

The background of the cover features a warm, orange-toned photograph of four students (three men and one woman) gathered around a white table, studying together. They are looking at papers, a tablet, and books. The scene is overlaid with a complex geometric pattern of hexagons and triangles in various shades of blue, purple, and brown. Some of these shapes contain horizontal or diagonal line patterns. A large, solid orange hexagon is positioned in the upper left, serving as a backdrop for the title.

ANÁLISE DE CIRCUITOS ELÉTRICOS

Pedro Henrique
Chagas Freitas

Método de análise: nodal e malhas

Objetivos de aprendizagem

Ao final deste texto, você deve apresentar os seguintes aprendizados:

- Determinar as características do método de análise nodal.
- Definir os principais pontos do método de análise de malhas.
- Comparar os métodos de análise nodal e de malhas.

Introdução

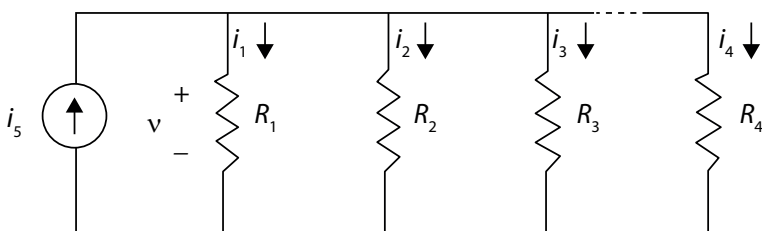
Para o estudo de circuitos mais complexos, que contam com mais de uma fonte de tensão, utiliza-se os métodos de análise nodal e de malhas em detrimento do método da análise das correntes. Temos como principal ponto da análise dos nós a verificação das tensões nas junções dos circuitos (nós) a partir da corrente que percorre o circuito, e, da análise de malhas, a verificação das correntes conforme o sentido adotado nas malhas, a partir das tensões dos resistores. Ambos os métodos são derivações que implementam as leis de Kirchhoff.

Neste capítulo, você vai estudar o método de análise dos nós, ou método de análise nodal, e o método de análise de malhas, determinando suas características e pontos principais e comparando os dois métodos.

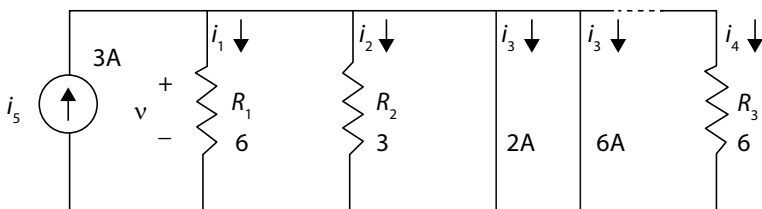
Características do método de análise de malhas

A maioria dos circuitos é analisada por meio da fonte de tensão, que fornece energia para o sistema. No entanto, a análise de determinados circuitos é mais fácil quanto trabalhamos com a corrente em vez da tensão. Diferentemente da fonte de tensão, a fonte de corrente mantém a corrente em seu ramo do circuito, independentemente da maneira como os componentes estão ligados externamente à fonte.

Sabemos que a magnitude e a direção da corrente em uma fonte de tensão variam de acordo com o tamanho das resistências do circuito e com a maneira como outras fontes de tensão estão conectadas ao circuito. Já nas fontes de corrente, a tensão depende do modo como os outros componentes estão ligados. Assim, no caso de fontes de corrente colocadas em paralelo, o circuito pode ser simplificado se combinarmos as fontes em uma única fonte de corrente. Determinam-se a magnitude e a direção dessa fonte resultante pela soma das correntes em uma direção e pela subtração das correntes na direção oposta.



Por exemplo, vamos simplificar o circuito apresentado a seguir.



Como todas as fontes de corrente estão em paralelo, elas podem ser substituídas por uma única corrente. A fonte de corrente equivalente terá a mesma direção de I_2 e de I_3 , uma vez que a magnitude da corrente é maior na direção para baixo do que para cima. A fonte da corrente equivalente tem uma magnitude de: $I = 2A + 6A - 3A = 5A$.

Usamos as leis de Kirchhoff para realizar a análise de circuitos com uma única fonte de tensão, calculando a corrente em cada ramo de um circuito. No entanto, aqui estamos lidando com circuitos com mais de uma fonte de tensão. Ainda que o uso das leis de Kirchhoff seja simples, é inconveniente utilizá-las

em um cenário com várias fontes de tensão, uma vez que seria necessário resolver um número excessivo de equações, o que aumentaria a complexidade de circuitos relativamente simples, conforme esclarece Robbins e Miller (2010). Com base nisso, surgiu a análise de malhas, que é uma abordagem mais prática e uma das mais utilizadas na análise de circuitos lineares bilaterais.

A análise de malhas, apesar de ser uma técnica parecida com a análise de correntes nos ramos, apresenta um número de equações lineares menor. A principal diferença entre a análise de malhas e a análise de correntes nos ramos é que apenas precisamos aplicar a lei de Kirchhoff das tensões ao redor das malhas, sem haver a necessidade de aplicar a lei de Kirchhoff das correntes.

Vejamos o passo-a-passo para resolver um circuito utilizando a análise de malhas:

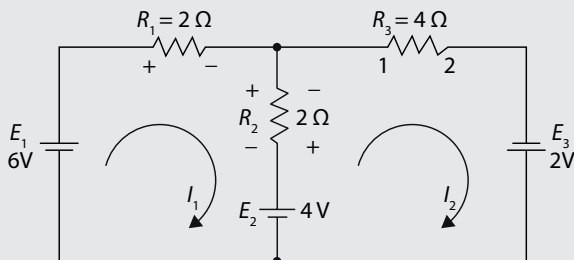
1. Arbitrariamente, estabeleça uma corrente no sentido horário para cada malha interna no circuito. Embora a corrente assinalada possa apontar para qualquer direção, utiliza-se o sentido horário para simplificar o trabalho posterior.
2. Usando as correntes determinadas para a malha, indique as polaridades da tensão em todos os resistores do circuito. Para um resistor comum a duas malhas, as polaridades da queda de tensão ocasionada pela corrente em cada malha devem ser identificadas no lado adequado do componente.
3. Aplique a lei de Kirchhoff das tensões e escreva as equações das malhas para cada malha na rede. Não se esqueça de que os resistores comuns às duas malhas ocasionarão duas quedas de tensão, uma para cada malha.
4. Resolva as equações lineares simultâneas.
5. As correntes nos ramos são determinadas pela combinação algébrica das correntes na malha que são comuns aos ramos.

Confira o exemplo a seguir.



Exemplo

Exemplo 1: Ache a corrente em cada ramo para o circuito a seguir.



Solução:

- Passo 1: as correntes na malha são assinaladas por I ; temos então I_1 e I_2 .
- Passo 2: assinalam-se as polaridades da tensão de acordo com as correntes na malha. Observe que a resistência R_2 possui duas polaridades de tensão diferentes, por causa da diferença das correntes na malha.
- Passo 3: as equações das malhas são escritas aplicando-se a lei de Kirchhoff das tensões em cada uma das malhas. São essas, então, as equações:

Malha 1:

$$6V - (2\Omega)I_1 - (2\Omega)I_1 + (2\Omega)I_2 - 4V = 0$$

Malha 2:

$$4V - (2\Omega)I_2 + (2\Omega)I_1 - (4\Omega)I_2 + 2V = 0$$

Observe que a tensão em R_2 causada pelas correntes I_1 e I_2 é indicada como dois termos separados, um deles representando a queda de tensão na direção de I_1 e, o outro, uma elevação de tensão na mesma direção. A magnitude e a polaridade da tensão em R_2 são determinadas pela ordem de grandeza e pelas direções reais das correntes nas malhas. As equações das malhas podem ser simplificadas da seguinte maneira:

Malha 1:

$$(4\Omega)I_1 - (2\Omega)I_2 = 2V$$

Malha 2:

$$-(2\Omega)I_1 + (6\Omega)I_2 = 6V$$

Usando-se determinantes, resolvemos facilmente as equações das malhas:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 6 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 6 \end{vmatrix}} = 12 + 12/24 - 4 = 24/20 = 1,20 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 6 \end{vmatrix}} = 24 + 4/24 - 4 = 28/20 = 1,40 \text{ A}$$

A partir desses resultados, vemos que as correntes nos resistores $R_1 + R_3$ são respectivamente I_1 e I_2 . Determina-se a corrente no ramo para R_2 combinando-se as correntes na malha nesse resistor:

$$IR_2 = 1,40 \text{ A} - 1,20 \text{ A} = 0,20 \text{ A}$$

Os resultados obtidos pela análise de malha são exatamente os mesmos obtidos caso utilizássemos a análise das correntes nos ramos. No entanto, conforme lecionam Robbins e Miller (2010), enquanto a análise das correntes nos ramos exigiria três equações, a análise de malha requer a resolução de apenas duas equações lineares simultâneas. A análise de malha também exige apenas a aplicação da lei de Kirchhoff das tensões, o que mostra claramente por que ela é preferível à análise das correntes nos ramos.

Características do método de análise nodal

Como vimos, pode-se aplicar a lei de Kirchhoff das tensões para encontrar as correntes nas malhas em uma rede, conforme leciona Boylestad (2012). Já no caso da análise nodal, outra forma de abordagem para circuitos com mais de uma fonte de tensão, aplicaremos a lei de Kirchhoff das correntes para determinar a diferença de potencial (tensão) em qualquer nó, em relação a algum ponto de referência arbitrário em um circuito. Como os potenciais de todos os nós são conhecidos, é fácil determinar outras grandezas, como a corrente e a potência no interior de um circuito.

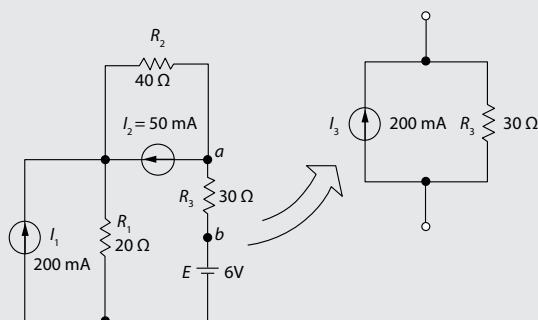
São esses os passos que seguiremos para resolver um circuito pela análise nodal:

1. Arbitrariamente, determine um nó de referência no circuito e indique-o como o aterramento. Geralmente, o nó de referência está localizado na parte de baixo do circuito, embora possa estar situado em qualquer lugar.
2. Converta cada fonte de tensão na rede para uma fonte de corrente equivalente. Ainda que não seja absolutamente necessário, esse passo facilitará a compreensão de futuros cálculos.
3. De forma arbitrária, assinale as tensões (V_1, V_2, \dots, V_n) para os nós restantes no circuito. (Lembre-se de que você já determinou um nó de referência, logo, essas tensões serão determinadas em relação à referência escolhida.)
4. Arbitrariamente, determine uma direção da corrente para cada ramo no qual não haja fonte de corrente. Usando as direções assinaladas da corrente, indique as polaridades correspondentes das quedas de tensão em todos os resistores.
5. Com exceção do nó de referência (aterramento), aplique a lei de Kirchhoff das correntes em cada um dos nós. Se um circuito tiver um total de $n + 1$ nós (incluindo o de referência), haverá n equações lineares simultâneas.
6. Reescreva cada uma das correntes determinadas de forma arbitrária quanto à diferença de potencial em uma resistência conhecida.
7. Resolva as equações lineares simultâneas para as tensões (V_1, V_2, \dots, V_n).

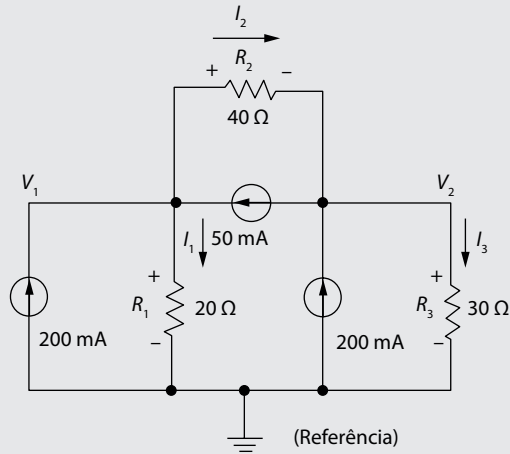


Exemplo

Exemplo 2: Dado o circuito abaixo, utilize a análise nodal para calcular a tensão V_{ab} :



Fonte: Adaptada de Boylestad (2012, p. 242).

**Solução:**

- Passo 1: selecione um nó de referência conveniente.
- Passo 2: converta as fontes de tensão em fontes de corrente equivalentes.
- Passos 3 e 4: de maneira arbitrária, determine as tensões nos nós e as correntes nos ramos. Indique as polaridades da tensão em todos os resistores, de acordo com as pressupostas direções das correntes.
- Passo 5: agora, aplique a lei de Kirchhoff das correntes nos nós identificados como V_1 e V_2 :
Nó V_1 :

$$\sum I_{\text{entrada}} = \sum I_{\text{saída}}$$

$$200 \text{ mA} + 50 \text{ mA} = I_1 + I_2$$

Nó V_2 :

$$\sum I_{\text{entrada}} = \sum I_{\text{saída}}$$

$$200 \text{ mA} + I_2 = 50 \text{ mA} + I_3$$

- Passo 6: as correntes são reescritas em relação às tensões nos resistores da seguinte maneira:

$$I_1 = V_1 / 20 \, \Omega$$

$$I_2 = V_1 - V_2 / 40 \, \Omega$$

$$I_3 = V_2 / 30 \, \Omega$$

As equações nodais tornam-se, então:

$$\begin{aligned}200 \text{ mA} + 50 \text{ mA} &= V_1/20 \, \Omega + V_1 - V_2/40 \, \Omega \\200 \text{ mA} + V_1 - V_2/40 \, \Omega &= 50 \text{ mA} + V_2/30 \, \Omega\end{aligned}$$

Substituindo as expressões da tensão nas equações nodais originais, temos as seguintes equações lineares simultâneas:

$$\begin{aligned}(1/20 \, \Omega + 1/40 \, \Omega)V_1 - (1/40 \, \Omega)V_2 &= 0,25 \text{ A} \\-(1/40 \, \Omega)V_1 + (1/30 \, \Omega + 1/40 \, \Omega)V_2 &= 0,15 \text{ A}\end{aligned}$$

Se voltarmos ao circuito inicial, veremos que a tensão V_2 é igual à tensão V_a ; ou seja:

$$V_a = 4,67 \text{ V} = 6,0 \text{ V} + V_{ab}$$

Logo, a tensão V_{ab} pode ser facilmente encontrada:

$$V_{ab} = 4,67 - 6,0 \text{ V} = -1,33 \text{ V}$$

Comparando os métodos de análise nodal e de malhas

Podemos dizer que o método das malhas é, na realidade, uma extensão do método da análise das correntes nos ramos. Ao definir uma disposição específica de correntes para o circuito, a informação fornecida pela aplicação da lei de Kirchhoff das correntes já está incluída quando aplicamos a lei das tensões. Ou seja, o método das malhas emprega uma manobra que elimina a necessidade de se aplicar a lei de Kirchhoff das correntes.

No caso das malhas, temos a associação de uma corrente no sentido horário a cada malha. Podemos escolher, na verdade, qualquer sentido para cada uma das correntes, sem alterar o resultado; porém, normalmente se adota o sentido horário. Indicamos, então, as polaridades de cada resistor dentro das malhas, de acordo com o sentido da corrente. Depois, basta aplicar a lei de Kirchhoff das tensões em todas as malhas no sentido horário. Resolvemos, então, as equações lineares resultantes para obter as correntes das malhas, conforme lecionam Robbins e Miller (2010).

Já no método dos nós, temos as tensões nodais de um circuito, ou seja, a tensão dos vários nós (pontos de junção) do circuito. O método se desenvolve por meio da lei de Kirchhoff das correntes, de maneira bem semelhante à lei de Kirchhoff das tensões, utilizada na análise de malhas. Seguimos, então, os procedimentos de determinar o número de nós no circuito (junções). Escolhemos um nó de referência e rotulamos cada nó restante com um valor de tensão — V_1 , V_2 e assim por diante. Depois, aplicamos a lei de Kirchhoff das correntes a todos os nós. Tratamos, então, cada nó como uma entidade isolada e analisamos com a lei de Kirchhoff das correntes no próprio nó, conforme explica Boylestad (2012). Resolvemos as equações resultantes da aplicação da lei de Kirchhoff para obter a tensão no nó.

Assim, temos como principal ponto da análise dos nós a verificação das tensões nas junções dos circuitos (nós) a partir da corrente que percorre o circuito. Por outro lado, na análise de malhas, temos como principal ponto a verificação das correntes conforme o sentido adotado nas malhas, a partir das tensões, que são a fonte para o circuito. Segundo Boylestad (2012), a análise nodal e a análise de malhas são derivações que implementam as leis de Kirchhoff.



Referências

BOYLESTAD, R. L. *Introdução a análise de circuitos*. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2012.

ROBBINS, A. H.; MILLER, W. C. *Análise de circuitos: teoria e prática*. 4. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2010. v. 1.

Encerra aqui o trecho do livro disponibilizado para esta Unidade de Aprendizagem. Na Biblioteca Virtual da Instituição, você encontra a obra na íntegra.

Conteúdo:



SOLUÇÕES
EDUCACIONAIS
INTEGRADAS