

Física

PARA UNIVERSITÁRIOS

MECÂNICA

WOLFGANG BAUER

GARY D. WESTFALL

HELIO DIAS

**Mc
Graw
Hill**





B344f Bauer, Wolfgang.

Física para universitários [recurso eletrônico] : mecânica /
Wolfgang Bauer, Gary D. Westfall, Helio Dias ; tradução: Iuri
Duquia Abreu, Manuel Almeida Andrade Neto ; revisão técnica:
Helio Dias. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre : AMGH, 2012.

Editado também como livro impresso em 2012.
ISBN 978-85-8055-095-5

1. Física. 2. Mecânica. I. Westfall, Gary D. II. Dias, Helio.
III. Título.

CDU 531

5

Energia Cinética, Trabalho e Potência

O QUE APRENDEREMOS 141

5.1 Energia em nossa vida diária 141

5.2 Energia cinética 143

Exemplo 5.1 Queda de um vaso 144

5.3 Trabalho 145

5.4 Trabalho realizado por uma
força constante 145

Encarte matemático: produto escalar de vetores 146

Exemplo 5.2 Ângulo entre dois vetores posição 147

Caso unidimensional 149

Teorema do trabalho e energia cinética 149

Trabalho realizado pela força gravitacional 149

Trabalho realizado para erguer e abaixar
um objeto 150

Exemplo 5.3 Halterofilismo 150

Uso de polias para o levantamento 151

5.5 Trabalho realizado por uma força variável 152

5.6 Força elástica 153

Exemplo 5.4 Constante elástica 154

Trabalho realizado pela força elástica 155

Problema resolvido 5.1 Compressão de uma mola 155

5.7 Potência 157

Potência para uma força constante 158

Exemplo 5.5 Aceleração de um carro 158

O QUE JÁ APRENDEMOS / GUIA DE ESTUDO PARA EXERCÍCIOS 159

Guia de resolução de problemas 161

Problema resolvido 5.2 Levantamento de tijolos 161

Problema resolvido 5.3 Arremesso de peso 162

Questões de múltipla escolha 164

Questões 165

Problemas 165

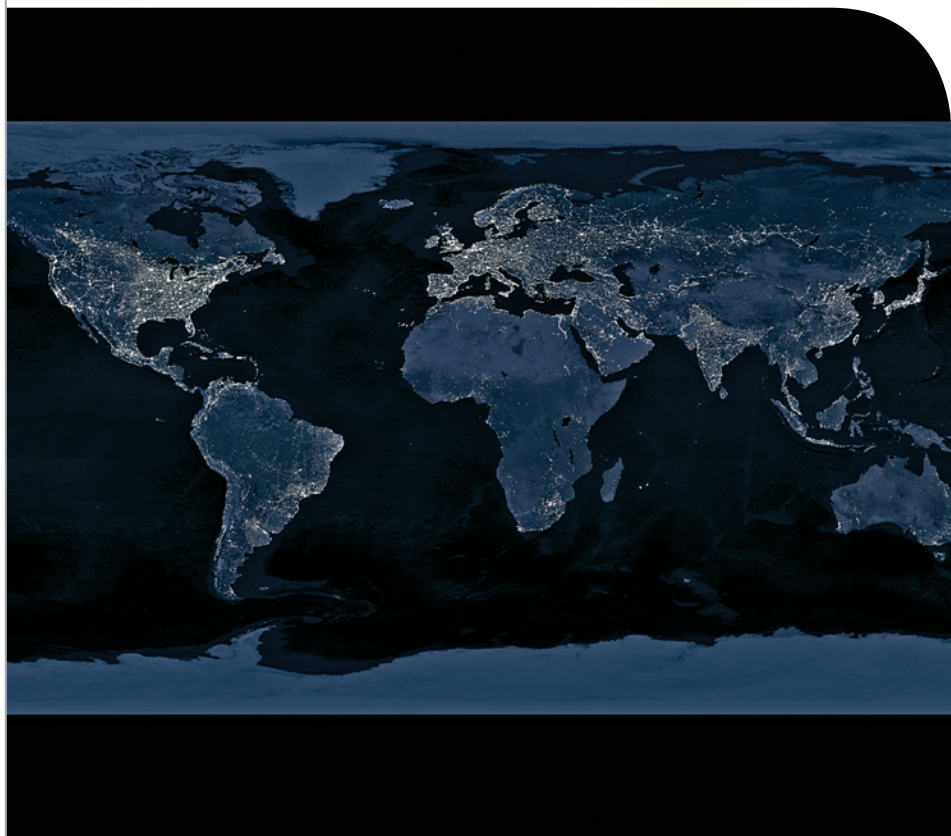


Figura 5.1 Uma imagem composta de fotografias de satélites da NASA feitas à noite. As fotos foram tiradas entre novembro de 1994 e março de 1995.

O QUE APRENDEREMOS

- Energia cinética é a energia associada ao movimento de um objeto.
- Trabalho é a energia transferida para um objeto ou transferida de um objeto, causado pela ação de uma força externa. O trabalho positivo transfere energia ao objeto, e o trabalho negativo transfere energia do objeto.
- Trabalho é o produto escalar do vetor força pelo vetor de deslocamento.
- A mudança de energia cinética resultante de forças aplicadas é igual ao trabalho realizado pelas forças.
- Potência é a taxa temporal com que o trabalho é feito.
- A potência fornecida por uma força constante que atua sobre um objeto é o produto escalar do vetor velocidade desse objeto pelo vetor força.

A Figura 5.1 é uma imagem composta de fotografias de satélite feitas à noite, mostrando quais partes do mundo usam mais energia para iluminação noturna. Não é surpresa alguma que os Estados Unidos, a Europa Ocidental e o Japão se destaquem. A quantidade de luz emitida por uma região durante a noite é uma boa medida da quantidade de energia que essa região consome.

Em física, a energia tem significância fundamental: praticamente nenhuma atividade física acontece sem o gasto ou transformação de energia. Cálculos que envolvam a energia de um sistema são de importância essencial na ciência e na engenharia. Como veremos neste capítulo, métodos de resolução de problemas que incluam energia oferecem uma alternativa para trabalhar com as leis de Newton e geralmente são mais simples e fáceis de usar.

Este capítulo apresenta os conceitos de energia cinética, trabalho e potência e introduz algumas técnicas que usam essas ideias, como o teorema de trabalho e energia cinética, para solucionar diversos tipos de problemas. O Capítulo 6 introduzirá tipos adicionais de energia e expandirá o teorema de trabalho e energia cinética para dar mais detalhes; também será discutida uma das grandes ideias na física e, de fato, em toda a ciência: a lei de conservação de energia.

5.1 Energia em nossa vida diária

Nenhuma grandeza física tem maior importância em nossa vida diária do que a energia. Consumo energético, eficiência energética e “produção” de energia são de extrema importância econômica e objeto de discussões acaloradas sobre políticas nacionais e acordos internacionais. (A palavra *produção* está entre aspas porque a energia não é produzida, mas convertida de uma forma menos utilizável para outra mais utilizável.) A energia também desempenha um papel importante na rotina diária de cada indivíduo: consumo energético através de calorias alimentares e consumo energético por meio de processos celulares, atividades, trabalho e exercício. Em última análise, perda ou ganho de peso deve-se a um desequilíbrio entre consumo e uso de energia.

A energia tem muitas formas e exige diversas abordagens diferentes para ser totalmente estudada. Desta forma, a energia é um tema recorrente em todo este livro. Começamos este capítulo e o seguinte investigando formas de energia mecânica: energia cinética e energia potencial. Energia térmica, outra forma de energia, é um dos pilares centrais da termodinâmica. A energia química é armazenada em compostos químicos, e reações químicas podem consumir energia do ambiente (reações endotérmicas) ou gerar energia utilizável para o ambiente (reações exotérmicas). Nossa economia do petróleo se utiliza da energia química e de sua conversão em energia mecânica e calor, que é outra forma de energia (ou transferência de energia).

Veremos que a radiação eletromagnética contém energia. Essa energia é a base para nossa forma renovável de energia – a energia solar. Quase todas as outras fontes de energia renovável na Terra remontam à energia solar. A energia solar é responsável pelo vento que impulsiona grandes aerogeradores (Figura 5.2) A radiação solar também é responsável por evaporar água da superfície terrestre e movê-la para as nuvens, de onde cai na forma de chuva e acaba se juntando a rios que podem ser represados (Figura 5.3) para extrair energia. A biomassa, outra forma de energia renovável, depende da capacidade de plantas e animais em armazenar energia solar durante seus processos metabólicos e de crescimento.



Figura 5.2 Fazendas eólicas coletam energia renovável.



Figura 5.3 Represas oferecem energia elétrica renovável. (a) A represa Grand Coulee no Rio Columbia em Washington. (b) A represa de Itaipu no Rio Paraná, no Brasil e no Paraguai.



(a)



(b)

Figura 5.4 (a) Fazenda solar com uma disposição ajustável de espelhos; (b) painel solar.

Na verdade, a energia irradiada sobre a superfície terrestre pelo sol excede as necessidades energéticas de toda a população humana por um fator de mais de 10.000. É possível converter energia solar diretamente em energia elétrica usando células fotovoltaicas (Figura 5.4b). Enormes esforços atuais de pesquisa estão sendo feitos para aumentar a eficiência e confiabilidade dessas fotocélulas e, ao mesmo tempo, reduzir seu custo. Versões de células solares já estão sendo utilizadas para alguns fins práticos, como, por exemplo, em luzes para pátios e jardins. Fazendas solares experimentais, como a que aparece na Figura 5.4a, também estão em operação. Os problemas em usar energia solar são que ela não está disponível à noite, tem variações sazonais e fica fortemente reduzida em condições de nebulosidade ou mau tempo. Dependendo da instalação e métodos de conversão usados, os dispositivos solares atuais convertem apenas 10-15% da energia solar em energia elétrica; o aumento dessa fração é uma meta central da atividade de pesquisa moderna. Materiais com 30% ou mais de produção de energia elétrica a partir de energia solar foram desenvolvidos em laboratório, mas ainda não foram aplicados em escala industrial. A biomassa, em comparação, tem eficiências muito menores de captura de energia solar, na ordem de 1% ou menos.

Em relatividade, veremos que energia e massa não são conceitos totalmente separados, e sim relacionados entre si por meio da famosa fórmula de Einstein, $E = mc^2$. Na física nuclear, constatamos que a divisão de núcleos atômicos massivos (como urânio ou plutônio) libera energia. Usinas nucleares convencionais são baseadas nesse princípio físico, chamado de *fissão nuclear*. Também é possível obter energia útil unindo núcleos atômicos com massas bem pequenas (hidrogênio, por exemplo) em núcleos mais massivos, um processo chamado de *fusão nuclear*. O sol e a maioria das estrelas no universo usam fusão nuclear para gerar energia.

Muitos acreditam que a energia da fusão nuclear é o meio mais provável de satisfazer as necessidades energéticas de longo prazo da moderna sociedade industrializada. Talvez a abordagem mais provável para atingir o progresso rumo a reações controladas de fusão seja a proposta do reator de fusão nuclear internacional ITER (“o caminho”, em latim), que será construído na França. Mas há outras abordagens promissoras para solucionar o problema de como usar a fusão nuclear, como a National Ignition Facility (NIF), inaugurada em maio de 2009 no Laboratório Nacional Lawrence Livermore, na Califórnia.

Trabalho e potência estão relacionados à energia. Todos usamos essas palavras de modo informal, mas este capítulo explicará como essas grandezas se relacionam à energia em termos físicos e matemáticos precisos.

Pode-se ver que a energia ocupa um lugar de destaque em nossas vidas. Um dos objetivos deste livro é dar uma fundamentação sólida sobre os conceitos básicos de ciência energética. Então você poderá participar de algumas das mais importantes discussões sobre políticas públicas de nossa época tendo o conhecimento adequado.

Permanece uma questão final: o que é energia? Em muitos livros, energia é definida como a capacidade de realizar trabalho. Porém, essa definição só transfere o mistério, sem dar uma explicação mais profunda. E a verdade é que não há uma explicação mais profunda. Em sua famosa obra *Lições de Física de Feynman*, o ganhador do Nobel e herói popular da física Richard

Feynman escreveu em 1963: “É importante perceber que, na física moderna, não temos conhecimento sobre o que *é* a energia. Não temos uma imagem de que a energia vem em pequenas bolhas de quantidade definida. Não é assim. No entanto, existem fórmulas para calcular alguma grandeza numérica, e quando adicionamos todas as contribuições, o resultado é ‘28’ – sempre o mesmo número. É uma coisa abstrata na medida em que não nos diz o mecanismo ou as *razões* para as várias fórmulas”. Mais de quatro décadas mais tarde, isso não mudou. O conceito de energia *e*, em especial, a lei de conservação de energia (veja o Capítulo 6), são ferramentas extremamente úteis para desvendar o comportamento de sistemas. Mas nenhuma conseguiu dar uma explicação da verdadeira natureza da energia.

5.2 Energia cinética

O primeiro tipo de energia que vamos considerar é a energia associada ao movimento de um objeto: **energia cinética**. A energia cinética é definida como metade do produto da massa de um objeto em movimento pelo quadrado de sua velocidade:

$$K = \frac{1}{2}mv^2. \quad (5.1)$$

Observe que, por definição, a energia cinética é sempre positiva ou igual a zero, e somente é zero para um objeto em repouso. Também observe que a energia cinética, como todas as formas de energia, é um escalar, e não uma grandeza vetorial. Como ela é o produto da massa (kg) e da velocidade ao quadrado (m/s · m/s), as unidades de energia cinética são kg m²/s². Uma vez que a energia é uma grandeza tão importante, ela tem sua própria unidade do SI, o **joule (J)**. A unidade de força do SI, o newton, é 1 N = 1 kg m/s², e podemos fazer uma conversão útil:

$$\text{Unidade de energia: } 1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ kgm}^2/\text{s}^2. \quad (5.2)$$

Vamos analisar alguns exemplos de valores de energia para ter uma noção do tamanho do joule. Um carro de massa 1310 kg conduzido à velocidade limite de 55 mph (24,6 m/s) tem uma energia cinética de

$$K_{\text{carro}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1310 \text{ kg})(24,6 \text{ m/s})^2 = 4,0 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

A massa da Terra é de $6,0 \cdot 10^{24}$ kg, e ela orbita ao redor do sol com velocidade de $3,0 \cdot 10^4$ m/s. A energia cinética associada a esse movimento é $2,7 \cdot 10^{33}$ J. Uma pessoa de massa 64,8 kg correndo a 3,50 m/s tem energia cinética de 400 J, e uma bola de beisebol (massa de “5 onças avoirdupois” = 0,142 kg) arremessada a 80 mph (35,8 m/s) tem energia cinética de 91 J. Em escala atômica, a energia cinética média de uma molécula de ar é $6,1 \cdot 10^{-21}$ J. Os módulos comuns das energias cinéticas de alguns objetos em movimento são apresentados na Figura 5.5. É possível ver, nesses exemplos, que a variação de energias envolvidas em processos físicos é bastante grande.

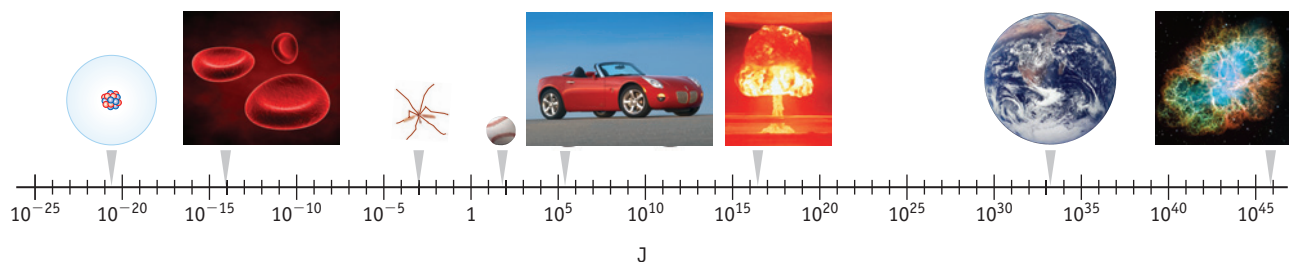


Figura 5.5 Variação de energias cinéticas exibidas em uma escala logarítmica. As energias cinéticas (esquerda para direita) de uma molécula de ar, uma hemácia se deslocando pela aorta, um mosquito voando, uma bola de beisebol arremessada, um carro em movimento e a Terra orbitando ao redor do sol são comparadas à energia liberada de uma explosão nuclear de 15 Mt e a de uma supernova, que emite partículas com uma energia cinética total de aproximadamente 10^{46} J.

Outras unidades de energia usadas com frequência são o elétron-volt (eV), a caloria alimentar (Cal) e o megaton de TNT (Mt):

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ Cal} = 4186 \text{ J}$$

$$1 \text{ Mt} = 4,18 \cdot 10^{15} \text{ J}.$$

Em escala atômica, 1 elétron-volt (eV) é a energia cinética que um elétron ganha quando acelerado por um potencial elétrico de 1 volt. O conteúdo energético do alimento que consumimos é geralmente (e de modo equivocado) dado em termos de calorias, mas deveria ser dado em calorias alimentares. Como veremos quando estudarmos termodinâmica, 1 caloria alimentar equivale a 1 quilocaloria. Em escala maior, 1 Mt é a energia liberada pela explosão de 1 milhão de toneladas métricas do explosivo TNT, uma liberação de energia somente atingida por armas nucleares ou por catástrofes naturais, como o impacto de um asteroide grande. Para fins de comparação, em 2007, o consumo anual de energia por todos os humanos na Terra atingiu $5 \cdot 10^{20} \text{ J}$. (Todos esses conceitos serão discutidos em capítulos subsequentes.)

Para o movimento em mais de uma dimensão, podemos escrever a energia cinética total como a soma das energias cinéticas associadas às componentes de velocidade em cada sentido espacial. Para demonstrar isso, comecemos com a definição de energia cinética (equação 5.1) e depois usamos $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2. \quad (5.3)$$

(Nota: a energia cinética é um escalar, então essas componentes não são adicionadas como vetores, mas simplesmente obtendo sua soma algébrica.) Desta forma, podemos pensar na energia cinética como a soma das energias cinéticas associadas movimento no sentido x , y e z . Esse conceito é particularmente útil em problemas de projéteis ideais, nos quais o movimento consiste em queda livre no sentido vertical (sentido y) e o movimento com velocidade constante é no sentido horizontal (sentido x).

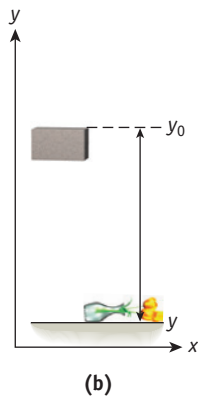
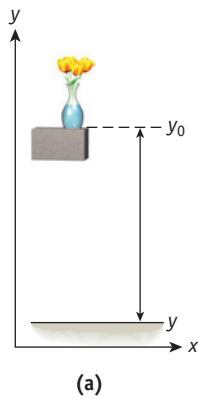


Figura 5.6 (a) Um vaso é solto do repouso a uma altura de y_0 . (b) O vaso cai no chão, que tem uma altura de y .

EXEMPLO 5.1 Queda de um vaso

PROBLEMA

Um vaso de cristal (massa = 2,40 kg) é jogado de uma altura de 1,30 m e cai no chão, conforme mostra a Figura 5.6. Qual é sua energia cinética logo antes do impacto? (Despreze a resistência do ar por enquanto.)

SOLUÇÃO

Assim que soubermos a velocidade do vaso logo antes do impacto, podemos inseri-la na equação que define energia cinética. Para obter essa velocidade, relembramos a cinemática de objetos em queda livre. Neste caso, é mais objetivo usar a relação entre as velocidades inicial e final que derivamos no Capítulo 2 para o movimento em queda livre:

$$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0).$$

(Lembre que o eixo y deve estar apontando para cima para usar essa equação.) Como o vaso é solto do repouso, as componentes da velocidade inicial são $v_{x0} = v_{y0} = 0$. Uma vez que não há aceleração no sentido x , a componente x de velocidade permanece zero durante a queda do vaso: $v_x = 0$. Portanto, temos

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = 0 + v_y^2 = v_y^2.$$

A seguir, obtemos

$$v^2 = v_y^2 = 2g(y_0 - y).$$

Usamos esse resultado na equação 5.1:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2g(y_0 - y)) = mg(y_0 - y).$$

Inserindo os números dados no problema, obtemos a resposta:

$$K = (2,40 \text{ kg})(9,81 \text{ m/s}^2)(1,30 \text{ m}) = 30,6 \text{ J}.$$

5.3 Trabalho

No Exemplo 5.1, o vaso começou com energia cinética zero, logo antes de ser solto. Após cair por uma distância de 1,30 m, tinha adquirido uma energia cinética de 30,6 J. Quanto maior a altura da qual o vaso é solto, maior a velocidade que ele atingirá (ignorando a resistência do ar) e, portanto, maior se torna sua energia cinética. Na verdade, como podemos verificar no Exemplo 5.1, a energia cinética do vaso depende linearmente da altura da qual ele cai: $K = mg(y_0 - y)$.

A força gravitacional, $\vec{F}_g = -mg\hat{y}$, acelera o vaso e, com isso, dá a ele sua energia cinética. Pode-se ver, na equação acima, que a energia cinética também depende linearmente do módulo da força gravitacional. Se a massa do vaso fosse dobrada, a força gravitacional atuando sobre ele também dobraria e, por consequência, sua energia cinética seria o dobro.

Como a velocidade de um objeto pode ser aumentada ou diminuída acelerando-o ou desacelerando-o, respectivamente, sua energia cinética também se altera nesse processo. Para o vaso, acabamos de ver que a força da gravidade é responsável por essa mudança. Levamos em consideração uma mudança na energia cinética de um objeto causada por uma força usando o conceito de trabalho, W .

Definição

Trabalho é a energia transferida para ou de um objeto pela ação de uma força. Trabalho positivo é uma transferência de energia ao objeto, e o trabalho negativo é uma transferência de energia do objeto.

O vaso ganhou energia cinética do trabalho positivo realizado pela força gravitacional e, assim, $W_g = mg(y_0 - y)$.

Observe que essa definição não é restrita à energia cinética. A relação entre trabalho e energia escrita nessa definição é válida em geral para formas distintas de energia, além da energia cinética. Essa definição de trabalho não é exatamente igual ao significado associado à palavra **trabalho** na linguagem cotidiana. O trabalho sendo considerado neste capítulo é o trabalho mecânico em combinação com a transferência de energia. Porém, o trabalho – tanto físico quanto mental – sobre o qual comumente falamos não necessariamente envolve a transferência de energia.

5.4 Trabalho realizado por uma força constante

Suponha que o vaso do Exemplo 5.1 deslize, a partir do repouso, sobre um plano inclinado com ângulo θ em relação à horizontal (Figura 5.7). Por enquanto, desprezamos a força de atrito, mas voltaremos a ela mais adiante. Conforme mostramos no Capítulo 4, na ausência de atrito, a aceleração sobre um plano é dada por $a = g \sin \theta = g \cos \alpha$. (Aqui o ângulo $\alpha = 90^\circ - \theta$ é o ângulo entre o vetor força gravitacional e o vetor deslocamento; veja a Figura 5.7.)

Podemos determinar a energia cinética que o vaso possui nesta situação como função do deslocamento, $\Delta \vec{r}$. Uma forma mais conveniente é realizar esse cálculo usando a relação entre os quadrados das velocidades inicial e final, o deslocamento e a aceleração, que obtivemos para o movimento unidimensional no Capítulo 2:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta r.$$

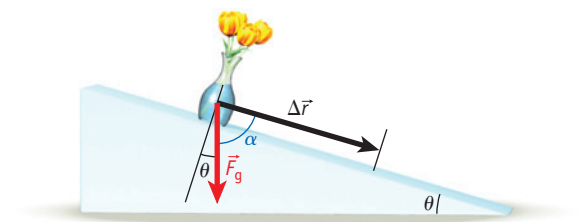


Figura 5.7 Vaso deslizando sem atrito sobre um plano inclinado.

5.1 Pausa para teste

Desenhe o diagrama de corpo livre para o vaso que está deslizando sobre o plano inclinado.

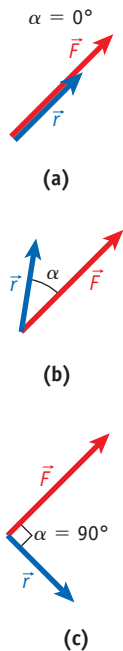


Figura 5.8 (a) \vec{F} é paralelo a \vec{r} e $W = |\vec{F}||\vec{r}|$. (b) O ângulo entre \vec{F} e \vec{r} é α e $W = |\vec{F}||\vec{r}|\cos\alpha$. (c) \vec{F} é perpendicular a \vec{r} e $W = 0$.

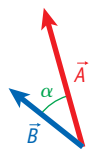


Figura 5.9 Dois vetores \vec{A} e \vec{B} e o ângulo α entre eles.

Definimos $v_0 = 0$ porque novamente presumimos que o vaso é solto do repouso, ou seja, com energia cinética zero. A seguir, usamos a expressão para a aceleração, $a = g \cos \alpha$, a qual acabamos de obter. Agora temos

$$v^2 = 2g \cos \alpha \Delta r \Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2 = mg \Delta r \cos \alpha.$$

A energia cinética transferida para o vaso foi o resultado do trabalho positivo realizado pela força gravitacional e, portanto,

$$\Delta K = mg \Delta r \cos \alpha = W_g. \quad (5.4)$$

Vamos analisar os dois casos limitadores da equação 5.4:

- Para $\alpha = 0$, tanto a força gravitacional quanto o deslocamento estão no sentido y negativo. Assim, esses vetores são paralelos, e temos o resultado que já derivamos para o caso do vaso caindo sob influência da gravidade, $W_g = mg \Delta r$.
- Para $\alpha = 90^\circ$, a força gravitacional ainda está no sentido y negativo, mas o vaso não pode se mover no sentido y negativo, porque está sobre a superfície horizontal do plano. Logo, não há mudança na energia cinética do vaso, e não há trabalho realizado pela força gravitacional sobre o vaso, isto é, $W_g = 0$. O trabalho realizado sobre o vaso pela força gravitacional também é zero, se o vaso se mover com velocidade constante sobre a superfície do plano.

Como $mg = |\vec{F}_g|$ e $\Delta r = |\Delta \vec{r}|$, podemos escrever o trabalho realizado sobre o vaso como $W = |\vec{F}||\Delta \vec{r}|\cos\alpha$. Pelos dois casos limitadores que recém discutimos, ganhamos confiança para usar a equação que acabamos de derivar para o movimento sobre um plano inclinado como a definição do trabalho realizado por uma força constante:

$$W = |\vec{F}||\Delta \vec{r}|\cos\alpha, \quad \text{onde } \alpha \text{ é o ângulo entre } \vec{F} \text{ e } \Delta \vec{r}.$$

Essa equação para o trabalho realizado por uma força constante que atua sobre algum deslocamento espacial é válida para todos os vetores força constantes, vetores deslocamento arbitrários e ângulos entre os dois. A Figura 5.8 mostra três casos para o trabalho realizado por uma força \vec{F} que atua sobre um deslocamento \vec{r} . Na Figura 5.8a, o trabalho máximo é realizado porque $\alpha = 0$ e \vec{F} e \vec{r} estão no mesmo sentido. Na Figura 5.8b, \vec{F} está a um ângulo arbitrário α em relação a \vec{r} . Na Figura 5.8c, nenhum trabalho é realizado porque \vec{F} é perpendicular a \vec{r} .

Adendo matemático: produto escalar de vetores

Na Seção 1.6, vimos como multiplicar um vetor por um escalar. Agora vamos definir uma maneira de multiplicar um vetor por um vetor e obter o **produto escalar**. O produto escalar de dois vetores \vec{A} e \vec{B} é definido como

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\alpha, \quad (5.5)$$

onde α é o ângulo entre os vetores \vec{A} e \vec{B} , conforme mostra a Figura 5.9. Observe que usamos o ponto maior (\bullet) como o sinal de multiplicação para o produto escalar entre vetores, em contraste com o ponto menor (\cdot) que é usado para a multiplicação de escalares. Por causa do ponto, o produto escalar geralmente é chamado de *produto do ponto* (do inglês, *dot product*).

Se dois vetores formam um ângulo de 90° , então o produto escalar tem valor zero. Neste caso, os dois vetores são ortogonais entre si. O produto escalar de um par de vetores ortogonais é zero.

Se \vec{A} e \vec{B} são dados em coordenadas cartesianas como $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ e $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$, então seu produto escalar é igual a:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = (A_x, A_y, A_z) \bullet (B_x, B_y, B_z) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z. \quad (5.6)$$

Usando a equação 5.6, podemos ver que o produto escalar tem a propriedade comutativa:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = \vec{B} \bullet \vec{A}. \quad (5.7)$$

Esse resultado não é surpreendente, uma vez que a propriedade comutativa também é válida para a multiplicação de dois escalares.

Encerra aqui o trecho do livro disponibilizado para esta Unidade de Aprendizagem. Na Biblioteca Virtual da Instituição, você encontra a obra na íntegra.