

# Análise de problemas: modelos de otimização lineares, não lineares, discretos e mistos

# Objetivos de aprendizagem

Ao final deste texto, você deve apresentar os seguintes aprendizados:

- Comparar modelos de otimização lineares, não lineares, discretos e mistos.
- Construir modelos de otimização lineares, não lineares, discretos e mistos.
- Apontar aplicações práticas de modelos de otimização lineares, não lineares, discretos e mistos.

# Introdução

De modo geral, a pesquisa operacional (PO) é a aplicação de métodos científicos a problemas complexos para auxiliar no processo de tomada de decisões, como projetar, planejar e operar sistemas em situações que demandem alocações eficientes de recursos escassos. A PO é um ramo interdisciplinar da matemática aplicada que faz uso de modelos matemáticos, estatísticos e de algoritmos na ajuda à tomada de decisão.

A PO é uma ciência voltada para a solução de problemas reais, com foco na tomada de decisões e na aplicação de conceitos e métodos de várias áreas científicas na concepção, no planejamento ou na operação de sistemas.

Neste capítulo, você vai estudar diferentes modelos de PO e suas aplicações.

# Modelos de otimização

Antes de começarmos a tratar dos principais modelos de otimização, é necessário entender o conceito de otimização. A **otimização**, de acordo com Neumann (2015), refere-se ao estudo de problemas em que se busca minimizar ou maximizar uma função por meio da escolha sistemática dos valores de variáveis reais ou inteiras dentro de um conjunto viável. A otimização refere-se a:

- maximização de parâmetros, tais como lucro, vendas, uso efetivo de uma área, nível de produção e uso de determinado recurso;
- minimização de parâmetros, tais como custos de produção, uso de um de um determinado recurso de alto valor monetário e emprego de mão de obra.

A área que estuda problemas de otimização é classicamente chamada de programação matemática. Para isso, os modelos de programação matemática (ou otimização matemática) têm um papel destacado na PO. De acordo com Batalha (2008), para um determinado problema, um modelo de programação matemática representa alternativas ou escolhas desse problema como variáveis de decisão, e procura por valores dessas variáveis de decisão que minimizam ou maximizam funções dessas variáveis, as quais são chamadas de funções objetivas, sujeitas a restrições sobre os possíveis valores dessas variáveis de decisão.

A investigação operacional (IO), também conhecida como pesquisa operacional (PO), é um ramo interdisciplinar da matemática aplicada que faz uso de modelos matemáticos, estatísticos e de algoritmos na ajuda à tomada de decisão. Essa técnica é usada, sobretudo, para analisar sistemas complexos do mundo real, tipicamente com o objetivo de melhorar ou otimizar a *performance*. Batalha (2008) menciona que, para resolver os modelos de PO, existem diversas técnicas e métodos disponíveis na literatura de PO.



## Fique atento

A PO não é uma ciência em si, mas sim a *aplicação da ciência à solução de problemas gerenciais* e administrativos. Ela centra-se no desempenho de sistemas organizados como um todo, em vez de suas partes tomadas separadamente.

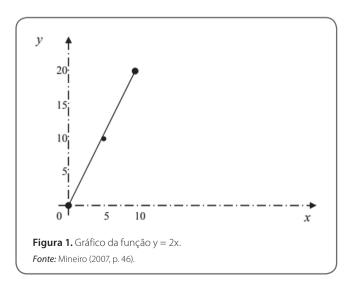
## Principais modelos de otimização

Vários tipos de modelos são usados por analistas de PO, sendo que os principais modelos são apresentados a seguir.

## Otimização linear ou programação linear (PL)

Consiste em métodos para resolver problemas de otimização de uma funçãoobjetivo linear, sujeita a restrições (desigualdades) também lineares. Ou seja, é um modelo matemático desenvolvido para resolver determinados tipos de problemas, em que as relações entre as variáveis relevantes possam ser expressas por equações e inequações lineares. Dada a relativa abundância de problemas com essas características em muitas áreas profissionais (principalmente na engenharia de produção), não é de espantar que a PL tenha se tornado no mais popular modelo de ciência da gerência (MOREIRA, 2008).

Em um *programa linear*, a otimização poderá ser maximização ou minimização da função-objetivo, e as restrições podem ser do tipo  $\leq$ , = ou  $\geq$ . De acordo com Corrar e Theóphilo (2004), as variáveis reais podem ser não negativas e/ou assumir qualquer valor real. Uma função é considerada linear quando todas as suas variáveis têm relações proporcionais entre si. Por isso, sua representação gráfica é uma linha reta. A função  $\mathbf{y} = 2\mathbf{x}$ , em que  $\mathbf{x}$  pode assumir os valores de 0 a 10, é um exemplo de função linear. Na Figura 1, é possível observar que todos os valores assumidos pela função podem ser ligados por uma única linha reta.





# **Fique atento**

Um problema de PL é composto por:

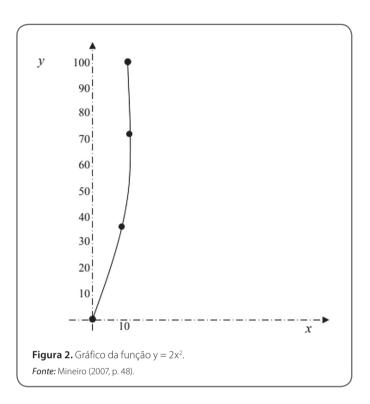
- uma função linear formada com as variáveis de decisão chamada de função-objetivo, cujo valor deve ser otimizado;
- relações de interdependência entre as variáveis de decisão que se expressam por um conjunto de equações ou inequações lineares, chamadas de restrições do modelo;
- variáveis de decisão que devem ser positivas ou nulas.

## Otimização não linear ou programação não linear

Esses modelos também têm sido utilizados em diversos problemas de Engenharia de Produção, embora com menor frequência do que os modelos de programação linear, discreta e mista (BATALHA, 2008). Em matemática, programação não linear é o processo de resolução de um PO definido por um sistema de equações e desigualdades, coletivamente denominadas restrições, por meio de um conjunto de desconhecido variáveis reais, juntamente com uma função-objetivo a ser maximizada ou minimizada, em que algumas das restrições ou a função-objetivo são não lineares.

Os problemas que se encaixam em programação não linear têm por finalidade resolver problemas que envolvem funções constituídas de variáveis que compartilham relações desproporcionais entre si (não linearidade). Assim, utilizam-se os mesmos conceitos (otimização, função objetivo, variáveis de decisão e restrições), embora os procedimentos matemáticos empregados na solução dos problemas de natureza não linear sejam diferentes (MINEIRO, 2007).

Uma função é considerada não linear quando uma ou mais de suas variáveis têm relações desproporcionais entre si. Dessa forma, não é possível interligar todos os pontos com uma reta. A função  $y = x^2$ , em que x pode assumir os valores de 0 a 10, é um exemplo de função não linear. Na Figura 2, é evidenciada a representação gráfica.



## Otimização discreta ou programação linear inteira

Um modelo de PL no qual algumas ou todas as variáveis do problema pertencem ao conjunto dos números inteiros. Um problema de PL inteira pode apresentar as seguintes situações:

- 1. todas as varáveis de decisões são inteiras: são problemas denominados problemas de programação linear inteira pura (PLIP);
- **2.** parte das varáveis de decisões são inteiras: são problemas denominados problemas de programação linear inteira mista (PLIM);
- **3.** todas as varáveis de decisões são binárias: são problemas denominados problemas de programação linear inteira binária (PLIB);
- **4.** parte das varáveis de decisões são binárias: são problemas denominados problemas de programação linear inteira binária mista (PLIBM).

## Otimização mista ou programação linear inteira mista (PLIM)

Quando todas as variáveis são inteiras, o modelo é denominado programação inteira pura; caso contrário, é denominado programação inteira mista.

# Construção dos diferentes tipos de modelos de otimização

Os **modelos de PL** têm sido amplamente utilizados em grande diversidade de problemas de Engenharia de Produção. Para entender melhor como ocorre a construção de um modelo de PL, será apresentado um exemplo de problema de *mix* de produção. Os processos de produção podem envolver um ou vários estágios ou níveis de produção, conforme Batalha (2008).



## **Exemplo**

Suponha que uma empresa produza dois produtos (produtos 1 e 2) e tenha duas linhas de produção, uma para cada produto. A linha 1 tem capacidade para produzir 60 produtos do tipo 1 semanalmente, enquanto a linha 2 pode produzir 50 produtos do tipo 2 por semana. Cada unidade do produto 1 requer uma hora de trabalho para ser produzida, e cada unidade do produto 2 requer duas horas. Apenas 120 horas de trabalho estão disponíveis por semana para as duas linhas de produção.

Se as margens de contribuição ao lucro dos produtos 1 e 2 são 20 e 30, respectivamente, quanto deve ser produzido de cada produto por semana de modo a maximizar a margem de contribuição ao lucro total?

#### Resposta:

Definindo-se x1 e x2 como as quantidades produzidas por semana dos produtos 1 e 2, e Z como a margem de contribuição ao lucro total, esse problema de *mix* de produção pode ser formulado da seguinte forma:

Max Z = 20 x 1 + 30 x 2

 $1x1 + 0x2 \le 60$ 

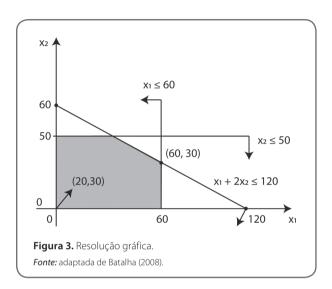
0x1 + 1x2 < 50

 $1x1 + 2x2 \le 120$ 

 $x1 \ge 0, x2 \ge 0$ 

A função-objetivo maximiza a margem de contribuição ao lucro total Z, e a primeira e a segunda restrições garantem que as capacidades de produção das linhas 1 e 2, respectivamente, não sejam excedidas. A terceira restrição refere-se à limitação de horas de trabalho disponíveis para as duas linhas, e a quarta restrição impõe que as variáveis de decisão x1 e x2 de modelo sejam não negativas.

No exemplo apresentado anteriormente, é possível resolver o problema por meio de uma simples análise gráfica, conforme apresentado na Figura 3. As restrições do modelo definem uma região de soluções (x1 e x2) factíveis ou viáveis para o modelo. Uma solução ótima é produzir x1 = 60 unidades do produto 1 e x2 = 30 unidades do produto 2, resultando em um lucro z = 2100.





### Link

O vídeo disponível no link a seguir apresenta mais um exemplo de modelo de otimização linear.

#### https://goo.gl/ri57na

Como já mencionado anteriormente, os **métodos de otimização não lineares** também são usados na Engenharia de Produção, porém, com uma frequência menor em relação ao método de otimização linear. Para ilustrar de forma prática o método de otimização não linear, vamos tomar como exemplo o problema apresentado por Batalha (2008) sobre o problema de planejamento da produção com custos quadráticos. Supondo que uma empresa produza um determinado produto em n fábricas diferentes, onde d é a demanda do produto no período de planejamento e  $x_1$  é a variável de decisão do problema que

define a quantidade produzida do produto na fábrica i, i=1,...,n. Caso o custo de produzir  $x_1$  unidades do produto na fábrica i seja  $x^2_i/c_i$ , quanto produzir em cada fábrica de maneira a minimizar o custo variável total de produção Z?

De modo geral, este problema pode ser formulado pelo seguinte modelo de programação quadrática:

Min 
$$z = x^2_1/c_1 + x^2_2/c_1 + ... + x^2_n/c_n$$
  
 $x_1 + x_2 + ... + x_n = d$   
 $x_1 \ge 0; x_2 \ge 0,... x_n \ge 0$ 

Dessa forma, a função objetiva minimizar o custo variável total de produção z. A primeira restrição garante que a demanda d seja atendida e a segunda restrição impõe que as variáveis de decisão  $x_i$  sejam não negativas. Esse modelo pode ser resolvido por técnicas de programação quadrática ou programação dinâmica determinística. Logo, tem-se:

$$X_i = c_i d / c_1 + c_2 + ... + c_n$$
 para  $i = 1, 2,..., n$ .

Imaginando que n = 4 fábricas, d = 500 unidades demandadas do produto e que os coeficientes de custo em cada fábrica sejam  $c_1$  = 20,  $c_2$  = 40,  $c_3$  = 30 e  $c_4$  = 10, respectivamente, a solução para custo mínimo é produzir  $x_1$  = 100,  $x_2$  = 200,  $x_3$  = 150 e  $x_4$  = 50 em cada fábrica, resultando em x = 2.500.

Anteriormente, mostrou-se um exemplo de aplicação de programação linear. Porém, uma limitação importante que impede um número muito maior de aplicações é a hipótese da divisibilidade, que requer que valores não inteiros sejam permitidos para variáveis de decisão. De acordo com Hillier e Lieberman (2012), em muitos problemas práticos, as variáveis de decisão, na verdade, fazem sentido apenas se tiverem valores inteiros. Por exemplo, normalmente é necessário alocar pessoal, máquinas e veículos para atividades em quantidades inteiras. Se a exigência de valores inteiros for a única maneira pela qual um problema se afaste da formulação de programação linear, então trata-se de um problema de **programação inteira (PI) ou também conhecido como programação dinâmica**.

A fim de facilitar o entendimento, vamos supor que uma empresa visa a expandir e construir uma nova fábrica em São Paulo ou então no Rio de Janeiro, ou, quem sabe, até mesmo em ambas as cidades. A empresa também considera a possibilidade de construir pelo menos um novo depósito, mas a escolha

do local está restrita a uma cidade na qual a nova fábrica será construída. O valor presente líquido (rentabilidade total, considerando-se o valor temporal do dinheiro) de cada uma dessas alternativas é mostrado na quarta coluna da Tabela 1, a seguir. A coluna mais à direita fornece o capital necessário (já incluído no valor presente líquido) para os respectivos investimentos, em que o capital total disponível é de R\$ 10 milhões. O objetivo é encontrar a combinação de alternativas que maximize o valor presente líquido total.

Tabela 1. Dados para exemplo.

Número de decisões	Pergunta sim ou não	Variável de decisão	Valor presente líquido	Capital exigido
1	Construir a fábrica em São Paulo?	x1	R\$ 9 milhões	R\$ 6 milhões
2	Construir a fábrica no Rio de Janeiro?	x2	R\$ 5 milhões	R\$ 3 milhões
3	Construir o depósito em São Paulo?	х3	R\$ 6 milhões	R\$ 5 milhões
4	Construir o depósito no Rio de Janeiro?	x4	R\$ 4 milhões	R\$ 2 milhões

Fonte: adaptada de Hillier (2014).

Todas as variáveis de decisão têm a forma binária, onde:

$$x_j = \underbrace{ \ \ }_{0 \text{ se a decisão j for sim}}$$
 0 se a decisão j for não  $(j=1,2,3,4)$ 

Z será o valor presente líquido total dessas decisões.

Caso o investimento for feito para construir determinada instalação (de modo que a variável de decisão correspondente tenha valor igual a 1), o valor presente líquido estimado desse investimento é dado na quarta coluna da

Tabela 1. Se o investimento não for realizado (e, assim, a variável de decisão será igual a 0), o valor presente líquido será 0. Portanto, usa unidades de milhões de reais.

$$Z = 9x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4$$

A coluna mais à direita da Tabela 1 indica que o volume de capital gasto nas quatro instalações não pode exceder R\$ 10 milhões. Consequentemente, continuando a usar unidades de milhões de reais, uma restrição no modelo é:

$$6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \le 10$$

Pelo fato de as duas últimas decisões representarem alternativas mutuamente exclusivas (a empresa quer no máximo um depósito novo), também precisamos da restrição:

$$X_3 + X_4 \le 1$$

Além disso, as decisões 3 e 4 são decisões contingentes, pois elas são contingentes, em relação às decisões 1 e 2, respectivamente (a empresa consideraria construir um depósito em determinada cidade somente se também fosse construir uma nova fábrica lá). Logo, no caso da decisão 3, é necessário que  $x_3 = 0$  se  $x_1 = 0$ . Essa limitação sobre  $x_3$  (quando  $x_1 = 0$ ) é imposta adicionando-se a restrição

$$X_2 \leq X_1$$

De modo similar, a exigência de que  $x_4 = 0$  caso  $x_2 = 0$  é imposta adicionando-se a restrição:

$$X_{A} \leq X_{2}$$

Dessa forma, após reescrever essas duas restrições para trazer todas as variáveis para o lado esquerdo da equação, o modelo PIB completo ficará:

Maximizar 
$$Z = 9x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 4x_4,$$
 
$$6x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 \le 10$$
 
$$x_3 + x_4 \le 1$$
 
$$-x_1 + x_3 \le 0$$
 
$$-x_2 + x_4 \le 0$$
 
$$x_j \le 1$$
 
$$x_j \ge 0$$
 
$$x_i \text{ \'e inteira para } j = 1, 2, 3, 4$$

De maneira equivalente, as três últimas linhas desse modelo podem ser substituídas por uma única restrição:

$$x_{j}$$
 é binária para  $j = 1, 2, 3, 4$ 

Tanto na PI como na PLIM não existem condições de otimização conhecidas para testar se uma dada solução viável é ótima a não ser por meio da comparação explícita ou implícita dessa solução com cada uma das soluções viáveis do problema. Este é o motivo pelo quais estes são resolvidos por intermédio de métodos de enumeração que buscam solução ótima no conjunto de soluções viáveis.

Em relação à **PLIM**, Pinedo (2010) apresenta um exemplo de uma empresa que visa a construir hidrelétricas para atender diferentes municípios. Dessa forma, pode-se supor que existem *n* pontos elegíveis para a construção (*n*-máximo) e deseja-se instalar certa quantidade de usinas (n-mínimo), sabendo que existem *m* pontos (municípios) que devem ser atendidos pelas usinas. Em razão das restrições econômicas, o número de usinas a serem instaladas deve ser superior ao *n*-mínimo e inferior ao *n*-máximo. Supondo que cada usina tem uma capacidade máxima de produção e estoque e cada cliente tem uma demanda, que deve ser integralmente atendida, utiliza-se, então, uma variável

aleatória (0 ou 1) para representar a decisão de instalar uma usina em cada um dos *n* pontos possíveis:

■ 1, se o local j é escolhido para a instalação de uma usina, e 0, se não.

É necessário também uma variável contínua que representa o percentual da demanda do cliente j que foi atendida pela usina i.

$$i = 1, 2, 3, ..., m, j = 1, 2, 3, 3, ..., n$$

Associa-se um custo fixo de instalação da usina a cada um dos *n* pontos, que representa o custo de construção da usina e os custos fixos de operação. O custo de transporte de produtos entre o depósito (da usina) e o cliente, os custos variáveis de operação e suprimentos do depósito (inclusive o custo de transporte de produtos entre os pontos de suprimentos primários e os depósitos) são representados pelo custo variável de suprimentos (). Pode-se, então, formalizar o problema de localização das usinas por meio da função-objetivo e do conjunto de restrições a seguir:

- $\blacksquare$  min Z = min + minimizar o custo total.
- sujeita às restrições:

```
= 1, cliente i = 1, 2, 3, . . . , m (3.0) j = 1, 2, 3, . . . , n (3.1)
```

a procura do município i deve ser satisfeita apenas pela usina selecionada n-mínimo ≤ ≤ n-máximo (3.2)

- $\in$  {0, 1} onde:
- = custo de instalação de uma usina no local j
- = custo de satisfazer a procura total de i a partir de j

A igualdade (3.0) garante que todos os clientes (municípios) serão totalmente atendidos. A expressão (3.1) garante que nenhuma usina ultrapassará sua produção máxima. A equação (3.2) determina que o número de usinas esteja limitado ao intervalo (n-mínimo, n-máximo).

# Aplicações práticas dos modelos de otimização

Batalha (2008) menciona que a pesquisa operacional tem caráter multidisciplinar, uma vez que se estende por praticamente todos os domínios da atividade humana, da Engenharia à Medicina, passando pela Economia e pela Gestão Empresarial. Dentre as áreas de aplicação, estão a administração da produção; a agricultura, a alimentação, a coleta de lixo, a análise de investimentos, a alocação de recursos limitados, o planejamento regional, a logística, o custo de transporte, entre várias outras. Especificamente tratando da Engenharia de Produção, o **modelo de PL** é aplicação em:

- Planejamento logístico de frotas e rotas.
- Planejamento da produção de longo, médio e curto prazos.
- Decisão em escolha de *mix* de produtos em manufatura.
- Estratégias operacionais em mineração, siderurgia, petroquímicas e agricultura.
- Decisão de localização de facilidade ou instalação de fábricas ou centros de distribuição.
- Decisão em finanças na escolha da melhor carteira de investimentos.



## **Fique atento**

Problemas de *mix* de produção consistem em decidir quais produtos produzir e quanto produzir de cada produto em cada período, considerando as restrições de capacidade dos processos de produção e as limitações de disponibilidade dos recursos envolvidos (como mão de obra, equipamentos, etc.), de maneira a maximizar a margem de contribuição ao lucro. Os processos de produção podem envolver um ou vários estágios ou níveis de produção, conforme Batalha (2008).



# Exemplo

A empresa Kellog (empresa multinacional americana, produtora de cereais), utilizou modelos de PL multiperíodos para auxiliar no processo de tomada de decisões de produção e distribuição dos seus cereais. Desta, a empresa desenvolveu um modelo de planejamento operacional para determinar onde produzir os produtos e como transportá-los entre as plantas e os centros de distribuição. Com o auxílio desse modelo de otimização operacional, a empresa reduziu os custos de produção, estocagem e distribuição em US\$ 4,5 milhões por ano (BATALHA, 2008).

Os modelos de programação não linear também têm sido utilizados em diversos problemas de Engenharia de Produção, como o planejamento da produção de gasolina e fluidos de freios, porém, cabe ressaltar, em menor frequência do que os modelos de PL (BATALHA, 2008). Para programação não linear, o mundo em geral tem problemas não lineares, que significa que o modelo real violará uma ou todas as propriedades citadas. Contudo, muitas aplicações da otimização linear têm sido bem-sucedidas, mesmo sendo aproximações da realidade. Se o modelo contiver sérias violações suficientes para invalidar o modelo linear, então se torna necessário utilizar um modelo não linear (MINEIRO, 2007).

Exemplos de problemas que utilizam o método de programação não linear:

- Problemas de *mix* de produtos, em que a margem de lucro por produto varia conforme a quantidade vendida.
- Problemas de transporte, com custos variáveis dependendo da quantidade enviada.



## **Exemplo**

A Texaco é uma grande empresa do ramo petrolífero. Por meio do uso de modelos de programação não linear (baseados em modelos de mistura), começou a tomar decisões de como refinar óleo cru para produzir gasolina regular *unleaded*, gasolina *plus unleaded* e gasolina *super unleaded* em suas refinarias. Com o uso destes modelos, a empresa passou a economizar cerca de US\$ 30 milhões por ano (BATALHA, 2008).

Da mesma forma que os outros modelos de otimização, a **programação** discreta também têm sido utilizados com sucesso em uma grande diversidade de problemas em Engenharia de Produção, incluindo problemas de carga fixa e problemas de dimensionamento e programação de lotes de produção (produção e sequenciamento de lotes de bebidas), problemas de programação da produção (como o balanceamento de linhas de montagem), problemas de localização de instalações e facilidades (localização de centros de distribuição de combustíveis em postos de gasolina), problemas de corte de materiais (corte de chapas em fábricas de móveis), problemas de carregamento de carga (arranjo de caixas em pallets e contêineres), problemas de designação e programação de grade de horários (atribuição de professores, cursos e salas de aula, programação de calendários em torneios esportivos), problemas de cobertura, partição e empacotamento de conjuntos (programação de tripulação de aviões e localização de unidades de atendimento emergencial), problemas de caixeiro-viajante (roteiro de clientes a serem visitados por um vendedor), problemas de carteiro chinês (coleta de lixo nas ruas de uma cidade), entre outros (BATALHA, 2008).



## **Exemplo**

A Ford (fábrica de automóveis) começou a usar modelos de programação discreta no dimensionamento e gerenciamento de testes de veículos protótipos, baseados em modelos de cobertura de conjuntos e modelos de simulação, desenvolvendo um modelo de otimização de protótipos para orçar, planejar e gerenciar a frota de veículos protótipos, tendo como objetivo minimizar o número de veículos construídos e sujeitos às restrições dos testes a serem realizados nos veículos dentro dos prazos estabelecidos. Com isso, estima-se que a empresa economizou cerca de US\$ 250 milhões por ano (BATALHA, 2008).

A PLIM é a metodologia mais comum usada em modelos de localizações comerciais, e a grande vantagem da PI é permitir que sejam incluídos na análise os custos fixos, bem como diferentes níveis de custos variáveis para as instalações. A variável continua correspondente às variáveis de processo (temperatura, peso, medida, distância, etc.). Os modelos baseados na PLIM têm solução mais complexa em relação àqueles que utilizam a PL.



# **Exercícios**

- O modelo de otimização no qual algumas ou todas as variáveis do problema pertencem ao conjunto dos números inteiros é denominado de:
  - a) otimização discreta.
  - b) otimização linear.
  - c) otimização mista
  - d) otimização não linear.
  - e) otimização dinâmica.
- 2. Entre as alternativas a seguir, qual representa uma aplicação prática da otimização linear?
  - **a)** Problemas de transporte, com custos variáveis dependendo da quantidade enviada.
  - **b)** Problemas de carga fixa e problemas de dimensionamento e programação de lotes de produção.
  - c) Busca para localizações comerciais.
  - **d)** Planejamento logístico de frotas e rotas.
  - **e)** Problemas de designação e programação de grade de horários.
- 3. A seguir, apresenta-se um exemplo de programação linear: Imagine que um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a R\$ 20,00 de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssego a R\$ 10,00 de lucro por caixa e no máximo 200 caixas de tangerinas a R\$ 30.00 de lucro por caixa. Levando em conta que o vendedor queira carregar o caminhão visando a obter o lucro máximo, qual alternativa está correta em relação à restrição desse problema?

#### Adote:

X1 = quantidade de caixas de pêssego; X2 = quantidade de caixas de tangerina. Ambas as variáveis são positivas e números inteiros.

- a)  $X1 + X2 \le 600$ ; sendo que  $X1 \ge 0$  e  $X2 \le 200$ .
- **b)**  $X1 + X2 \ge 600$ ; sendo que  $X1 \ge 0$  e  $X2 \le 200$ .
- c)  $X1 + X2 \ge 600$ ; sendo que  $X1 \ge 0$  e  $X2 \ge 200$ .
- **d)**  $X1 + X2 \ge 800$ ; sendo que X1 < 0 e X2 > 200.
- **e)**  $X1 + X2 \le 600$ ; sendo que  $X1 \le 0$  e  $X2 \ge 200$ .
- **4.** Em se tratando dos elementos dos modelos de otimização, assinale a alternativa correta.
  - a) Os objetivos visam a definir e identificar as variáveis de decisão do problema.
  - **b)** As restrições definem o conjunto de equações ou inequações do problema.
  - As restrições buscam definir critérios de avaliação capazes de indicar que uma decisão é preferível a outras.
  - **d)** As variáveis de decisão podem assumir valores unicamente positivos.
  - e) O problema tem um conjunto de variáveis manipuláveis no procedimento de busca pelo ótimo e estas são as restrições do problema.
- **5.** Uma empresa química visa a instalar uma nova filial, o que gerará novas vagas de trabalho e aumento de imposto. Para isso, a empresa

recebeu cinco propostas diferentes de municípios que têm interesse em receber as novas instalações. Qual o método de otimização mais apropriado que a empresa deve escolher para tomada da decisão?

- a) Otimização dinâmica.
- **b)** Otimização não linear.
- c) Otimização linear.
- d) Otimização linear inteira mista.
- e) Otimização discreta.



## Referências

BATALHA, M. O. (Org.). *Introdução à engenharia de produção*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

CORRAR, L. J.; THEÓPHILO, C. R. (Coord.). *Pesquisa Operacional para Decisão em Contabilidade e Administração*. São Paulo: Atlas, 2004.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introdução à pesquisa operacional.* 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2012.

MINEIRO, A. A. C. *Aplicação de Programação Não-Linear como ferramenta de auxílio à tomada de decisão na gestão de um clube de investimento*. 2007. 105 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2007.

MOREIRA, D. A. Administração da produção e operações. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

NEUMANN, C. *Engenharia de produção*: curso preparatório para concursos. Rio de Janeiro: Campus, 2015.

PINEDO, K. S. Estudo sobre determinação de pontos ótimos para localização e implantação de usinas de biodiesel no estado do Tocantins. Dissertação (Mestrado em Agroenergia) - Universidade Federal do Tocantins, Palmas, 2010.

#### Leituras recomendadas

LACHTERMANCHER, G. *Pesquisa operacional na tomada de decisões.* 4. ed. São Paulo: Pearson, 2009.

LOESCH, C.; HEIN, N. *Pesquisa Operacional*: fundamentos e modelos. São Paulo: Saraiva, 2009.

PERIN FILHO, C. Introdução à Simulação de Sistemas. Campinas: Unicamp, 1995.

Encerra aqui o trecho do livro disponibilizado para esta Unidade de Aprendizagem. Na Biblioteca Virtual da Instituição, você encontra a obra na íntegra.

