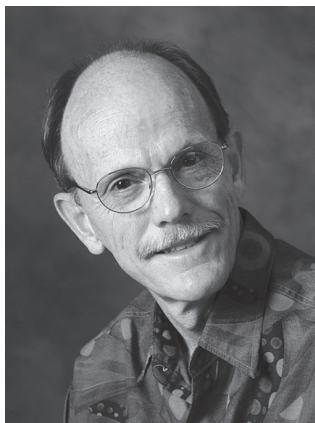
UMA ABORDAGEM ESTRATÉGICA

2ª EDIÇÃO



RANDALL D. KNIGHT

# Sobre o Autor



**Randy Knight** leciona Física básica há 25 anos na Ohio State University, EUA, e na California Polytechnic University, onde atualmente é professor de física. O professor Knight bacharelou-se em Física pela Washington University, em Saint Louis, e doutorou-se em Física pela University of California, Berkeley. Fez pós-doutorado no Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, antes de trabalhar na Ohio State University. Foi aí que ele começou a pesquisar sobre o ensino da física, o que, muitos anos depois, o levou a escrever este livro.

Os interesses de pesquisa do professor Knight situam-se na área de laser e espectroscopia, com cerca de 25 artigos de pesquisa publicados. Ele também dirige o programa de estudos ambientais da Cal Poly, onde, além de física introdutória, leciona tópicos relacionados a energia, oceanografia e meio ambiente. Quando não está em sala de aula ou na frente de um computador, o professor Knight está fazendo longas caminhadas, remando em um caiaque, tocando piano ou desfrutando o seu tempo com a esposa Sally e seus sete gatos.



K71f Knight, Radall.

Física 2 [recurso eletrônico] : uma abordagem estratégica / Randall Knight ; tradução Iuri Duquia Abreu. – 2. ed. – Dados eletrônicos – Porto Alegre : Bookman, 2009.

Editado também como livro impresso em 2009.  
ISBN 978-85-7780-538-9

1. Física 2. Termodinâmica. 3. Óptica. I. Título.

CDU 535/536

abertura. Pode-se ver isto na **FIGURA 22.1a**, onde ondas planas, que se aproximam vindas da esquerda, se propagam em arcos circulares após passarem por um orifício em uma barreira. Esse espalhamento inexorável das ondas é o fenômeno chamado de **difração**. A difração constitui uma indicação segura de que o que está passando pelo orifício é de uma onda.

Em contraste, a **FIGURA 22.1b** mostra que a luz solar produz uma sombra com bordas nítidas após passar por uma porta. Não vemos a luz solar se propagando em arcos circulares. Este comportamento é exatamente o que você poderia esperar se a luz consistisse de partículas que se deslocassem em linhas retas. Algumas partículas passariam pela porta e dariam origem a uma área brilhante no solo, outras seriam bloqueadas e isso daria origem a uma sombra bem-definida. Este raciocínio levou Newton à conclusão de que a luz consiste de partículas leves, rápidas e muito pequenas, que ele denominou de *corpúsculos*.

Newton sofreu uma oposição vigorosa por parte de Robert Hooke (o mesmo da lei de Hooke) e do cientista holandês Christiaan Huygens, os quais argumentavam que a luz devia ser algum tipo de onda. Embora o debate fosse enérgico, e por vezes ácido, Newton acabou prevalecendo. A crença de que a luz é formada por corpúsculos não foi seriamente questionada durante mais de cem anos após a morte de Newton.

A situação mudou drasticamente em 1801, quando o cientista inglês Thomas Young anunciou que tinha produzido *interferência* entre duas ondas luminosas. O experimento de Young, que analisaremos na próxima seção, foi penosamente difícil de realizar com a tecnologia disponível na época. Apesar disso, o experimento de Young definiu rapidamente o debate em favor de uma teoria de ondas luminosas porque a interferência é um fenômeno caracteristicamente ondulatório.

Todavia, se a luz é uma onda, o que está ondulando? Esta foi a questão que Young propôs aos cientistas do século XIX. Acabou-se concluindo mais tarde que a luz é uma *onda eletromagnética*, uma oscilação do campo eletromagnético que não requer qualquer meio material para se propagar. Além disso, como já vimos, a luz visível corresponde apenas a uma pequena faixa de um *espectro eletromagnético* muito mais amplo.

Que a luz fosse uma onda, mais exatamente uma onda eletromagnética, parecia bem estabelecido por volta de 1880. Porém, essa conclusão satisfatória foi logo questionada a partir de uma nova descoberta, denominada efeito fotoelétrico, que parecia inconsistente com a teoria da luz como onda eletromagnética. Em 1905, um jovem físico então desconhecido chamado Albert Einstein conseguiu explicar o efeito fotoelétrico considerando a luz como um novo tipo de onda que possui certas características corpusculares. Essas partículas de luz com características de ondas logo ficaram conhecidas como *fótons*.

A introdução, feita por Einstein, do conceito de fóton pode ser vista agora como o final da *física clássica* e o início de uma nova era, a da *física quântica*. Igualmente importante, a teoria de Einstein marcou ainda outra mudança em nosso antigo esforço para compreender a luz.

## Modelos da luz

A luz é uma entidade física real, mas a natureza da luz é evasiva. A luz é o camaleão do mundo físico. Sob algumas circunstâncias, ela se comporta como se fosse formada por partículas deslocando-se em linhas retas. No entanto, quando as circunstâncias são alteradas a luz revela comportamento semelhante ao de ondas, como ondas sonoras ou ondas na água. Altere as circunstâncias mais uma vez e a luz exibirá um comportamento que não é típico de onda nem de partícula, e sim, característico de ambas.

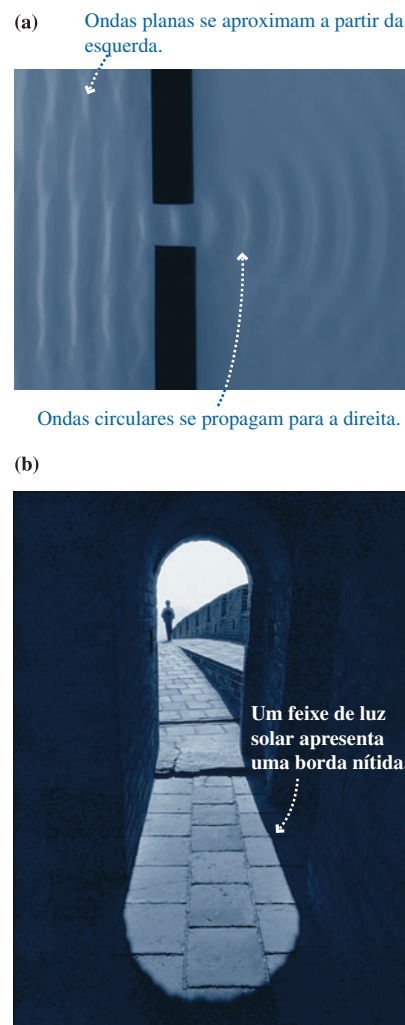
Em vez de uma “teoria da luz” que englobe tudo, será melhor desenvolver diversos **modelos de luz**. Cada modelo explica com sucesso o comportamento da luz dentro de um determinado domínio – ou seja, para uma determinada gama de situações físicas. Nossa tarefa terá duas partes:

1. Desenvolver modelos de luz claros e diferentes.
2. Conhecer as condições e as circunstâncias para as quais cada modelo é válido.

A segunda tarefa é particularmente importante.

Começaremos com um breve resumo dos três modelos, fornecendo um mapa do roteiro que seguiremos nos próximos quatro capítulos.

**O modelo ondulatório:** é o modelo mais aplicável, responsável pelo “fato” amplamente conhecido de que a luz é uma onda. É certamente verdadeiro que, sob certas circunstâncias, a luz exhibe o mesmo comportamento que as ondas sonoras ou de água.



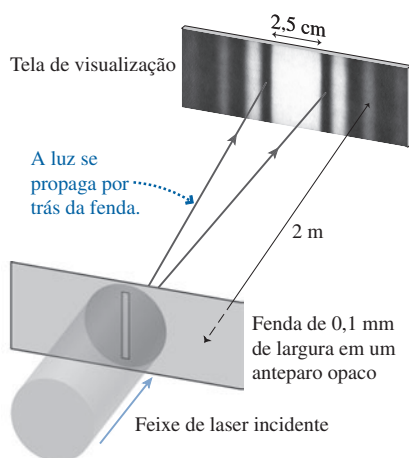
**FIGURA 22.1** Ondas se propagam na água atrás de um pequeno orifício em uma barreira, mas a luz que passa por uma abertura dá origem a uma sombra com bordas nítidas.

Os lasers e os aparelhos eletro-ópticos, tecnologias essenciais do século XXI, são mais bem-compreendidos em termos do modelo ondulatório da luz. Alguns aspectos do modelo ondulatório foram introduzidos nos Capítulos 20 e 21, e o modelo de ondas é o foco principal deste capítulo. O estudo da luz como onda é chamado de **óptica ondulatória**.

**O modelo de raios:** é um “fato” igualmente bem-conhecido que a luz desloca-se em linhas retas. Esses caminhos retilíneos são chamados de *raios luminosos*. Do ponto de vista de Newton, os raios luminosos corresponderiam às trajetórias dos corpúsculos de luz, como se eles fossem partículas. As propriedades de prismas, espelhos e lentes são melhor compreendidas em termos de raios luminosos. Infelizmente, é difícil reconciliar o enunciado de que a “luz se desloca em linha reta” com o enunciado de que “a luz é uma onda”. Na maioria das vezes, as ondas e os raios constituem modelos da luz mutuamente exclusivos. Uma de nossas tarefas mais importantes será aprender quando cada modelo é apropriado. O modelo de raios luminosos, base de **óptica geométrica**, é o assunto dos Capítulos 23 e 24.

**O modelo de fótons:** a tecnologia moderna é cada vez mais dependente da física quântica. No mundo quântico, a luz não se comporta nem como uma onda nem como uma partícula. Ao contrário, a luz consiste de *fótons* que têm propriedades semelhantes às das ondas e das partículas. Muito da teoria quântica da luz está além do escopo deste livro, porém, no Capítulo 25, daremos uma olhada nas idéias mais importantes, e novamente na Parte VII.

## 22.2 Interferência luminosa



**FIGURA 22.2** Assim como uma onda que se propaga na água, a luz se propagará por trás de um orifício se este for suficientemente pequeno.

Newton poderia ter chegado a uma conclusão diferente se tivesse visto o experimento mostrado na **FIGURA 22.2**. Aqui, a luz passa por uma “janela” – uma fenda estreita – com somente 0,1 mm de largura, o que corresponde aproximadamente ao dobro da largura de um fio de cabelo humano. A fotografia mostra como a luz aparece em uma tela de visualização situada 2 m atrás da fenda. Se a luz consistisse de corpúsculos que se deslocam em linhas retas, como Newton pensava, deveríamos ver uma faixa estreita de luz, com largura de aproximadamente 0,1 mm, cercada de sombras escuras nos dois lados. Ao contrário, vemos uma banda de luz que se estende por aproximadamente 2,5 cm, uma largura muito maior do que a da abertura, com faixas menos brilhantes de luz que se estendem dos dois lados.

Se você comparar a Figura 22.2 à Figura 22.1 para uma onda na água, verá que *a luz se propaga* para as partes situadas atrás do orifício de 0,1 mm de largura. A luz está exibindo difração, o claro indício de uma ondulação. Analisaremos a difração detalhadamente mais adiante neste capítulo. Por enquanto, precisamos apenas da observação de que a luz, de fato, se propaga por trás de um orifício suficientemente pequeno.<sup>1</sup>

### O experimento da fenda dupla de Young

Ao invés de um pequeno orifício apenas, suponha que sejam usados dois. A **FIGURA 22.3A** mostra um experimento no qual um feixe de laser é direcionado para um anteparo opaco contendo duas fendas longas e estreitas, muito próximas uma da outra. Este par de fendas é denominado **fenda dupla**, e em um experimento elas têm larguras da ordem de 0,01 mm separadas por distâncias da ordem de 0,05 mm. Presumiremos que o feixe de laser ilumine igualmente as duas fendas, e que qualquer luz que passe por elas incide em uma tela de visualização. Esta é a essência do experimento de Young de 1801, embora ele tenha usado a luz solar em vez da luz de um laser.

O que poderíamos esperar enxergar na tela? A **FIGURA 22.3B** é uma visão superior do arranjo experimental, correspondente a olhar para baixo sobre as extremidades superiores das fendas e sobre a borda superior da tela de visualização. Como as fendas são muito estreitas, **a luz se propaga por trás de cada fenda**, como ilustrado na Figura 22.2, e essas duas ondas em propagação se superpõem na região entre as fendas e na tela.

<sup>1</sup> É interessante notar que Newton estava familiarizado com a difração, mas o padrão obtido com a luz solar – a única fonte brilhante de luz disponível no século XVII – nem de longe é tão nítido quanto o da Figura 22.2. Newton não reconheceu a relevância do fenômeno.



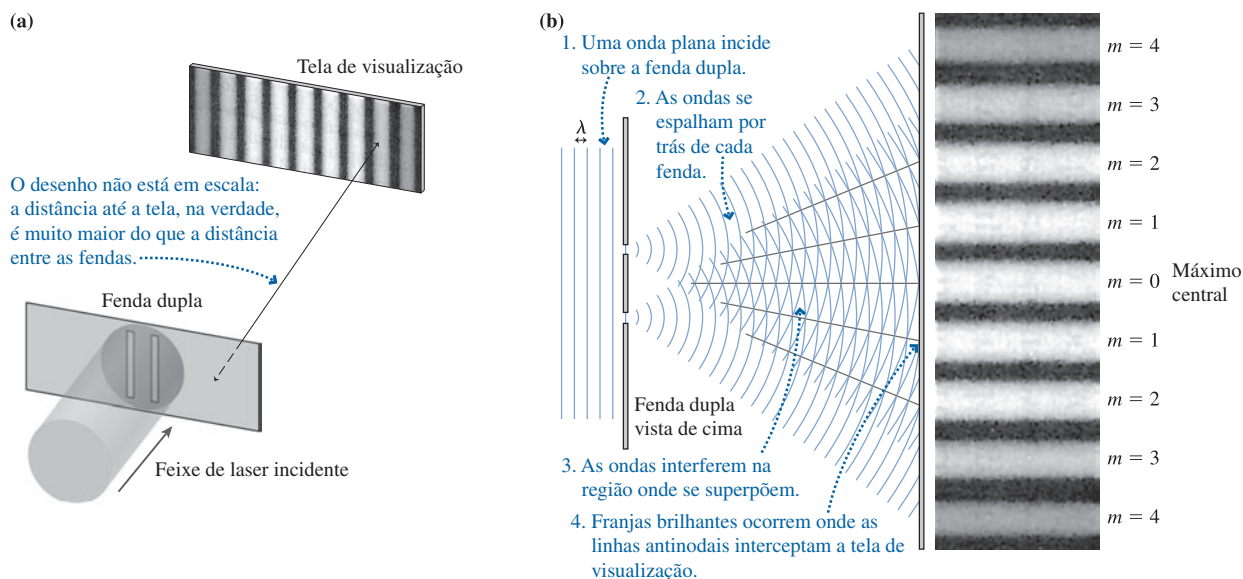


FIGURA 22.3 O experimento da interferência de fenda dupla.

A conclusão principal do Capítulo 21 foi de que duas ondas superpostas, e de mesmo comprimento de onda, produzem interferência. De fato, a Figura 22.3b é equivalente àquelas figuras de interferência produzidas pelas ondas emitidas por dois alto-falantes, uma situação que analisamos na Seção 21.7. (É muito útil comparar a Figura 22.3b com as Figuras 21.28 e 21.30a.) Nada nesta análise depende do tipo de onda que interfere, de modo que as conclusões obtidas lá se aplicam igualmente bem a duas ondas luminosas superpostas. Se a luz realmente fosse uma onda, deveríamos ver a interferência entre as duas ondas luminosas na pequena região da tela de visualização, tipicamente com alguns centímetros de largura, onde elas se superpõem.

A fotografia na Figura 22.3b mostra como a tela se parece. Como esperado, a luz é intensa nos pontos onde uma linha antinodal intercepta a tela. Não há luz em todos os pontos onde uma linha nodal cruza a tela. Essas faixas que se alternam entre claras e escuras, em razão da interferência construtiva e destrutiva, são chamadas de **franjas de interferência**. As franjas são numeradas por  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ , nos dois lados, a partir do centro. A franja mais clara, no ponto médio da tela de visualização, e correspondente a  $m = 0$ , é chamada de **máximo central**.

**PARE E PENSE 22.1** Suponha que a tela de visualização da Figura 22.3 seja aproximada da fenda dupla. O que acontece com as franjas de interferência?

- Elas se tornam mais claras, porém nada mais é alterado.
- Elas se tornam mais claras e se aproximam.
- Elas se tornam mais claras e se afastam.
- Elas saem de foco.
- Elas enfraquecem e desaparecem.

## Analisando a interferência de fenda dupla

A Figura 22.3 mostrou de forma qualitativa como a interferência é produzida atrás de uma fenda dupla pela sobreposição das ondas luminosas que se propagam por atrás de cada fenda. Agora vamos analisar o experimento mais cuidadosamente. A FIGURA 22.4 na página seguinte mostra um arranjo de fenda dupla em que o espaçamento entre as fendas é  $d$  e a distância até a tela de visualização é  $L$ . Consideraremos que  $L$  seja *muito* maior do que  $d$ . Consequentemente, nem mesmo conseguimos enxergar as fendas individualmente na parte principal da Figura 22.4.



16.1–16.3

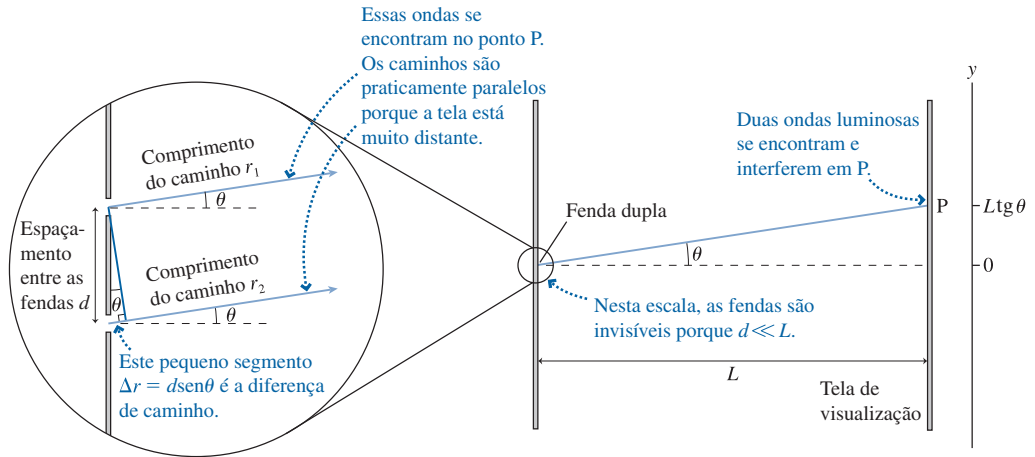


FIGURA 22.4 Geometria do arranjo de fenda dupla.

Considere um P ponto da tela correspondente ao ângulo  $\theta$ . Nosso objetivo agora é determinar se a interferência em P é construtiva, destrutiva ou intermediária. A inserção na Figura 22.4 mostra as fendas individuais e as distâncias das fendas até o ponto P. Como P está muito distante nesta escala, os dois caminhos são praticamente paralelos, ambos correspondentes ao ângulo  $\theta$ . As duas fendas estão iluminadas pela *mesma* frente de onda proveniente do laser; assim, as fendas se comportam como fontes de ondas idênticas, que emitem em fase ( $\Delta\phi_0 = 0$ ). No Capítulo 21 você aprendeu que a interferência construtiva entre as ondas emitidas por fontes em fase ocorre nos pontos em que a diferença de caminho  $\Delta r = r_2 - r_1$  é um número inteiro de comprimentos de onda:

$$\Delta r = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{interferência construtiva}) \quad (22.1)$$

Dessa forma, a interferência no ponto P será construtiva, produzindo uma franja brilhante, se  $\Delta r = m\lambda$  naquele ponto. O ponto central da tela de visualização, em  $y = 0$ , está igualmente distante das duas fendas ( $\Delta r = 0$ ) e, portanto, é também um ponto de interferência construtiva. Esta é a franja brilhante identificada como o máximo central na Figura 22.3b. A diferença de caminho aumenta à medida que você se distancia do centro da tela, e as franjas correspondentes a  $m = 1$  ocorrem nos pontos onde  $\Delta r = 1\lambda$  – ou seja, aqueles nos quais uma das ondas percorreu exatamente um comprimento de onda mais longe do que a outra. Em geral, **a franja brilhante de ordem  $m$  ocorre onde a onda proveniente de uma fenda percorre  $m$  comprimentos de onda a mais do que a onda proveniente da outra fenda e, portanto,  $\Delta r = m\lambda$ .**

Pode-se ver da parte ampliada da Figura 22.4 que a onda proveniente da fenda inferior percorre uma distância extra

$$\Delta r = d \sin \theta \quad (22.2)$$

Se substituirmos isso na Equação 22.1, veremos que as franjas brilhantes (interferência construtiva) ocorrem para os ângulos  $\theta_m$ , de forma que

$$\Delta r = d \sin \theta_m = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (22.3)$$

Adicionamos o subscrito  $m$  para indicar que  $\theta_m$  é o ângulo correspondente à franja brilhante de ordem  $m$ , começando com  $m = 0$  no centro.

Na prática, em um experimento de fenda dupla o ângulo  $\theta$  é muito pequeno ( $< 1^\circ$ ). Podemos, então, usar a aproximação de ângulos pequenos  $\sin \theta \approx \theta$ , onde  $\theta$  deve estar em radianos, para escrever a Equação 22.3 na forma

$$\theta_m = m \frac{\lambda}{d} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{ângulos de franjas brilhantes}) \quad (22.4)$$

Isso fornece as posições angulares, *em radianos*, das franjas brilhantes do padrão de interferência.

Geralmente é mais fácil medir distâncias em vez de ângulos, então podemos especificar o ponto P por sua posição em um eixo y com origem diretamente à frente do ponto central entre as fendas. Na Figura 22.4, pode-se verificar que

$$y = L \tan \theta \quad (22.5)$$

Usando a aproximação de ângulos pequenos novamente, desta vez na forma  $\tan \theta \approx \theta$ , podemos substituir  $\theta_m$  da Equação 22.4 por  $\tan \theta_m$  na Equação 22.1 para verificar que a franja brilhante de ordem  $m$  ocorre na posição

$$y_m = \frac{m\lambda L}{d} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{posições de franjas brilhantes}) \quad (22.6)$$

O padrão de interferência é simétrico, ou seja, há uma franja brilhante de ordem  $m$  a uma mesma distância nos dois lados do centro. Pode-se ver isso na Figura 22.3b. Como se pode ver, **as franjas de ordem  $m = 1$  ocorrem nos pontos da tela onde a luz proveniente de uma das fendas percorre exatamente um comprimento de onda mais longe do que a luz proveniente da outra fenda.**

**NOTA ►** As Equações 22.4 e 22.6 não se aplicam à interferência de ondas sonoras emitidas por dois alto-falantes. As aproximações que usamos (ângulos pequenos,  $L \gg d$ ) geralmente não são válidas para os comprimentos de onda muito mais longos das ondas sonoras. ◀

A Equação 22.6 prevê que **o padrão de interferência é uma série de linhas claras** com espaçamentos iguais na tela, exatamente como mostrado na Figura 22.3b. Como sabemos que as franjas têm espaçamentos iguais? O **espaçamento** entre a franja  $m$  e a franja  $m + 1$  é

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{(m+1)\lambda L}{d} - \frac{m\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d} \quad (22.7)$$

Uma vez que  $\Delta y$  independe de  $m$ , *quaisquer* duas franjas brilhantes têm mesmo espaçamento entre si.

As franjas escuras na fotografia correspondem à interferência destrutiva. No Capítulo 21 você aprendeu que a interferência destrutiva ocorre em posições onde a diferença de caminho das ondas é um número semi-inteiro de comprimentos de onda:

$$\Delta r = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{interferência destrutiva}) \quad (22.8)$$

Podemos usar a Equação 22.2 para  $\Delta r$  e a aproximação de ângulos pequenos para constatar que as franjas escuras estão localizadas nas posições

$$y'_m = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda L}{d} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{posições das franjas escuras}) \quad (22.9)$$

Usamos  $y'_m$ , com um apóstrofo, para distinguir a localização do mínimo de ordem  $m$  do máximo de ordem  $m$  em  $y_m$ . Da Equação 22.9, pode-se ver que **as franjas escuras estão localizadas exatamente a meio caminho entre as franjas brilhantes.**

### EXEMPLO 22.1 Interferência de fenda dupla da luz de um laser

A luz emitida por um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) ilumina duas fendas espaçadas por  $0,40 \text{ mm}$ . Uma tela de visualização encontra-se  $2,0 \text{ m}$  atrás das fendas. Quais são as distâncias entre as duas franjas brilhantes de ordem  $m = 2$  e entre as duas franjas escuras de ordem  $m = 2$ ?

**MODELO** Duas fendas próximas produzem um padrão de interferência de fenda dupla.

**VISUALIZAÇÃO** O padrão de interferência se parece com o mostrado na fotografia da Figura 22.3b. Ele é simétrico, com as franjas brilhantes de ordem  $m = 2$  a distâncias iguais dos dois lados do máximo central.

Continua

**RESOLUÇÃO** A franja brilhante de ordem  $m = 2$  está localizada na posição

$$y_m = \frac{m\lambda L}{d} = \frac{2(633 \times 10^{-9} \text{ m})(2,0 \text{ m})}{4,0 \times 10^{-4} \text{ m}} \\ = 6,3 \times 10^{-3} \text{ m} = 6,3 \text{ mm}$$

Cada uma das franjas de ordem  $m = 2$  encontra-se a 6,3 mm do máximo central; logo, a distância entre as duas franjas brilhantes de ordem  $m = 2$  é de 12,6 mm. A franja escura de ordem  $m = 2$  está localizada em

$$y'_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{d} = 7,9 \text{ mm}$$

Dessa forma, a distância entre as duas franjas escuras de ordem  $m = 2$  é de 15,8 mm.

**AValiação** Como as franjas são contadas do centro para fora, a franja brilhante de ordem  $m = 2$  ocorre *antes* da franja escura de ordem também  $m = 2$ .

### EXEMPLO 22.2 Medição do comprimento de uma onda luminosa

Um padrão de interferência de fenda dupla é observado em uma tela posicionada 1,0 m atrás de duas fendas com espaçamento de 0,30 mm entre si. Dez franjas brilhantes cobrem uma distância de 1,7 cm. Qual é o comprimento de onda da luz?

**MODELO** Nem sempre é óbvio identificar qual das franjas corresponde ao máximo central. Pequenas imperfeições nas fendas podem fazer alterar o padrão de interferência das franjas em relação ao padrão idealizado. Entretanto você não precisa identificar a franja de ordem  $m = 0$  porque pode usar o fato de que o espaçamento entre as franjas vizinhas  $\Delta y$  é uniforme. Dez franjas brilhantes contêm *nove* espaços entre elas (e não dez – atenção!).

**VISUALIZAÇÃO** O padrão de interferência se parece com o mostrado na fotografia da Figura 22.3b.

**RESOLUÇÃO** O espaçamento entre as franjas é

$$\Delta y = \frac{1,7 \text{ cm}}{9} = 1,89 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Usando este espaçamento de franjas na Equação 22.7, verificamos que o comprimento de onda é

$$\lambda = \frac{d}{L} \Delta y = 5,7 \times 10^{-7} \text{ m} = 570 \text{ nm}$$

**Costuma-se expressar os comprimentos de onda luminosa em nanômetros. Certifique-se de ter feito isso antes de resolver um problema.**

**AValiação** O experimento da fenda dupla de Young, além de demonstrar que a luz é uma onda, também fornece um meio de medir o comprimento de onda. Você aprendeu no Capítulo 20 que os comprimentos de onda da luz visível cobrem a faixa de 400-700 nm. Esses comprimentos são menores do que podemos facilmente imaginar. Um comprimento de onda de 570 nm, no meio do espectro visível, corresponde apenas a cerca de 1% do diâmetro de um fio de cabelo humano.

### PARE E PENSE 22.2

Luz de comprimento de onda  $\lambda_1$  ilumina uma fenda dupla, e as franjas de interferência são observadas em uma tela atrás das fendas. Quando o comprimento de onda é alterado para  $\lambda_2$ , as franjas se aproximam umas das outras.  $\lambda_2$  é maior ou menor do que  $\lambda_1$ ?

## Intensidade do padrão de interferência de fenda dupla

As Equações 22.6 e 22.9 fornecem as posições de intensidade luminosa máxima e de intensidade nula, respectivamente. Para completar a análise, precisamos agora calcular a *intensidade* da luz em todos os pontos na tela. Todas as ferramentas de que precisamos para realizar o cálculo já foram desenvolvidas nos Capítulos 20 e 21.

No Capítulo 20, você aprendeu que a intensidade  $I$  de uma onda é proporcional ao quadrado da amplitude da mesma. A luz que se propaga atrás de uma fenda *simples* produz uma ampla banda de luz como a que você vê na Figura 22.2. A intensidade dessa banda de luz é  $I_1 = ca^2$ , onde  $a$  é a amplitude de *uma* onda luminosa na tela e  $c$  é uma constante de proporcionalidade.

Se não ocorresse interferência, a intensidade luminosa resultante produzida por duas fendas seria duas vezes maior do que a intensidade produzida por uma fenda apenas:  $I_2 = 2I_1 = 2ca^2$ . Em outras palavras, duas fendas fariam com que a faixa larga de luz na tela fosse duas vezes mais clara do que quando iluminada apenas com uma. Todavia não é isso o que acontece. Em vez disso, a superposição de duas ondas luminosas cria franjas de interferência claras e escuras.

No Capítulo 9, verificamos (Equação 9.36) que a amplitude resultante de duas ondas superpostas é

$$A = \left| 2a \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right| \quad (22.10)$$



onde  $a$  é a amplitude de cada onda individual. Como as fontes (isto é, as duas fendas) emitem em fase, a diferença de fase  $\Delta\phi$  no ponto onde as duas ondas se combinam deve-se somente à diferença de caminho:  $\Delta\phi = 2\pi(\Delta r/\lambda)$ . Usando a Equação 22.2 para  $\Delta r$ , junto com a aproximação para ângulos pequenos e com a Equação 22.5 para  $y$ , obtemos a diferença de fase na posição  $y$  na tela como

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda} \approx 2\pi \frac{d \tan \theta}{\lambda} = \frac{2\pi d}{\lambda L} y \quad (22.11)$$

Substituindo a Equação 22.11 na Equação 22.10, encontramos que a amplitude de onda na posição  $y$  é

$$A = \left| 2a \cos \left( \frac{\pi d}{\lambda L} y \right) \right| \quad (22.12)$$

Conseqüentemente, a intensidade de luz na posição  $y$  na tela é igual a

$$I = cA^2 = 4ca^2 \cos^2 \left( \frac{\pi d}{\lambda L} y \right) \quad (22.13)$$

Porém,  $ca^2$  é  $I_1$ , a intensidade de luz produzida por uma fenda simples. Assim, a intensidade do padrão de interferência de fenda dupla na posição  $y$  é

$$I_{\text{dupla}} = 4I_1 \cos^2 \left( \frac{\pi d}{\lambda L} y \right) \quad (22.14)$$

A FIGURA 22.5a é o gráfico da intensidade luminosa produzida pela fenda dupla versus a posição  $y$ . Note a orientação incomum do gráfico, em que a intensidade aumenta em direção à *esquerda*, de forma que o eixo  $y$  equivalha ao esboço experimental. Pode-se ver que a intensidade oscila entre franjas escuras ( $I_{\text{dupla}} = 0$ ) e franjas brilhantes ( $I_{\text{dupla}} = 4I_1$ ). A intensidade máxima ocorre nos pontos onde  $y_m = m\lambda L/d$ . Trata-se do mesmo resultado que encontramos anteriormente para as posições das franjas brilhantes; logo, a Equação 22.14 é consistente com nossa análise inicial.

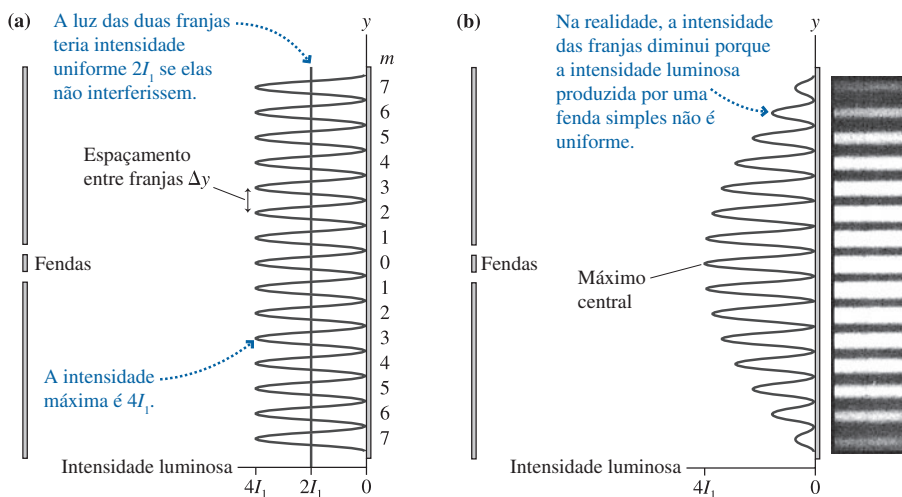


FIGURA 22.5 Intensidade das franjas de interferência em um experimento de fenda dupla.

Uma característica curiosa é que a intensidade luminosa nos máximos é de  $I = 4I_1$ , quatro vezes maior do que a intensidade produzida individualmente por cada fenda. Talvez você tenha pensado que as duas fendas tornariam a luz duas vezes mais intensa do que uma fenda apenas, no entanto a interferência leva a um resultado diferente. Matematicamente, duas fendas tornam a *amplitude* duas vezes maior nos pontos de interferência construtiva ( $A = 2a$ ), de modo que a intensidade luminosa aumenta por um fator igual a  $2^2 = 4$ . Fisicamente, isso significa conservação de energia. A linha indicada por  $2I_1$  na Figura 22.5a cor-

responde à intensidade uniforme que as duas fendas produziram *se* as ondas emitidas não interferissem. A interferência não altera a quantidade de energia luminosa proveniente das duas fendas, mas redistribui a energia luminosa na tela de visualização. Pode-se ver que a intensidade *média* da curva ondulada é  $2I_1$ , mas a intensidade das franjas brilhantes aumenta de  $2I_1$  para  $4I_1$  a fim de que a intensidade das franjas escuras se reduza de  $2I_1$  para 0.

Existe ainda um problema. A Equação 22.14 prevê que todas as franjas de interferência sejam igualmente claras, mas você vê na Figura 22.3b que o brilho das franjas diminui à medida que você se afasta do centro. Essa previsão errônea surge de nossa pressuposição de que a amplitude  $a$  da onda de cada fenda seja constante na tela. Na verdade, isso não é verdade. Um cálculo mais detalhado, em que a amplitude diminui gradualmente à medida que você se afasta do centro, mostrará que a Equação 22.14 estará correta se  $I_1$  diminuir lentamente conforme  $y$  aumentar.

A FIGURA 22.5b resume nossa análise representando em gráfico a intensidade luminosa (Equação 22.14), onde  $I_1$  diminui lentamente com o aumento de  $y$ . Comparando este gráfico à fotografia, pode-se verificar que o modelo ondulatório da luz fornece uma descrição excelente do experimento de interferência de fenda dupla de Young.

## 22.3 Redes de difração

Suponha que substituíssemos a fenda dupla por uma tela opaca com  $N$  fendas muito próximos umas das outras. Quando iluminadas de um lado, cada uma dessas fendas se torna a fonte de uma onda luminosa que sofre difração e se propaga por trás da fenda. Esse dispositivo multifendas é chamado de **rede de difração**. O padrão de intensidade luminosa em uma tela posicionada atrás de uma rede de difração se deve à interferência de  $N$  ondas ali superpostas.

A FIGURA 22.6 mostra uma rede de difração na qual  $N$  fendas estão igualmente espaçadas por uma distância  $d$ . Trata-se de uma vista superior da rede, que se vê quando olhamos o experimento de cima, e as fendas se estendem acima e abaixo da página. Somente 10 fendas são mostradas aqui, mas uma rede real terá centenas ou mesmo milhares de fendas. Suponha que uma onda plana de comprimento de onda  $\lambda$  se aproxime proveniente da esquerda. A crista de uma onda plana chega *simultaneamente* a cada uma das fendas, fazendo com que a onda que emerge de cada uma delas esteja em fase com as ondas que emergem de todas as fendas restantes. Cada uma dessas ondas emergentes se propaga, assim como a onda luminosa da Figura 22.2, e após uma curta distância todas se superpõem e interferem.

Desejamos saber como será o padrão de interferência em uma tela posicionada atrás da rede. Na tela, a onda luminosa é a superposição de  $N$  ondas, emitidas por  $N$  fendas. Assim como fizemos no caso da fenda dupla, consideraremos que a distância  $L$  até a tela seja muito grande em comparação com o espaçamento entre as fendas,  $d$ ; logo, o caminho seguido pela luz de uma fenda até um ponto da tela é *quase* paralelo ao caminho seguido pela luz emitida por qualquer das fendas vizinhas. Os caminhos não podem ser perfeitamente paralelos, ou eles nunca se encontrariam para dar origem à interferência, todavia o ligeiro desvio em relação ao paralelismo perfeito é pequeno demais para ser notado. Pode-se verificar a partir da Figura 22.6 que a onda proveniente de uma das fendas percorre uma distância extra  $\Delta r = d \sin \theta$  em relação à onda proveniente da fenda vizinha acima dela e uma distância  $\Delta r = d \sin \theta$  a menos do que a onda emitida pela fonte vizinha abaixo dela. É o mesmo raciocínio que usamos na Figura 22.4 para analisar o experimento de fenda dupla.

A Figura 22.6 é uma vista ampliada das fendas. A FIGURA 22.7 se estende até onde podemos ver na tela de visualização. Se o ângulo  $\theta$  for tal que  $\Delta r = d \sin \theta = m\lambda$ , onde  $m$  é um número inteiro, a onda luminosa que chega à tela proveniente de uma fenda estará *exatamente em fase* com as ondas luminosas que ali chegam provenientes das duas fendas laterais vizinhas. No entanto, cada uma dessas ondas está em fase com as ondas provenientes das fendas ao seu lado, e assim por diante, até chegarmos ao fim da rede. Em outras palavras,  **$N$  ondas luminosas, emitidas por  $N$  fendas, estarão *todas* em fase entre si quando chegarem a um ponto da tela correspondente ao ângulo  $\theta_m$ , de forma que**

$$d \sin \theta_m = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (22.15)$$

A tela mostrará franjas brilhantes de interferência construtiva para os valores de  $\theta_m$  dados pela Equação 22.15. Dizemos que a luz é “difratada segundo o ângulo  $\theta_m$ ”.

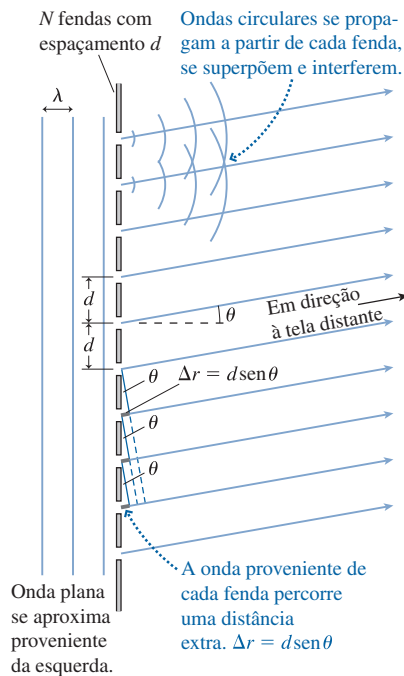


FIGURA 22.6 Vista superior de uma rede de difração com  $N = 10$  fendas.

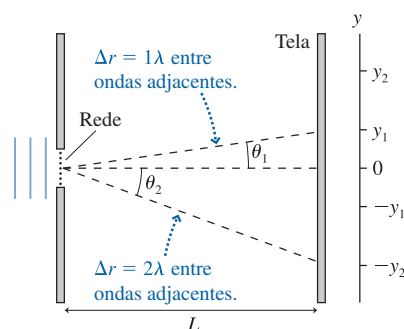


FIGURA 22.7 Ângulos de interferência construtiva.

Como geralmente é mais fácil medir distâncias em vez de ângulos, a posição  $y_m$  da franja brilhante de ordem  $m$  é determinada por

$$y_m = L \tan \theta_m \quad (\text{posições das franjas brilhantes}) \quad (22.16)$$

O número inteiro  $m$  é chamado de **ordem** da difração. Por exemplo, a luz difratada segundo  $\theta_2 = 60^\circ$  é a franja de difração de segunda ordem. Redes reais, com valores muito pequenos de  $d$ , apresentam somente algumas poucas franjas. Como  $d$  geralmente é muito pequeno, costuma-se caracterizar uma rede pelo número de *linhas por milímetro* que ela possui. Aqui, “linha” é sinônimo de “fenda”, portanto o número de linhas por milímetro é, simplesmente, o inverso do espaçamento entre as fendas  $d$  expresso em milímetros.

**NOTA ►** A condição para interferência construtiva em uma rede com  $N$  fendas é idêntica à Equação 22.4 para duas fendas apenas. A Equação 22.15 corresponde, simplesmente, à exigência de que a diferença de caminho entre fendas adjacentes, duas ou  $N$ , seja igual a  $m\lambda$ . Entretanto, diferentemente dos ângulos na interferência de fenda dupla, os ângulos de interferência construtiva em uma rede de difração geralmente *não* são ângulos pequenos. A razão é que, em uma rede de difração, o espaçamento  $d$  entre fendas vizinhas é tão pequeno que  $\lambda/d$  não é um número pequeno. Assim, você *não pode* usar a aproximação para ângulos pequenos a fim de simplificar as Equações 22.15 e 22.16 ◀

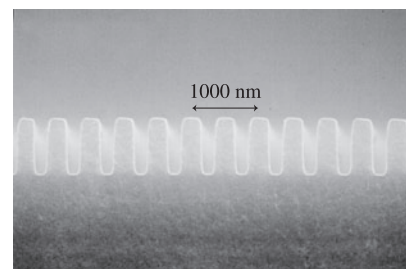
A amplitude de onda nos pontos de interferência construtiva é  $Na$  porque  $N$  ondas de amplitude  $a$  se combinam em fase ali. Uma vez que a intensidade depende do quadrado da amplitude, as intensidades das franjas brilhantes de uma rede de difração são dadas por

$$I_{\max} = N^2 I_1 \quad (22.17)$$

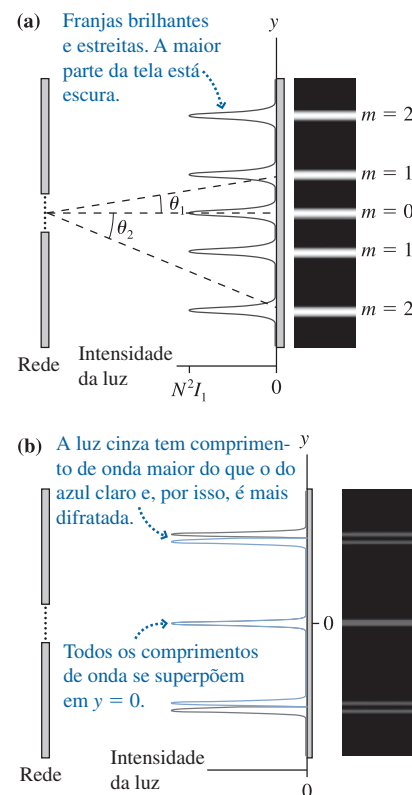
onde, como antes,  $I_1$  é a intensidade luminosa produzida por uma fenda simples. A Equação 22.17 é consistente com nossa conclusão anterior de que a intensidade de uma franja brilhante em um experimento de interferência de fenda dupla é quatro vezes maior do que a intensidade da luz de cada fenda individual. Pode-se ver que as intensidades das franjas aumentam rapidamente com o aumento do número de fendas.

Além das franjas tornarem-se mais claras à medida que  $N$  aumenta, elas também ficam mais estreitas. Novamente, isso está relacionado à conservação da energia. Se as ondas luminosas não interferissem, a intensidade produzida por  $N$  fendas seria  $NI_1$ . A interferência aumenta a intensidade das franjas brilhantes por um fator extra igual a  $N$ ; logo, para haver conservação da energia, a largura das franjas escuras deve ser proporcional a  $1/N$ . Para uma rede de difração real, com  $N > 100$ , o padrão de interferência consiste de um pequeno número de franjas  *muito* claras e  *muito* estreitas, enquanto a maior parte da tela permanece escura. A **FIGURA 22.8a** representa graficamente o padrão de interferência por trás de uma rede de difração, com uma ilustração da tela de visualização. Uma comparação com a Figura 22.5b mostra que as franjas brilhantes produzidas por uma rede de difração são muito mais nítidas e distinguíveis do que as franjas produzidas por uma fenda dupla.

Como as franjas brilhantes são muito distinguíveis, as redes de difração são usadas para medir os comprimentos de onda da luz. Suponha que a luz incidente consista em dois comprimentos de onda ligeiramente diferentes. Cada um deles sofrerá difração segundo um ângulo ligeiramente diferente e, se  $N$  for suficientemente grande, veremos duas franjas distintas na tela. A **FIGURA 22.8b** ilustra esta idéia. Em contraste, as franjas brilhantes em um experimento de fenda dupla são largas demais para que possamos distinguir as franjas correspondentes a um comprimento de onda das franjas produzidas pelo outro.



Visão lateral microscópica de uma rede de difração



**FIGURA 22.8** O padrão de interferência por trás de uma rede de difração.

### EXEMPLO 22.3 Medindo os comprimentos de onda emitidos por átomos de sódio

A luz proveniente da lâmpada de sódio de um abajur atravessa uma rede de difração com 1000 fendas por milímetro. O padrão de interferência é visto em uma tela que se encontra 1,000 m atrás da rede. Duas franjas brilhantes amarelas são visíveis a 72,88 cm e 73,00 cm do máximo central. Quais são os comprimentos de onda correspondentes às duas franjas?

**VISUALIZAÇÃO** A situação é mostrada na Figura 22.8b. As duas franjas são muito próximas, portanto esperamos que os comprimentos de onda sejam apenas ligeiramente diferentes. Nenhuma outra franja amarela é mencionada no enunciado, de modo que presumiremos que as duas franjas correspondam à difração de primeira ordem ( $m = 1$ ).

*Continua*

**RESOLUÇÃO** A distância  $y_m$  de uma franja brilhante ao máximo central está relacionada ao ângulo de difração por  $y_m = L \tan \theta_m$ . Logo, os ângulos de difração dessas duas franjas são

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{y_1}{L} \right) = \begin{cases} 36,08^\circ & \text{franja em 72,88 cm} \\ 36,13^\circ & \text{franja em 73,00 cm} \end{cases}$$

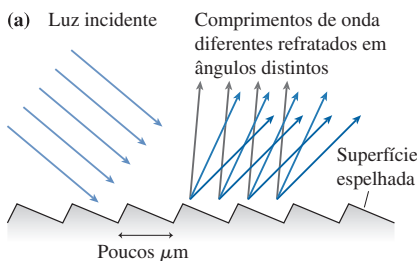
Esses ângulos devem satisfazer a condição de interferência  $d \sin \theta_1 = \lambda$ , então os comprimentos de onda são  $\lambda = d \sin \theta_1$ . Quanto vale  $d$ ? Se um comprimento de 1 mm da rede contém 1000 fendas, então o

espaçamento de uma fenda à próxima deve ser de  $1/1000$  mm, ou  $d = 1,000 \times 10^{-6}$  m. Portanto, os comprimentos de onda que criam as duas franjas brilhantes são:

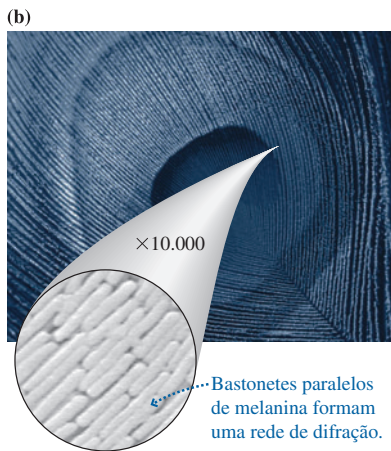
$$\lambda = d \sin \theta_1 = \begin{cases} 589,0 \text{ nm} & \text{franja em 72,88 cm} \\ 589,6 \text{ nm} & \text{franja em 73,00 cm} \end{cases}$$

**AValiação** Dispúnhamos de dados com precisão de quatro dígitos significativos, e todos os quatro foram necessários para distinguir os dois comprimentos de onda.

16.4, 16.5



Uma rede de reflexão pode ser feita cortando ranhuras paralelas numa superfície espelhada. Elas podem ser muito precisas, no caso de uso científico, ou produzidas maciçamente, em plástico.



**FIGURA 22.9** Redes de difração.

Denomina-se **espectroscopia** a ciência de medir comprimentos de onda de emissões atômicas ou moleculares. Os dois comprimentos de onda de sódio do exemplo constituem um *dublete de sódio*, nome técnico dado para dois comprimentos de onda de valores muito próximos emitidos pelos átomos de um elemento ou substância. Este dublete é uma característica identificadora do sódio. Como nenhum outro elemento emite exatamente esses dois comprimentos de onda, o dublete pode ser usado para identificar a presença de sódio em uma amostra de composição desconhecida, mesmo que o sódio seja apenas um constituinte pouco importante. Tal procedimento é chamado de *análise espectral*.

## Redes de reflexão

Acabamos de analisar o que é chamado de *rede de transmissão*, com muitas fendas paralelas. Na prática, a maioria das redes de difração é fabricada na forma de *redes de reflexão*. A rede de reflexão mais simples que existe, mostrada na **FIGURA 22.9a**, é um espelho com centenas ou milhares de ranhuras estreitas riscadas paralelamente na superfície. As ranhuras, assim, dividem a superfície em inúmeras faixas refletoras paralelas, e cada qual, quando iluminada, torna-se a fonte de uma onda que se propaga a partir dali. Portanto, uma onda luminosa que incida nesta rede será dividida, na reflexão, em  $N$  ondas superpostas. O padrão de interferência será exatamente igual ao produzido por luz transmitida através de  $N$  fendas paralelas.

As redes de reflexão que ocorrem naturalmente são responsáveis por alguns padrões coloridos vistos na natureza. Como mostra a micrografia da **FIGURA 22.9b**, uma pena de pavão consiste de bastonetes de melanina quase paralelos. Eles se comportam como uma rede de reflexão e criam os padrões iridescentes vistos na foto à medida que varia o ângulo entre o plano da rede e a linha de visada. A iridescência apresentada por alguns insetos deve-se à difração produzida por sulcos microscópicos paralelos existentes na carapaça.

O arco-íris de cores refletidas na superfície de um CD é um exemplo análogo de interferência. A superfície de um CD é plástico macio com um revestimento refletor semelhante a um espelho. A informação é codificada digitalmente em milhões e milhões de microscópicas depressões circulares com  $1 \mu\text{m}$  de diâmetro. No entanto, do ponto de vista óptico, o conjunto de orifícios na superfície brilhante constitui uma versão bi-dimensional da rede de reflexão mostrada na Figura 22.9a. Redes de reflexão plásticas menos precisas podem ser fabricadas a custo muito baixo simplesmente cunhando-se pequenos orifícios ou ranhuras em uma superfície refletora, sendo amplamente vendidas como brinquedos e itens de decoração. São vistos arco-íris de cor porque cada comprimento de onda da luz branca é refratado segundo um ângulo diferente.

### PARE E PENSE 22.3

A luz branca atravessa uma rede de difração e forma padrões do tipo arco-íris em uma tela posicionada atrás da rede. Em cada um desses arco-íris,

- O lado vermelho está à direita, e o lado violeta, à esquerda.
- O lado vermelho está à esquerda, e o violeta, à direita.
- O lado vermelho está mais próximo do centro da tela, e o lado violeta, mais afastado.
- O lado vermelho está mais afastado do centro da tela, e o violeta, mais próximo.

## 22.4 Difração de fenda simples

Abrimos o capítulo com uma fotografia (Figura 22.1a) de uma onda que se propaga em água, atravessa um orifício em uma barreira e, depois, segue se propagando para o outro lado. Depois você viu uma fotografia (Figura 22.2) que mostrava que a luz, após passar por uma fenda muito estreita, também se propagava para o outro lado. Estes fenômenos são chamados de *difração*. Agora estamos prontos para analisar os detalhes desse fenômeno.

A **FIGURA 22.10** mostra um esquema do arranjo experimental usado para observar a difração da luz através de uma fenda estreita de largura  $a$ . A difração através de uma fenda vertical comprida e estreita é conhecida como **difração de fenda simples**. Uma tela de visualização é posicionada a uma distância  $L$ , atrás da fenda, e vamos considerar que  $L \gg a$ . O padrão de luz visto na tela consiste de um *máximo central* ladeado por uma série de **máximos secundários** mais fracos e por franjas escuras alternados. Observe que o máximo central é significativamente mais largo do que os secundários. Ele também é significativamente mais brilhante do que os máximos secundários, embora seja difícil notar isso aqui, pois a fotografia foi tirada com superexposição a fim de que os máximos secundários aparecessem melhor.

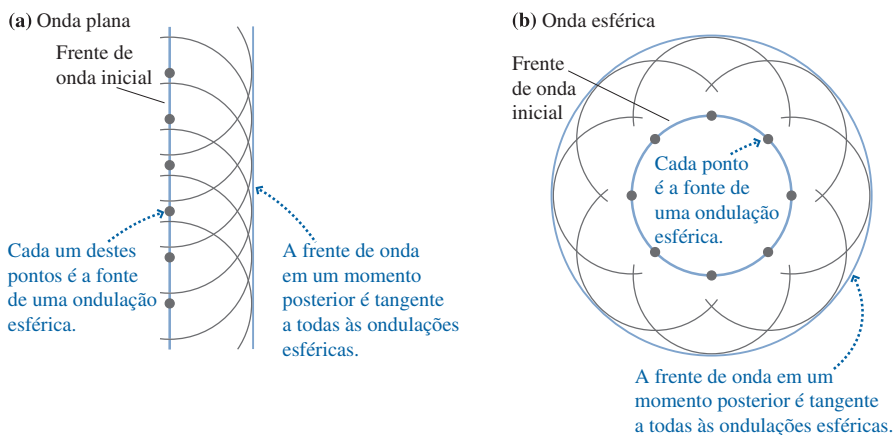
### Princípio de Huygens

Nossa análise da superposição de ondas de fontes distintas, como dois alto-falantes ou as duas fendas em um experimento de fenda dupla, considerou explicitamente que as fontes fossem *puntiformes*, sem uma extensão mensurável. Para entender a difração, precisamos pensar na propagação de uma frente de onda *estendida*. Esse problema foi considerado pela primeira vez pelo cientista holandês Christiaan Huygens, um contemporâneo de Newton que argumentava que a luz é uma onda.

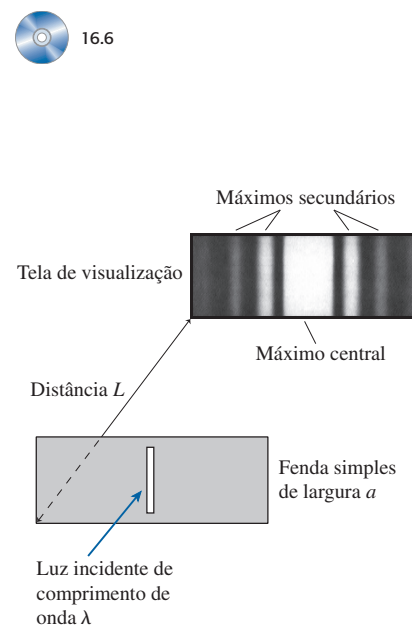
Huygens viveu antes que fosse formulada uma teoria matemática das ondas, por isso ele desenvolveu um modelo geométrico da propagação de ondas. Sua idéia, que agora chamamos de **princípio de Huygens**, tem duas partes:

1. Cada ponto de uma frente de onda é fonte de um *pulso de onda* esférico que se propaga em todas as direções com a mesma velocidade da onda.
2. O formato daquela frente de onda em um instante posterior é dado pela linha que tangencia todos os pulsos esféricos que se propagaram até este instante a partir de todos os pontos da frente de onda no instante inicial.

A **FIGURA 22.11** ilustra o princípio de Huygens para uma onda plana e para uma onda esférica. Como você pode ver, a linha que tangencia as ondulações esféricas no caso de uma onda plana é um plano, que corresponde a uma frente de onda plana que se propagou para a direita. No caso de uma onda esférica, a curva que tangencia as ondulações esféricas é uma esfera maior.



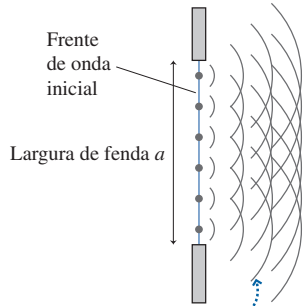
**FIGURA 22.11** Princípio de Huygens aplicado à propagação de ondas planas e de ondas esféricas.



**FIGURA 22.10** Um experimento de difração de fenda simples.

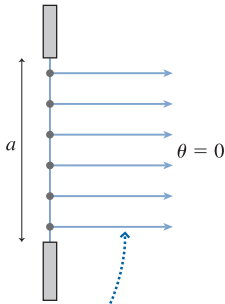


(a) Vista da fenda muito ampliada



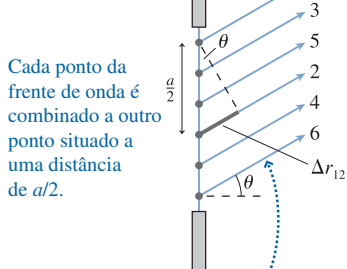
As ondulações provenientes de cada ponto da frente de onda inicial se superpõem e interferem, criando um padrão de difração na tela.

(b)



As ondulações que seguem diretamente para a frente percorrem todas a mesma distância até a tela. Assim, elas chegam em fase e interferem construtivamente para produzir ali o máximo central.

(c)



Cada ponto da frente de onda é combinado a outro ponto situado a uma distância de  $a/2$ .  
Todas essas ondulações se encontram na tela segundo o ângulo  $\theta$ . A ondulação 2 percorre uma distância  $\Delta r_{12} = (a/2)\sin\theta$  extra em relação à ondulação 1.

**FIGURA 22.12** Cada ponto da frente de onda é uma fonte de ondulações esféricas. A superposição dessas ondulações produz o padrão de difração visto na tela.

O princípio de Huygens é um método geométrico, e não, uma teoria de ondas. Apesar disso, a teoria matemática completa das ondas, formulada durante o século XIX, justifica a idéia básica de Huygens, embora a sua prova esteja além do escopo deste livro.

## Analizando a difração de fenda simples

A **FIGURA 22.12a** mostra uma frente de onda ao passar por uma fenda estreita de largura  $a$ . De acordo com o princípio de Huygens, cada ponto dessa frente de onda pode ser considerado a fonte de uma ondulação esférica. Essas ondulações se superpõem e interferem umas com as outras, produzindo o padrão de difração visto na tela de visualização. A análise matemática completa, usando *todos* os pontos da frente de onda, é um problema relativamente difícil em cálculo. Uma análise geométrica baseada em apenas algumas ondulações esféricas será suficiente.

A **FIGURA 22.12b** mostra diversas ondulações esféricas que se propagam diretamente para o ponto central da tela. (A tela está *muito* longe, à direita, nesta visão ampliada da fenda.) Os caminhos até a tela são praticamente paralelos entre si, de forma que todas as ondulações viajam a mesma distância e chegam à tela *em fase* umas com as outras. A *interferência construtiva* entre elas produz o máximo central do padrão de difração em  $\theta = 0$ .

A situação é diferente nos pontos fora do centro. As ondulações 1 e 2 na **FIGURA 22.12c** iniciam em pontos que estão separados por uma distância  $a/2$ . Suponha que  $\Delta r_{12}$ , a distância extra viajada pela ondulação 2, seja  $\lambda/2$ . Neste caso, as ondulações 1 e 2 chegarão ao ponto da tela fora de fase e interferirão destrutivamente ali. Porém, se  $\Delta r_{12}$  é  $\lambda/2$ , então a diferença  $\Delta r_{34}$  entre os caminhos 3 e 4 e a diferença  $\Delta r_{56}$  entre os caminhos 5 e 6 também serão  $\lambda/2$ . Estes pares de ondulações também interferem destrutivamente. A superposição de todas as ondulações produz interferência destrutiva perfeita.

A Figura 22.12c mostra seis ondulações, mas nossa conclusão é válida para qualquer que seja o número de ondulações usadas. A idéia central é que **cada ponto de uma frente de onda pode ser combinado a outro ponto situado a uma distância de  $a/2$  do primeiro**. Se a diferença de caminho for  $\lambda/2$ , as ondulações com origem nesses dois pontos chegarão à tela fora de fase, e ali a interferência será destrutiva. Quando somamos os deslocamentos produzidos por todas as  $N$  ondulações, o resultado da soma – par a par – será nulo. A tela de visualização, nesta posição, estará escura. Esta é a idéia principal da análise, sobre a qual vale a pena pensar cuidadosamente.

Na Figura 22.12c, pode-se ver que  $\Delta r_{12} = (a/2)\sin\theta$ . Esta diferença de caminho será igual a  $\lambda/2$ , condição para interferência destrutiva, se

$$\Delta r_{12} = \frac{a}{2} \sin\theta_1 = \frac{\lambda}{2} \quad (22.18)$$

ou, de forma equivalente, se  $a \sin\theta_1 = \lambda$ .

**NOTA ►** A Equação 22.18 não poderá ser satisfeita se a largura  $a$  da fenda for menor do que o comprimento de onda  $\lambda$ . Se uma onda passa por uma abertura menor do que seu comprimento de onda, o máximo central do padrão de difração será tão largo que preencherá *completamente* o espaço atrás da abertura. Não haverá mínimos ou pontos escuros para nenhum ângulo. Essa é uma situação incomum no caso de ondas luminosas, pois  $\lambda$  é muito pequeno, mas muito comum no caso da difração de ondas sonoras e de ondas que se propagam na água. ◀

Podemos estender essa idéia para encontrar outros ângulos de interferência destrutiva perfeita. Suponha que cada ondulação seja combinada a outra ondulação proveniente de um ponto a  $a/4$  de distância. Se a distância  $\Delta r$  entre essas ondulações for  $\lambda/2$ , todas as  $N$  ondulações novamente se anularão aos pares, resultando em interferência destrutiva completa. O ângulo  $\theta_2$  para o qual isso ocorre é determinado substituindo-se  $a/2$  na Equação 22.18 por  $a/4$ , o que leva à condição  $a \sin\theta_2 = 2\lambda$ . Esse processo pode ser repetido, e encontraremos que a condição geral para interferência destrutiva completa é

$$a \sin\theta_p = p\lambda \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (22.19)$$

Quando  $\theta_p \ll 1$  rad, o que é quase sempre verdadeiro para ondas luminosas, podemos usar a aproximação para ângulos pequenos e obter

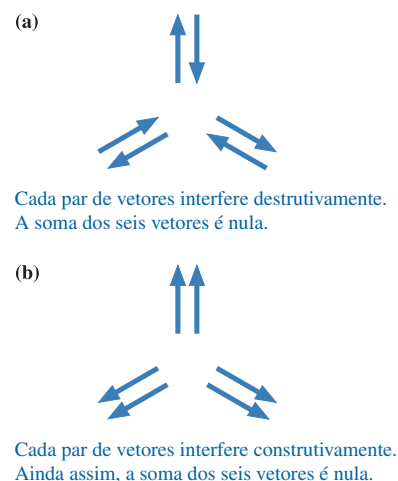
$$\theta_p = p \frac{\lambda}{a} \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{ângulos das franjas escuras}) \quad (22.20)$$

A Equação 22.20 fornece, em radianos, os ângulos correspondentes aos mínimos escuros do padrão de difração da Figura 22.10. Observe que  $p = 0$  está explicitamente *excluído*. O valor  $p = 0$  corresponde à posição  $\theta = 0$  diretamente à frente da fenda, mas você vê nas Figuras 22.10 e 22.12b que  $\theta = 0$  é o *máximo* central, e não, um mínimo.

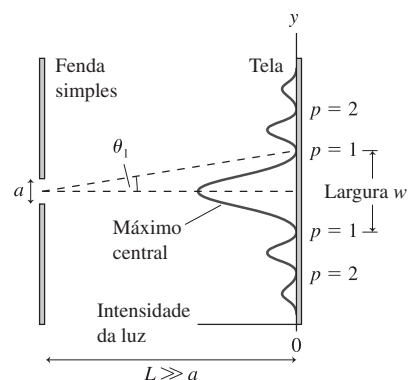
**NOTA** ▶ Talvez seja surpreendente que as Equações 22.19 e 22.20 sejam *matematicamente* as mesmas que a condição para o máximo de ordem  $m$  do padrão de interferência de fenda dupla. No entanto, o significado físico aqui é bem diferente. A Equação 22.20 localiza os *mínimos* (franjas escuras) do padrão de difração de fenda simples.

Você pode ter pensado que poderíamos usar este método de ondulações combinadas provenientes de diferentes pontos da frente de onda para determinar os máximos do padrão de difração. Por que não pegar dois pontos na frente de onda que estão a uma distância de  $a/2$ , encontrar o ângulo no qual suas ondulações estão em fase e interferem construtivamente e, a seguir, somar todos os pontos na frente de onda? Há uma distinção sutil, porém importante. A Figura 22.13 mostra seis setas vetoriais. As setas da **FIGURA 22.13a** estão dispostas aos pares, de forma que os dois membros de cada par se anulem. A soma dos seis vetores, claramente, é igual ao vetor nulo  $\vec{0}$ , representando interferência destrutiva. Este é o procedimento que usamos na Figura 22.12c para chegar à Equação 22.18. As setas da **FIGURA 22.13b** estão dispostas aos pares de maneira que os dois membros de cada par apontem no mesmo sentido – interferência construtiva! Apesar disso, a soma dos seis vetores ainda é  $\vec{0}$ . Ter  $N$  ondas interferindo construtivamente requer mais do que simplesmente ter interferência construtiva entre pares. Cada par também deve estar em fase com todos os outros pares, uma condição que não é satisfeita na Figura 22.13b. Dito de outra forma, a interferência destrutiva por pares leva à interferência destrutiva resultante, mas a interferência construtiva por pares *não* necessariamente resulta em interferência construtiva. Acontece que não existe uma fórmula simples que sirva para localizar os máximos do padrão de difração de uma fenda simples.

Embora esteja além do escopo deste livro, é possível calcular todo o padrão de intensidade da luz. Os resultados deste cálculo estão mostrados graficamente na **FIGURA 22.14**. Pode-se ver o máximo central claro em  $\theta = 0$ , os máximos secundários mais fracos e os pontos escuros de interferência destrutiva para os ângulos dados pela Equação 22.20. Compare este gráfico com a fotografia da Figura 22.10 e certifique-se de ter comprovado a concordância entre os dois.



**FIGURA 22.13** A interferência destrutiva entre pares resulta em interferência destrutiva, mas a interferência construtiva entre pares *não* necessariamente resulta em interferência construtiva.



**FIGURA 22.14** Gráfico da intensidade do padrão de difração de fenda simples.

#### EXEMPLO 22.4 Difração de um laser através de uma fenda

A luz de um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633$  nm) passa por uma fenda estreita e é vista em uma tela posicionada 2,0 m atrás da fenda. O primeiro mínimo do padrão de difração está a 1,2 cm do máximo central. Qual é a largura da fenda?

**MODELO** Uma fenda estreita produz um padrão de difração de fenda simples. Um deslocamento de apenas 1,2 cm a uma distância de 200 cm significa que o ângulo  $\theta_1$  é certamente um ângulo pequeno.

**VISUALIZAÇÃO** O padrão de intensidade terá a aparência da Figura 22.14.

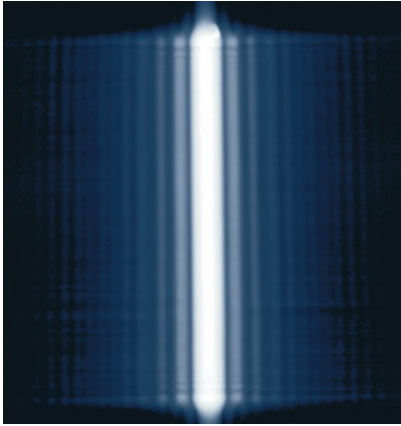
**RESOLUÇÃO** Podemos usar a aproximação para pequenos ângulos e determinar que o ângulo para o primeiro mínimo é

$$\theta_1 = \frac{1,2 \text{ cm}}{200 \text{ cm}} = 0,00600 \text{ rad} = 0,344^\circ$$

O primeiro mínimo corresponde ao ângulo  $\theta_1 = \lambda/a$ , de onde obtemos o valor da largura da fenda:

$$a = \frac{\lambda}{\theta_1} = \frac{633 \times 10^{-9} \text{ m}}{6,00 \times 10^{-3} \text{ rad}} = 1,1 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,11 \text{ mm}$$

**AValiação** Essa largura é típica de fendas usadas para observar a difração de fenda simples. Pode-se verificar que a aproximação para pequenos ângulos é bem satisfeita.



O máximo central deste padrão de difração de fenda simples parece branco porque a foto foi obtida com superexposição. A largura do máximo central é evidente.

### A largura de um padrão de difração de fenda simples

Como fizemos para a fenda dupla, será de utilidade medir posições na tela em vez de ângulos. A posição da franja escura de ordem  $p$ , correspondente ao ângulo  $\theta_p$ , é  $y_p = L \tan \theta_p$ , onde  $L$  é a distância da fenda até a tela de visualização. Usando a Equação 22.20 para  $\theta_p$  e a aproximação para pequenos ângulos,  $\theta_p \approx \theta_p$ , concluímos que as franjas escuras do padrão de difração de fenda simples estão localizadas em

$$y_p = \frac{p\lambda L}{a} \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{posição das franjas escuras}) \quad (22.21)$$

O valor  $p = 0$  é explicitamente excluído porque o ponto central da tela de visualização corresponde ao máximo central, e não, a uma franja escura.

Todo padrão de difração é dominado pelo máximo central, que é muito mais claro do que os máximos secundários. A largura  $w$  do máximo central, mostrada na Figura 22.14, é definida como a distância entre os dois mínimos correspondentes a  $p = 1$  dos dois lados do máximo central. Como o padrão é simétrico, a largura é simplesmente  $w = 2y_1$ , ou seja,

$$w = \frac{2\lambda L}{a} \quad (22.22)$$

**A largura do máximo central é duas vezes maior do que o espaçamento  $\lambda L/a$  entre as franjas escuras dos dois lados.** Quanto mais distante estiver a tela ( $L$  maior), mais largo é o padrão de luz visto nela. Em outras palavras, as ondas luminosas *se espalham por* trás da fenda e atingem uma região cada vez mais larga à medida que percorrem distâncias maiores.

Uma aplicação importante da Equação 22.22 que é contrária ao senso comum é o fato de que uma fenda mais estreita ( $a$  menor) produz um padrão de difração *mais largo*. **Quanto menor for a abertura pela qual se faz passar uma onda, mais ela se espalhará do outro lado.**

#### EXEMPLO 22.5 Determinando o comprimento de onda

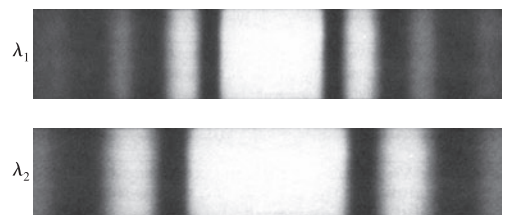
A luz passa por uma fenda de 0,12 mm de largura e forma um padrão de difração em uma tela posicionada 1,0 m atrás da fenda. A largura do máximo central é 0,85 cm. Qual é o comprimento de onda da luz usada?

**RESOLUÇÃO** Com base na Equação 22.22, o comprimento de onda é

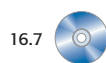
$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{aw}{2L} = \frac{(1,2 \times 10^{-4} \text{ m})(0,0085 \text{ m})}{2(1,00 \text{ m})} \\ &= 5,1 \times 10^{-7} \text{ m} = 510 \text{ nm} \end{aligned}$$

**PARE E PENSE 22.4** A figura mostra dois padrões de difração de fenda simples. A distância entre a fenda e a tela de visualização é a mesma nos dois casos. Quais das afirmativas abaixo (pode ser mais de uma) poderiam ser verdadeiras?

- As fendas são iguais em ambos os casos;  $\lambda_1 > \lambda_2$ .
- As fendas são iguais em ambos os casos;  $\lambda_2 > \lambda_1$ .
- Os comprimentos de onda são iguais em ambos os casos;  $a_1 > a_2$ .
- Os comprimentos de onda são iguais em ambos os casos;  $a_2 > a_1$ .
- As fendas e os comprimentos de onda são iguais em ambos os casos;  $p_1 > p_2$ .
- As fendas e os comprimentos de onda são iguais em ambos os casos;  $p_2 > p_1$ .



## 22.5 Difração em aberturas circulares

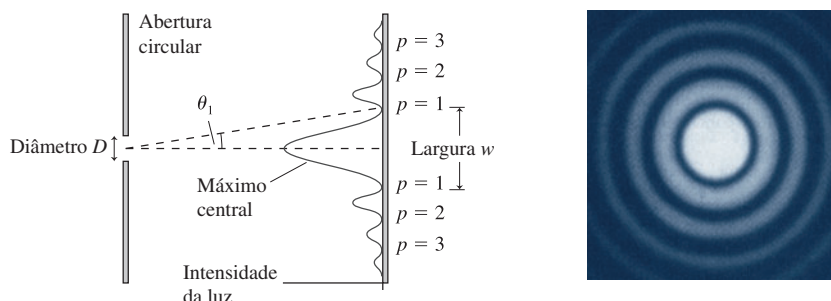


A difração ocorrerá se uma onda passar por uma abertura de qualquer que seja o formato. A difração produzida por uma fenda simples estabelece as idéias básicas sobre a difração, mas uma situação bastante comum e de importância prática é a difração de uma onda por uma **abertura circular**. A difração circular é matematicamente mais

complexa do que a difração em uma fenda, de modo que apresentaremos resultados sem demonstração.

Considere alguns exemplos. O cone de um alto-falante produz som pela rápida oscilação de seu diafragma, todavia a onda sonora deve passar pela abertura circular definida pela borda externa do cone do alto-falante a fim de se propagar para a sala que está do outro lado. Trata-se, portanto, de difração produzida por uma abertura circular. Com telescópios e microscópios é o contrário. Ondas luminosas provenientes do exterior do instrumento precisam primeiro entrar no mesmo. Para tanto, elas devem passar por lentes circulares. De fato, o limite de desempenho de instrumentos ópticos é determinado pela difração nas aberturas circulares pelas quais as ondas devem passar. Esta é uma questão que analisaremos no Capítulo 24.

A **FIGURA 22.15** mostra uma abertura circular de diâmetro  $D$ . Ondas luminosas que passam pela abertura se propagam para gerar um padrão de difração *circular*. Compare esta figura com a Figura 22.10 para o caso de uma fenda simples e note as semelhanças e as diferenças. O padrão de difração ainda possui um *máximo central*, agora circular, e está cercado por uma série de franjas brilhantes secundárias. A maior parte da intensidade pertence ao máximo central.



**FIGURA 22.15** A difração da luz em uma abertura circular.

O ângulo  $\theta_1$  localiza o primeiro mínimo na intensidade, onde ocorre interferência destrutiva perfeita. Uma análise matemática da difração circular resulta em

$$\theta_1 = \frac{1,22\lambda}{D} \quad (22.23)$$

onde  $D$  é o *diâmetro* da abertura circular. Isto se parece muito com o resultado obtido para o caso da fenda simples, mas não é exatamente o mesmo. Para obter a Equação 22.23 utilizou-se a aproximação para pequenos ângulos, que é quase sempre válida para a difração de luz, mas que geralmente *não* vale para a difração de ondas sonoras de comprimentos de onda maiores.

Na aproximação de pequenos ângulos, a largura do máximo central é dada por

$$w = 2y_1 = 2L \tan \theta_1 \approx \frac{2,44\lambda L}{D} \quad (22.24)$$

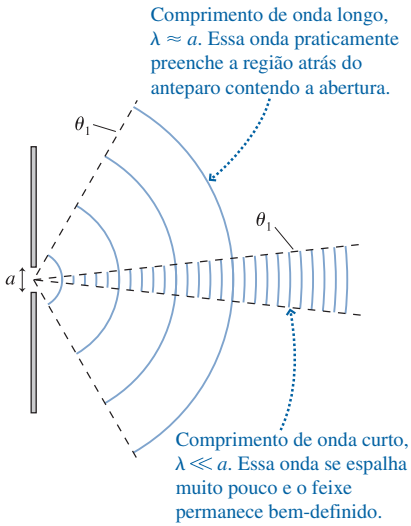
Isto se assemelha à largura do máximo central de um padrão de difração de fenda simples, mas não é exatamente o mesmo. O diâmetro do padrão de difração aumenta com a distância  $L$ , mostrando que a luz se propaga por trás de uma abertura circular, mas diminui se o tamanho  $D$  da abertura for aumentado.

#### EXEMPLO 22.6 Iluminando um orifício circular com um laser

A luz de um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) passa por um orifício de  $0,50 \text{ mm}$  de diâmetro. A que distância uma tela de visualização deveria ser colocada para observar um padrão de difração cujo máximo central tenha  $3,0 \text{ mm}$  de diâmetro?

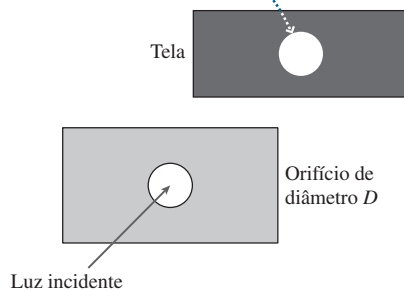
**RESOLUÇÃO** A Equação 22.24 nos dá a distância apropriada da tela:

$$L = \frac{wD}{2,44\lambda} = \frac{(3,0 \times 10^{-3} \text{ m})(5,0 \times 10^{-4} \text{ m})}{2,44(633 \times 10^{-9} \text{ m})} = 0,97 \text{ m}$$



**FIGURA 22.16** Difração de uma onda com longo comprimento de onda e de outra, com curto comprimento de onda, através da mesma abertura.

Se a luz se propaga em linhas retas, a imagem na tela é do mesmo tamanho que o orifício. A difração não será percebida, a menos que a luz se espalhe sobre um diâmetro maior do que  $D$ .



**FIGURA 22.17** A difração será percebida somente se o ponto brilhante na tela for mais largo do que  $D$ .

## O modelo ondulatório e o modelo geométrico da luz

Iniciamos o capítulo com a observação de que existem três modelos para a luz, cada qual sendo útil em uma determinada variedade de circunstâncias. Agora atingimos um ponto em que podemos estabelecer uma condição importante que define o domínio de validade do modelo ondulatório e do modelo geométrico da luz.

Quando a luz passa por uma fenda de tamanho  $a$ , o ângulo do primeiro mínimo de difração é

$$\theta_1 = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{a}\right) \quad (22.25)$$

A Equação 22.25 é válida para uma fenda, mas o resultado é praticamente o mesmo se  $a$  fosse o diâmetro de uma abertura circular. Independentemente da forma da abertura, **o fator que determina quanto uma onda se espalha por trás de uma abertura é a razão  $\lambda/a$  entre o valor do comprimento de onda e o tamanho da abertura.**

A **FIGURA 22.16** ilustra a diferença entre uma onda cujo comprimento de onda é muito menor do que o tamanho da abertura e uma segunda onda cujo comprimento de onda é comparável ao da abertura. Uma onda para a qual  $\lambda/a \approx 1$  rapidamente se espalha de modo a preencher a região atrás da abertura. As ondas luminosas, devido ao seu comprimento de onda muito pequeno, quase sempre correspondem à condição  $\lambda/a \ll 1$  e difratam produzindo um “feixe” de luz que se espalha muito pouco.

Agora podemos apreciar melhor o dilema de Newton. Com aberturas de tamanho ordinário, as ondas de som e as ondas na água satisfazem  $\lambda/a \approx 1$  e difratam para preencher o espaço por trás da abertura. Conseqüentemente, é este o comportamento que se espera para ondas. Newton não viu evidências de tal comportamento na luz que passa por aberturas. Agora vemos que a luz realmente se propaga por trás de uma abertura, mas a razão  $\lambda/a$ , muito pequena, geralmente torna o padrão de difração pequeno demais para ser notado. A difração começa a ser discernível apenas quando o tamanho da abertura é de uma fração de milímetro ou menos. Se quiséssemos que a luz difratada preenchesse o espaço atrás da abertura ( $\theta_1 \approx 90^\circ$ ), como faz uma onda sonora, precisaríamos reduzir o tamanho da abertura para  $a \approx 0,001$  mm! Embora atualmente se possa confeccionar orifícios deste tamanho, por meio dos processos empregados para confeccionar circuitos integrados, a luz que passar por uma abertura tão pequena será fraca demais para ser vista a olho nu.

A **FIGURA 22.17** mostra a luz que passa por um orifício de diâmetro  $D$ . De acordo com o modelo geométrico, os raios luminosos que passam através do orifício seguem por linhas retas para criar um ponto circular brilhante de diâmetro  $D$  em uma tela de visualização. Trata-se de uma *imagem geométrica* da fenda. Na realidade, a difração faz com que a luz se propague também por trás da fenda, mas – e este é o ponto importante – **não perceberemos seu espalhamento se ele for menor do que o diâmetro  $D$  da imagem geométrica**, ou seja, não teremos consciência da difração a menos que o diâmetro do ponto brilhante na tela seja ampliado.

Essa idéia fornece um critério razoável para se saber quando usar a óptica geométrica ou a óptica ondulatória:

- Se o espalhamento devido à difração for menor do que o tamanho da abertura, use o modelo de raios e considere que a luz se desloca em linhas retas.
- Se o espalhamento devido à difração for maior do que o tamanho da abertura, use o modelo ondulatório da luz.

O ponto de encontro entre esses dois regimes ocorre quando o espalhamento causado pela difração for igual ao tamanho da abertura. A largura do máximo central de um padrão de difração de abertura circular é  $2,44 \lambda L/D$ . Igualando esta largura de difração ao diâmetro da própria abertura, teremos

$$\frac{2,44\lambda L}{D_c} = D_c \quad (22.26)$$

onde o subscrito  $c$  em  $D_c$  indica que se trata do valor crítico, onde se encontram os domínios de validade do modelo geométrico e do modelo ondulatório. Isolando  $D_c$ , obtemos

$$D_c = \sqrt{2,44\lambda L} \quad (22.27)$$



Este é o diâmetro de uma abertura circular cujo padrão de difração, à distância  $L$ , tem uma largura  $w = D$ . Sabemos que a luz visível tem  $\lambda \approx 500 \text{ nm}$  e que uma distância típica no trabalho de laboratório é  $L \approx 1 \text{ m}$ . Para esses valores,

$$D_c \approx 1 \text{ mm}$$

Isto nos leva a uma conclusão importante e de muita utilidade prática, apresentada no Box Tático 22.1.

### BOX TÁTICO 22.1

### A escolha de um modelo para a luz



- 1 Quando a luz passa por aberturas com tamanhos menores do que  $1 \text{ mm}$ , os efeitos da difração geralmente são importantes. Use, então, o modelo ondulatório da luz.
- 2 Quando a luz passa por aberturas com tamanhos maiores do que  $1 \text{ mm}$ , os efeitos da difração geralmente não são importantes. Use, então, o modelo geométrico da luz.

Aberturas com tamanho  $\approx 1$  constituem zona indefinida. O uso do modelo geométrico ou do modelo ondulatório dependerá dos valores precisos de  $\lambda$  e de  $L$ . Evitaremos esses casos ambíguos neste livro, usando exemplos e problemas que se encaixem claramente apenas no modelo ondulatório ou no modelo geométrico. Lentes e espelhos, em especial, quase sempre têm tamanhos maiores do que  $1 \text{ mm}$ . Estudaremos a óptica das lentes e dos espelhos no capítulo sobre a óptica geométrica. O presente capítulo sobre a óptica ondulatória considera apenas objetos e aberturas com tamanhos menores do que  $1 \text{ mm}$ .

## 22.6 Interferômetros

Cientistas e engenheiros desenvolveram muitos métodos engenhosos de usar a interferência para controlar o fluxo de luz ou para fazer medições muito precisas com o emprego de ondas luminosas. Um dispositivo que faz uso prático da interferência é o **interferômetro**.

A interferência requer duas ondas com *exatamente* o mesmo comprimento de onda. Uma maneira de garantir que duas ondas tenham comprimentos de onda exatamente iguais é dividir uma onda em duas ondas de amplitudes menores. Posteriormente, em outro ponto do espaço, as duas partes são recombinadas. Os interferômetros, portanto, são baseados na divisão e na recombinação de uma única onda.

Para ilustrar essa idéia, a **FIGURA 22.18** mostra um *interferômetro acústico*. Uma onda sonora parte da extremidade esquerda do tubo. A onda se divide em duas, na junção, e as duas ondas, com amplitudes menores, se propagam por dois caminhos diferentes. A distância  $L$  pode ser alterada deslizando o tubo superior para dentro e para fora, como em um trombone. Após percorrer as distâncias  $r_1$  e  $r_2$ , as ondas são recombinadas, e a superposição resultante se propaga para o microfone. O som que emerge da extremidade direita tem intensidade máxima, intensidade nula ou algo intermediário dependendo da diferença de fase entre as duas ondas ao se recombinarem.

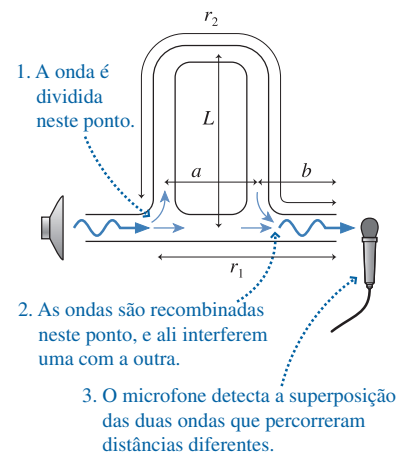
As duas ondas que se propagam pelo interferômetro partiram da *mesma* fonte, o alto-falante; logo, automaticamente, a diferença de fase  $\Delta\phi_0$  entre as fontes de onda é nula. A diferença de fase  $\Delta\phi$  entre as ondas recombinadas deve-se inteiramente às distâncias diferentes percorridas pelas duas ondas antes da recombinação. Consequentemente, as condições para interferência destrutiva e construtiva são as mesmas que obtivemos no Capítulo 21 para fontes idênticas:

$$\begin{aligned} \text{Construtiva:} \quad \Delta r &= m\lambda \\ \text{Destrutiva:} \quad \Delta r &= \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \end{aligned} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (22.28)$$

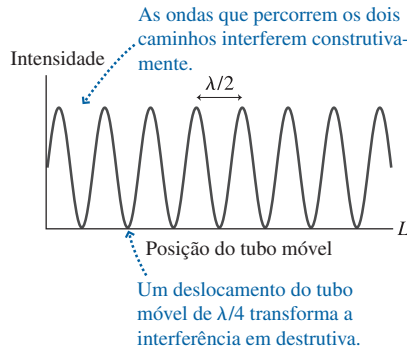
A distância que cada onda percorre é facilmente obtida da Figura 22.18:

$$r_1 = a + b$$

$$r_2 = L + a + L + b = 2L + a + b$$



**FIGURA 22.18** Um interferômetro acústico.



**FIGURA 22.19** Os máximos e mínimos de interferência se alternam quando o tubo superior de um interferômetro acústico é puxado para fora.

Assim, a diferença de caminho entre as ondas é  $\Delta r = r_2 - r_1 = 2L$ , e as condições para interferência construtiva e destrutiva são

$$\begin{aligned} \text{Construtiva: } L &= m \frac{\lambda}{2} \\ \text{Destrutiva: } L &= \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (22.29)$$

As condições de interferência envolvem  $\lambda/2$ , em vez de  $\lambda$ , simplesmente porque a onda que se propaga pelo caminho superior percorre a distância  $L$  duas vezes, uma vez para cima e outra para baixo. Quando  $L = \lambda/2$ , a onda da parte superior percorre um comprimento de onda completo  $\lambda$  a mais do que a onda da parte inferior.

O interferômetro é usado para gravar os máximos e mínimos alternantes do som à medida que o tubo superior é puxado e  $L$  é alterado. A interferência muda de construtiva máxima para perfeitamente destrutiva, e de volta para construtiva máxima toda vez que  $L$  aumentar em meio comprimento de onda. A **FIGURA 22.19** é o gráfico da intensidade sonora no microfone em função do aumento sofrido por  $L$ . Pode-se ver na Equação 22.29 que o número  $\Delta m$  de máximos que aparecem enquanto o comprimento é alterado em  $\Delta L$  é dado pela relação

$$\Delta m = \frac{\Delta L}{\lambda/2} \quad (22.30)$$

A Equação 22.30 é a base para a medição muito precisa de comprimentos de onda.

#### EXEMPLO 22.7 Medição do comprimento da onda sonora

Um alto-falante emite uma onda sonora em direção a um interferômetro acústico. O interferômetro é ajustado de forma que a intensidade sonora de saída seja máxima, e depois o tubo superior é lentamente puxado para fora. Exatamente 10 novos máximos são percebidos quando o tubo é deslocado em 31,52 cm. Qual é o comprimento da onda sonora?

**MODELO** Um interferômetro produz um novo máximo a cada vez que  $L$  aumenta em  $\lambda/2$ , o que faz com que a diferença de caminho  $\Delta r$  aumente em  $\lambda$ .

**RESOLUÇÃO** Usando a Equação 22.30, obtemos

$$\lambda = \frac{2\Delta L}{\Delta m} = \frac{2(31,52 \text{ cm})}{10} = 6,304 \text{ cm}$$

**AVALIAÇÃO** O comprimento de onda pode ser determinado com quatro dígitos significativos porque a distância foi medida com precisão de quatro dígitos significativos.

## O interferômetro de Michelson

Albert Michelson, o primeiro cientista americano a receber o prêmio Nobel, inventou um interferômetro óptico análogo ao interferômetro acústico. O interferômetro de Michelson tem sido amplamente usado por mais de um século para realizar medições precisas de comprimentos de onda e de distâncias, e variações desse interferômetro estão sendo utilizadas agora para controlar a luz em computadores ópticos.

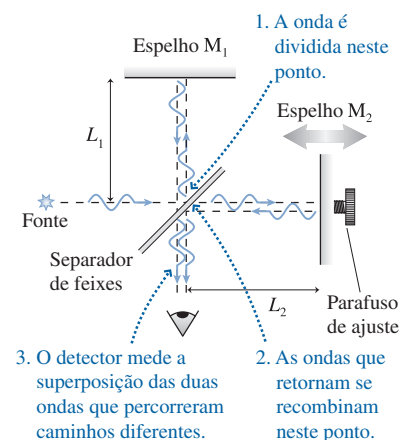
A **FIGURA 22.20** mostra o esquema de um interferômetro de Michelson. A onda luminosa é dividida por um **separador de feixes**, um espelho parcialmente prateado que reflete metade da luz e transmite a outra metade. As duas ondas, então, se propagam em direção aos espelhos  $M_1$  e  $M_2$ . Metade da onda refletida por  $M_1$  é transmitida pelo separador de feixes e se recombina com a metade da outra onda refletida por  $M_2$ . As ondas superpostas seguem em propagação para um detector de luz, que originalmente era o olho de um observador humano, e que agora provavelmente seria um fotodetector eletrônico.

O espelho  $M_2$  pode ser movimentado para a frente ou para trás ajustando-se um parafuso de regulagem de precisão. Isso equivale a puxar o tubo superior no caso do interferômetro acústico. As ondas percorrem as distâncias  $r_1 = 2L_1$  e  $r_2 = 2L_2$ , onde o fator 2 surge porque as ondas se propagam até os espelhos e retornam pelos mesmos caminhos. Assim, a diferença de caminho entre as duas ondas é

$$\Delta r = 2L_2 - 2L_1 \quad (22.31)$$

A condição para interferência construtiva é  $\Delta r = m\lambda$ ; portanto, a interferência construtiva ocorre quando

$$\text{Construtiva: } L_2 - L_1 = m \frac{\lambda}{2} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (22.32)$$



**FIGURA 22.20** Esquema do interferômetro de Michelson.

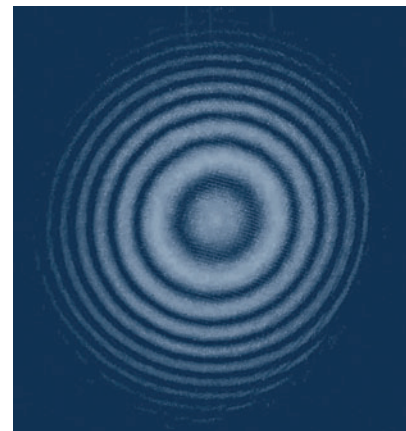
Este resultado é praticamente idêntico à Equação 22.29 para um interferômetro acústico. Ambos dividem uma onda, direcionam as duas ondas de menor amplitude por dois caminhos que diferem em comprimento por  $\Delta r$  e, depois, as recombina em um detector.

Talvez você esperasse que a saída do interferômetro fosse do tipo “claro” ou “escuro”. Em vez disso, uma tela de visualização mostra o padrão de franjas de interferência circular visto na FIGURA 22.21. A análise que fizemos é válida apenas para ondas luminosas que incidem nos espelhos exatamente perpendiculares às suas superfícies. Em um experimento real, algumas das ondas luminosas entram no interferômetro em ângulos levemente diferentes e, como resultado, as ondas recombinadas apresentam caminhos  $\Delta r$  ligeiramente diferentes. Essas ondas produzem as franjas alternadamente claras e escuras à medida que nos afastamos do centro do padrão. A análise correspondente a esta situação será deixada para cursos de óptica mais avançados. A Equação 22.32 é válida para o *centro* do padrão circular, de modo que existe um ponto central brilhante quando a Equação 22.32 é satisfeita.

Se o espelho  $M_2$  for movimentado apertando-se o parafuso, o ponto central do padrão de franjas será alternado de claro para escuro. A saída registrada por um detector se parece exatamente com os sons alternadamente altos e baixos representados na Figura 22.19. Suponha que o interferômetro seja ajustado de modo a produzir um ponto central brilhante. O próximo ponto brilhante aparecerá quando  $M_2$  tiver se movido a metade de um comprimento de onda, o que aumenta a diferença de caminho total em um comprimento de onda completo. O número  $\Delta m$  de máximos que aparecem quando  $M_2$  é movimentado em uma distância  $\Delta L_2$  é

$$\Delta m = \frac{\Delta L_2}{\lambda/2} \quad (22.33)$$

Pode-se realizar medições muito precisas de comprimentos de onda movendo-se o espelho e contando-se o número de novos pontos brilhantes que simultaneamente aparecem no centro do padrão. O número  $\Delta m$  pode ser contado e conhecido com muita precisão. A única limitação quanto à precisão com que  $\lambda$  pode ser medido dessa maneira é determinada pela precisão com que a distância  $\Delta L_2$  pode ser medida. Diferentemente de  $\lambda$ , que é microscópico,  $\Delta L_2$  mede tipicamente uns poucos milímetros, uma distância macroscópica que pode ser medida com muita precisão por meio de parafusos de precisão, de micrômetros e outras técnicas. A invenção de Michelson forneceu uma maneira de transformar a precisão em medições de distâncias macroscópicas para uma precisão igual em medições de comprimentos de onda de luz.



**FIGURA 22.21** Fotografia das franjas de interferência produzidas por um interferômetro de Michelson.

#### EXEMPLO 22.8 Medição do comprimento de onda luminosa

Um pesquisador usa um interferômetro de Michelson para medir um dos comprimentos de onda luminosa emitidos por átomos de neônio. Ele movimenta lentamente o espelho  $M_2$  até que tenham aparecido 10.000 novos pontos centrais brilhantes. (Em um experimento moderno, um fotodetector e um computador eliminariam a possibilidade de erro de contagem por parte do pesquisador.) Ele, então, mede a distância ao longo da qual o espelho foi deslocado como igual a 3,164 mm. Qual é o comprimento de onda da luz?

**MODELO** Todo interferômetro produz um novo máximo a cada vez que  $L_2$  aumenta em  $\lambda/2$ .

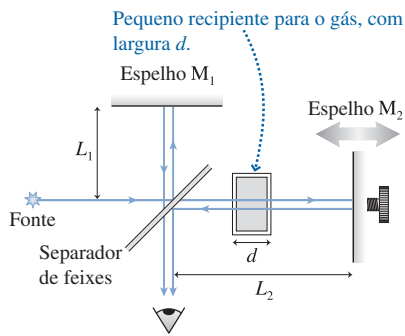
**RESOLUÇÃO** O espelho é movimentado em  $\Delta L_2 = 3,164 \text{ mm} = 3,164 \times 10^{-3} \text{ m}$ . Usando a Equação 10.33, obtemos

$$\lambda = \frac{2\Delta L_2}{\Delta m} = 6,328 \times 10^{-7} \text{ m} = 632,8 \text{ nm}$$

**AValiação** Uma medição de  $\Delta L_2$  com precisão de quatro dígitos significativos nos permite determinar  $\lambda$  com quatro dígitos significativos. Este é o comprimento de onda do neônio que é emitido no feixe de um laser de hélio-neônio.

**PARE E PENSE 22.5** Um interferômetro de Michelson é usado com luz de comprimento de onda  $\lambda$  e ajustado para produzir um ponto brilhante no centro do padrão de interferência. O espelho  $M_1$ , então, é deslocado por uma distância  $\lambda$  em direção ao separador de feixes, enquanto  $M_2$  é afastado do separador de feixes por uma distância  $\lambda$ . Durante os deslocamentos, quantas alterações são vistas de franja escura para franja brilhante?

- 0
- 1
- 2
- 4
- 8
- Não é possível dizer sem conhecer  $\lambda$ .



**FIGURA 22.22** Medição do índice de refração.

## Medição de índices de refração

O interferômetro de Michelson pode ser usado para medir índices de refração, principalmente de gases, em função do comprimento de onda. Na **FIGURA 22.22**, um pequeno recipiente de largura  $d$  conhecida com precisão foi inserido em um dos braços do interferômetro. Inicialmente, todo o ar é bombeado para fora da célula. Quando a luz se propaga do separador de feixes até o espelho e retorna, o número de comprimentos de onda que cabem dentro do recipiente é

$$m_1 = \frac{2d}{\lambda_{\text{vac}}} \quad (22.34)$$

onde o fator 2 surge porque a luz atravessa duas vezes o recipiente.

A seguir, a célula é preenchida com um gás a uma pressão de 1 atm. A luz se propaga no gás com velocidade ligeiramente menor e seu índice de refração é  $n = c/v$ . No Capítulo 20, você aprendeu que o comprimento de onda luminosa em um material com índice de refração  $n$  é  $\lambda_{\text{vac}}/n$ . Com o recipiente preenchido com o gás, o número de comprimentos de onda que cabem na distância  $d$  é

$$m_2 = \frac{2d}{\lambda} = \frac{2d}{\lambda_{\text{vac}}/n} \quad (22.35)$$

A distância física não sofreu alteração, todavia o número de comprimentos de onda ao longo do caminho inferior foi alterado. O preenchimento da célula com o gás aumentou o caminho inferior em

$$\Delta m = m_2 - m_1 = (n - 1) \frac{2d}{\lambda_{\text{vac}}} \quad (22.36)$$

comprimentos de onda. Cada aumento de um comprimento de onda causa uma mudança de franja brilhante para franja escura na saída, portanto o índice de refração pode ser determinado contando-se as alterações das franjas à medida que o recipiente é preenchido com o gás.

### EXEMPLO 22.9 Medindo o índice de refração

Um interferômetro de Michelson usa luz de comprimento de onda  $\lambda_{\text{vac}} = 633 \text{ nm}$  emitida por um laser de hélio-neônio. À medida que um pequeno recipiente de 4,00 cm de largura é lentamente preenchido com um gás, são vistas e contadas 43 mudanças de franja brilhante para franja escura. Qual é o índice de refração do gás para este comprimento de onda?

**MODELO** A presença do gás aumenta o número de comprimentos de onda em um dos braços do interferômetro. Cada comprimento de onda adicional causa uma mudança de franja brilhante para franja escura.

**RESOLUÇÃO** Rearranjando a Equação 22.36, obtemos o índice de refração:

$$n = 1 + \frac{\lambda_{\text{vac}} \Delta m}{2d} = 1 + \frac{(633 \times 10^{-9} \text{ m})(43)}{2(0,0400 \text{ m})} = 1,00034$$

**AVALIAÇÃO** Pode parecer que este resultado tenha seis algarismos significativos, mas na verdade são apenas dois. O que estamos medindo não é  $n$ , e sim  $n - 1$ . Determinamos o valor da contagem de franjas com dois dígitos significativos, o que nos permitiu computar  $n - 1 = \lambda_{\text{vac}} \Delta m / 2d = 3,4 \times 10^{-4}$ .

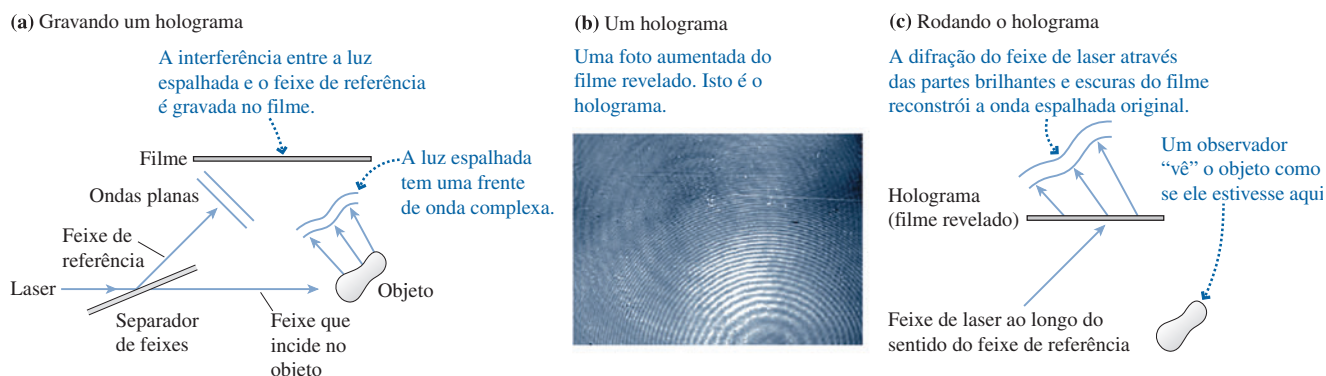
## Holografia

Nenhuma discussão da óptica ondulatória estaria completa sem mencionar a holografia, que possibilita aplicações científicas e artísticas. A idéia básica é uma simples extensão da interferometria.

A **FIGURA 22.23a** mostra como é feito um **holograma**. Um separador de feixe divide um feixe de laser em duas ondas. Uma delas ilumina o objeto de interesse. A luz espalhada pelo objeto é uma onda muito complexa, mas é a onda que você veria se olhasse para o objeto a partir da posição do filme. A outra onda, chamada de *feixe de referência*, é refletida diretamente em direção ao filme. A luz espalhada e o feixe de referência se encontram no filme e lá interferem. O filme, portanto, grava o padrão de interferência.

Os padrões de interferência que analisamos neste capítulo são padrões simples, formados por franjas ou círculos, porque as ondas luminosas usadas foram ondas planas e esféricas bem comportadas. A onda luminosa espalhada pelo objeto da Figura 22.23a é

complexa demais. Como resultado, o padrão de interferência gravado no filme – o holograma – é um padrão aparentemente aleatório de espirais e manchas. A **FIGURA 22.23b** é uma fotografia ampliada de uma porção de um holograma. Certamente não é óbvio que as informações estejam armazenadas neste padrão, mas de fato elas estão.



**FIGURA 22.23** A holografia é uma aplicação importante da óptica ondulatória.

O holograma é “passado” enviando apenas o feixe de referência através dele, como visto na **FIGURA 22.23c**. O feixe de referência difrata através das partes transparentes do holograma, assim como o faria através das fendas de uma rede de difração. Convenientemente, a onda difratada é *exatamente igual* à onda luminosa que fora espalhada pelo objeto! Em outras palavras, o feixe de referência difratado *reconstrói* a onda original que fora espalhada. À medida que você olha para a onda difratada, do outro lado do holograma, você “vê” o objeto exatamente como se ele estivesse lá. A visão é tridimensional porque, ao mover sua cabeça com relação ao holograma, você poderá ver diferentes porções da frente de onda.



## RESUMO

O objetivo do Capítulo 22 foi compreender e aplicar o modelo ondulatório para a luz.

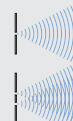
## Princípios gerais

O **princípio de Huygens** afirma que cada ponto de uma frente de onda é fonte de uma pequena ondulação esférica. Em um instante posterior, a frente de onda é a curva que tangencia todas as ondulações naquele instante.



A **difração** é o desvio de uma onda ao passar por uma abertura.

A **interferência** construtiva e destrutiva devem-se à superposição de duas ou mais ondas quando elas se propagam atrás de aberturas.



## Conceitos importantes

O **modelo ondulatório** considera a luz como uma onda que se propaga através do espaço. A difração e a interferência são muito importantes. O **modelo geométrico** considera que a luz se desloca em linhas retas, como se fosse formada por pequenas partículas. A difração e a interferência não são relevantes.

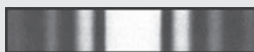
A difração é importante quando a largura do padrão de difração de uma abertura é igual ou maior do que o tamanho da própria abertura. Para uma abertura circular, o limite entre os domínios de validade do modelo ondulatório e do modelo geométrico ocorre para uma abertura com diâmetro  $D_c = \sqrt{2,44\lambda L}$ .

Na prática,  $D_c \approx 1$  mm. Portanto,

- Use o modelo ondulatório quando a luz passa por aberturas com tamanhos  $< 1$  mm. Os efeitos da difração geralmente são importantes.
- Use o modelo geométrico quando a luz passa por aberturas com tamanhos  $> 1$  mm. A difração geralmente não é importante.

## Aplicações

**Fenda simples** de largura  $a$ .  
Um **máximo central** claro com largura



$$w = \frac{2\lambda L}{a}$$

é ladeado por **máximos secundários** mais fracos. Franjas escuras estão localizadas em ângulos tais que

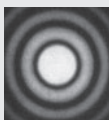
$$a \sin \theta_p = p\lambda \quad p = 1, 2, 3, \dots$$

Se  $\lambda/a \ll 1$ , então, com base na aproximação para pequenos ângulos,

$$\theta_p = \frac{p\lambda}{a} \quad y_p = \frac{p\lambda L}{a}$$

**Abertura circular** com diâmetro  $D$ .  
Um máximo central claro com diâmetro de

$$w = \frac{2,44\lambda L}{D}$$



é cercado por máximos secundários circulares. A primeira franja escura está localizada em

$$\theta_1 = \frac{1,22\lambda}{D} \quad y_1 = \frac{1,22\lambda L}{D}$$

Para uma abertura de formato qualquer, um tamanho menor da abertura causa um grande espalhamento da onda por trás do anteparo contendo a abertura.

## Interferência devido à divisão de frentes de onda

As ondas se superpõem quando se propagam atrás das fendas. A interferência construtiva ocorre ao longo de linhas antinodais. As franjas brilhantes são vistas onde as linhas antinodais interceptam a tela de visualização.

**Fenda dupla** com separação  $d$ .

Franjas brilhantes igualmente espaçadas se localizam em



$$\theta_m = \frac{m\lambda}{d} \quad y_m = \frac{m\lambda L}{d} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

O **espaçamento entre as franjas** é  $\Delta y = \frac{\lambda L}{d}$

**Rede de difração** com espaçamento  $d$  entre fendas.

Franjas muito claras e estreitas se localizam em ângulos e posições dadas por



$$d \sin \theta_m = m\lambda \quad y_m = L \tan \theta_m$$

## Interferência devido à divisão da amplitude

Um interferômetro divide uma onda, faz com que as duas novas ondas percorram caminhos diferentes e, depois, as recombina. A interferência será construtiva se uma das ondas percorrer um número inteiro de comprimentos de onda a mais ou a menos do que a outra onda. A diferença pode se dever a uma diferença de caminho real ou a um índice de refração diferente ao longo de um dos caminhos.

## Interferômetro de Michelson

Quando o espelho  $M_2$  é deslocado em uma distância  $\Delta L_2$ , o número de alterações de franja brilhante para franja escura é

$$\Delta m = \frac{\Delta L_2}{\lambda/2}$$

## Termos e notação

óptica  
difração  
modelos da luz  
óptica ondulatória  
óptica geométrica

fenda dupla  
franças de interferência  
máximo central  
espaçamento entre as franjas,  $\Delta y$   
rede de difração

ordem,  $m$   
espectroscopia  
difração de fenda simples  
máximos secundários  
princípio de Huygens

abertura circular  
interferômetro  
separador de feixes  
holograma

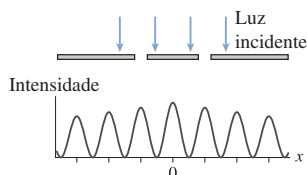


Para a tarefa de casa indicada no *MasteringPhysics*, acessar [www.masteringphysics.com](http://www.masteringphysics.com)

A dificuldade de um problema é indicada por símbolos que vão de I (fácil) a III (desafiador).

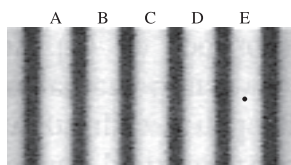
## QUESTÕES CONCEITUAIS

1. A **FIGURA Q22.1** mostra ondas luminosas que passam por duas fendas estreitamente espaçadas. O gráfico representa a intensidade da luz em uma tela atrás das fendas. Reproduza esses eixos do gráfico, incluindo o zero e as marcas que indicam a localização das franjas de fenda dupla, depois desenhe um gráfico que mostre como o padrão de intensidade de luz se parecerá se a fenda direita for bloqueada, permitindo-se que a luz passe apenas através da fenda esquerda. Explique seu raciocínio.



**FIGURA Q22.1**

2. Em um experimento de interferência de fenda dupla, quais das seguintes ações (pode haver mais de uma) fariam com que o espaçamento entre as franjas aumentasse? (a) Aumentar o comprimento de onda da luz. (b) Aumentar o espaçamento entre as fendas. (c) Aumentar a distância da tela de visualização. (d) Submergir todo o arranjo experimental na água.
3. Considere a **FIGURA Q22.3**, que mostra a tela de visualização de um experimento de fenda dupla.
- O que acontecerá ao espaçamento entre as franjas se o comprimento de onda da luz for diminuído?
  - O que acontecerá ao espaçamento entre as franjas se o espaçamento entre as fendas for diminuído?
  - O que acontecerá ao espaçamento entre as franjas se a distância até a tela for diminuída?
  - Suponha que o comprimento de onda da luz seja 500 nm. Quanto mais afastado da fenda esquerda está o ponto da tela no centro da franja E em relação à fenda direita?



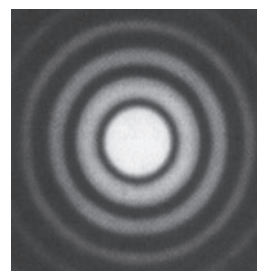
**FIGURA Q22.3**

4. A **FIGURA Q22.3** mostra o padrão de interferência visto em uma tela de visualização atrás de 2 fendas. Suponha que elas fossem substituídas por 20 fendas com o mesmo espaçamento  $d$  entre fendas adjacentes.
- O número de franjas na tela aumentaria, diminuiria ou permaneceria inalterado?
  - O espaçamento entre as franjas aumentaria, diminuiria ou permaneceria inalterado?
  - A largura de cada franja aumentaria, diminuiria ou permaneceria inalterada?
  - O brilho de cada franja aumentaria, diminuiria ou permaneceria inalterado?
5. A **FIGURA Q22.5** mostra a intensidade de luz na tela de visualização atrás de uma fenda simples de largura  $a$ . O comprimento de onda da luz é  $\lambda$ . Decida se  $\lambda < a$ ,  $\lambda = a$ ,  $\lambda > a$ , ou isso não é possível saber? Explique.



**FIGURA Q22.5**

6. A **FIGURA Q22.6** mostra a intensidade de luz na tela de visualização atrás de uma abertura circular. O que acontecerá com a largura do máximo central se:
- O comprimento de onda for aumentado?
  - O diâmetro da abertura for aumentado?
  - Como será a aparência da tela se o diâmetro da abertura for menor do que o comprimento de onda da luz usada?



**FIGURA Q22.6**

7. Franjas estreitas e brilhantes são observadas atrás de uma rede de difração. A seguir, todo o arranjo experimental é imerso em água. Na tela, as franjas se aproximam, se afastam, permanecem inalteradas ou desaparecem? Explique.
8. a. Luz verde incide em um orifício com 100 mm de diâmetro e é observada em uma tela. Se o diâmetro do orifício for aumentado em 20%, o diâmetro do ponto circular luminoso na tela diminuirá, aumentará ou permanecerá inalterado? Explique.  
b. Luz verde incide em um orifício de  $100\ \mu\text{m}$  de diâmetro e é observada em uma tela. Se o diâmetro do orifício for aumentado em 20%, o ponto circular luminoso na tela diminuirá, aumentará ou permanecerá inalterado? Explique.
9. A FIGURA Q22.9 mostra um tubo no qual se propagam ondas sonoras com  $\lambda = 4,0\ \text{cm}$  da esquerda para a direita. A onda se divide na primeira junção e se recombina na segunda. Os pontos e os triângulos assinalados indicam as posições das cristas de onda em  $t = 0\ \text{s}$  – bem como um diagrama de frente de onda muito simples.
- a. Que distância *extra* a onda superior deve percorrer? Essa distância extra equivale a quantos comprimentos de onda?

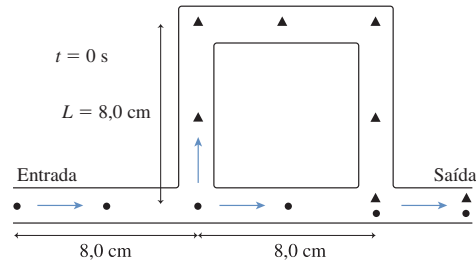


FIGURA Q22.9

- b. As ondas recombinadas interferem construtiva ou destrutivamente? Explique.
10. Um interferômetro de Michelson é ajustado para mostrar interferência construtiva (um ponto central brilhante no padrão de franjas da Figura 22.21) quando a luz usada tem comprimento de onda  $\lambda$ . Se o comprimento de onda for alterado para  $\lambda/2$ , o ponto central permanecerá brilhante, tornar-se-á escuro ou as franjas desaparecerão? Explique. Suponha que as franjas sejam vistas por meio de um detector sensível aos dois comprimentos de onda.

## EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

### Exercícios

#### Seção 22.2 Interferência luminosa

1. I Duas fendas estreitas, separadas por  $50\ \mu\text{m}$  de distância, são iluminadas por luz de comprimento de onda igual a  $500\ \text{nm}$ . Qual é o ângulo, em radianos, correspondente à franja brilhante de ordem  $m = 2$ ? Quanto vale este ângulo em graus?
2. I Luz com comprimento de onda de  $500\ \text{nm}$  ilumina uma fenda dupla, e o padrão de interferência é observado em uma tela. Na posição da franja brilhante correspondente a  $m = 2$ , quão mais afastada ela está da fenda mais distante que dá mais próxima?
3. I Uma fenda dupla é iluminada simultaneamente com luz laranja de comprimento de onda de  $600\ \text{nm}$  e com outra luz de comprimento de onda desconhecido. A franja brilhante correspondente a  $m = 4$  devido ao comprimento de onda desconhecido se sobrepõe à franja laranja clara correspondente a  $m = 3$  devido ao comprimento de onda conhecido. Qual é o valor do comprimento de onda desconhecido?
4. I Um experimento de fenda dupla é realizado com luz de comprimento de onda igual a  $600\ \text{nm}$ . As franjas brilhantes de interferência se encontram à distância de  $1,8\ \text{mm}$  da tela de visualização. Qual será o espaçamento entre as franjas se o comprimento de onda da luz usada for alterado para  $400\ \text{nm}$ ?
5. I Luz de comprimento de onda igual a  $600\ \text{nm}$  ilumina uma fenda dupla. O padrão de intensidade mostrado na FIGURA EX22.5 é visto em uma tela posicionada  $2,0\ \text{m}$  atrás das fendas. Qual é o espaçamento (em mm) entre as fendas?

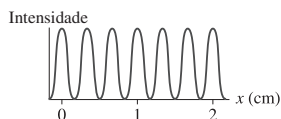


FIGURA EX22.5

6. II A luz proveniente de uma lâmpada de sódio ( $\lambda = 589\ \text{nm}$ ) ilumina duas fendas estreitas. O espaçamento entre as franjas em uma tela posicionada  $150\ \text{cm}$  atrás das fendas é de  $4,0\ \text{mm}$ . Qual é o espaçamento (em mm) entre as duas fendas?

7. II Um padrão de interferência de fenda dupla é criado por duas fendas estreitas com espaçamento de  $0,20\ \text{mm}$  entre si. Em uma tela posicionada  $60\ \text{cm}$  atrás das fendas, a distância entre o primeiro e o quinto mínimo é  $6,0\ \text{mm}$ . Qual é o comprimento de onda (em nm) da luz usada no experimento?
8. II A luz emitida por um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633\ \text{nm}$ ) ilumina duas fendas estreitas. O padrão de interferência é observado em uma tela posicionada  $3,0\ \text{m}$  atrás das fendas. Doze franjas brilhantes são vistas ao longo de uma distância de  $52\ \text{mm}$  na tela. Qual é o espaçamento (em mm) entre as fendas?

#### Seção 22.3 Redes de difração

9. I Uma rede de difração de  $1,0\ \text{cm}$  de largura possui 1000 fendas. Ela é iluminada por luz de comprimento de onda de  $550\ \text{nm}$ . Quais são os ângulos (em graus) das duas primeiras ordens de difração?
10. I Uma rede de difração produz um máximo de primeira ordem correspondente a um ângulo de  $20,0^\circ$ . Qual é o ângulo correspondente ao máximo de segunda ordem?
11. II Luz de comprimento de onda de  $600\ \text{nm}$  ilumina uma rede de difração. O máximo de segunda ordem corresponde a um ângulo de  $39,5^\circ$ . Quantas linhas por milímetro a rede possui?
12. II Um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633\ \text{nm}$ ) ilumina uma rede de difração. A distância entre as duas franjas brilhantes correspondentes a  $m = 1$  é de  $32\ \text{cm}$ , em uma tela posicionada  $2,0\ \text{m}$  atrás da rede. Qual é o espaçamento entre as fendas da rede?
13. II Os dois comprimentos de onda predominantes na luz emitida por uma lâmpada de hidrogênio são  $656\ \text{nm}$  (luz vermelha) e  $486\ \text{nm}$  (luz azul). A luz de uma lâmpada de hidrogênio ilumina uma rede de difração com  $500\ \text{linhas/mm}$ , e a luz difratada é observada em uma tela posicionada  $1,5\ \text{m}$  atrás da rede. Qual é a distância entre as franjas de primeira ordem vermelhas e azuis?
14. II Uma rede de difração com  $500\ \text{linhas/mm}$  é iluminada por luz de comprimento de onda igual a  $510\ \text{nm}$ . Quantas franjas brilhantes são vistas em uma tela de  $2,0\ \text{m}$  de largura posicionada  $2,0\ \text{m}$  atrás da rede?

## Seção 22.4 Difração de fenda simples

15. I Um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) ilumina uma fenda simples e é observado em uma tela posicionada 1,5 m atrás da fenda. A distância entre o primeiro e o segundo mínimos do padrão de difração é 4,75 mm. Qual é a largura (em mm) da fenda?
16. I Em um experimento com uma fenda simples, a largura da mesma é 200 vezes maior do que o comprimento de onda da luz usada. Qual é a largura (em mm) do máximo central em uma tela posicionada 2,0 m atrás da fenda?
17. I O segundo mínimo do padrão de difração de uma fenda com 0,10 mm de largura corresponde ao ângulo de  $0,70^\circ$ . Qual é o comprimento de onda (em nm) da luz usada?
18. I Luz de comprimento de onda de 600 nm ilumina uma fenda simples. O padrão de intensidade mostrado na FIGURA EX22.18 é observado em uma tela posicionada 2,0 m atrás das fendas. Qual é a largura (em mm) da fenda?

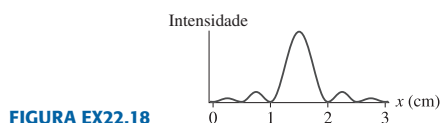


FIGURA EX22.18

19. II Uma fenda com 0,50 mm de largura é iluminada por luz de comprimento de onda igual a 550 nm. Qual é a largura (em mm) do máximo central em uma tela posicionada 2,0 m atrás da fenda?
20. II Você precisa usar o telefone celular, que transmite um sinal de 800 MHz, mas está atrás de prédios enormes que absorvem ondas de rádio, sendo de 15 m a distância entre os prédios. Qual é a largura angular, em graus, da onda eletromagnética depois que ela emerge entre os prédios?
21. II A abertura de uma caverna é uma rachadura alta com 30 cm de largura. Um morcego que se prepara para sair da caverna emite um guincho ultra-sônico de 30 kHz. Qual é a largura do “feixe de som” a 100 m fora da entrada da caverna? Considere  $v_{\text{som}} = 340 \text{ m/s}$ .

## Seção 22.5 Difração em aberturas circulares

22. I Um orifício com 0,50 mm de largura é iluminado por luz de comprimento de onda igual a 500 nm. Qual é a largura (em mm) do máximo central em uma tela posicionada 2,0 m atrás da fenda?
23. I Luz infravermelha de comprimento de onda igual a  $2,5 \mu\text{m}$  ilumina um orifício com 0,20 mm de diâmetro. Qual é o ângulo correspondente à primeira franja escura em radianos? E em graus?
24. II A luz de um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) passa por uma abertura circular e é observada em uma tela posicionada 4,0 m atrás da abertura. A largura do máximo central é 2,5 cm. Qual é o diâmetro (em mm) do orifício?
25. II Você deseja fotografar um padrão de difração circular cujo máximo central tem um diâmetro de 1,0 cm. Você dispõe de um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) e de um anteparo com um orifício de 0,12 mm de diâmetro. A que distância atrás do furo você deve posicionar a tela de visualização?

## Seção 22.6 Interferômetros

26. I Deslocar o espelho  $M_2$  de um interferômetro de Michelson em  $100 \mu\text{m}$  causa 500 alterações de franjas brilhantes em franjas escuras. Qual é o comprimento de onda da luz usada?
27. I Um interferômetro de Michelson usa luz vermelha com comprimento de onda igual a 656,45 nm emitida por uma lâmpada de hidrogênio. Quantas alterações de franjas escuras para claras serão observadas se o espelho  $M_2$  for deslocado exatamente em 1 cm?

28. II Um interferômetro de Michelson usa luz cujo comprimento de onda vale 602,446 nm. O espelho  $M_2$  é lentamente deslocado, enquanto são observadas 33.198 alterações de franjas brilhantes para escuras. Em que distância  $M_2$  foi deslocado? Certifique-se de expressar a resposta com o número adequado de algarismos significativos.
29. I Um interferômetro de Michelson usa luz emitida por uma lâmpada de sódio. Os átomos de sódio emitem luz com comprimentos de onda de 589,0 nm e 589,6 nm. O interferômetro é inicialmente ajustado com ambos os braços de mesmo comprimento ( $L_1 = L_2$ ), produzindo um ponto claro no centro do padrão de interferência visto na tela. Em que distância o espelho  $M_2$  deve ser deslocado a fim de que um comprimento de onda produza um novo máximo a mais do que o outro comprimento de onda?

## Problemas

30. II A FIGURA P22.30 mostra a intensidade de luz em uma tela de visualização posicionada 2,5 m atrás de uma abertura. A abertura é iluminada por luz de comprimento de onda igual a 600 nm.
- a. A abertura é uma fenda simples ou uma fenda dupla? Explique.
- b. Se a abertura é uma fenda simples, quanto vale a sua largura? Caso seja uma fenda dupla, quanto vale o espaçamento entre as fendas?

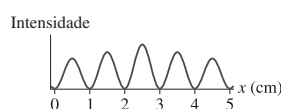


FIGURA P22.30

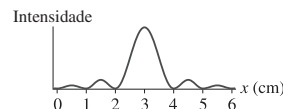


FIGURA P22.31

31. I A FIGURA P22.31 representa a intensidade de luz em uma tela de visualização situada 2,5 m atrás de uma abertura. A abertura é iluminada com luz de comprimento de onda igual a 600 nm.
- a. A abertura é uma fenda simples ou uma fenda dupla? Explique.
- b. Se a abertura é uma fenda simples, quanto vale a sua largura? Caso ela seja uma fenda dupla, quanto vale o espaçamento entre as fendas?
32. I Em um experimento de fenda dupla, a separação entre as fendas é 200 vezes maior do que o comprimento de onda da luz usada. Qual é a separação angular (em graus) entre duas franjas brilhantes adjacentes?
33. II Um padrão de interferência de fenda dupla revela um espaçamento entre franjas de 4,0 mm. A que distância do máximo central está a primeira posição em que a intensidade é igual a  $I_1$ ?
34. II A FIGURA P22.34 representa a intensidade luminosa em uma tela posicionada atrás de uma fenda dupla. O espaçamento entre as fendas é 0,20 mm, e o comprimento de onda da luz é 600 nm. Qual é a distância das fendas até a tela?

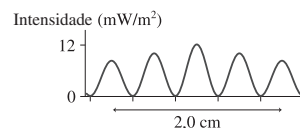


FIGURA P22.34

35. II A FIGURA P22.34 representa a intensidade luminosa em uma tela situada atrás de uma fenda dupla. O espaçamento entre as fendas é 0,20 mm, e a tela está posicionada 2,0 m atrás das fendas. Qual é o comprimento de onda (em nm) da luz usada?
36. II A FIGURA P22.34 representa a intensidade luminosa em uma tela situada atrás de uma fenda dupla. Suponha que uma das fendas esteja coberta. Qual será a intensidade da luz no centro da tela produzida pela luz restante?

37. || Uma rede de difração com 500 linhas/mm refrata luz visível em  $30^\circ$ . Qual é o comprimento de onda da luz usada?
38. || A luz passa por uma rede com 200 linhas/mm e é observada em uma tela com 1,0 m de largura posicionada 1,0 m atrás da rede. Três franjas brilhantes são vistas nos dois lados do máximo central. Quais são os valores mínimos e máximos possíveis para o comprimento de onda (em nm) da luz usada?
39. || Átomos de hélio emitem luz em diversos comprimentos de onda. A luz emitida por uma lâmpada de hélio ilumina uma rede de difração e é observada em uma tela posicionada 50,0 cm atrás da rede. A emissão no comprimento de onda 501,5 nm produz uma franja brilhante de primeira ordem a 21,90 cm do máximo central. Qual é o comprimento de onda que produz uma franja brilhante a 31,60 cm do máximo central?
40. || A luz emitida pelo elemento X passa por uma rede de difração com 1200 linhas/mm. O padrão de difração é observado em uma tela posicionada 75,0 cm atrás da rede. As franjas brilhantes são vistas na tela a distâncias de 56,2 cm, 65,9 cm e 93,5 cm em relação ao máximo central. Nenhuma outra franja é observada.
- Qual é o valor de  $m$  correspondente a cada um desses comprimentos de onda difratados? Explique por que apenas um valor é possível de ser visto.
  - Quais são os comprimentos de onda luminosa emitidos pelo elemento X?
41. || Uma rede de difração com 600 linhas/mm é iluminada por luz de comprimento de onda igual a 500 nm. Uma tela de visualização bastante larga está posicionada 2,0 m atrás da rede.
- Qual é a distância entre as duas franjas brilhantes correspondentes a  $m = 1$ ?
  - Quantas franjas brilhantes podem ser vistas na tela?
42. || Uma rede de difração é iluminada simultaneamente por luz vermelha de comprimento de onda de 660 nm e por luz de comprimento de onda desconhecido. O máximo de quinta ordem produzido pelo comprimento de onda desconhecido se sobrepõe exatamente ao máximo de terceira ordem produzido pela luz vermelha. Qual é o valor do comprimento de onda desconhecido?
43. || A luz branca (400-700 nm) incidente em uma rede de difração com 600 linhas/mm produz um arco-íris de luz difratada. Qual é a largura do arco-íris de primeira ordem em uma tela posicionada 2,0 m atrás da rede?
44. || Para o seu projeto em uma feira de ciências, você precisa projetar uma rede de difração que dispersará o espectro visível (400-700 nm) ao longo de  $30,0^\circ$  em primeira ordem.
- Quantas linhas por milímetro a sua rede precisará conter?
  - Qual será o ângulo de difração correspondente à primeira ordem para a luz emitida por uma lâmpada de sódio ( $\lambda = 589$  nm)?
45. || A FIGURA P22.45 mostra o padrão de interferência em uma tela posicionada 1,0 m atrás de uma rede de difração com 800 linhas/mm. Qual é o comprimento de onda (em nm) da luz?

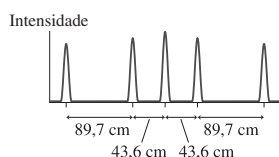


FIGURA P22.45

46. || A FIGURA P22.45 mostra o padrão de interferência em uma tela posicionada 1,0 m atrás de uma rede de difração. O comprimento de onda da luz é igual a 600 nm. Quantas linhas por milímetro esta rede contém?
47. || A luz proveniente de uma lâmpada de sódio ( $\lambda = 589$  nm) ilumina uma fenda estreita e é observada em uma tela situada 75 cm atrás

da fenda. A distância entre a primeira e a terceira franjas brilhantes é de 7,5 mm. Qual é a largura (em mm) da fenda?

48. || As asas de alguns besouros contêm linhas paralelas de melanina estreitamente espaçadas, fazendo com que a asa se comporte como uma rede de reflexão. Suponha que a luz solar incida diretamente sobre a asa de um besouro. Se as linhas de melanina da asa estiverem espaçadas por  $2,0 \mu\text{m}$ , qual será o ângulo correspondente à difração de primeira ordem para luz verde ( $\lambda = 550$  nm)?



49. || A FIGURA P22.49 mostra o padrão de interferência de segunda ordem visto em uma tela 1,50 m atrás de uma rede de difração. O maior dos dois comprimentos de onda que produz o padrão vale 610 nm. Quanto vale o menor dos dois comprimentos de onda?

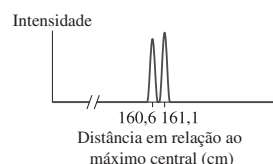


FIGURA P22.49

50. || Para qual razão entre largura de fenda e comprimento de onda o primeiro mínimo de um padrão de difração produzido em uma fenda simples corresponde a (a)  $30^\circ$ , (b)  $60^\circ$  e (c)  $90^\circ$ ?
51. || Qual é a largura de uma fenda para a qual o primeiro mínimo corresponde a  $45^\circ$  quando a fenda é iluminada por um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633$  nm)?
52. || A luz de um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633$  nm) incide sobre uma fenda simples. Qual é a maior largura de fenda para a qual não ocorrem mínimos no padrão de difração?
53. || A FIGURA P22.53 mostra a intensidade luminosa em uma tela atrás de uma fenda simples. A largura da fenda é 0,20 mm, e a tela encontra-se 1,5 m atrás da fenda. Qual é o comprimento de onda (em nm) da luz usada?

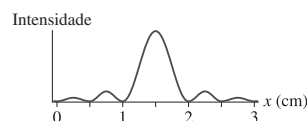


FIGURA P22.53

54. || A FIGURA P22.53 representa a intensidade de luz em uma tela atrás de uma fenda simples. O comprimento de onda da luz é de 600 nm, e a largura da fenda vale 0,15 mm. Qual é a distância da fenda até a tela?
55. || A FIGURA P22.53 mostra a intensidade luminosa em uma tela posicionada atrás de uma abertura circular. O comprimento de onda da luz é 500 nm, e a tela encontra-se 1,0 m atrás da fenda. Qual é o diâmetro (em mm) da abertura?
56. || A luz de um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633$  nm) ilumina uma abertura circular. Observa-se que o diâmetro do máximo central, em uma tela posicionada 50 cm atrás da abertura, equivale ao diâmetro da imagem geométrica. Qual é o diâmetro (em mm) da abertura?
57. || Um dia, após baixar a persiana da janela, você nota que a luz solar passa por um pequeno furo na persiana, projetando luz sobre uma região da parede oposta. Como recentemente estudou óptica nas aulas de física, você não fica tão surpreso ao ver que a porção iluminada da parede parece conter um padrão de difração circular.



O máximo central aparenta ter uma largura de aproximadamente 1 cm, e você estima que a distância da persiana até a parede seja de aproximadamente 3 m. Estime (a) o comprimento de onda médio da luz solar (em nm) e (b) o diâmetro do furo (em mm).

58. || Um radar de rastreamento de aeronaves emite um feixe de microondas de 12 GHz por uma antena circular de radar com 2,0 m de diâmetro. Do ponto de vista ondulatório, a antena constitui uma abertura circular na qual as microondas sofrem difração.
- Qual é o diâmetro do feixe de radar a uma distância de 30 km?
  - Se a antena emite 100 kW de potência, qual é a intensidade média de microondas a 30 km de distância?
59. || Um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) é construído com um tubo de vidro de diâmetro interno de 1,0 mm, como mostrado na FIGURA P22.59. Um espelho transmite parcialmente a luz interna a fim de permitir que saia do tubo um feixe de laser. Uma descarga elétrica dentro do tubo faz com que ele brilhe com luz emitida pelo neônio. Do ponto de vista óptico, o feixe de laser é uma onda luminosa que sofre difração ao passar pela abertura circular com 1,0 mm de diâmetro.

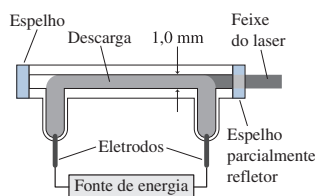


FIGURA P22.59

- Um feixe de laser pode se propagar *perfeitamente* paralelo, sem tornar-se mais largo? Justifique sua resposta, seja ela afirmativa ou negativa
  - O ângulo  $\theta_1$  correspondente ao primeiro mínimo é chamado de *ângulo de abertura* do feixe emitido por um laser. Qual é o ângulo de abertura deste feixe de laser?
  - Qual é o diâmetro (em mm) do feixe de laser após ter percorrido 3,0 m?
  - Qual é o diâmetro do feixe de laser após ter percorrido 1,0 km?
60. || Para medir a distância até a Lua com grande precisão, os cientistas usam um *telêmetro a laser*. Um breve pulso de laser é emitido para a Lua, depois se mede o intervalo de tempo transcorrido para que o “eco” seja visto por um telescópio na Terra. Todo feixe de laser se alarga à medida que se propaga por ter sofrido difração ao passar pela abertura circular de saída do laser. A fim de que a luz refletida na Lua seja suficientemente intensa para ser detectável, a área da Lua iluminada pelo laser não deve ter mais do que 1,0 km de diâmetro. Consegue-se que o feixe atinja na Lua um diâmetro menor do que este usando um laser especial com um grande diâmetro de saída. Se  $\lambda = 532 \text{ nm}$ , qual é o diâmetro mínimo da abertura circular pela qual sai o feixe do laser? A distância Terra-Lua é de aproximadamente 384.000 km.
61. || Luz de comprimento de onda igual a 600 nm passa por duas fendas separadas por 0,20 mm e é observada em uma tela posicionada 1,0 m atrás das fendas. O local do máximo central está marcado na tela, e sua coordenada é tomada como  $y = 0$ .
- A que distância se encontram as franjas brilhantes correspondentes a  $m = 1$  nos dois lados de  $y = 0$ ?
  - Um pedaço de vidro muito fino é colocado sobre uma fenda. Como a luz se propaga mais lentamente no vidro do que no ar, a onda que atravessa vidro atrasa-se  $5,0 \times 10^{-16} \text{ s}$  em relação à onda que passa pela outra fenda. A que fração do período da onda luminosa equivale este atraso?
  - Com o pedaço de vidro no lugar, qual é a diferença de fase  $\Delta\phi_0$  entre as duas ondas quando elas emergem das fendas?
  - O vidro faz com que o padrão de interferência das franjas na tela seja deslocado para os lados. Para que lado é deslocado o máximo central (em direção a ou se afastando da fenda coberta com o vidro) e em que distância?
62. || Uma rede de difração com 600 linhas/mm encontra-se dentro de um tanque vazio de um aquário. O índice de refração do vidro das paredes é  $n_{\text{vidro}} = 1,50$ . Fora do aquário, encontra-se um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ), o qual atravessa a parede de vidro e ilumina a rede de difração.
- Qual é o ângulo de difração do feixe de laser correspondente à primeira ordem?
  - Qual será o ângulo de difração de primeira ordem para o feixe do laser depois que o aquário for enchido com água ( $n_{\text{água}} = 1,33$ )?
63. || Você ajusta um interferômetro de Michelson com um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ ). Após ajustar o espelho  $M_2$  de modo a produzir um ponto brilhante no centro do padrão, delicadamente você afasta  $M_2$  do separador de feixes e conta 1200 novos pontos brilhantes no centro durante o afastamento. A seguir, você guarda o laser. Mais tarde, outro aluno deseja restaurar o interferômetro à sua condição inicial, entretanto, equivocadamente, ele escolhe uma lâmpada de hidrogênio e usa a emissão de 656,5 nm dos átomos de hidrogênio como luz. Assim, ele conta 1200 novos pontos brilhantes enquanto lentamente aproxima  $M_2$  do separador de feixes. Qual é o deslocamento resultante de  $M_2$  quando o estudante termina de movimentar o espelho? Com respeito à situação original, agora  $M_2$  estará mais próximo ou mais distante do separador de feixes?
64. || Um interferômetro de Michelson que opera com luz de comprimento de onda igual a 600 nm contém um pequeno recipiente de vidro, com 2,00 cm de comprimento, em um de seus braços. Inicialmente o ar é bombeado para fora da célula, e o espelho  $M_2$  é ajustado para produzir um ponto brilhante no centro do padrão de interferência. A seguir, uma válvula é aberta e o ar é lentamente admitido no recipiente. O índice de refração do ar a uma pressão de 1,00 atm é de 1,00028. Quantas alterações de franjas brilhantes para escuras são observadas enquanto o recipiente se enche de ar?
65. || No vácuo, uma determinada onda luminosa tem um comprimento de onda igual a 500 nm.
- Qual será o comprimento de onda dessa luz quando ela se propagar na água ( $n_{\text{água}} = 1,33$ )?
  - Suponha que uma lâmina de água com 1,0 mm de espessura seja inserida em um dos braços de um interferômetro de Michelson. Quantos comprimentos de onda “extras” a luz percorre, agora, neste braço?
  - Que número de franjas a introdução dessa lâmina de água deslocará no padrão de interferência?
66. || Um pedaço de vidro com 0,10 mm de espessura é inserido em um dos braços de um interferômetro de Michelson que opera com luz de comprimento de onda igual a 500 nm. Isso faz com que o padrão das franjas seja deslocado em 200 franjas. Qual é o índice de refração do vidro usado?
67. || Computadores ópticos necessitam de comutadores ópticos microscópicos para ligar e desligar sinais. Um dispositivo usado para isso, e que pode ser implementado em um circuito integrado, é o *interferômetro de Mach-Zender*, representado esquematicamente na FIGURA P22.67. A luz infravermelha ( $\lambda = 1,000 \mu\text{m}$ ) emitida por um laser implementado em um *chip* eletrônico é dividida em duas ondas que percorrem distâncias iguais nos braços do interferômetro. Um dos braços contém um *cristal eletro-óptico*, um material transparente capaz de alterar seu índice de refração em resposta a uma voltagem aplicada. Suponha que os dois braços tenham exatamente o mesmo comprimento e que o índice de refração do cristal, quando nenhuma voltagem é aplicada, também seja de 1,522.

- a. Sem voltagem aplicada, a saída é brilhante (comutador fechado, sinal óptico passando) ou escura (comutador aberto, ausência de sinal)? Explique.
- b. Qual é o primeiro valor de índice de refração do cristal eletro-óptico, maior do que 1,522, que inverte o comutador óptico em relação à situação descrita no item a?

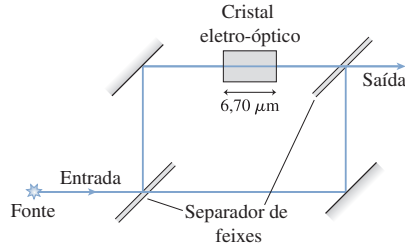


FIGURA P22.67

68. II Para ilustrar uma das idéias da holografia de maneira simples, considere uma rede de difração com espaçamento  $d$  entre as fendas. A aproximação para pequenos ângulos geralmente não é válida para redes de difração, pois  $d$  é apenas ligeiramente maior do que  $\lambda$ , todavia suponha que a razão  $\lambda/d$  para esta rede seja suficientemente pequena para que a aproximação de pequenos ângulos seja válida.
- a. Use a aproximação de pequenos ângulos a fim de obter uma expressão para o espaçamento entre as franjas vistas a uma distância  $L$  atrás da rede.
- b. Ao invés de uma tela, suponha que você coloque um pedaço de filme à distância  $L$  atrás da rede. As franjas brilhantes irão revelar o filme, mas os espaços escuros intermediários deixarão o filme não-revelado. Depois de revelado, o filme consistirá de uma série de faixas brilhantes e escuras alternadas. E se você, agora, “rodasse” o filme usando-o como uma rede de difração? Em outras palavras, o que aconteceria se você incidisse um feixe de laser sobre o filme e observasse o padrão de difração produzido pelo filme em uma tela posicionada à mesma distância  $L$ ? Mostre que o padrão de difração do filme será uma reprodução da rede de difração original.

### Problemas desafiadores

69. Um experimento de fenda dupla é montado usando laser de hélio-neônio ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ). A seguir, um pedaço de vidro ( $n = 1,50$ ) muito fino é posicionado sobre uma das fendas. Em consequência, o ponto central da tela fica ocupado pelo que era a franja escura correspondente a  $m = 10$ . Qual é a espessura do pedaço de vidro?
70. A intensidade do máximo central de um padrão de interferência de fenda dupla é  $4I_1$ . A intensidade do primeiro mínimo é nula. A que fração da distância do máximo central ao primeiro mínimo corresponde a distância na qual a intensidade é  $I_1$ ?
71. A luz composta por dois comprimentos de onda muito parecidos,  $\lambda + \Delta\lambda$  e  $\lambda$ , onde  $\Delta\lambda \ll \lambda$ , incide sobre uma rede de difração. A separação entre as fendas da rede é  $d$ .
- a. Mostre que a separação angular entre esses dois comprimentos de onda na franja de ordem  $m$  é

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\lambda}{\sqrt{(d/m)^2 - \lambda^2}}$$

- b. Átomos de sódio emitem luz de 589,0 nm e 589,6 nm. Quais são as separações angulares (em graus) produzidas por uma rede de difração com 600 linhas/mm, em primeira e em segunda ordem, entre os dois comprimentos de onda?

72. A FIGURA PD22.72 mostra dois picos de intensidade luminosa quase sobrepostos, do tipo que você produziria com uma rede de difração (ver Figura 22.8b). Na prática, os dois picos estarão no limite de separação visual se o espaçamento  $\Delta y$  entre eles for igual à largura  $w$  de cada pico, onde  $w$  corresponde ao ponto onde a intensidade é igual à metade da intensidade de pico. Dois picos que estejam mais próximos um do outro do que  $w$  se confundirão em um único pico. Podemos usar essa idéia para analisar a resolução de uma rede de difração.

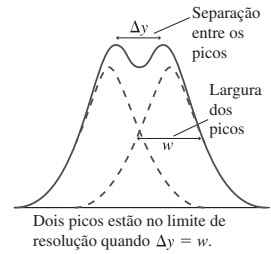


FIGURA PD22.72

- a. Na aproximação de pequenos ângulos, a posição do pico correspondente a  $m = 1$  produzido por uma rede de difração incide no mesmo local que a franja correspondente a  $m = 1$  produzida por uma fenda dupla:  $y_1 = \lambda L/d$ . Suponha que dois comprimentos de onda que diferem em  $\Delta\lambda$  entre si passem simultaneamente por uma rede. Obtenha uma expressão para  $\Delta y$ , a separação entre os picos de primeira ordem.
- b. Observamos que as larguras das franjas brilhantes são proporcionais a  $1/N$ , onde  $N$  é o número de fendas da rede. Formulamos a hipótese de que a largura das franjas seja dada por  $w = y_1/N$ . Demonstre que isso é verdadeiro para o padrão de fenda dupla. Consideraremos, então, que isso seja verdadeiro quando  $N$  aumenta.
- c. Use seus resultados nos itens a e b, junto com a idéia de que  $\Delta y_{\min} = w$  para obter uma expressão de  $\Delta\lambda_{\min}$ , a diferença mínima entre os comprimentos de onda (em primeira ordem) para a qual as franjas de difração estão no limite de resolução.
- d. Átomos do hidrogênio comum emitem luz vermelha com comprimento de onda de 656,45 nm. No caso do deutério, que é um isótopo “pesado” de hidrogênio, o comprimento de onda correspondente é 656,27 nm. Qual é o número mínimo de fendas que uma rede de difração deve ter para que esses dois comprimentos de onda do padrão de difração de primeira ordem estejam no limite de resolução?
73. A análise das redes de difração feita neste capítulo supôs que a luz incidisse perpendicularmente à rede. A FIGURA PD22.73 mostra uma onda plana que se aproxima de uma rede de difração segundo um ângulo  $\phi$ .

- a. Demonstre que os ângulos  $\theta_m$  correspondentes à interferência construtiva são dados pela equação de rede

$$d(\sin\theta_m + \sin\phi) = m\lambda$$

onde  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Os ângulos são considerados positivos se estão acima da linha horizontal, e negativos em caso contrário.

- b. Os dois máximos de primeira ordem,  $m = +1$  e  $m = -1$ , não são mais simétricos em relação ao centro. Encontre  $\theta_1$  e  $\theta_{-1}$  para uma luz de 500 nm que incida segundo  $\phi = 30^\circ$  sobre uma rede com 600 linhas/mm.

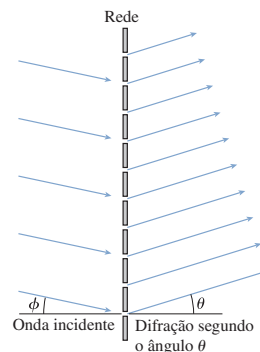


FIGURA PD22.73

74. A FIGURA PD22.74 mostra uma luz de comprimento de onda  $\lambda$  que incide em uma rede de reflexão de espaçamento  $d$  segundo um ângulo  $\phi$ . Desejamos descobrir os ângulos  $\theta_m$  para os quais ocorre interferência construtiva.

- A figura mostra os caminhos 1 e 2 ao longo dos quais as duas ondas se deslocam e interferem. Obtenha uma expressão para a diferença de caminho  $\Delta r = r_2 - r_1$  entre elas.
- Usando o resultado obtido no item anterior, obtenha agora outra equação (análoga à Equação 22.15) dos ângulos  $\theta_m$  para os quais a difração ocorre quando a luz incide com ângulo  $\phi$ . Observe que  $m$  pode ser um número inteiro negativo na sua expressão, o que indicaria que o caminho 2 é mais curto do que o caminho 1.
- Mostre que a difração de ordem zero é simplesmente uma “reflexão”, ou seja,  $\theta_0 = \phi$ .
- Luz de comprimento de onda igual a 500 nm incide segundo  $\phi = 40^\circ$  sobre uma rede de reflexão com 700 linhas de reflexão/mm. Determine todos os ângulos  $\theta_m$  para os quais a luz é difratada. Valores negativos de  $\theta_m$  devem ser interpretados como correspondentes a ângulos à esquerda da vertical.
- Desenhe uma figura que mostre um único raio de luz de 500 nm incidindo a  $\phi = 40^\circ$  e também todas as ondas difratadas segundo os ângulos corretos.

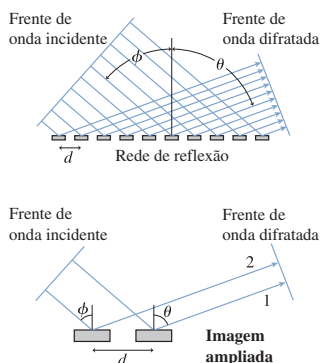


FIGURA PD22.74

75. A câmera escura com um furo de alfinete mostrada na FIGURA PD22.75 forma imagens de objetos distantes ao permitir que apenas um feixe estreito de raios luminosos passe pelo orifício e atinja o filme. Se a luz consistisse de partículas, você poderia tornar a imagem cada vez mais nítida (à custa de torná-la cada vez mais escura) fazendo a abertura cada vez menor. Na prática, a difração da luz na abertura circular limita a nitidez máxima que se pode obter. Considere dois pontos luminosos distantes, como dois postes de luz distantes. Cada um produzirá um padrão de difração circular no filme. As duas imagens estarão no limite de resolução se o máximo central de uma delas incidir sobre a primeira franja escura da outra imagem. (Este é o chamado critério de Rayleigh, e no Capítulo 24 exploraremos suas consequências na fabricação de instrumentos ópticos.)

- A máxima nitidez de uma imagem ocorre quando o diâmetro do máximo central é igual ao diâmetro do furo. Qual é o melhor tamanho do orifício de uma câmera escura com um furo de alfinete na qual o filme esteja posicionado 20 cm atrás do furo? Suponha que  $\lambda = 550$  nm, o que corresponde ao valor médio para a luz visível.
- Para este diâmetro do furo, qual será o ângulo (em graus) entre duas fontes distantes que se encontrem no limite de resolução?
- Qual é a distância entre dois postes, ambos a 1 km de distância do observador, para a qual os objetos estão no limite de resolução?

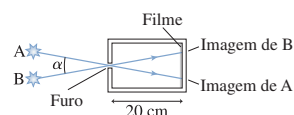


FIGURA PD22.75

## RESPOSTAS DAS QUESTÕES DO TIPO PARE E PENSE

**Pare e Pense 22.1:** b. As linhas antinodais vistas na Figura 22.3b são divergentes.

**Pare e Pense 22.2:** Menor. A luz de comprimento de onda mais curto não se propaga com a mesma rapidez que a luz de comprimento de onda mais longo. O espaçamento das franjas  $\Delta y$  é diretamente proporcional ao comprimento de onda  $\lambda$ .

**Pare e Pense 22.3:** d. Comprimentos de onda maiores correspondem a ângulos de difração maiores. A luz vermelha tem um comprimento

de onda maior do que a luz violeta, portanto aquela luz é difratada para mais longe do centro.

**Pare e Pense 22.4:** b ou c. Aumentou a largura do máximo central, que é proporcional a  $\lambda/a$ . Isto poderia ocorrer porque o comprimento de onda aumentou ou porque a largura da fenda diminuiu.

**Pare e Pense 22.5:** d. Deslocar  $M_1$  em  $\lambda$  diminuirá  $r_1$  em  $2\lambda$ . Deslocar  $M_2$  em  $\lambda$  aumentará  $r_2$  em  $2\lambda$ . Conjuntamente, as duas ações alterarão a diferença de caminho em  $\Delta r = 4\lambda$ .

# 23 Óptica Geométrica

Uma colher brilhante constitui um belo espelho curvo. Mas por que a imagem está de cabeça para baixo?



## ► Olhando adiante

Os objetivos do Capítulo 23 são compreender e usar o modelo de raios luminosos. Neste capítulo, você aprenderá a:

- Usar o modelo de raios luminosos.
- Calcular os ângulos de reflexão e de refração.
- Compreender as cores e o fenômeno da dispersão luminosa.
- Usar o traçado de raios para analisar sistemas formados por lentes e espelhos.
- Usar a teoria da refração para calcular as propriedades de sistemas de lentes.

## ◀ Em retrospectiva

O material deste capítulo depende do modelo ondulatório da luz. Revise:

- Seção 20.5 Ondas luminosas e índice de refração
- Seções 22.1 e 22.5 O modelo ondulatório e o modelo geométrico para a luz

**Os humanos sempre foram fascinados** pela luz. Espelhos simples são encontrados em antigos sítios arqueológicos no Egito e na China. Por volta de 1500 a.C., nossos ancestrais haviam aprendido a iniciar fogueiras focando a luz solar por meio de uma lente simples. A partir daí, é apenas um pequeno passo para se conseguir perfurar buracos com um feixe do laser focado.

No Capítulo 22 introduzimos os três modelos para a luz, mas enfatizamos a óptica ondulatória relacionada à interferência e à difração. Neste capítulo e no seguinte analisaremos sistemas ópticos básicos, como espelhos e lentes, em relação às trajetórias em linha reta da luz. Isto é a *óptica geométrica*, um tema de imenso valor prático. O modelo de raios luminosos agora estará no centro do palco, mas a óptica ondulatória fará um retorno de surpresa no Capítulo 24, quando explorarmos os limites de desempenho dos sistemas ópticos.

## 23.1 O modelo de raios luminosos

Uma lanterna emite um feixe luminoso na escuridão da noite. Os raios solares entram em um quarto escuro através de um pequeno orifício na persiana. Os feixes de laser são ainda mais bem definidos. Nossa experiência cotidiana de que a luz se desloca em linhas retas constitui a base do *modelo de raios luminosos*.

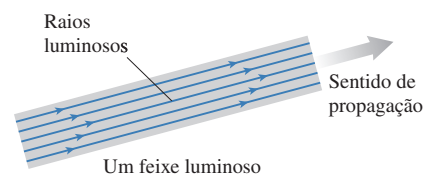
O modelo de raios é uma simplificação exagerada da realidade, entretanto, apesar disso, é muito útil em seu domínio de validade. Em particular, o modelo de raios luminosos é válido contanto que quaisquer aberturas através das quais passe a luz (lentes, espelhos e orifícios) sejam muito grandes quando comparadas ao comprimento de onda da luz usada. Em tais aberturas, a difração e os outros aspectos ondulatórios da luz são desprezíveis e podem ser ignorados. A análise da Seção 10.5 constatou que o limite do domínio de validade da óptica ondulatória e da óptica geométrica ocorre para aberturas com diâmetros da ordem de 1 mm.



As lentes e os espelhos são, quase sempre, maiores do que 1 mm, de modo que o modelo geométrico para a luz é uma base excelente para a óptica prática de formação de imagens.

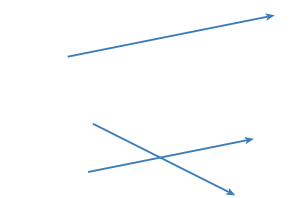
Para começar, vamos definir um **raio luminoso** como sendo uma linha orientada ao longo da qual a energia luminosa se propaga. Um raio luminoso é uma idéia abstrata, e não uma entidade física ou uma “coisa”. Qualquer feixe luminoso estreito, como o feixe do laser visto na FIGURA 23.1, é, na verdade, um conjunto de muitos raios luminosos paralelos uns aos outros. Pode-se considerar um único raio luminoso como o caso limite de um feixe do laser cujo diâmetro se aproxima de zero. Feixes de laser são boas aproximações para raios luminosos, certamente adequados para demonstrar o comportamento de um raio, todavia qualquer feixe do laser real é um conjunto de muitos raios paralelos.

A tabela a seguir destaca cinco idéias e pressuposições básicas do modelo de raios luminosos, num modelo geométrico para a luz.



**FIGURA 23.1** Um feixe do laser ou um raio de sol é um conjunto de raios luminosos paralelos entre si.

## O modelo de raios luminosos

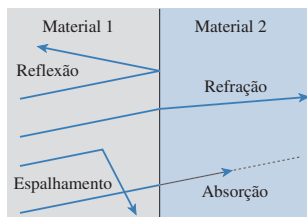


### Raios luminosos se propagam em linhas retas.

A luz se propaga através de um material transparente em linhas retas chamadas de raios luminosos. A velocidade da luz é  $v = c/n$ , onde  $n$  é o índice de refração do material.

### Raios luminosos podem se cruzar.

Raios luminosos não interagem uns com os outros. Dois raios podem se cruzar sem serem afetados de forma alguma.

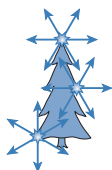


### Um raio luminoso se propaga indefinidamente, a menos que interaja com a matéria.

Um raio luminoso continua para sempre, a menos que tenha uma interação com a matéria que faça com que o raio mude de sentido ou seja absorvido. A luz interage com a matéria de quatro maneiras diferentes:

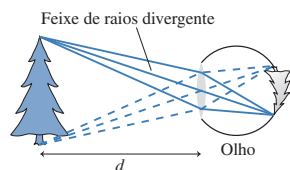
- Em uma interface entre dois materiais, a luz pode ser *refletida* ou *refratada*.
- Em um material, a luz pode ser espalhada ou absorvida.

Essas interações serão discutidas mais adiante neste capítulo.



### Todo objeto é uma fonte de raios luminosos.

Qualquer **objeto** constitui uma fonte de raios luminosos. Os raios se originam de todos os pontos do objeto, e cada ponto dele emite raios em todas as direções. Não faremos distinção entre objetos que emitem luz própria e objetos refletores.



### O olho enxerga ao focar um feixe de raios divergentes.

O olho “enxerga” um objeto quando feixes de raios divergentes emitidos de cada ponto do objeto entram na pupila e são focados para formar uma imagem sobre a retina. (A formação de imagens será discutida mais adiante neste capítulo.) Dos movimentos que a lente do olho precisa fazer para focar a imagem, o cérebro “calcula a distância  $d$  na qual os raios se originam e você percebe o objeto como localizado neste ponto.

## Objetos

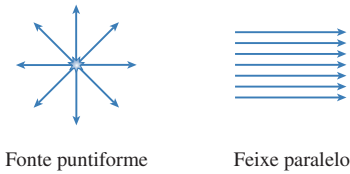
A FIGURA 23.2 ilustra a idéia de que os objetos podem emitir *luz própria*, como o Sol, as chamas e as lâmpadas, ou serem *refletores*. A maioria dos objetos é refletora. Uma árvore, a menos que esteja pegando fogo, é vista ou fotografada por causa da luz solar ou da radiação celeste difusa que é refletida. Pessoas, casas e esta página do livro refletem a luz emitida por fontes de luz própria. Neste capítulo, não estamos interessados em como a luz se origina, mas em como ela se comporta após deixar o objeto.

Os raios luminosos provenientes de um objeto são emitidos em todas as direções e sentidos, mas você não tem *consciência* dos raios luminosos a menos que eles entrem na pupila de seu olho. Consequentemente, a maioria dos raios luminosos passa completamente despercebida. Por exemplo, os raios luminosos se propagam do Sol para a árvore na Figura 23.2, mas você não está consciente disso, a não ser que a árvore reflita alguns deles em direção ao seu olho. Ou considere um raio laser. Você provavelmente já notou que é quase impossível ver um feixe de um laser quando se está posicionado lateralmen-

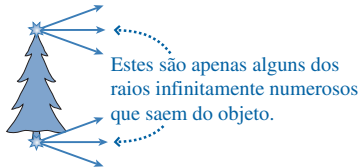


**FIGURA 23.2** Objetos que emitem luz própria e objetos refletivos.

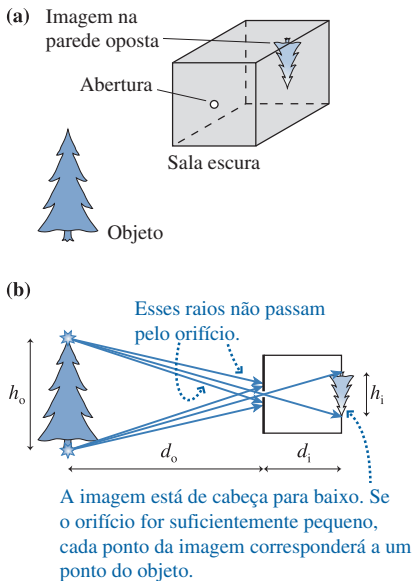




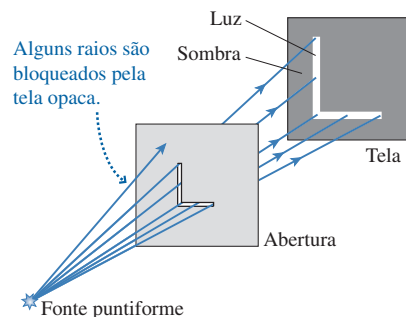
**FIGURA 23.3** Fontes puntiformes e feixes paralelos representam objetos idealizados.



**FIGURA 23.4** Um diagrama de raios simplifica a situação mostrando apenas alguns raios.



**FIGURA 23.5** Uma câmera escura.



**FIGURA 23.6** A luz que atravessa uma abertura.

te em relação ao mesmo, a menos que exista pó no ar. O pó espalha alguns dos raios luminosos em direção ao seu olho, mas na ausência de pó você ficaria completamente inconsciente acerca de um feixe do laser muito poderoso que passa por você. **Os raios luminosos existem independentemente de serem vistos.**

A **FIGURA 23.3** mostra dois conjuntos idealizados de raios luminosos. Os raios divergentes emitidos por uma **fonte puntiforme** são emitidos em todas as direções e sentidos. É útil pensar em cada ponto de um objeto como uma fonte puntiforme de raios luminosos. Um **feixe paralelo** de raios poderia ser um feixe do laser. De forma alternativa, ele poderia representar também um *objeto distante*, como uma estrela, tão distante que os raios que chegam ao observador são praticamente paralelos uns aos outros.

## Diagramas de raios

Os raios se originam de *todos* os pontos de um objeto e se propagam externamente em *todas* as direções e sentidos, mas um diagrama que tentasse mostrar todos esses raios pareceria irremediavelmente caótico e confuso. Para simplificar a figura, geralmente usamos um **diagrama de raios** que mostra apenas alguns deles. Por exemplo, a **FIGURA 23.4** é um diagrama de raios mostrando apenas alguns raios que saem dos pontos superiores e inferiores do objeto e se propagam para a direita. Esses raios serão suficientes para nos revelar como o objeto é representado por meio de lentes ou espelhos.

**NOTA ►** Diagramas de raios constituem a base para uma *representação pictórica* que usaremos neste capítulo. Tenha o cuidado de não pensar que um diagrama de raios mostre todos os raios emitidos. Os raios mostrados no diagrama são apenas um subconjunto dos raios infinitamente numerosos que saem do objeto. ◀

## Aberturas

Uma forma popular de entretenimento durante os tempos da Roma antiga era uma visita à **câmera obscura**, termo que significa “sala escura” em latim. Como mostra a **FIGURA 23.5a**, uma câmera escura é uma sala escura com um único orifício pequeno que a comunica com o mundo exterior. Depois que os olhos se acostumavam com o escuro, os visitantes conseguiam ver uma imagem fraca, mas colorida, do mundo exterior formada sobre a parede oposta da sala. Entretanto, a imagem aparecia de cabeça para baixo! Uma *câmera com um orifício de alfinete* é uma versão em miniatura da câmera escura.

O orifício pelo qual a luz passa chama-se **abertura**. A **FIGURA 23.5b** usa o modelo de raios luminosos que passam por uma pequena abertura a fim de explicar como funciona a câmera escura. Cada ponto de um objeto emite raios luminosos em todas as direções e sentidos, todavia apenas alguns poucos raios passam pela abertura e atingem a parede traseira. Como ilustra a figura, a geometria dos raios faz com que a imagem apareça de cabeça para baixo.

Na verdade, como você deve ter percebido, cada ponto do objeto ilumina uma pequena, mas extensa, *parte* da parede. Isso ocorre porque o tamanho não-nulo da abertura – necessário para que a imagem seja brilhante o suficiente para ser vista – permite que diversos raios provenientes de cada ponto do objeto passem pela abertura segundo ângulos ligeiramente diferentes. Como resultado, a imagem é um pouco borrada e fora de foco. (A difração também se torna um fator importante se o orifício for muito pequeno.) Veremos mais tarde como uma câmera moderna, dotada de uma lente, melhora a câmera escura.

A partir dos triângulos semelhantes da Figura 23.5b, pode-se verificar que a altura do objeto e da imagem estão relacionadas por

$$\frac{h_i}{h_o} = \frac{d_i}{d_o} \quad (23.1)$$

onde  $d_o$  é a distância até o objeto e  $d_i$  é a profundidade da câmera escura. Qualquer câmera escura realista possui  $d_i < d_o$ ; logo, a imagem é menor do que o objeto.

Podemos aplicar o modelo de raios para aberturas mais complexas, como a abertura em formato de L da **FIGURA 23.6**. O padrão de luz visto na tela é encontrado traçando-se todos os caminhos em linha reta – as trajetórias dos raios – que começam na fonte puntiforme e passam pela abertura. Veremos na tela um L aumentado, com uma fronteira bem-definida entre a imagem e a sombra escura.