

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені Тараса Шевченка
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра програмних систем і технологій

Дисципліна
«Ймовірнісні основи програмної інженерії»

Лабораторна робота № 4
«Класичний та статистичний методи визначення ймовірності та обчислення»

Виконала:	Манойлова Катерина Борисівна	Перевірила:	Вечерковська Анастасія Сергіївна
Група	ІПЗ-21	Дата перевірки	
Форма навчання	денна	Оцінка	
Спеціальність	121		

Тема: класичний та статистичний методи визначення ймовірності та обчислення.

Мета роботи: навчитись використовувати на практиці набуті знання про центральні тенденції та міри.

Завдання

1. Аналітичним шляхом розв'язати вказані задачі.

1. В магазин надійшла партія взуття одного фасону і розміру, але різного кольору. Партія містить 40 пар чорного кольору, 26 – коричневого, 22 – червоного і 12 пар синього. Коробки із взуттям виявились невідсортовані за кольором. Яка ймовірність того, що навімання взята коробка виявиться із взуттям червоного або синього кольору?

2. У банку працює 10 співробітників, 8 з яких є консультантами. Знайти ймовірність того, що серед навімання вибраних двох співробітників, хоча б один буде консультантом.

3. В компанії працює 10 менеджерів, серед яких двоє – родичі. Жеребкуванням вибирають трьох. Знайдіть ймовірність того, що серед вибраних фахівців буде принаймні один із родичів.

4. До мінімаркету з п'ятьма відділами прибував товар до одного з них.

Ймовірність призначення товару для

першого відділу $p_1=0,15$, для другого $p_2=0,25$, для третього $p_3=0,2$, а для четвертого $p_4=0,1$. Знайти ймовірність p_5 того, що цей товар призначений для п'ятого відділу.

5. У графіку руху потягів на дільниці є 120 колій для вантажних потягів. З цієї дільниці на станцію прибувають за розбіркою 80 потягів. Знайти ймовірність прибуття двох розбіркових потягів по двох сусідніх коліях.

6. Ймовірність виготовлення стандартного виробу даним станком дорівнює 0,9.

Ймовірність появи виробу першого гатунку серед стандартних виробів становить 0,8. Визначити ймовірність виготовлення виробу першого гатунку даним станком.

7. В групі з 10 студентів, які прийшли на екзамен, 3 підготовлені відмінно, 4 – добре, 2 – посередньо і 1 – погано. В екзаменаційних білетах є 20 питань.

Студент, який підготовлений відмінно може відповісти на всі 20 питань, який підготовлений добре – на 16, посередньо – на 10, погано – на 5. Визваний навімання студент відповів на три довільно заданих питання. Знайти ймовірність того, що цей студент підготовлений: а) відмінно; б) погано.

8. На трьох автоматизованих лініях виготовляють однакові деталі, причому 40% - на першій лінії, 30% - на другій та 30% - на третій. Ймовірність виготовлення стандартної деталі для цих ліній становить відповідно

0,9, 0,95 та 0,95. Виготовлені деталі надходять на склад. Яка ймовірність того, що навмання взята деталь стандартна?

9. У лікарню поступають (в середньому) 40% хворих на пневмонію, 30% -на перитоніт та 30% хворих на ангіну. Ймовірність повного одужання від пневмонії – 0,8; від перитоніту – 0,7 та ангіни – 0,85. Виписано хворого, який повністю одужав. Яка ймовірність того, що він був хворий на перитоніт?

10. 30% приладів збирає фахівець високої кваліфікації і 70% середньої. Надійність роботи приладу, зібраного фахівцем високої кваліфікації 0,9, надійність приладу, зібраного фахівцем середньої кваліфікації 0,8. Взятий прилад виявився надійним. Визначити ймовірність того, що він зібраний фахівцем високої кваліфікації.

2. Написати програму, яка, використовуючи відомі формули теорії ймовірності(запрограмувати вручну) розв’яже задачі приведені у п.1.

3. Порівняти результати обчислень, зробити висновки.

Математична модель:

Формула сполучення: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Класичне означення імовірності: $P = \frac{A}{\theta}$

Де A – сприятливі події, θ – загальна кількість елементів

Ймовірність появи хоча б однієї події: $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

Де \bar{A} – ймовірність протилежної події

Сума усіх ймовірностей: $P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_n) = 1$

Ймовірність одночасної появи двох незалежних випадкових подій A та B:

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

Псевдокод алгоритмів:

Знаходження сполучення:

$C = \text{factorial}(n) / (\text{factorial}(r) * \text{factorial}(n-r))$

1 задача:

black = 40
brown = 26
red = 22
blue = 12
probability = (red+blue)/(black+brown+red+blue)

2 задача:

Способи обрати 2 людини з усіх = $C(2, 10)$
Способи обрати 2 людини з не-консультантів = $C(2, 2)$
 $P = 1 - 2 \text{ з усіх} / 2 \text{ з не-консультантів}$

3 задача:

Способи обрати 3 людини з усіх = $C(3, 10)$
Способи обрати 3 людини з не-родичів = $C(3, 8)$
 $P = 1 - 3 \text{ з усіх} / 3 \text{ не родичі}$

4 задача:

p1 = 0.15
p2 = 0.25
p3 = 0.2
p4 = 0.1
p5 = 1 - (p1+p2+p3+p4)

5 задача:

потягів = 80
колій = 120
 $p = \text{способи обрати 2 потяги} / \text{способи обрати 2 колії}$

6 задача:

ймовірність виготовлення стандартної деталі = 0.9
ймовірність, що стандартна деталь вищого гатунку = 0.8
 $p = \text{стандартна деталь вищого гатунку} * \text{виготовлення стандартної деталі}$

7 задача:

студентів = 10
підготовлені відмінно = 3
підготовлені добре = 4
підготовлені посередньо = 2
підготовлені погано = 1
ймовірність, що будь-який студент, підготовлений відмінно, відповість на усі 3 питання = $(\text{відмінно}/\text{студенти}) * (20/20) * (19/19) * (18/18)$
ймовірність, що будь-який студент, підготовлений добре, відповість на усі 3 питання = $(\text{добре}/\text{студенти}) * (16/20) * (15/19) * (14/18)$

Ймовірність, що будь-який студент, підготовлений посередньо, відповість на усі 3 питання = (посередньо/студенти)*(10/20)*(9/19)*(8/18)

Ймовірність, що будь-який студент, підготовлений погано, відповість на усі 3 питання = (погано/студенти)*(5/20)*(4/19)*(3/18)

P = сума ймовірностей

Ймовірність, що даний студент підготовлений відмінно: = Ймовірність для відмінників/ P

Ймовірність, що даний студент підготовлений погано: = Ймовірність для погано підготовлених/ P

8 задача:

Деталей на першій лінії = 0.4

Ймовірність стандартної на 1 = 0.9

Деталей на другій лінії = 0.3

Ймовірність стандартної на 2 = 0.95

Деталей на третій лінії = 0.3

Ймовірність стандартної на 3 = 0.95

p = загальна ймовірність на першій + загальна ймовірність на другій + загальна ймовірність на третій

9 задача:

Хворих на пневмонію = 0.4

Хворих на перитоніт = 0.3

Хворих на ангіну = 0.3

Одужування від пневмонії = 0.8

Одужування від перитоніту = 0.7

Одужування від ангіни = 0.85

p = одужуваність від пневмонії в лікарні + одужуваність від перитоніту в лікарні + одужуваність від ангіни в лікарні

Ймовірність того, що виписаний пацієнт був хворий на перитоніт = одужуваність від перитоніту в лікарні / p

10 задача:

Предметів фахівця високої кваліфікації = 0.3

Предметів фахівця середньої кваліфікації = 0.7

Надійність ВК = 0.9

Надійність СК = 0.8

p = ймовірність що деталь виготовлена ВК надійна + ймовірність що деталь виготовлена СК надійна

Ймовірність того, що вибраний предмет, який є надійним, зібраний фахівцем високої кваліфікації = ймовірність що деталь виготовлена ВК надійна / p

Випробування алгоритму

```
Завдання 1:
Ймовірність того, що навання взята коробка виявиться із взуттям червоного або синього кольору:  0.34
-----
Завдання 2:
Ймовірність того, що серед навання вибраних двох співробітників, хоча б один буде консультантом:  0.978
-----
Завдання 3:
Ймовірність того, що серед вибраних фахівців буде принаймні один із родичів:  0.533
-----
Завдання 4:
Ймовірність р5 того, що цей товар призначений для п'ятого відділу:  0.3
-----
Завдання 5:
Знайти ймовірність прибуття двох розбіркових потягів по двох сусідніх коліях:  0.443
-----
Завдання 6:
Ймовірність виготовлення виробу першого ґатунку даним станком:  0.72
-----
Завдання 7:
Ймовірність, що даний студент підготовлений відмінно:  0.579
Ймовірність, що даний студент підготовлений погано:  0.0017
-----
Завдання 8:
Ймовірність того, що навання взята деталь стандартна:  0.93
-----
Завдання 9:
Ймовірність того, що виписаний пацієнт був хворий на перитоніт:  0.268
-----
Завдання 10:
Ймовірність того, що вибраний предмет, який є надійним, зібраний фахівцем високої кваліфікації:  0.325
```

Аналітичний розв'язок

1. 40 пар горн., 26 - корн., 22 - герв., 12 - син. Знайти ймов., що взята навмання пара горнона або синя?

$$P = \frac{\text{сині} + \text{герв.}}{\text{к-ть взятих}} = \frac{12 + 22}{40 + 26 + 22 + 12} = \frac{34}{100} = 0,34$$

2. 10 співрід., 8 з них - консулт. Знайти ймов., що з 2 обратні спів. коли б один є консулт.

$$P = 1 - P(\bar{A}) \quad (\text{обидва не є конс.})$$

$$P(\bar{A}) = \frac{C_{10-8}^2 \quad (\text{спос. обратн 2 мод. з не-консул.})}{C_{10}^2 \quad (\text{спос. обратн 2 мод.})} =$$

$$= \frac{\frac{2!}{2! \cdot 0!}}{\frac{10!}{2! \cdot 8!}} = \frac{1}{45} \approx 0,022$$

$$P = 1 - 0,022 = 0,978$$

3. 10 менеджерав, серед них - 2 регіоні. Ймов., що з 3 обратних припадків 1 регіоні = ?

$$P(A) = 1 - \frac{C_8^3}{C_{10}^3} = 0,533$$

Педібно до перер. 3.

4. 5 бигинів. Умов., що мідар приймає до 1-го $p_1 = 0,15$,
 $p_2 = 0,25$, $p_3 = 0,2$, $p_4 = 0,1$. $p_5 = ?$

$$p_5 = 1 - (p_1 + p_2 + p_3 + p_4)$$

$$p_5 = 1 - (0,15 + 0,25 + 0,2 + 0,1) = 0,3$$

5. 120 кайів, 80 потарів. Умов. приб. 2 потарів на 2 сус.
 Кайів = ?

$$p = \frac{C_{80}^2 \text{ (обрати 2 потари з 80)}}{C_{120}^2 \text{ (обрати 2 кайів з 120)}}$$

$$p = \frac{\frac{80!}{2! \cdot 78!}}{\frac{120!}{2! \cdot 118!}} = \frac{3160}{7140} \approx 0,443$$

6. Умов. вуроб. станг. вуробу $= 0,9$. Умов. першого
 латунну з стан. б. $= 0,8$. Умов. вюрт. перш. лат. = ?

$$p = 0,9 \cdot 0,8 = 0,72$$

перетин

7. 10 студентів, з них: 3 нігрок бигинно, 4 - добре,
 2 - посередню, 1 - погано. В білеті 20 питань.
 Бигн. може бигн. на 20 питань, добре - 16, посеред. = 10,
 погано - 5. Визначити стуг. бигн. на всі 3 пит.
 Знайти умов., що він нігр.: а) бигинно, б) погано

Умов., що ^{середнє значення} буде-ант ^{середнє значення} \bar{x} на 3 нум.:

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{20}{20} \cdot \frac{19}{19} \cdot \frac{18}{18} = 0,3$$

Умов. ^{нум., на який заносять значення} \bar{x} буде-ант \bar{x} на 3 нум.: $\frac{4}{10} \cdot \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} \approx 0,196$

Умов. \bar{x} буде-ант \bar{x} на 3 нум.: $\frac{2}{10} \cdot \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} \cdot \frac{8}{18} \approx 0,021$

Умов. \bar{x} буде-ант \bar{x} на 3 нум.: $\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} \cdot \frac{3}{18} \approx 0,00087$

Умов., що \bar{x} буде-ант \bar{x} на 3 нум.:

а) \bar{x} буде-ант \bar{x} на 3 нум.:
$$\frac{\text{умов. для визначення}}{\text{сума умов.}} = \frac{0,3}{0,3 + 0,196 + 0,021 + 0,00087} =$$

$$\approx 0,579$$

б) \bar{x} буде-ант \bar{x} на 3 нум.:
$$\frac{0,00087}{0,5787} \approx 0,0017$$

8. На першій лінії - 40% дет., на 2-й - 30%, на 3-й - 30%. Умов. вист. станд. дет. \bar{x} буде-ант \bar{x} на 3 нум.: 0,9, 0,95, 0,95. Умов., що \bar{x} буде-ант \bar{x} на 3 нум. = ?

p = середнє \bar{x} буде-ант \bar{x} на 3 нум. з ліній

$$p = 0,4 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,95 + 0,3 \cdot 0,95 = 0,93$$

9. У ліній 40% хворих на пневмонію, 30% - перитоніт, 30% - ангіну. Умов. одужання \bar{x} буде-ант \bar{x} на 3 нум. =

0,8, 0,7, 0,85. Висновок одужання. Умов., що \bar{x} буде-ант \bar{x} на 3 нум. = ?

$$P = \frac{\text{ймовір. одужання здоров'я у літ. від перитоніту}}{\text{загальна ймов. одужання від хвороб у лікарні}}$$

$$P = \frac{0,3 \cdot 0,7}{0,3 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,85} \approx 0,268$$

10. Радівцеві висок. клас. збирає 30% приладів, ф. серед. — 70%. Надійність приладів першого = 0,9, другого = 0,8.

Взятий предмет надійний. Ймовір., що його збирав ф. висок. кл. = ?

$$P = \frac{\text{ймов., що надійний п. збр. висок. кл.}}{\text{загальна ймов. відношення надійного пр.}}$$

$$P = \frac{0,3 \cdot 0,9}{0,3 \cdot 0,9 + 0,7 \cdot 0,8} \approx 0,325$$

Висновок

Під час виконання даної лабораторної роботи було проаналізовано алгоритми і формули, необхідні для знаходження рішень завдань. Було аналітично вирішено задачі. Було розроблено алгоритми для знаходження сполучення, та використано у рішенні формули класичного означення імовірності, ймовірності появи хоча б однієї події, суми усіх ймовірностей, та ймовірність одночасної появи двох незалежних випадкових подій А та В. Було порівняно результати аналітичного та програмного розв'язків, і зроблено висновок, що рішення є вірним.