

Prediktion av svenska riksdagsval

En kvantitativ studie med bayesianska regressionsmodeller

Gustav Olsson & Manne Ölfvingsson

Kandidatuppsats i statistik

Handledare

Måns Magnusson

Sammanfattning

Syftet med uppsatsen är att studera olika residualfördelningar i samband med skapande av modeller för att predicera valresultat till Sveriges riksdag. Modellerna inkluderar olika typer av t-fördelningar, gammafördelningen samt normalfördelningen som används som referensmodell från en tidigare studie. Strukturella regressionsmodeller och opinionsundersökningar är viktiga hörnstenar för att besvara studiens frågeställningar. Metoder kopplade till bayesiansk statistik används kontinuerligt genom studien där dragningar från aposteriorifördelningen liksom den prediktiva fördelningen genereras med hjälp av Markov chain Monte Carlo. För att utvärdera de framtagna modellerna används RMSE, prediktionsintervall, PIT-värden samt ELPD, där särskild vikt läggs vid värdet på ELPD. Resultatet demonstrerar att den trunkerade t-fördelningen samt den icke-centrerade t-fördelningen generellt ger bäst resultat. För vissa partier, såsom Vänsterpartiet, visar sig dock andra fördelningar vara bättre lämpade vilket kan bero på dessa partiers storlek.

Vidare väljs modellerna med icke-centrerad t-fördelning samt trunkerad t-fördelning ut för en jämförelse med de två referensmodellerna vid prediktion för valet 2018. Modell 5 väljs ut som den bäst lämpade modellen för valprediktion i en svensk kontext och den prediktiva fördelningen för respektive parti och valår 2018 illustreras. Slutligen skattas och tolkas parametrarna $\hat{\beta}$ och $\hat{\nu}$ för modellen. Resultatet visar att lämpligheten för olika fördelningar varierar mellan partierna, men att en t-fördelning generellt ger ett bättre resultat, vad gäller valprediktionens träffsäkerhet, än normalfördelningen. Resultatet blir bättre när det skapas en trunkerad t-fördelning vid 0 vilket stoppar möjligheten för negativa dragningar av valresultat, något som normalfördelningen och t-fördelningen ej åstadkommer.

Keywords: Valprediktion, bayesiansk statistik, Sveriges riksdag, strukturella regressionsmodeller, rstan

Innehållsförteckning

Introduktion	5
1.1. Tidigare studier	6
1.2 Syfte och frågeställningar	8
1.3 Avgränsningar	8
Data	10
Metod	12
3.1 Bayesiansk statistik	12
3.1.1 Markov chain Monte Carlo	13
3.1.2 Bayesianska regressionsmodeller	14
3.1.3 Den prediktiva fördelningen	17
3.2 Fördelningar	18
3.2.1 Normalfördelning	19
3.2.2 t-fördelning	20
3.2.3 Trunkerad fördelning	20
3.2.4 Gammafördelning	21
3.2.5 Icke-centrerad t-fördelning	21
3.3 Korsvalidering	22
3.4 Utvärdering av modeller	22
3.4.1 Root mean square error	23
3.4.2 Prediktionsintervall	23
3.4.3 Probability integral transform-värde	24
3.4.4 Expected Log predictive density	25
Resultat	27
4.1 Övergripande resultat	27
4.1.1 RMSE	27
4.1.2 PIT-värde	28
4.1.3 Prediktionsintervall	30
4.1.4 Expected Log predictive density	31
4.2 Partispecifika resultat	32
4.2.1 Vänsterpartiet	32
4.2.2 Socialdemokraterna	36
4.2.3 Centerpartiet	39
4.2.4 Miljöpartiet	42
4.2.5 Liberalerna	44

4.2.6 Moderaterna	48
4.2.7 Kristdemokraterna	50
4.3 Valet 2018	53
4.4 Parameterestimat	58
Diskussion	61
Referenser	64
Appendix 1 - Valresultat	66
Appendix 2 - Internetkällor och variabler	67

1. Introduktion

Politiska val påverkar vilka som styr ett land. Samhällets utveckling under den kommande mandatperioden beror därmed till stor del på valresultatet. Valprediktioner är således ett viktigt verktyg för att kunna utvärdera de kommande årens samhällsutveckling. Enligt Linzer (2013) är valprediktioner användbara för personer inom media som arbetar med politiska val eftersom de, när de analyserar valutgångar och bemöter det stora allmänintresset, behöver något mer att gå på än enbart gissningar. Prediktioner är även viktiga verktyg för strateger inom politiska partier i kampanjer och för planering av hur resurser ska struktureras (ibid).

I en svensk kontext finns idag få exempel på modeller för valprediktion. Ämnet förtjänar därför större uppmärksamhet. En stor del av litteraturen om valprediktioner kretsar kring det amerikanska presidentvalet (Vestin & Öhrvall 2020). I det amerikanska presidentvalet står det i regel mellan två kandidater: en demokratisk samt en republikansk. I Sverige är det annorlunda, bland annat på grund av vårt flerpartisystem. I jämförelse med ett val som kretsar kring två kandidater (som det i USA) är prediktionen av ett valresultat i Sveriges flerpartisystem mer komplicerad (Nadeau & Lewis-Beck 2020). En möjlig anledning till att det blir svårare är den så kallade ansvarshypotesen, som innebär att om flera partier är representerade i den sittande regeringen är det svårare att utkräva ansvar från ett enskilt parti (Lewis-Beck och Paldam 2000). Som en följd av detta riskerar modeller, som gett goda resultat vid prediktion av det amerikanska presidentvalet, att bli bristfälliga i en svensk kontext.

Vidare är det möjligt att det är lättare att förutspå de stora partiernas valresultat, exempelvis Socialdemokraterna, då variationen proportionellt är mindre. De mindre partierna, vars väljarstöd skiftar mellan riksdagsvalen i större utsträckning, riskerar att bli svårare att predicera. Exempelvis erhöll Kristdemokraterna 4 % i valet 1994 för att därefter erhålla nästan 12 % i 1998 års val, vilket motsvarar en ökning med 200 % på fyra år. Dessa stora variationer är ofta svåra att förutspå, vilket innebär att sannolikhetsbaserade prediktioner kan vara relevant då sannolikheter för observationer genereras.

Ett exempel där valprediktioner kan vara svåra är då skandaler inträffar tätt inpå ett riksdagsval. Om det sker kan det lätt leda till att prediktionen för ett antal partier blir bristfällig. Ett sådant exempel var några dagar innan riksdagsvalet 2002 när Uppdrag Granskning avslöjade utbredd rasism bland företrädare för flera riksdagspartier i valstugorna. Avslöjandet drabbade Moderaterna hårdast vilket antas vara en förklaring till att Moderaterna gjorde sitt sämsta val på flera decennier. Liberalernas plötsliga uppgång kan delvis förklaras med detta, eftersom det är två partier som i många frågor ligger nära varandra. Det antas att väljare flydde från Moderaterna till Liberalerna i samband med avslöjandet som brukar beskrivas som "Valstugereportaget" (Sveriges radio 2014).

1.1. Tidigare studier

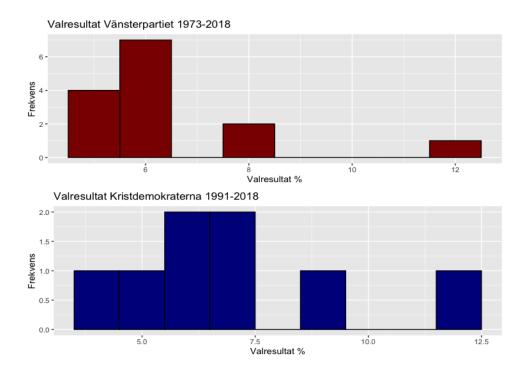
För att genomföra valprediktioner finns olika metoder och angreppssätt tillgängliga. För det mesta har tidigare studier genomförts med enkel linjär regression (Lewis-Beck & Dassonville 2015). En tidigare studie, *Om det vore val idag...?* (Frölander & Uddhammar 2020), har undersökt faktorer som kan vara avgörande för prediktionen av valresultat i en svensk kontext. Resultatet visar att deras två bästa modeller kunde predicera valresultat bättre än vad de få tidigare försök till modeller hade gjort. En av dessa få studier är är Lewis-Beck och Sundell (2014) som försökte predicera valet 2014 med hjälp av en strukturell ordinary least square (OLS)-modell och ett frekventistiskt angreppssätt. De modeller som Frölander och Uddhammar har tagit fram är strukturella regressionsmodeller som kombineras med opinionsundersökningar. Denna kombination, menar Dassonneville och Lewis-Beck (2015), genererar en mer träffsäker prediktion och ger en ytterligare dynamik i analysen. De lyfter också fram att det bör göras fler studier med kombinationen (ibid).

Frölander och Uddhammar (2020) upptäckte att ett normalfördelningsantagande för residualtermerna varit vanligast förekommande inom valprediktion och att det inte fungerat optimalt. Detta belyser även Victor Chew (1968) som beskriver problemet med att normalfördelningsantagandet görs för ofta inom statistisk inferens. Det kan generera dåliga resultat vid outliers, vilket i detta fall är valresultat som sticker ut från resten av partiets resultat. Frölander och Uddhammar (2020) resonerar om problemet och kommer fram till att det vore ett alternativ att anta andra fördelningar, utan att testa detta. Eftersom prediktionsintervall är en betydande del av prediktion påverkas dessa av ett sådant normalfördelningsantagande. Frölander och Uddhammar

(2020) har också problem med prediktionsintervallen då de blir för snäva, speciellt för små partier. Följden är att det finns utrymme för att studera huruvida andra residualfördelningar kan generera ett bättre resultat vad gäller probabilistiska prediktioner vid val i en svensk kontext.

Vad andra fördelningar ger är att dess svansar ser annorlunda ut jämfört med normalfördelningens, därmed kan fler observationer fångas in av fördelningen om den passar datan bättre. För att ta sig förbi problemet med outliers har olika robusta fördelningar studerats vid tidigare studier med regressionsmodeller. Förutom Frölander och Uddhammar (2020), framhäver också Kurz (2018) det faktum att normalfördelningsantagandet för residualerna kan vara en brist vid linjära regressioner. Kurz tar upp att t-fördelningen är en robust fördelning mot extremvärden, den kan därmed vara lämplig att använda vid valprediktion.

Andra fördelningar som kan antas vara lämpliga är sådana som har en skevhet, vilket innebär att svansarna ser olika ut. Två sådana är den icke-centrerade t-fördelningen och gammafördelningen. Vad som talar för en skev kurva är att det ofta är mindre partier som kan överraska med en rejäl ökning i valresultatet – dessa partiers nedre gräns kan lätt bli 0.00 % i ett prediktionsintervall varför det är irrelevant att ha en tjock svans åt det hållet. Eftersom de kan skifta markant mellan olika val kan en tjockare svans uppåt vara relevant. För att illustrera förekomsten av extremvärden bland valresultaten presenteras två histogram med Vänsterpartiets samt Kristdemokraternas valresultat i Figur 1. Valet av dessa partier motiveras av att det är två mindre partier vars väljarstöd har skiftat stort mellan val. Övriga riksdagspartiers historiska valresultat finns illustrerade i Appendix 1.



Figur 1. Histogram över Vänsterpartiet och Kristdemokraternas valresultat. Frekvensen är antalet valresultat.

1.2 Syfte och frågeställningar

Denna uppsats syftar till att studera olika fördelningar för residualerna i samband med skapande av prediktionsmodeller till det svenska riksdagsvalet. Mot bakgrund av dess syfte utgår studien från två huvudsakliga frågeställningar:

- Vilka typer av sannolikhetsmodeller är bäst för att predicera svenska riksdagsval?
- Hur bra kan de bästa framtagna modellerna predicera ett svenskt riksdagsval?

1.3 Avgränsningar

I studien görs två avgränsningar som är nödvändiga att redovisa. En av dessa är att Sverigedemokraterna exkluderas. Detta beror på partiets korta levnadstid samt brist på data som denna medför. Det skulle kunna vara möjligt att sätta en apriorifördelning för Sverigedemokraterna för att överkomma problemet, men det är inget som behandlas i den här studien. Den andra avgränsningen är att endast val sedan 1973 studeras. Anledningen till denna avgränsning är bland annat att den svenska riksdagen fram till 1970 års val bestod av två kammare (Sveriges Riksdag

1971). Tvåkammarsystemet byggde på två separata val till de respektive kamrarna. Därutöver hade kamrarna en annorlunda mandatfördelning än dagens enkammarriksdag. Mot bakgrund av detta är det naturligt att fokusera på de val som haft samma parlamentariska förutsättningar. Anledningen till att 1970 års val inte inkluderas är att ett av studiens syften är att jämföra resultatet med de modeller som Frölander och Uddhammar (2020) presenterade. För valen innan 1970 saknas även data som de förklarande variablerna bygger på.

2. Data

Följande avsnitt presenterar de variabler som används för att skatta bayesianska linjära regressionsmodeller. Datamaterialet är hämtat från Frölander och Uddhammar (2020). Frölander och Uddhammar testade sig fram till två olika modeller som visade sig vara bäst lämpade för valprediktion ur ett svenskt perspektiv. I det följande beskrivs de olika variabler som studiens olika modeller bygger på.

Valresultat

Den beroende variabeln valresultat innehåller andelen procent respektive parti har fått i de valen som undersöks. Dessa siffror har hämtats från Statistiska Centralbyrån (SCB) och är beräknade i andel giltiga röster i hela Sverige för röstberättigade. Det är denna variabel som prediceras för att studera modellernas kvalitet.

Valresultat i föregående riksdagsval (Res_tid_val)

Valresultatet i föregående riksdagsval innehåller resultatet i det förra valet. Observationen för 2018 innehåller exempelvis valresultatet från 2014. Variabeln inbegriper andelen giltiga röster i hela Sverige för röstberättigade med data hämtat från SCB. Variabeln används som ett så kallat offset. Ett offset ersätter modellernas intercept och finns med som utgångspunkt i modellerna. En närmare beskrivning av vad ett offset innebär återfinns i metodkapitlet.

Partisympatiundersökningsdifferens (PSU_majdiff)

Denna variabel innehåller differensen mellan den partisympatiundersökning som görs av SCB i maj samma år som det observerade valet och det senaste valresultatet. Som exempel kan nämnas att observationen 2018 innehåller differensen mellan valresultatet 2014 och partisympatiundersökningen i maj 2018. Förenklat innehåller variabeln den förväntade förändringen enligt partisympatiundersökningen för det observerade valet jämfört med det senaste. Här ska nämnas att eftersom partisympatiundersökningen inte genomfördes 1982 används istället resultatet från den undersökning som genomfördes 1981.

Arbetslöshet

Variabeln arbetslöshet innehåller skillnaden i andelen arbetslösa mellan mars under observationens valår och månaden efter det föregående valet, oktober. Valet 2018 innehåller exempelvis variabeln förändringen i arbetslöshet under perioden från det föregående valet fram till mars, sex månader innan valet. Frölander och Uddhammar (2020) lyfter fram att en så kallad ledtid om sex månader är rimlig då tiden mellan mars och valet i september spelar mindre roll för valresultatet då olika valkampanjer drar igång. Datan gäller den, enligt SCBs kriterier, arbetsföra åldersgruppen och har hämtats från SCB:s arbetskraftsundersökning.

Mediaomnämnande (Media)

Variabeln mediaomnämnande innefattar andelen gånger de olika partinamnen har omnämnts i de fyra största svenska tidningarna (Svenska Dagbladet, Aftonbladet, Dagens Nyheter och Expressen) under året innan det observerade riksdagsvalet. Andelen gäller proportionellt till de andra partierna och sökningarna har genomförts med olika ändelser på partinamnen, se Appendix 2. Denna data är hämtad från Frölander och Uddhammars studie.

3. Metod

Denna studie har tagit fram modeller för valprediktion med hjälp av strukturella regressionsmodeller och opinionsundersökningar. En strukturell regressionsmodell innehåller variabler (politiska och/eller ekonomiska) som syftar till att predicera ett valresultat. Här kombineras den strukturella regressionsmodellen med resultat från SCB:s opinionsundersökning.

Metoden följer till stor del Frölander och Uddhammars (2020), med skillnaden att andra residualfördelningar än enbart normalfördelningen använts. Detta hanteras i R och Stan och simuleras med hjälp av Markov chain Monte Carlo (MCMC). Precis som hos Frölander och Uddhammar studeras först samtliga modeller med korsvalidering för att till sist testas på valet 2018, som i studien betraktas som okänt.

3.1 Bayesiansk statistik

Bayesiansk statistik utgår från att parametrar är slumpvariabler från sannolikhetsfördelningar. Det medför att inferens kan uttryckas i sannolikheter samt att det går att ta fram en fördelning över de möjliga värden regressionsmodellen kan anta. Den bayesianska metoden skiljer sig från den frekventistiska, som istället betraktar parametrar som bestämda. Detta innebär att vad som används till den statistiska analysen inom den frekventistiska metoden enbart är data och modellen. Den bayesianska metoden använder sig därutöver av en prior, eller apriorifördelning, som innebär att parametrar ses som slumpmässiga från en fördelning, $p(\theta)$. Därefter är det möjligt att få fram en aposteriorifördelning genom att använda sig både av apriorifördelningen och likelihooden, som beskriver modellen. Beräkningen sker genom Bayes sats där även en normaliseringskonstant, p(y), finns med för att få apriorifördelningen att summera till 1, vilket är ett krav för att aposteriorifördelningen ska vara en sannolikhetsfördelning. Bayes sats ser ut som följer:

$$p(\theta|y) = \frac{p(y|\theta) \times p(\theta)}{p(y)} \tag{1}$$

I ekvation (1) är $p(y|\theta)$ fördelningen för vår data betingat parametern θ , det vill säga likelihooden. Den andra termen, $p(\theta)$, är apriorifördelningen. Av ekvation (1) framgår att termen p(y) inte beror på θ och att den därför försvinner i nästkommande steg, där satsen skrivs enligt följande:

$$p(\theta|y) = k \times p(y|\theta) \times p(\theta) \propto p(y|\theta) \times p(\theta)$$
 (2)

Produkten av likelihooden och apriorifördelningen är därmed detsamma som den onormaliserade aposteriorifördelningen.

En viktig del i bayesiansk statistik är valet av apriorifördelning, som är en fördelning som parametern/-metrarna kommer ifrån. Olika parametrar i samma modell kan komma från olika apriorifördelningar. Det finns olika fördelningar att välja på, såsom en subjektiv fördelning, en platt apriori eller Jeffreys prior (Wesserman, 2003, s. 181–183).

3.1.1 Markov chain Monte Carlo

MCMC är en simuleringsmetod som genererar dragningar från aposteriorifördelningen (McElreath 2018). Dragningarna ger slumptal som i sin tur bildar en fördelning. Denna fördelning är en sannolikhetsfördelning över tänkbara värden. Med hjälp av medelvärdet och standardavvikelsen i fördelningen kan till exempel prediktionsintervall och annan inferens genomföras.

Ekvation (2) är den definierade aposteriorifördelningen. För att genomföra inferens, belyser Berger och Link (2010), behöver normaliseringskonstanten tas fram. Det görs i ekvation (3) där integralen över $p(y|\theta)$ och $p(\theta)$ behöver beräknas. Integralen går dock inte att beräkna analytiskt, utan kräver alternativa metoder (ibid). Berger och Link lyfter fram att MCMC är en del av en utveckling som innebär att beroende dragningar tas fram och på så sätt erhålls aposteriorifördelningen (ibid). Andra alternativ finns, men MCMC är den vanligaste metoden för att ta fram en aposteriorifördelning när det inte är en konjugat aposteriorifördelning (ibid). Ännu en anledning till valet av MCMC för denna studie är att den överkommer problemet med att anta multivariat normalitet som McElreath (2018) beskriver som:

$$p(y) = \int p(y|\theta) \times p(\theta) \, d\theta \tag{3}$$

Monte Carlo och Markov chain är två olika metoder som i detta fall är kombinerade. Monte Carlo är en teknik för att ta fram en sannolikhetsfördelning med slumpmässiga dragningar som därefter

kan användas för inferens, exempelvis prediktionsintervall och förväntade värden för parametrar. Markov chain är en metod som med sekvenser av dragningar samlar in slumpmässiga värden. Varje värde påverkas av värdet som drogs dessförinnan (Brownlee 2019). Brownlee beskriver att kombinationen av dessa gör det möjligt att göra dragningar från aposteriorifördelningar där en markovkedja skapas med aposteriorifördelningen som stationär fördelning. Följden blir att efter tillräckligt många dragningar från markovkedjan sker dragningarna från aposteriorifördelningen. Olika sorters MCMC-algoritmer kan användas, i denna studie är det den så kallade Hamiltonian MC-algoritmen som valts. Denna är också standard i Rstan (MC Stan, 2021). McElreath (2018) lyfter fram algoritmen som effektiv eftersom aposteriorifördelningen kan skattas med färre urval än andra algoritmer, men en nackdel är att den kräver mer tid.

Antalet dragningar från aposteriorifördelningen kan skilja, men en tumregel brukar vara minst 1000 uppvärmningsdragningar och 1000 "riktiga dragningar" (McElreath 2018). I denna studie dubbleras dessa då ingen större tidåtgång krävs. Uppvärmningsdragningarna ökar effektiviteten för de riktiga dragningarna. Det betyder att algoritmen tränas och får sina parametrar fixerade så dragningarna görs med dessa bestämda. Dessa dras från aposteriorifördelningen innan de slängs iväg, därefter genomförs de riktiga dragningarna (ibid). De bortslängda dragningarna används därmed inte i nästkommande steg när inferens av dragningarna ska genomföras från sannolikhetsfördelningen som skapas.

Vidare behöver antalet kedjor bestämmas. En kedja är en sekvens av dragningar. Vid två kedjor kommer uppvärmningsdragningarna och de riktiga dragningarna utföras två gånger. McElreath (2018) lyfter fram att tre eller fyra kedjor betraktas som standard. En enda kedja kan resultera med en missvisande fördelning. Det som talar för färre kedjor är att uppvärmningsdragningarna kan ta lång tid och ju fler kedjor desto fler uppvärmningsdragningar. Då fyra kedjor inte är något problem vad gäller tidsåtgång är det fyra kedjor som genomförs i denna studie.

3.1.2 Bayesianska regressionsmodeller

Vanligtvis har den frekventistiska metoden använts med hjälp av multipla linjära regressioner vid valprediktion. Men även med den bayesianska metoden kan multipla linjära regressioner skattas, men istället för enbart punktskattningar genereras aposteriorifördelningar för parametrar. Det

medför att det är möjligt att säga något om sannolikheten för observationer. Punktskattningen är det förväntade värdet av aposteriorifördelningen.

Vad en multipel linjär regression innebär är att en respons-/utfallsvariabel, Y, studeras i relation till en eller flera oberoende variabler eller kovariater (Wesserman 2003). En regressionsmodell ger ett antal estimat och formuleras: $Y=X\beta+\varepsilon$. I denna studie används två multivariata modeller som Frölander och Uddhammar (2020) tagit fram, med skillnaden att residualtermen antas ha en annan fördelning än normalfördelningen. De normalfördelade feltermerna studeras för en jämförelse, dessa modeller döps till Referensmodell 1 och 2.

Det som skiljer mot vanlig frekventistisk multipel linjär regression är att apriorifördelningar, så kallade priors, behöver väljas för de okända parametrarna. I fallet med t-fördelningen är parametrarna exempelvis α , β och υ . Beroende på antalet oberoende variabler ändras antalet betaparametrar. Fördelningarna presenteras närmare under kapitlet Fördelningar (3.2) nedan. Denna studie använder sig överlag av apriorifördelningar med lite information, anledningen är att det saknas förkunskap om fördelningarna för de olika parametrarna i modellerna.

De modeller som testas har två olika uppsättningar förklarande variabler och olika fördelningar för feltermerna. Följden blir att varje uppsättning av förklarande variabler studeras med ett visst antal fördelningar. Den ena modellen använder resultatet i det föregående valet som offset och variabeln PSU_majdiff som förklarande variabel. Frölander och Uddhammar (2020) argumenterar för att en offset ska användas. De menar att de flesta röstar på samma parti som i det senaste valet i Sverige med hänvisning till forskning (ibid). Därmed blir modellernas fokus att fånga upp de väljare som byter parti när resultatet i senaste valet används som offset.

I den andra uppsättningen av variabler används det föregående valresultatet som offset medan variablerna arbetslöshet och media är förklarande variabler. Alla modeller testas med samtliga partiers valresultat som beroende variabel, därmed genereras en modell per parti för varje uppsättning av variabler. De fördelningar som används är t-fördelning, en trunkerad t-fördelning, en icke-centrerad t-fördelning och gammafördelningen. Dessa beskrivs närmare under kapitlet Fördelningar. Modellerna ser ut som följer:

```
Modell 1: Valresultat ~ student t(v, Res\ tid\ val+\beta1\times PSU\ majdiff + \varepsilon)
```

Modell 2: $Valresultat \sim student_t(v, Res_tid_val + \beta 1 \times Arbetsl\"{o}shet + \beta 2 \times Media + \varepsilon,)$

Modell 3: $Valresultat \sim gamma(shape, (shape / e^{log(Res_tid_val)} \times e^{\beta 1 \times PSU_majdiff} + \varepsilon)$

Modell 4: $Valresultat \sim gamma(shape, (shape / e^{log(Res_tid_val)} \times e^{\beta 1 \times Arbetsl\"{o}shet + \beta 2 \times Media} + \varepsilon)$

Modell 5: $Valresultat \sim student_t(v, Res_tid_val + \beta 1 \times PSU_majdiff + \varepsilon)^1$

Modell 6: $Valresultat \sim student_t(v, Res_tid_val + \beta 1 \times Arbetsl\"{o}shet + \beta 2 \times Media + \varepsilon)^2$

Modell 7: *Valresultat* ~ normal(Res tid val+ β 1×*PSU majdiff*+ $\mu \times \nu - \mu + \varepsilon \times \sqrt{\nu}$)³

Modell 8: $Valresultat \sim normal(Res_tid_val + \beta 1 \times Arbetsl\"{o}shet + \beta 2 \times Media + \mu \times v - \mu + \varepsilon \times \sqrt{v})$

Referensmodell 1: $Valresultat \sim normal(Res\ tid\ val+\beta1 \times PSU\ majdiff + \varepsilon)$

Referensmodell 2: $Valresultat \sim normal(Res\ tid\ val+\beta1 \times Arbetslöshet + \beta2 \times Media + \varepsilon)$

Eftersom modellerna som skattas är bayesianska linjära regressionsmodeller är estimaten för parametrarna tolkningsbara. Som tidigare nämnt kan inferens av bayesianska modeller genomföras med hjälp av sannolikheter. Därmed är betaparmetrarna och varje specifik variabel möjliga att tolka med sannolikheter. Modellerna har alltså ett offset med resultatet i förra valet som förklarande variabel. Det gör att prediktionen av valresultatet sker givet det föregående valresultatet. Ett intercept hade gett en annan tolkning då interceptet är värdet på utfallsvariabeln givet att samtliga parametrar har estimatet 0. Tolkningen av parametrarna blir att ju närmare 0 parameterestimatet är, ju högre prediktiv styrka har modellens offset, det vill säga det föregående valresultatet. Är estimatet istället runt 1 har parametern en högre prediktiv styrka än det föregående valresultatet. Är det

¹ Trunkerad vid 0

² Trunkerad vid 0

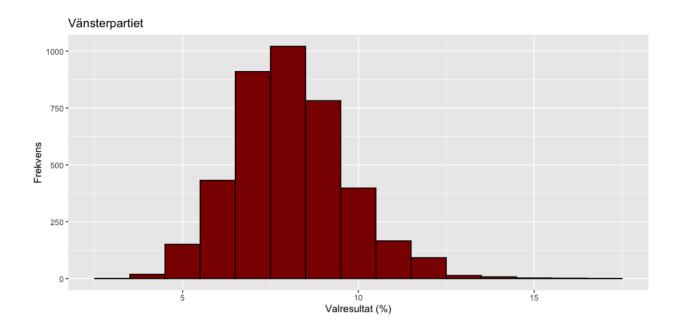
³ Tack till Jonas Wallin från Lunds Universitet för hjälp i samband med skapandet av modellerna med en icke-centrerad t-fördelning, det vill säga Modell 7 och 8.

estimatet exakt 1 läggs hela vikten på PSU_majdiff snarare än det föregående valresultatet. Tolkningen genomförs av den bästa modellen då parametrarna inte säger något om hur bra lämpad modellen är för valprediktion.

3.1.3 Den prediktiva fördelningen

Den prediktiva fördelningen kommer från simuleringen i R med hjälp av MCMC, Figur 2 demonstrerar ett exempel på en sådan. Fördelningen är viktig vid prediktion då den innehåller sannolikhetsfördelningen för en ny observation. Aposteriorifördelningen är också en form av sannolikhetsfördelning. Det är dock en sannolikhetsfördelning för parametrar medan MCMC estimerar resultat från regressionsmodellerna givet de parametervärden som aposteriorifördelningarna för parametrarna innehåller.

Simuleringen sker genom dragningar från aposteriorifördelningarna för de olika parametrarna i modellen (McElreath 2018). Den genererar olika värden för utfallsvariabeln i regressionsmodellen, alltså valresultatet i denna studie. Ett visst antal dragningar genomförs och bildar därmed en fördelning som i Figur 2.



Figur 2. Den prediktiva fördelningen för Modell 3 (gamma) och valåret 2014 för Vänsterpartiet.

Den prediktiva punktskattningen för en ny observation är medelvärdet, som är en Monte Carlo-approximation av den prediktiva fördelningens förväntade värde. Det fördelningen grundar sig på är dels de värden som de förklarande variablerna antar, men också den MCMC-integrerade aposteriorifördelningen. För att utvärdera modellens prediktiva förmåga med hjälp av den prediktiva fördelningen tränas modellen med alla observationer förutom en. Därefter stoppas värdet på de oberoende variablerna för den utelämnade observationen in i modellen som i sin tur resulterar med en prediktiv fördelning. Detta beskrivs närmare under kapitlet om korsvalidering. Den prediktiva fördelningen ser ut som ekvation (4) matematiskt.

$$p(\hat{y}|y) = \int p(\hat{y}|\theta) \times p(\theta|y)d\theta$$
 (4)

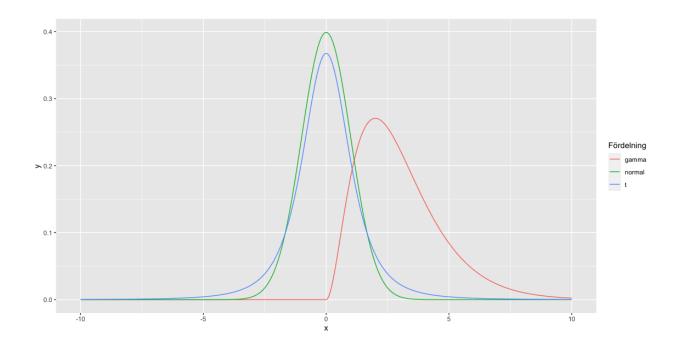
Med hjälp av fördelningen är det möjligt att säga något om sannolikheten för en framtida observation givet observerad data och modellen, men också för en känd observation om modellen är korrekt. Om modellen är felkalibrerad kommer inte den prediktiva fördelningen bli representativ och inferensen kommer bli missvisande. Vidare kan en ordentligt felkalibrerad modell generera prediktionsintervall som bara fångar in enstaka observationer. Således är en välkalibrerad modell en sådan som får fram en prediktiv fördelning med rimliga sannolikheter för ny data som tidigare inte observerats.

3.2 Fördelningar

I denna del beskrivs kortfattat de fördelningar som används för feltermerna. Grundläggande egenskaper samt den tillhörande täthetsfunktionen för respektive fördelning presenteras. Varje fördelning inkluderar parametrar som behöver skattas. Om X är en kontinuerlig stokastisk variabel är täthetsfunktionen av Xen funktion, f(x), där a \leq b (Devore & Berk 2012). För att det ska bli en giltig täthetsfunktion summerad hela integralens utfallsrummet i täthetsfunktionen till 1.

$$P(a \le X \le b) = \int_{a}^{b} f(x)dx \tag{5}$$

Figur 3 illustrerar en normalfördelad täthetsfunktion med medelvärde 0 och standardavvikelse 1, en t-fördelning med tre frihetsgrader och en gammafördelning med shape-parametern som 3.



Figur 3. Täthetsfunktioner.

3.2.1 Normalfördelning

Normalfördelningen, även kallad gaussisk fördelning, är den mest använda fördelningen inom statistiken (Forbes et al 2011; Devore & Berk 2012). Fördelningen är användbar inom flera olika områden då många fenomen i naturen och samhället har approximativt normalfördelade variabler (Wesserman 2003). Möjligheterna att använda den brett gör den mycket användbar. Ekvation (6) visar fördelningens täthetsfunktion.

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp(-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \mu)^2)$$
 (6)

I normalfördelningen representerar parametrarna μ medelvärdet och σ standardavvikelsen. Ett stickprovs medelvärde av n (antalet observationer) oberoende och likformiga variabler tenderar att bli normalfördelade när stickprovet går mot oändligheten (Forbes et al 2011). Om medelvärdet är 0 och standardavvikelsen 1 är X standard normalfördelad och betecknas ofta Z. Centrala gränsvärdessatsen (CGS) säger att fördelningen av en summa stokastiska variabler kan bli approximerade med normalfördelningen samtidigt som stickprovet är stort (Wesserman 2003;

Devore & Berk 2012). Normalfördelningens täthetsfunktion går att finna i Figur 3 som demonstrerar att fördelningens graf är symmetrisk.

3.2.2 t-fördelning

Med ett litet stickprov kan t-fördelningen vara lämplig (Ramachandran & Tsokos 2020). t-fördelningen har tjockare svansar vid en jämförelse med normalfördelningen, något som illustreras i Figur 3. En fördelning med tjockare svansar genererar värden som skiljer sig mer från medelvärdet, vilket kan vara användbart då partier kan svänga kraftigt i opinionen, något som framför allt gäller mindre partier. Precis som normalfördelningen har t-fördelningen en symmetrisk graf. Fördelningens täthetsfunktion går att finna i ekvation (7).

$$f(x) = \frac{\Gamma(\frac{\upsilon+1}{2})}{\sqrt{\pi \upsilon}\Gamma(\frac{\upsilon}{2})} (1 + \frac{x^2}{\upsilon})^{-\frac{\upsilon+1}{2}}, -\infty < x < \infty$$
 (7)

I t-fördelningen adderas parametern υ (alltid positiv) som representerar antalet frihetsgraderna. När antalet frihetsgrader går mot ∞ tenderar täthetsfunktionen att gå mot en normalfördelning. Detta illustreras på följande sätt: $T=Z/\sqrt{\chi_{\upsilon}^2/\upsilon}$ och $\chi_{\upsilon}^2/\upsilon$ konvergerar till 1 enligt stora talens lag (Devore & Berk 2012). Det är möjligt att anta en approximation av normalfördelningen då antalet frihetsgrader överstiger 30 (Forbes et al 2011).

3.2.3 Trunkerad fördelning

I studien skapas en trunkerad t-fördelning för att överkomma problemet med negativa dragningar från den prediktiva fördelningen. Det är ett orimligt antagande att partier kan erhålla ett valresultat som är under 0. En trunkerad fördelning begränsar alla observationer på så sätt att dessa hamnar innanför ett på förhand bestämt intervall, i detta fall sätts den lägre gränsen till 0 (Forbes et al 2011). Det skulle även kunna vara ett verktyg för att undvika valresultat som överstiger 100 %, men då det inte genereras några dragningar över 100 % är det inte ett problem. Följden blir att enbart den undre gränsen bestäms. I den trunkerade fördelningen används den kumulativa fördelningsfunktionen. Sedan simuleras en uniform (likformig) variabel som är trunkerad till den valda gränsen. Dragningarna från den kumulativa fördelningsfunktionen utförs med "inverse

transform sampling", inversen av den kumulativa fördelningsfunktionen blir kvantilfunktionen (Wesserman 2003). Om x är en slumpmässig variabel definierar Wesserman kvantilfunktionen på följande sätt:

$$F^{-1}(q) = \inf\{x: F(x) > q\}$$
 (8)

3.2.4 Gammafördelning

Som tidigare nämnt har både normalfördelningen och t-fördelningen en symmetrisk graf. I många situationer är det ett orimligt antagande, utan fördelningen kan också ha en skevhet (Devore & Berk 2012). Gammafördelningen kan inte anta negativa värden och har en längre svans åt höger vilket gör grafen asymmetrisk (skev), se Figur 3. Med en skev fördelning kan extremvärden fångas in, exempelvis om ett mindre parti får ett ovanligt högt valresultat, vilket gör den till en fördelning som kan vara användbar i denna studie. I gammafördelningen skattas parametrarna α (shape) och β (scale). Om α < 1 minskar funktionen i takt med att x blir större. När α ökar så minskar även fördelningens skevhet. Om $\beta \neq 1$ kommer täthetsfunktionen antingen komprimeras eller breda ut sig i den riktning x går mot. Om $\beta = 1$ blir det en standard gammafördelning. Gammafördelningens täthetsfunktion finns att tillgå i ekvation (9).

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} x^{\alpha - 1} e^{-x/\beta}, x > 0, \alpha > 0, \beta > 0.$$
 (9)

3.2.5 Icke-centrerad t-fördelning

Den icke-centrerade t-fördelningen är precis som gammafördelningen en asymmetrisk fördelning så länge som medelvärdet är skilt från 0. Om medelvärdet = 0 blir det en centrerad t-fördelning som har samma egenskaper som t-fördelningen (Forbes et al. 2011, s. 188). Om det finns en misstanke om att datamaterialet kan vara asymmetriskt kan det vara lämpligt att testa denna fördelning. Två ytterligare parametrar adderas jämfört med den tidigare beskrivna t-fördelningen: μ (asymmetrisk parameter) och v (varianskomponent), v baseras på antalet frihetsgrader. Om $\mu > 0$ blir grafen skev åt höger och skevheten ökar i takt med att μ växer, $\mu < 0$ påverkar grafen på samma sätt fast åt

vänster. Antalet frihetsgrader bör även överstiga 4 för att resultatet ska bli bra. Forbes et al. (2011) beskriver fördelningens täthetsfunktion på följande sätt:

$$f(x) = \frac{(v)^{v/2} exp(-\mu^2/2)}{\Gamma(v/2)\pi^{1/2}(v+x^2)^{(v+1)/2}} \times \sum_{i=0}^{\infty} \Gamma(\frac{v+i+1}{2}) \frac{(x\mu)^i}{i!} (\frac{2}{v+x^2})^{i/2}$$
(10)

3.3 Korsvalidering

Om en modell skattas med samtliga observationer är risken stor att den anpassas allt för mycket till den tillgängliga datan. Det leder till att modellen blir dålig på att predicera andra observationer (McElreath 2018). För att utvärdera hur väl modellen kan generaliseras kan metoden Leave-one-out cross validation (LOOCV) användas. Metoden går ut på att modellen skattas med alla förutom en observation, n-1 observationer. Därefter utvärderas modellen på den observationen som lämnats utanför.

Att arbeta med tränings- och testdata är vanligt inom olika statistik, i detta fall är den uteblivna observationen testdata. Proceduren görs med samtliga observationer som testdata. Därefter är det möjligt att göra en sammanvägd bedömning över hur väl modellen kan predicera givet de resultat proceduren genererar. Till exempel: modellen skattas på samtliga val utom 2014 års val, därefter testas modellen på 2014 års val och en punkskattning, RMSE, ELPD och prediktionsintervall räknas ut för valet 2014 som jämförs med det verkliga valresultatet. Proceduren görs för samtliga val i datasetet, därefter kan modellen utvärderas med hjälp av LOOCV.

3.4 Utvärdering av modeller

I detta kapitel beskrivs olika mått som används för att utvärdera modellerna som undersökts. Korsvalideringen kan generera flera resultat beroende på vilken metod som väljs. I denna studie ska root mean square error, prediktionsintervall, probability integral transform samt expected log predictive density analyseras. Följaktligen ger en utvärdering av olika resultatmått ett mer mångfacetterat resultat.

Genom att skatta de bayesianska modellerna som presenterats kan de testas och generera ett resultat för hur väl modellerna kan predicera valresultat. För att sedan jämföras med Referensmodell 1 och 2 som kommer från Frölander och Uddhammars (2020).

3.4.1 Root mean square error

Root mean square error (RMSE) är ett mått som innebär att distansen mäts från observationerna till den regressionslinje som skapas genom den bayesianska multipla regressionsmodellen. Regressionslinjen är där observationerna väntas befinna sig enligt modellen. Detta visar hur nära observationerna ligger modellens punktskattning. Mer exakt är RMSE roten ur det kvadrerade medelfelet. Definitionen av RMSE finns i ekvation (11).

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}$$
 (11)

$$PRMSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} RMSE_{n,k}$$
 (12)

$$\overline{RMSE} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{n} PRMSE_{n,k}$$
 (13)

I ekvation (11) är \hat{y}_i det predicerade värdet, det vill säga det förväntade värdet i observationens prediktiva fördelningen, för observation i och y_i är dess riktiga värde. På detta sätt kan det predicerade förväntade värdet jämföras med det riktiga värdet för varje observerat val som studien innefattar. Det går att använda RMSE på olika sätt, Frölander och Uddhammar (2020) valde att ta fram en genomsnittlig RMSE för samtliga partier genom att köra modellen för varje parti och varje observerat valår. På så sätt kan modellens lämplighet för alla partier tillsammans beräknas vilket sker med ekvation (12). I ekvationen är n antalet prediktioner och k antalet partier. Därefter kan samtliga partiers genomsnittliga RMSE summeras för vardera modell. Det ger ett jämförelsebart värde för vardera modell, vilket beräknas med ekvation (13).

3.4.2 Prediktionsintervall

När den prediktiva fördelningen är framtagen konstrueras ett prediktionsintervall för varje observation. Då den prediktiva fördelningen innehåller sannolikheter kan den användas för att skapa ett intervall. Ett prediktionsintervall med 95 % sannolikhetsintervall innehåller ett intervall mellan två värden där ett värde kommer befinna sig emellan med 95 % sannolikhet.

Det bästa möjliga prediktionsintervallet är ett smalt intervall som innefattar det riktiga värdet, med den givna sannolikheten. Med ett brett intervall minskar relevansen för prediktionen, exempelvis om intervallet säger att Vänsterpartiet kommer få mellan 0 % och 25 % säger inte prediktionen särskilt mycket. Genom att predicera de tidigare valresultaten kan en uppfattning bildas om hur bra modellen är och hur många observationer som omfattas av det specifika valets prediktionsintervall. Intervallen skiljer sig från val till val då de prediktiva fördelningarna förändras när de förklarande variablerna förändras.

3.4.3 Probability integral transform-värde

När den prediktiva fördelningen är framtagen för respektive val kan de verkliga observationerna placeras i fördelningen. Precis som i fallet med prediktionsintervall kan också placeringen i den prediktiva fördelningen analyseras statistiskt.

Vid probability integral transform (PIT) studeras percentilen i den prediktiva fördelningen för den riktiga observationen. Om observationer hamnar längst ut till höger i den prediktiva fördelningen får observationen PIT-värdet 1.0, medan den får 0.0 om den hamnar längst till vänster. Dessa två värden (1.0 och 0.0) bör undvikas för en lämplig modell då det indikerar att observationerna ligger långt utanför de prediktiva intervallen. En ytterligare aspekt på PIT-värdet är att en välkalibrerad modell ska ha plottade PIT-värden som antar en uniform fördelning. Angus (1994) beskriver att en variabel X med den kontinuerliga kumulativa distributionsfunktionen Y0 ger att slumpvariabeln Y1 pår den uniforma distributionen Y2 med distributionen Y3. I detta fall antas percentilerna vara en slumpvariabel från Y4 med distributionen Y4.

PIT-värdet och prediktionsintervallet hänger ihop då prediktionsintervallets undre och övre gräns är två percentiler, exempelvis percentil 0.025 och 0.975 om intervallet ska vara ett 95 % sannolikhetsintervall. Ett lyckat resultat ger observationer som är nära den mittersta percentilen som också är den prediktiva fördelningens genererade bästa skattning av observationen som studeras. Framförallt ska percentilerna 0.0 och 1.0 undvikas.

3.4.4 Expected Log predictive density

För att avgöra ifall den prediktiva fördelningen är korrekt och hur väl modellen är i helhet kan expected log predictive density (ELPD) vara ett relevant mått. Gelman et al. (2016) beskriver ELPD som en metod för att mäta en modells träffsäkerhet, vilket är relevant för probabilistiska modeller. Då ändamålet med studien är att få fram den bästa modellen framstår ELPD som ett lämpligt utvärderingsmått.

Vad ELPD går ut på är, förenklat, att beräkna fram sannolikheten för observationer. Beräkningen utgår från täthetsfunktionen vilken kan ge värden över 1 för enskilda observationer. Modellernas totala ELPD beräknas för att få fram sannolikheterna för alla observationer givet de modeller som används. I ekvation (14) skattas ELPD. Det är inte alltid möjligt att beräkna ekvation (14) exakt, det vill säga det sanna värdet på $p_t(\widehat{y_i}|y)$ som är den prediktiva fördelningen för skattningen av observation i. Ekvation (15) är log pointwise predictive density och beräknas med $p(\theta|y)$ som är aposteriorifördelningen för parametern givet den data som finns.

$$ELPD = \sum_{i=1}^{n} \int p_{t}(\overline{y}_{i}) log \, p_{t}(\widehat{y}_{i}|y) d\widehat{y}_{i}$$
 (14)

$$LPD = \sum_{i=1}^{n} log p(y_{i}|y) = \sum_{i=1}^{n} log \int p(y_{i}|\theta) p(\theta|y) d\theta$$
 (15)

Uttrycket innanför integralen på ekvation (15) är samma som uttrycket innanför parentesen i ekvation (16). Ekvation (16) skattar lpd med dragningar från aposteriorifördelningen där S står för antalet dragningar. Detta är beräkningen som går att göra och genomförs med hjälp av MCMC från aposteriorifördelningen, vilket är $p(y_i|\theta^s)$. Med hjälp av ekvation (17) genomförs beräkningen av ekvation (16) med leave-one-out cross validation som överkommer problemet med att inga okända valresultat finns att tillgå. Ekvation (18) är beräkningen av ekvation (17) i en mer detaljerad form.

$$\widehat{LPD} = \sum_{i=1}^{n} log(\frac{1}{S} \sum_{s=1}^{S} p(y_i | \theta^s))$$
 (16)

$$\widehat{ELPD}_{loo} = \sum_{i=1}^{n} logp(y_i|y_{i-1})$$
(17)

$$p(y_i|y_{-i}) = \int p(y_i|\theta)p(\theta|y_{-i})d\theta$$
 (18)

Med LOO-CV genomförs alltså beräkningar av ekvationerna för att tillsammans bilda ett medelvärde för respektive modell som resulterar i ett jämförelsebart tal. Som tidigare nämnts är den modell med högst värde den modell som passar data bäst enligt denna metod.

4. Resultat

Följande del presenterar studiens resultat. Samtliga utvärderingsmått presenteras i ett eget underkapitel där de övergripande resultaten för modellerna jämförs, därefter presenteras resultatet för varje enskilt parti. Därigenom kan en analys göras för vilken typ av parti en modell passar. Avslutningsvis testas de bäst lämpade modellerna på valet 2018, som i studien betraktas som okänt.

4.1 Övergripande resultat

I denna del presenteras de olika utvärderingsmåtten översiktligt för att se vilken modell som har genererat bäst utfall totalt sett.

4.1.1 RMSE

Det första som konstateras från Tabell 1 är att Modell 1 och 2 med t-fördelningen ligger nära referensmodellerna med motsvarande förklarande variabler i RMSE. Referensmodell 1 har en något mindre genomsnittlig RMSE än Modell 1 medan Modell 2 har en något mindre än Referensmodell 2. Tolkningen av genomsnittliga RMSE:n för exempelvis Modell 1 är att medelfelet för modellens prediktioner skattas till 2.379 procentenheter. Vid en analys av de två modellerna med gammafördelade feltermer, Modell 3 och 4, framgår det att de båda har en högre RMSE än de motsvarande modellerna med normalfördelningen och t-fördelningen. I nästa steg studeras modellerna med trunkerade t-fördelningar, Modell 5 och 6. Den genomsnittliga RMSE:n för Modell 5 är den lägsta av alla modeller. Av modellerna med två förklarande variabler är Modell 6 den bästa utifrån totala genomsnittliga RMSE:n. Följaktligen tycks de trunkerade t-fördelade modellerna vara bättre på att predicera än de andra.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
Totalt	16.656	29.368	17.183	41.276	16.430	28.680	16.717	29.921	16.632	29.502
\overline{RMSE}	2.379	4.195	2.455	5.897	2.347	4.097	2.388	4.274	2.376	4.215

Tabell 1. Total summerad RMSE samt genomsnittlig RMSE .för respektive modell.

Modell 7 och 8 innefattar skeva t-fördelade feltermer. Modell 7 är inte mycket sämre än Modell 5 i detta utvärderingsmått. Avslutningsvis studeras Referensmodell 1 och 2. Referensmodell 1 har en låg RMSE medan Referensmodell 2 har något sämre än Modell 2 och 6 som är de två bästa modellerna med två förklarande variabler. Resultatet pekar på att modellerna med det föregående valresultatet som offset och differensen mellan senaste valet och partisymatiundersöknigen från SCB som förklarande variabel erhåller en bättre prediktiv förmåga vid en jämförelse mellan RMSE-värdena. Den allra bästa modellen är Modell 5.

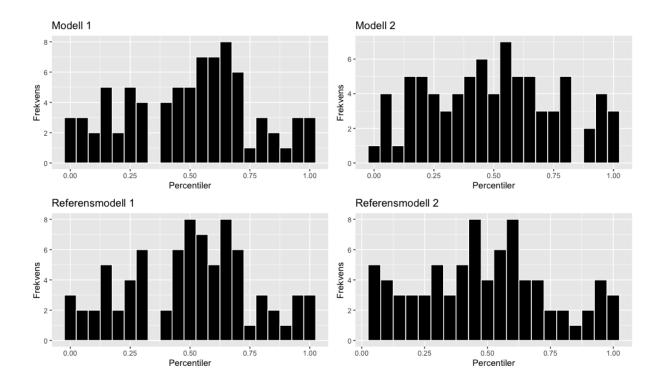
4.1.2 PIT-värde

Percentilerna 0.000 och 1.000 bör alltså undvikas. Detta kommer presenteras närmare under de respektive partiernas resultatredovisning. Sammanlagda antalet 0.000 och 1.000 finns summerade i Tabell 2 där det framgår att alla modeller förutom Modell 7 har minst ett sådant värde när avrundning till tre decimaler genomförs. Modell 3 och Modell 5 har två, vilket är flest. Slutsatsen blir att Modell 7 är bäst då ingen observation med 0.000 eller 1.000 genereras från den prediktiva fördelningen.

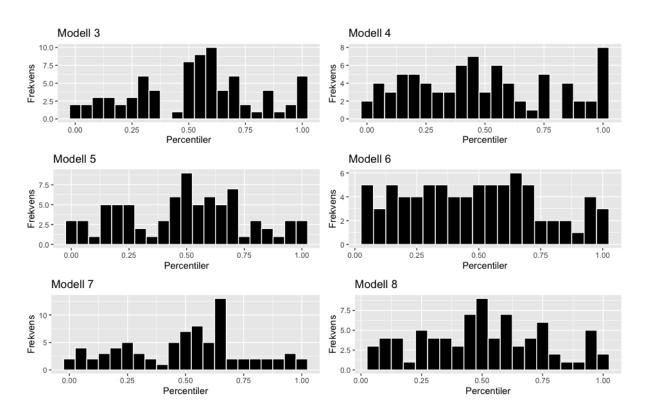
Vidare ska fördelningen över percentilerna studeras. Helst ska alltså, såsom beskrevs ovan, fördelningarna vara uniforma. Vad som kan fastslås av Figur 4 och 5 är att många av histogrammen har en symmetrisk distribution, men de flesta av modellerna har fler observationer runt 0.5 och är därmed inte uniforma. Modell 2 och Modell 6 får anses vara mest uniforma. Att en modell inte är uniform innebär att percentilerna har en annan fördelning och att observationerna därför inte fördelar sig uniformt i de prediktiva fördelningarna. Det innebär att alla värden inte är lika sannolika att inträffa.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
Totalt	1	1	2	1	2	1	0	1	1	1

Tabell 2. Antalet observationer med PIT-värde 0 eller 1.



Figur 4. Percentiler Modell 1 och 2 samt Referensmodell 1 och 2.



Figur 5. Percentiler Modell 3,4,5,6, 7 och 8.

4.1.3 Prediktionsintervall

Ett prediktionsintervall med 90 % säkerhet ska, som tidigare nämnts, vara snävt och helst innefatta det riktiga valresultatet. Eftersom varje observation med 90 % sannolikhet ska hamna innanför intervallet är det fortfarande ett bra resultat om en eller två observationer, per parti, hamnar utanför. Resultatet i Tabell 3 visar att Modell 1 och 2, som har t-fördelade feltermer, vid en jämförelse med referensmodellerna med lika många förklarande variabler fångar samma antal observationer. När modellerna med gammafördelade feltermer (modell 3 och 4) granskas framgår att dessa följer mönstret med lika många infångade observationer för de respektive uppsättningarna av variabler. Oavsett vilken fördelning feltermerna försätts med tycks det inte skilja hur många observationer som fångas in. Däremot går Modell 5 och 6, de trunkerade modellerna, emot tesen då de fångar in fler än de tidigare presenterade modellerna. Modell 5 fångar in 71 observationer medan Modell 6 fångar in 70 stycken. Avslutningsvis är Modell 7 och 8 försatta med en icke-centrerad t-fördelning för feltermerna och de genererar de bästa resultaten. Modell 8 fångar in lika många observationer som Modell 5, 71/79, medan Modell 7 fångar in 72/79 observationer. Dessa ligger runt 90 % i träffsäkerhet vilket pekar på att prediktionsintervallen är bra.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
Totalt	69/79	68/79	69/79	68/79	71/79	70/79	72/79	71/79	69/79	68/79

Tabell 3. Resultat från prediktionsintervall med antalet observationer inom prediktionsintervallen för respektive modell, inkluderat alla partier.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2	
Bredd på intervall	9.936	16.787	9.385	16.189	9.367	14.780	11.317	21.567	10.068	16.784	

Tabell 4. Genomsnittlig bredd för prediktionsintervallen

Det är därutöver rimligt att studera intervallens bredd i modellerna. Tabell 4 visar den genomsnittliga bredden på intervallen för varje modell. Vid en jämförelse framgår att den genomsnittliga bredden är störst för Modell 8, som har icke-centrerade t-fördelade feltermer och två förklarande variabler. Modell 1, 3 och 5 har de snävaste intervallen. Här behöver en sammanvägd bedömning mellan bredd och träffsäkerhet göras för att bestämma vilken modell som är bäst. Som tidigare nämnts ska intervallen vara snäva, men samtidigt fånga in så många observationer som möjligt. Av modellerna med en förklarande variabel har Modell 7 det bredaste intervallet, ungefär 2 procentenheter bredare än det snävaste som Modell 5 har. Då Modell 7 fångar in flest observationer, men med ett relativt brett intervall är det inte självklart att det är den bästa modellen.

4.1.4 Expected Log predictive density

Vid ELPD är det modellen med det största värdet som har högst sannolikhet för de observerade valresultaten. Av utfallet är det möjligt att utläsa att träffsäkerheten är bättre för de modeller med t-fördelade feltermer än de med normalfördelade termer, med motsvarande oberoende variabler. Med de gammafördelade feltermerna får modellerna ett högre ELPD-värde än motsvarande referensmodeller medan de får lägre värden än de t-fördelade modellerna. Modell 7 och 8 med icke-centrerade t-fördelade feltermer får högre ELPD än de motsvarande modellerna med normalfördelningen, men sämre än de andra två versionerna med t-fördelade feltermer. Av modellerna med en förklarande variabel är därmed Modell 5 bäst, men med liten marginal till Modell 1 och 7. Bland modellerna med två förklarande variabler är Modell 2 bäst, strax före Modell 4 och 6.

Här är ett exempel där två olika resultatmått pekar på olika modeller som bäst lämpade för prediktion. Modell 3 har en högre RMSE än Referensmodell 1 och Modell 4 har en högre RMSE än Referensmodell 2. Om modellerna studeras med ELPD som mått framstår dock Modell 3 som bättre än Referensmodell 1 och Modell 4 som bättre än Referensmodell 2. Det skiljer väldigt lite mellan modellerna med trunkerade t-fördelade feltermer och de icke-trunkerade modellerna. Generellt ska större vikt läggas på ELPD än RMSE när modeller jämförs. Anledningen till detta är att RMSE enbart utgår från punktskattningen medan ELPD ger en sannolikhet för observationen. Styrkan i bayesiansk statistik är bland annat att sannolikheter för observationer kan beräknas.

Modell 1 2 3 5 6 7 8 Ref.1 Ref. 2 Σ ELPD -194.92 -190.316 -229.264 -190.348 -228.437 -228.995 -191.131 -231.569 -192.172 -236.083

Tabell 5. Summerad ELPD för alla partier för respektive modell.

Sammanfattningsvis är Modell 5 och Modell 7 de bästa modellerna när samtliga utvärderingsmått sammanvägs. Det är även tydligt att modellerna med differensen mellan föregående valet och partisympatiundersökningens resultat, modellerna med en förklarande variabel, är de bästa totalt sett.

4.2 Partispecifika resultat

Då ett övergripande resultat inte kan säga hur modellerna passar olika partier, utan bara totalt sett kommer denna del bestå av resultaten för varje parti för sig. Det kan framstå som att en viss modell är bättre lämpad för de större partierna Socialdemokraterna och Moderaterna medan samma modell passar mindre partier sämre.

4.2.1 Vänsterpartiet

Vänsterpartiet kan betecknas som ett mellanstort parti i svensk politik med valresultat (Figur 1) som pendlat mellan 4.5 % och 8.4 % med undantag för valet 1998 som gav 12 %. Utifrån ELPD verkar Modell 3 passa bäst. Det kan betyda att gammafördelade feltermer ger en högre sannolikhet för att observationen 1998 skulle ske vilket med en normalfördelning verkar rätt osannolikt i och med att det är ett sådan kraftig outlier. Därefter är de båda modellerna med t-fördelade feltermer (modell 1 och 5) jämna, tätt följda av Referensmodell 1 och Modell 7 med den icke-centrerade t-fördelningen som är lite sämre. Av modellerna med två förklarande variabler är Modell 8 bäst, där fungerar gammafördelningen (modell 4) sämre.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
ΣΕLΡD	-26.024	-31.524	-23.387	-34.607	-25.980	-32.148	-26.690	-30.779	-26.087	-38.627

Tabell 6. ELPD för Vänsterpartiet.

Nästa utvärderingsmått, prediktionsintervallet, påvisar att samtliga modeller med två förklarande variabler fångar in 12/13 observationer medan endast Modell 5 och 7 av de med en förklarande variabel fångar in 12/13 observationer. Av dessa träffsäkra modeller finns det smalaste prediktionsintervallet hos Modell 5. Därmed är Modell 5 den bästa modellen utifrån detta utvärderingsmått. Bland modellerna med två förklarande variabler har Modell 4 det snävaste intervallet.

RMSE:n visar att den mest träffsäkra modellen är Modell 3. Måttet pekar således på att gammafördelade feltermer ger bäst prediktion för Vänsterpartiet givet de uppsättningar förklarande variabler som används i denna studie. Samtliga modeller med en förklarande variabel har dock likvärdiga resultat som Modell 3. Av modellerna med två förklarande variabler är det Modell 8 som får bäst resultat.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
Bredd	5.799	7.685	3.992	6.966	5.739	7.253	6.394	7.616	5.866	9.464
Antal obs.	11/13	12/13	11/13	12/13	12/13	12/13	12/13	12/13	11/13	12/13

Tabell 7. Prediktionsintervallets genomsnittliga bredd och antalet observationer inom intervallet för Vänsterpartiet.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
RMSE	1.688	2.516	1.544	3.084	1.685	2.507	1.731	2.438	1.689	2.761

Tabell 8. RMSE för Vänsterpartiet.

Percentilerna i Tabell 9 demonstrerar var i den prediktiva fördelningen de riktiga observationerna ligger. Det verkliga valresultatet finns i vänsterkolumnen för att visa var en eventuell outlier befinner sig i den prediktiva fördelningen. Som tidigare nämnts var valet 1998 en rejäl outlier för Vänsterpartiet, därför är det intressant att se vilken percentil den observationen ligger på. Fem av tio modeller får värdet 1.0 för den observationen vilket är dåligt, då det indikerar att observationen knappt ska kunna ske. Utifrån denna teori framstår Modell 1, 3, 5, 7 och Referensmodell 1 som de bästa modellerna.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
1973 (5.3 %)	0.525	0.564	0.596	0.624	0.504	0.554	0.497	0.602	0.494	0.536
1976 (4.8 %)	0.558	0.531	0.479	0.432	0.536	0.518	0.527	0.595	0.534	0.481
1979 (5.6 %)	0.442	0.671	0.596	0.727	0.449	0.663	0.454	0.736	0.453	0.618
1982 (5.6 %)	0.574	0.408	0.582	0.484	0.573	0.399	0.566	0.446	0.550	0.453
1985 (5.4 %)	0.637	0.455	0.649	0.470	0.625	0.463	0.631	0.520	0.627	0.458
1988 (5.8 %)	0.792	0.667	0.867	0.644	0.802	0.649	0.775	0.715	0.795	0.595
1991 (4.5 %)	0.293	0.258	0.175	0.179	0.297	0.261	0.316	0.279	0.307	0.303
1994 (6.2 %)	0.947	0.678	0.996	0.840	0.941	0.682	0.936	0.567	0.943	0.661
1998 (12 %)	0.988	1.000	0.986	1.000	0.986	1.000	0.980	1.000	0.989	1.000
2002 (8.4 %)	0.116	0.181	0.293	0.101	0.126	0.156	0.102	0.238	0.149	0.083
2006 (5.8 %)	0.670	0.130	0.612	0.056	0.678	0.124	0.661	0.100	0.675	0.147
2010 (5,6 %)	0.507	0.493	0.508	0.337	0.513	0.488	0.514	0.512	0.517	0.425
2014 (5,7 %)	0.050	0.776	0.057	0.519	0.046	0.776	0.050	0.801	0.041	0.597

Tabell 9. Percentilerna för det faktiska valresultatet i den prediktiva fördelningen för Vänsterpartiet. Det faktiska valresultatet anges inom parentesen efter valåret.

Sammanfattningsvis framstår det som att Modell 3 med en förklarande variabel och gammafördelade feltermer passar bäst för att predicera Vänsterpartiets valresultat. Med tydligt högsta ELPD:n och lägsta RMSE:n samt 11/13 infångade observationer verkar modellen bäst lämpad. Detta skiljer sig därmed från de sammanlagda resultaten där Modell 5 verkade bäst lämpad för prediktion.

4.2.2 Socialdemokraterna

Socialdemokraterna har varit det dominerande partiet i svensk politik de senaste hundra åren och är än idag det största partiet. Partiet har även blivit det största partiet i alla riksdagsval som studeras i den här studien, se Appendix 1. Som tidigare nämnts tros gammafördelningen, på förhand, vara en fördelning som främst lämpar sig för mindre partier. Resultatet med Vänsterpartiet förstärker den bilden eftersom Modell 3 framstår som den bäst lämpade modellen för att predicera deras resultat. Tabell 10 visar ELPD-resultatet för Socialdemokraterna. Utfallet antyder att Modell 5 är den bäst lämpade, men skillnaden mot Modell 1 är knapp. Av modellerna med två förklarande variabler får Modell 4 den högsta ELPD:n.

Vid en fortsatt analys av prediktionsintervallen i Tabell 11 förstärks bilden av att Modell 1 är bra lämpad för Socialdemokraterna. Modell 5 har ett likvärdigt resultat med prediktionsintervallen, men ett lite sämre ELPD-resultat. Detta kan förklaras av att större partier inte påverkas av trunkeringen av t-fördelningen i samma grad som mindre partier. Med ett bredare intervall fångar Modell 3 med gammafördelningen in alla observationer samtidigt som den genomsnittliga bredden är betydligt bredare än övriga modeller med en förklarande variabel. För Socialdemokraterna, som är ett stort parti, behöver en bredd på 15.773 (som Modell 3 har) inte utgöra ett dåligt intervall men i jämförelse med en bredd omkring 10 (som modellerna med en förklarande variabel har) framstår det inte som ett lika bra intervall. Samma intervall för exempelvis Vänsterpartiet hade tolkats som ett sämre utfall. Skulle en modell väljas utifrån detta utvärderingsmått skulle Modell 1 väljas, med ett smalt genomsnittligt intervall och 12/13 infångade observationer. Av modellerna med två förklarande variabler tycks Modell 4 bäst lämpad då den fångar in 12/13 observationer med ett snävare intervall än resterande.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
ΣELPD	-31.930	-41.239	-33.864	-40.360	-31.875	-41.409	-32.634	-41.866	-32.039	-41.155

Tabell 10. ELPD för Socialdemokraterna.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
Bredd	9.666	18.757	15.773	17.664	9.650	18.655	10.578	21.222	9.797	18.429
Antal obs.	12/13	11/13	13/13	12/13	12/13	11/13	12/13	11/13	12/13	11/13

Tabell 11. Prediktionsintervallets genomsnittliga bredd och antalet observationer inom intervallet för Socialdemokraterna.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
RMSE	2.495	5.857	2.460	5.709	2.463	5.925	2.511	6.001	2.489	5.844

Tabell 12. RMSE för Socialdemokraterna.

Vidare påvisar Tabell 12 att Modell 3 har den lägsta genomsnittliga RMSE:n, men Modell 1, 5, 7 och Referensmodell 1 har alla snarlika resultat. Av modellerna med två förklarande variabler är Modell 4 bäst, men inte mycket bättre än de andra. Tabell 13 manifesterar att valet 1994 var svårt att predicera då samtliga observationers percentil hamnar utanför prediktionsintervallet för modellerna med två förklarande variabler. Däremot är det ingen av modellerna som genererar en percentil med PIT-värdet 1.0. För modellerna med en förklarande variabel var det efterföljande valet 1998 svårfångat och endast Modell 3 lyckades åstadkomma ett bra resultat.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
1973 (43.6 %)	0.594	0.420	0.593	0.453	0.589	0.414	0.602	0.435	0.601	0.449
1976 (42.7 %	0.485	0.607	0.516	0.600	0.483	0.598	0.488	0.592	0.492	0.607
1979 (43.2 %)	0.619	0.659	0.597	0.653	0.628	0.652	0.639	0.680	0.623	0.658
1982 (45.6 %)	0.225	0.754	0.317	0.748	0.224	0.770	0.231	0.745	0.231	0.764
1985 (44.7 %)	0.536	0.553	0.540	0.549	0.523	0.538	0.552	0.534	0.520	0.559
1988 (43.2 %)	0.458	0.524	0.496	0.547	0.456	0.522	0.498	0.520	0.463	0.531
1991 (37.7 %)	0.658	0.158	0.618	0.171	0.657	0.153	0.687	0.173	0.679	0.169
1994 (45.3 %)	0.589	0.985	0.528	0.982	0.598	0.988	0.555	0.975	0.551	0.980
1998 (36.4 %)	0.006	0.045	0.101	0.060	0.009	0.041	0.009	0.048	0.007	0.042
2002 (39.9 %)	0.446	0.887	0.494	0.912	0.445	0.889	0.447	0.875	0.433	0.891
2006 (35 %)	0.082	0.153	0.209	0.130	0.076	0.128	0.072	0.158	0.091	0.141
2010 (30.7 %)	0.075	0.129	0.1683	0.100	0.074	0.130	0.095	0.158	0.084	0.123
2014 (31 %)	0.147	0.576	0.299	0.597	0.149	0.593	0.151	0.554	0.158	0.582

Tabell 13. Percentilerna för det faktiska valresultatet i den prediktiva fördelningen för Socialdemokraterna. Det faktiska valresultatet anges inom parentesen efter valåret.

Sammanfattningsvis finns ingen självklart bäst lämpad modell. Modell 1, 3 och 5 har alla goda resultat. Det är naturligt att Modell 1 och 5 är lika i och med att båda har t-fördelade feltermer men Modell 5 har en trunkerad t-fördelning. Som tidigare nämnt fyller trunkeringen en roll för partier där negativa valresultat kan prediceras. Ett större partis prediktioner påverkas lite ifall feltermerna är trunkerade eller inte.

4.2.3 Centerpartiet

Centerpartiet har de senaste 30–40 åren gått från att vara ett av de dominerande partierna i svensk politik till att bli ett av flera mindre partier i den svenska riksdagen. Således kan en klassificering av partiet som ett småparti bli problematisk då de tidiga valresultaten indikerar att det snarare rör sig om ett stort parti.

Tabell 14 visar ELPD-värdena. I den framgår det att de modeller med en förklarande variabel ger bäst utfall. Modell 7, med den icke-centrerade t-fördelningen, har det högsta värdet, följd av Modell 3. Intressant är att samtliga fördelningar för modellerna med en förklarande variabel är bättre lämpade än normalfördelningen som finns hos Referensmodell 1. Bland modellerna med två förklarande variabler finns det högsta värdet hos Modell 4, vars värde är tydligt högre än de övrigas. Tabell 16 pekar ut att det lägsta värdet på RMSE:n finns hos Modell 7, dock med liten marginal gentemot Modell 1, 3 och 5. För modellerna med två förklarande variabler är det istället 6, modellen med trunkerad t-fördelning som får det bästa utfallet.

I Tabell 15 kan det utläsas att Modell 1, 5, 7 och Referensmodell 1 fångar in 12/13 observationer. Bredden på intervallen är jämna för dessa modeller, det skiftar mellan 6.177 och 6.558. Utifrån detta perspektiv är Referensmodell 1 bäst lämpad för att predicera Centerpartiets valresultat då den fångar in flest antal observationer med snävast bredd. Av modellerna med två förklarande variabler är Modell 4 bäst, då det liksom de andra fångar in 11/13 observationer, men med ett smalare intervall.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2	
ΣELPD	-26.171	-35.119	-25.759	-31.381	-26.128	-35.182	-25.069	-35.812	-26.196	-35.786	

Tabell 14. ELPD för Centerpartiet.

N	Aodell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
J	Bredd	6.308	12.444	6.558	9.645	6.281	11.625	6.258	13.841	6.177	12.566
An	ıtal obs.	12/13	11/13	11/13	11/13	12/13	11/13	12/13	11/13	12/13	11/13

Tabell 15. Prediktionsintervallets genomsnittliga bredd och antalet observationer inom intervallet för Centerpartiet.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
RMSE	1.656	3.157	1.646	3.197	1.649	3.126	1.613	3.269	1.661	3.204

Tabell 16. RMSE för Centerpartiet.

Avslutningsvis behöver percentilerna i Tabell 17 analyseras. Där blir det tydligt att valet 1979 är en illustration på hur gammafördelningen bättre kan fånga upp avvikande värden, eftersom enbart Modell 3 och 4 lyckas fånga in observationen inom prediktionsintervallet. Detta tycks gälla även då ett parti sticker iväg nedåt och får ett sämre valresultat, något som skedde i 1979 års val jämfört med 1976 års val. Däremot hade Modell 3 och 4, till skillnad från resterande modeller, svårare att fånga in valet 1998 då Centerpartiet fick 5.1 %. Det var en minskning med 2.6 procentenheter mot valet 1994 vilket motsvarar 33.7 %.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
1973 (25.1 %)	0.685	0.995	0.341	0.979	0.686	0.995	0.674	0.985	0.669	0.997
1976 (24.1 %)	0.695	0.522	0.715	0.542	0.702	0.522	0.645	0.518	0.693	0.489
1979 (18.1 %)	0.009	0.048	0.220	0.163	0.006	0.042	0.022	0.028	0.008	0.042
1982 (15.5 %)	0.865	0.257	0.855	0.340	0.858	0.276	0.858	0.293	0.874	0.275
1985 (12.4 %)	0.304	0.225	0.317	0.223	0.299	0.228	0.266	0.248	0.323	0.238
1988 (11.3 %)	0.802	0.465	0.698	0.422	0.808	0.460	0.797	0.481	0.816	0.438
1991 (8.5 %)	0.159	0.206	0.094	0.135	0.169	0.209	0.164	0.241	0.179	0.220
1994 (7.7 %)	0.418	0.458	0.348	0.457	0.428	0.442	0.368	0.491	0.434	0.418
1998 (5.1 %)	0.228	0.269	0.015	0.046	0.225	0.251	0.206	0.305	0.260	0.262
2002 (6.2 %)	0.687	0.716	0.897	0.880	0.691	0.677	0.666	0.710	0.689	0.670
2006 (7.9 %)	0.849	0.789	0.961	0.943	0.842	0.774	0.842	0.771	0.837	0.757
2010 (6.6 %)	0.786	0.433	0.506	0.304	0.779	0.411	0.762	0.457	0.804	0.418
2014 (6.1 %)	0.695	0.606	0.558	0.512	0.695	0.605	0.649	0.611	0.686	0.584

Tabell 17. Percentilerna för det faktiska valresultatet i den prediktiva fördelningen för Centerpartiet. Det faktiska valresultatet anges inom parentesen efter valåret.

Sammanfattningsvis framstår Modell 7 som den bäst lämpade modellen då ELPD:n är högst, den har bland det bästa prediktionsintervallen och den har den lägsta RMSE:n. Således verkar den skeva t-fördelningen fungera bäst när Centerpartiets valresultat ska prediceras.

4.2.4 Miljöpartiet

För Miljöpartiet finns det mindre datamaterial att tillgå eftersom det är ett relativt nytt parti med en kort historia. Partiet trillade ur riksdagen efter riksdagsvalet 1991, men kom tillbaka efter fyra år och har sedan dess varit ett parti i den svenska riksdagen. Partiet klassificeras här som ett småparti vilket på förhand kan ge indikationer på att gammafördelningen är lämplig eller att en trunkerad t-fördelning är lämplig då en vanlig t-fördelning lätt kan ge negativa prediktioner för ett sådant parti.

ELPD:n visar att den bästa modellen för prediktion av Miljöpartiets valresultat är Referensmodell 1. Modell 5 och Modell 1 har nästan lika högt ELPD. Gammafördelningen är relativt dåliga jämfört med de övriga fördelningarna. Av modellerna med två förklarande variabler har Modell 2 högst ELPD, knappt högre än Modell 4 och 6.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2	
ΣELPD	-12.082	-14.443	-13.624	-14.936	-12.099	-14.486	-12.828	-15.749	-12.057	-14.610	

Tabell 18. ELPD för Miljöpartiet.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
Bredd	5.908	8.842	5.164	5.224	5.819	7.768	7.831	15.383	5.761	8.548
Antal obs.	6/7	6/7	6/7	6/7	7/7	6/7	7/7	7/7	6/7	6/7

Tabell 19. Prediktionsintervallets genomsnittliga bredd och antalet observationer inom intervallet för Miljöpartiet.

I motsats till Vänsterpartiet och Socialdemokraterna erhåller inte Modell 3 det lägsta RMSE-värdet för Miljöpartiet. För Miljöpartiet är det Modell 5 och 7, med 1.031 (Tabell 20) som har lägst värde. RMSE:n för Modell 1 och 3 befinner sig inom två tiondelars marginal och det är alltså inte fråga om några stora skillnader. Bland modellerna med två förklarande variabler presterar Modell 4 bäst.

Vidare studeras prediktionsintervallet där det uppenbarar sig att Modell 5, 7 och 8 lyckas fånga in alla observationer inom intervallet. I Tabell 21 är det möjligt att se att modellerna med en förklarande variabel har svårt att fånga in valresultatet 1994, de enda som gör det är Modell 5 och 7. Modellerna med två förklarande variabler har svårt att fånga in 1991 års valresultat. Resultatet visar att för mindre partier kan den trunkerade modellen ge ett bättre utfall jämfört med modellen med den vanliga t-fördelningen. Den bästa modellen utifrån detta utvärderingsmått är Modell 5 då den har klart smalare genomsnittligt prediktionsintervall än Modell 7 och 8.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
RMSE	1.047	1.327	1.041	1.247	1.031	1.288	1.031	1.316	1.043	1.305

Tabell 20. RMSE för Miljöpartiet.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
1991 (3.4 %)	0.172	0.038	0.095	0.002	0.179	0.036	0,234	0.092	0.169	0.033
1994 (5 %)	0.951	0.447	0.995	0.575	0.943	0.432	0.921	0.459	0.960	0.454
1998 (4.5 %)	0.282	0.421	0.293	0.392	0.275	0.385	0.311	0.449	0.283	0.416
2002 (4.6 %)	0.683	0.742	0.714	0.874	0.678	0.706	0.635	0.653	0.668	0.721
2006 (5.2 %)	0.664	0.535	0.713	0.547	0.658	0.532	0.646	0.510	0.646	0.533
2010 (7.3 %)	0.573	0.817	0.542	0.831	0.567	0.836	0.550	0.774	0.556	0.830
2014 (6.9 %)	0.266	0.375	0.334	0.377	0.273	0.358	0.321	0.391	0.287	0.395

Tabell 21. Percentilerna för det faktiska valresultatet i den prediktiva fördelningen för Miljöpartiet. Det faktiska valresultatet anges inom parentesen efter valåret.

För Miljöpartiet tycks Modell 5 vara bäst lämpad att använda vid valprediktion. Även om den inte får bäst resultat med alla utvärderingsmått är den nära den bästa i de flesta och är klart bäst vad gäller prediktionsintervallet. Detta är ett exempel där trunkeringen tycks ge en bättre utgång än den vanliga t-fördelningen.

4.2.5 Liberalerna

Liberalerna (tidigare Folkpartiet och Folkpartiet Liberalerna) är likt Centerpartiet ett parti som har gått från att vara ett större parti till ett mindre parti. ELPD:n demonstrerar att den bästa modellen för att predicera valresultatet för Liberalerna är Modell 7, som har ett lite högre ELPD än Referensmodell 1 och Modell 5. Noterbart är att den högsta ELPD:n är -36.106 vilket är lägre än de tidigare presenterade partiernas bästa ELPD-värden. Av modellerna med två förklarande variabler genereras det bästa resultatet av Modell 8.

Modell Ref. 1 1 2 3 5 6 7 8 Ref. 2 Σ ELPD -37.149 -40.803 -39.092 -36.106 -41.238 -37.210 -40.775 -40.578 -37.302 -40.601

Tabell 22. ELPD för Liberalerna.

Fortsättningsvis är den enda modellen som sticker ut i antalet observationer inom prediktionsintervallet Modell 6. Det som kan utläsas av Tabell 23 är att det är ett brett genomsnittligt intervall. Detta förklaras av Tabell 25 (det historiska valresultatet anges i vänstra kolumnen) och den tidigare diskussionen om att partiet har gått från att vara ett ganska stort parti till ett mindre sådant. Det är ändå ett för brett genomsnittligt prediktionsintervall för att modellerna ska anses vara träffsäkra. Centerpartiet är ett parti som gjort en liknande resa, men de har ett betydligt snävare genomsnitt vad gäller bredden på prediktionsintervallen. Modell 6 och 8 fångar in 12/13 observationer men Modell 6 har ett klart snävare intervall. Av modellerna med en förklarande variabel presterar Modell 5 bäst utifrån detta utvärderingsmått.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
Bredd	14.725	19.428	13.751	18.049	13.182	15.869	14.591	20.601	14.986	19.083
Antal obs.	11/13	11/13	11/13	11/13	11/13	12/13	11/13	12/13	11/13	11/13

Tabell 23. Prediktionsintervallets genomsnittliga bredd och antalet observationer inom intervallet för Liberalerna.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
RMSE	3.683	5.381	3.878	5.229	3.580	4.265	3.710	5.393	3.688	5.370

Tabell 24. RMSE för Liberalerna.

Studeras RMSE:n förstärks bilden av att det finns en större osäkerhet när Liberalerna ska prediceras. Samtliga RMSE-värden är högre än tidigare presenterade partiers lägsta RMSE. Den bästa modellen för Liberalerna utifrån detta utvärderingsmått är Modell 5, det vill säga den med en trunkerad t-fördelning och en förklarande variabel. Modell 1 och Referensmodell 1 har likvärdiga resultat medan Modell 3 och den gammafördelade modellen, Modell 3, är något sämre av de med en förklarande variabel. Bland de resterande modellerna med två förklarande variabler är det lägsta RMSE-värdet 4.265 hos Modell 6. Också den med en trunkerad t-fördelning.

Avslutningsvis studeras percentilerna i Tabell 25. Där framkommer att valet 2002 är ett svårt val att predicera – partiet ökade kraftigt 2002 till 13.4 % från 4.7 % i valet innan. Det är enbart Modell 6 med en trunkerad t-fördelning och Modell 8 med icke-centrerade t-fördelade feltermer som lyckas fånga in den observationen innanför prediktionsintervallet, med liten marginal. Det andra valet som alla modeller missar är valet 1985, där är dock Modell 8 nära att lyckas då observationen hamnar i percentil 95.5.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
1973 (9.4 %)	0.273	0.131	0.546	0.198	0.267	0.124	0.238	0.109	0.301	0.120
1976 (11.1 %)	0.497	0.623	0.543	0.460	0.489	0.613	0.596	0.603	0.503	0.610
1979 (10.6 %)	0.169	0.536	0.247	0.408	0.158	0.504	0.180	0.509	0.169	0.515
1982 (5.9 %)	0.571	0.250	0.567	0.176	0.504	0.220	0.558	0.247	0.572	0.244
1985 (14.2 %)	0.975	0.974	0.993	0.988	0.971	0.966	0.961	0.955	0.975	0.974
1988 (12.2 %)	0.184	0.331	0.310	0.294	0.208	0.329	0.207	0.332	0.205	0.320
1991 (9.1 %)	0.463	0.345	0.587	0.309	0.457	0.331	0.465	0.345	0.469	0.326
1994 (7.2 %)	0.613	0.921	0.647	0.939	0.585	0.871	0.630	0.906	0.631	0.924
1998 (4.7 %)	0.298	0.287	0.270	0.199	0.247	0.224	0.330	0.314	0.313	0.292
2002 (13.4 %)	0.981	0.953	1.000	0.992	0.980	0.940	0.974	0.928	0.987	0.953
2006 (7.5 %)	0.242	0.221	0.371	0.255	0.207	0.204	0.195	0.210	0.251	0.202
2010 (7,1 %)	0.670	0.726	0.721	0.743	0.615	0.670	0.682	0.747	0.659	0.702
2014 (5,4 %)	0.579	0.417	0.565	0.379	0.514	0.358	0.597	0.471	0.585	0.412

Tabell 25. Percentilerna för det faktiska valresultatet i den prediktiva fördelningen för Liberalerna. Det faktiska valresultatet anges inom parentesen efter valåret.

För att summera är ingen modell optimal med tanke på de breda prediktionsintervallen. Om en modell måste väljas är Modell 7 den bäst lämpade när en sammanvägning av resultaten från utvärderingsmåtten görs.

4.2.6 Moderaterna

Moderaterna har varit det dominerande borgerliga partiet i Sverige under det senaste decenniet. Partiet växte stadigt och erhöll sitt högsta valresultat, under den studerade tidsperioden, 2010 (se appendix 1). Detta parti är det enda tillsammans med Socialdemokraterna som i studien klassificeras som ett stort parti.

I Tabell 26 framgår det att även Moderaterna är svåra predicera då partiet får låga ELPD-värden precis som Liberalerna. Det högsta värdet får Modell 1 tätt följt av Modell 5 och Referensmodell 1. Modell 3 med gammafördelningen verkar vara mindre lämpad för Moderaterna. Det följer tesen att gammafördelningen inte behöver vara lämplig för större partier. Av modellerna med två förklarande variabler är Modell 6 bäst, tätt följd av Modell 2 och Referensmodell 2.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
ΣELPD	-35.441	-42.106	-36.208	-42.764	-35.472	-42.102	-35.783	-42.598	-35.493	-42.060

Tabell 26. ELPD för Moderaterna.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
Bredd	13.134	20.444	12.443	20.387	13.172	20.248	14.275	23.332	13.099	20.029
Antal obs.	11/13	11/13	11/13	11/13	11/13	11/13	12/13	11/13	11/13	11/13

Tabell 27. Prediktionsintervallets genomsnittliga bredd och antalet observationer inom intervallet för Moderaterna.

Modell 7 är den enda som fångar 12/13 observationer medan övriga fångar in 11/13. Bredden är snarlik mellan modellerna med samma antal förklarande variabler, men Modell 7 har något bredare. Dock är det ingen orimligt stor skillnad. Följaktligen är Modell 7 bäst utifrån prediktionsintervall som utvärderingsmått. Av modellerna med två förklarande variabler har alla betydligt bredare prediktionsintervall, men Referensmodell 2 har det snävaste.

Vidare finns den lägsta RMSE:n hos modellen Modell 5, det vill säga den med trunkerad t-fördelning. Även Modell 1, 7 och Referensmodell 1 har relativt låga RMSE-värden medan Modell 3 är klart bakom de övriga med en förklarande variabel. Bland de resterande modellerna finns det lägsta RMSE-värdet hos Modell 6. Likt Liberalerna har Moderaterna högre RMSE-värden generellt än övriga partier.

Percentilerna för Moderaterna i Tabell 29 påvisar att den svåraste observationen att predicera var valet 2002. Partiet tappade då kraftigt mot föregående val. Samtliga modeller med två förklarande variabler lyckades få in observationen i prediktionsintervallet vilket inget av modellerna med en förklarande variabel lyckades med. Ingen av modellerna med två förklarande variabler lyckades dock fånga in det efterföljande valet 2006, då Moderaterna bildade regering tillsammans med Alliansen.

En sammanvägd bedömning pekar på att Modell 7 är bäst i och med prediktionsintervallets träffsäkerhet jämfört med de övriga modellerna och att den bland de bästa modellerna vad gäller både RMSE och ELPD.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
RMSE	3.340	6.301	3.675	9.523	3.222	6.224	3.367	6.372	3.334	6.268

Tabell 28. RMSE för Moderaterna.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
1973 (14.3 %)	0.699	0.608	0.864	0.746	0.689	0.592	0.667	0.578	0.676	0.608
1976 (15.6 %)	0.411	0.675	0.484	0.729	0.409	0.663	0.410	0.671	0.414	0.677
1979 (20.3 %)	0.902	0.807	0.960	0.863	0.892	0.799	0.889	0.779	0.886	0.786
1982 (23.6 %)	0.652	0.660	0.656	0.608	0.654	0.675	0.651	0.653	0.634	0.659
1985 (21.3 %)	0.040	0.292	0.050	0.267	0.037	0.297	0.057	0.335	0.038	0.328
1988 (18.3 %)	0.240	0.312	0.251	0.260	0.246	0.307	0.257	0.365	0.251	0.312
1991 (21.9 %)	0.422	0.705	0.443	0.702	0.421	0.708	0.429	0.689	0.429	0.703
1994 (22.4 %)	0.572	0.024	0.591	0.012	0.586	0.028	0.560	0.044	0.565	0.025
1998 (22.9 %)	0.136	0.568	0.153	0.550	0.137	0.569	0.166	0.586	0.140	0.559
2002 (15.3 %)	0.023	0.103	0.011	0.058	0.025	0.104	0.035	0.141	0.020	0.111
2006 (26.2 %)	0.750	0.964	0.843	0.989	0.767	0.966	0.780	0.968	0.764	0.975
2010 (30.1 %)	0.649	0.562	0.564	0.441	0.664	0.563	0.629	0.526	0.650	0.569
2014 (23.3 %)	0.416	0.060	0.622	0.086	0.425	0.061	0.426	0.076	0.404	0.063

Tabell 29. Percentilerna för det faktiska valresultatet i den prediktiva fördelningen för Moderaterna. Det faktiska valresultatet anges inom parentesen efter valåret

4.2.7 Kristdemokraterna

Kristdemokraterna är, likt Miljöpartiet, ett förhållandevis nytt parti vilket innebär ett begränsat dataunderlag. Därför använder studien enbart data från riksdagsvalet 1991 och framåt. Partiet är litet och har haft den största procentuella förändringen från ett val till ett annat, då partiet nästan ökade med 200 % mellan 1994 och 1998 års val och därmed nådde sitt högsta valresultat någonsin.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
ΣΕΙΡΟ	-21.551	-23.203	-22.986	-23.709	-21.552	-23.162	-22.021	-24.187	-22.998	-23.244

Tabell 30. ELPD för Kristdemokraterna.

Resultatet från ELPD i Tabell 30 visar att Modell 1 och 5 får ungefär samma utfall, endast en tusendel skiljer dem åt. Av modellerna med två förklarande variabler är Modell 6 bäst och den trunkerade t-fördelningen passar därmed generellt bra för Kristdemokraterna. Anmärkningsvärt är att modellerna generellt är jämnare för Kristdemokraterna än vad de är för övriga partier.

Rimligtvis blir det svårt för modellerna att hantera extremvärden som resultatet i 1998 års val. Från Tabell 33 kan det utläsas att percentilen för det faktiska valresultatet hamnar utanför prediktionsintervallet i samtliga modeller förutom Modell 6, som lyckas fånga in alla observationer.

Bredden på prediktionsintervallen påverkas rimligtvis mycket av valet 1998 vilket tydliggörs i Tabell 31 där exempelvis Modell 4 har en genomsnittligt bredd på 35. Det får anses vara ett dåligt utfall då Kristdemokraterna i samtliga val har pendlat mellan 4 och 12 %. Modell 6 och 8 lyckas fånga in alla valresultat samtidigt som de har breda intervall med 22.042 % respektive 48.928 % i snitt. När den bäst lämpade modellen ska väljas får Modell 3 ses som den bästa. Visserligen fångar den in en observation färre, men har ett snävt intervall på 8.014 %. Det anses överträffa antalet inom intervallet.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
Bredd	14.103	29.910	8.014	35.385	11.726	22.042	19.292	48.928	14.790	29.370
Antal obs.	6/7	6/7	6/7	5/7	6/7	7/7	6/7	7/7	6/7	6/7

Tabell 31. Prediktionsintervallets genomsnittliga bredd och antalet observationer inom intervallet för Kristdemokraterna.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
RMSE	2.747	4.829	2.939	13.287	2.800	5.545	2.755	5.115	2.728	4.750

Tabell 32. RMSE för Kristdemokraterna.

Av Tabell 32 framgår att Referensmodell 1 har det lägsta RMSE-värdet med liten marginal framför Modell 1 och 7. Bland modellerna med två variabler finns det lägsta värdet (4.750) hos Referensmodell 2.

Percentilerna demonstrerar att den svåraste observationen för modellerna som väntat är valet 1998. Fyra stycken 1.000 genereras, däremot lyckas Modell 6 och 8 med att fånga in observationen. Modell 4 missar också den första observationen vilket sticker ut negativt. Ska en modell väljas som den bäst lämpade för prediktion av Kristdemokraternas valresultat blir det Modell 5. Modellen har likvärdigt ELPD-värde som Modell 1, men prediktionsintervallet är betydligt snävare.

Modell	1	2	3	4	5	6	7	8	Ref. 1	Ref. 2
1991 (7.1 %)	0.534	0.803	0.755	0.979	0.498	0.711	0.481	0.729	0.501	0.789
1994 (4.1 %)	0.448	0.422	0.493	0.452	0.365	0.273	0.480	0.414	0.476	0.429
1998 (11.7 %)	1,000	0.960	1,000	0.978	1,000	0.947	0.997	0.932	1,000	0.965
2002 (9.1 %)	0.477	0.189	0.714	0.147	0.449	0.166	0.493	0.253	0.485	0.189
2006 (6.6 %)	0.589	0.344	0.788	0.248	0.553	0.279	0.580	0.384	0.576	0.341
2010 (5.6 %)	0.633	0.505	0.741	0.407	0.559	0.374	0.611	0.494	0.604	0.501
2014 (4.6 %)	0.582	0.440	0.646	0.348	0.508	0.301	0.571	0.456	0.567	0.437

Tabell 33. Percentilerna för det faktiska valresultatet i den prediktiva fördelningen för Kristdemokraterna. Det faktiska valresultatet illustreras inom parentesen efter valåret.

4.3 Valet 2018

I den här delen av resultatet redovisas prediktionen av valet 2018. Den icke-centrerade t-fördelningen samt den trunkerade t-fördelningen valdes ut som de bäst lämpade modellerna. Dessa jämförs med Referensmodell 1 och 2. Tabellerna presenteras genom att samla modellerna med en förklarande variabel i Tabell 34 och modellerna med två förklarande variabler i Tabell 35. För varje parti presenteras det riktiga valresultatet, punktskattningen, percentilen i den prediktiva fördelningen för den riktiga observationen, RMSE:n för observationen, ELPD:n för observationen och ett prediktionsintervall med 90 % säkerhet. Den genomsnittliga RMSE:n och totala ELPD:n presenteras i de två nedersta raderna i tabellerna.

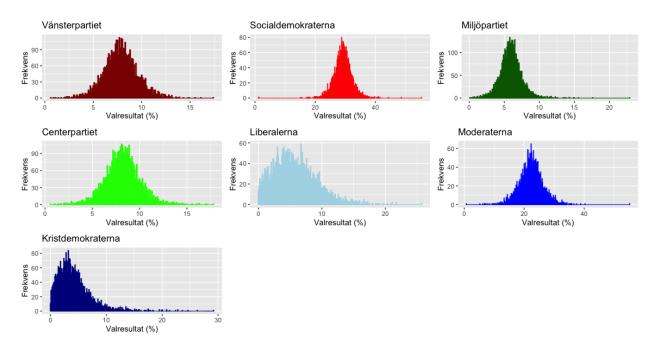
Av Tabell 34 framgår att valet 2018 bäst prediceras av Modell 5. Det skiljer inte mycket mellan modellerna, men Modell 5 har lägst genomsnittlig RMSE och högst summerad ELPD, varför Modell 5 är det givna valet. Modell 5 får RMSE:n 1.124, Modell 7 får 1.296 och Referensmodell 1 får 1.365. ELPD:n är -14.344 för Modell 5, -14.492 för Modell 7 och -14.349 för Referensmodell 1. Dessa värden tyder på en liten skillnad. Bland de tre modellerna med medieomnämnande och arbetslöshet som förklarande variabler genererar Referensmodell 2 det klart bästa resultatet med RMSE:n 2.003 och ELPD:n -18.166.

Vid en närmare analys av tabellerna framstår Kristdemokraterna och Moderaternas valresultat som de svåraste att predicera vad det gäller 2018 års val. De närmaste punktskattningarna för Kristdemokraterna hade modellerna med två förklarande variabler, där Modell 4 och Referensmodell 2 missade de verkliga valresultatet med cirka 1.1 procentenhet. Även Moderaterna var särskilt svårpredicerade för modellerna med en förklarande variabel. Bästa punktskattning hade Modell 8, cirka 1 procentenhet ifrån medan Modell 5, 7 och Referensmodell 1 samtliga var ungefär 3 procentenheter ifrån. Bredden på intervallen indikerar dock att det finns en stor osäkerhet och att det därmed är svårt att dra några större slutsatser utifrån dessa resultat.

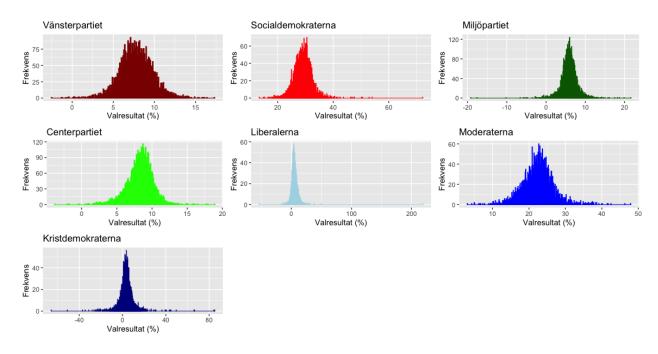
Prediktionsintervallen är i några fall breda. Framför allt har Modell 6, 8 och Referensmodell 2 breda intervall för Kristdemokraterna och Liberalerna. Därmed är visserligen punktskattningen bra från de modellerna, men intervallet brett för Kristdemokraterna. Studeras intervallen och percentilerna går det

att se att samtliga observationer är inom alla prediktionsintervall. Det som sticker ut är att Modell 6 och 8 skapar ett intervall som bara precis fångar in Vänsterpartiets valresultat.

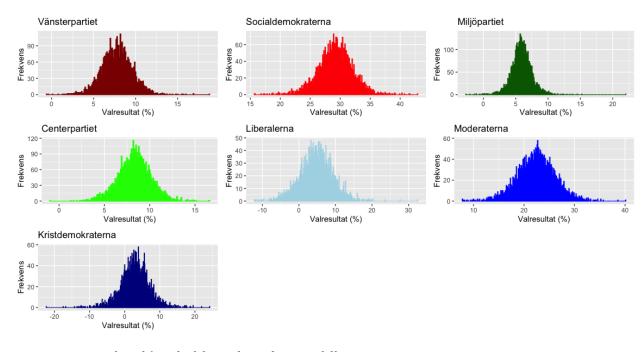
De prediktiva fördelningarna presenteras i Figur 6, 7 och 8 för Modell 5, 7 och Referensmodell 1. Dessa redovisar frekvensen för olika valresultat när de 4000 dragningarna med MCMC genomförs. Effekten av trunkeringen syns i Figur 6 där den trunkerade t-fördelningen används. Framför allt Liberalerna och Kristdemokraterna skulle haft en stor del av vänstra svansen som negativa värden. Trunkeringen gör att den massan flyttas till positiva värden och att den högra svansen får större sannolikhet. I Figur 7 går det att utläsa av x-axeln i histogrammen att många värdena är negativa. Detta gäller även normalfördelningen och Figur 8. Vid en jämförelse mellan svansarna går det exempelvis att se att de går ut längre i x-axeln för Moderaterna i Modell 5 och 7 jämfört med referensmodellen.



Figur 6. Genererad prediktiv fördelning för Modell 5



Figur 7. Genererad prediktiv fördelning för Modell 7



Figur 8. Genererad prediktiv fördelning för Referensmodell 1

				Modell 5					Modell 7					Ref.modell		
Parti	Valresultat (%)	Pred.	Intervall	Percentil	RMSE	EPLD	Pred. (%)	Intervall	Percentil	RMSE	EPLD	Pred.	Intervall	Percentil	RMSE	EPLD
V	8.005	7.843	[5.003, 10.886]	0.553	0.161	-1.417	7.762	[4.485, 11.103]	0.554	0.239	-1.594	7.872	[5.007, 10.903]	0.535	0.134	-1.439
S	28.261	29.207	[24.635, 33.650]	0.354	0.946	-1.915	29.119	[24.143, 34.159]	0.394	0.858	-2.026	29.182	[24.326, 33.791]	0.362	0.921	-1.955
С	8.608	8.192	[5.210, 11.214]	0.600	0.416	-1.459	8.277	[4.973, 10.985]	0.542	0.332	-1.334	8.300	[5.285, 11.326]	0.567	0.308	-1.481
MP	4.414	5.944	[3.560, 8.485]	0.129	1.530	-1.998	5.863	[2.629, 9.099]	0.175	1.418	-1.882	5.981	[3.551, 10.402]	0.128	1.567	-1.976
L	5.490	5.746	[0.851, 11.969]	0.519	0.257	-2.267	4.909	[0, 11.525]	0.606	0.581	-2.327	4.838	[0, 11.999]	0.566	0.652	-2.332
M	19.836	22.296	[16.078, 28.688]	0.231	2.460	-2.482	22.418	[15.699, 28.980]	0.235	2.582	-2.553	22.417	[16.262, 28.522	0.231	2.581	-2.468
KD	6.322	4.227	[0.622, 9.760]	0.815	2.095	-2.806	3.261	[0, 12.203]	0.787	3.061	-2.776	2.932	[0, 9.397]	0.825	3.390	-2.698
RMSE					1.124					1.296					1.365	
∑ELPD						-14.344					-14.492					-14.349

Tabell 34. Utvärdering av Modell 5, 7 samt Referensmodell 1 för riksdagsvalet 2018.

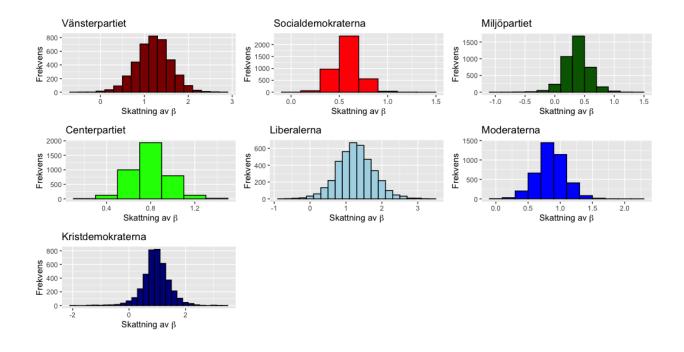
				Modell 6					Modell 8					Ref.modell 2		
Parti	Valresultat (%)	Pred. (%)	Intervall	Percentil	RMSE	EPLD	Pred. (%)	Intervall	Percentil	RMSE	EPLD	Pred. (%)	Intervall	Percentil	RMSE	EPLD
v	8.005	4.438	[1.498, 8.021]	0.950	3.567	-3.492	4.161	[1.381, 8.006]	0.949	3.844	-3.651	4.958	[0.342, 9.529]	0.869	3.047	-2.610
S	28.261	29.948	[21.346, 38.642]	0.364	1.687	-2.541	29.787	[19.730, 40.148]	0.387	1.526	-2.660	29.554	[20.925, 38.314]	0.401	1.293	-2.546
С	8.608	5.668	[1.081, 11.317]	0.828	2.940	-2.799	5.242	[0, 12.709]	0.818	3.366	-2.845	5.110	[0, 11.569]	0.826	3.498	-2.707
MP	4.414	6.557	[3.235, 10.031]	0.115	2.143	-2.424	6.410	[1.983, 10.879]	0.181	1.996	-2.322	6.475	[3.144, 9.757]	0.133	2.061	-2.342
L	5.490	7.440	[1.150, 15.254]	0.368	1.950	-2.514	6.567	[0, 16.339]	0.454	1.077	-2.475	6.571	[0, 15.504]	0.413	1.081	-2.556
M	19.836	22.021	[11.399, 32.616]	0.349	2.185	-2.742	20.938	[8.714, 32.948]	0.421	1.102	-2.775	21.795	[11.632, 31.822]	0.365	1.959	-2.747
KD	6.322	7.441	[0.812, 17.835]	0.501	1.119	-2.645	5.108	[0, 20.571]	0.582	1.214	-2.841	5.243	[0, 16.214	0.584	1.079	-2.658
RMSE					2.227					2.018					2.003	
∑ELPD						-19.157					-19.569					-18.166

Tabell 35. Utvärdering av Modell 6 och 8 samt Referensmodell 2 för riksdagsvalet 2018.

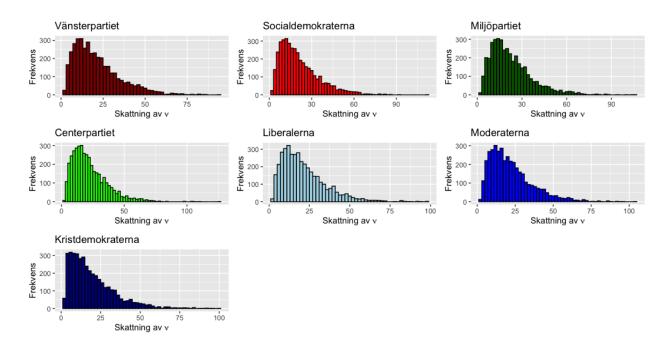
4.4 Parameterestimat

I den avslutande delen presenteras parameterestimat för den bästa prediktiva modellen, Modell 5. Som tidigare nämnt är det möjligt att tolka parameterestimaten som genereras av regressionsmodellen. Det ger en annorlunda tolkning eftersom offset används. Ett estimat för betaparametern (PSU_majdiff) som är nära 0 antyder att modellens offset (det föregående valresultatet) har en hög prediktiv styrka. Om betaparameten istället har ett värde nära 1 innebär det att i modellen har PSU_majdiff högre prediktiv styrka. Den prediktiva styrkan är relativ mot offseten. Den variabel som har högre prediktiv styrka ger mer information till valresultatet. I Tabell 36 framkommer att Vänsterpartiet, Centerpartiet, Liberalerna, Moderaterna och Kristdemokraterna ligger mellan 0.716–1.484, vilket innebär att dessa partier bäst förklaras med hjälp av PSU_majdiff. Miljöpartiet och Socialdemokraterna å andra sidan har estimat som ligger under 0.7 och Miljöpartiets medelvärden ligger under 0.5. Dessa två partiers valresultat kan därmed förklaras mer av det föregående valresultatet jämfört med övriga. Figur 9 och 10 illustrerar 4000 MCMC-dragningar av respektive parameter med varje parti för valåret 2018. Genom att studera Figur 9 och axlarna för respektive parti är det möjligt att urskilja vilka partier som förklaras bäst av partisympatiundersökningen i maj respektive det föregående valresultatet.

Studeras parametern υ kan ingen liknande analys göras. Däremot innebär lägre värde på υ tjockare svansar i fördelningen vilket förklarats i metoddelen. När υ är över 30 och ökar, närmar sig t-fördelningen en normalfördelning. Tabell 36 visar att skattningen av υ generellt ligger mellan 21–22 för alla partier. När svansen blir tjockare ökar prediktionsintervallets storlek och osäkerheten blir större.



Figur 9. 4000 dragningar av βför respektive parti



Figur 10. 4000 dragningar av vför respektive parti

				$\hat{\beta}$							ΰ			
Parti	v	s	C	MP	L	М	KD	v	s	C	MP	L	М	KD
1973	1.237	0.587	0.747	-	1.107	0.848	-	21.297	21.487	22.220	-	22.220	22.220	-
1976	1.237	0.579	0.820	-	1.256	0.866	-	21.966	21.223	22.544	-	22.544	22.544	-
1979	1.262	0.582	0.716	-	1.411	0.854	-	21.442	21.516	24.054	-	24.054	22.054	=
1982	1.248	0.617	0.898	-	1.318	0.847	-	21.771	21.031	22.742	-	22.742	22.742	-
1985	1.266	0.579	0.776	-	1.195	0.945	-	21.848	21.334	22.099	-	22.099	22.099	-
1988	1.286	0.579	0.840	-	1.313	0.849	-	20.850	21.892	22.407	-	22.407	22.407	-
1991	1.224	0.616	0.780	0.386	1.252	0.875	0.775	21.499	21.481	21.639	22.552	21.639	21.639	21.003
1994	1.295	0.558	0.804	0.477	1.304	0.858	0.849	20.265	21.069	22.560	22.566	22.560	22.560	20.772
1998	0.923	0.527	0.780	0.467	1.232	0.951	0.817	21.669	21.330	22.177	22.488	22.177	22.177	20.992
2002	1.084	0.590	0.799	0.474	1.204	0.849	0.856	20.158	21.871	22.554	22.722	22.555	22.555	21.572
2006	1.377	0.555	0.798	0.452	1.124	0.723	0.852	21.515	19.434	22.102	22.426	22.102	22.102	21.358
2010	1.245	0.567	0.845	0.552	1.311	0.847	0.900	21.738	19.586	22.533	22.045	22.533	22.533	21.188
2014	1.484	0.611	0.819	0.469	1.292	0.835	0.910	21.234	20.640	22.502	22.594	22.502	22.502	21.175
2018	1.206	0.570	0.791	0.367	1.267	0.855	0.955	21.275	20.760	22.290	22.557	22.290	22.290	19.568

Tabell 36. Skattningar av β och υ

5. Diskussion

Syftet med studien är att undersöka hur olika valprediktionsmodeller kan predicera valresultat till Sveriges riksdag. Då det saknas forskning om valprediktion i en svensk kontext är det ett motiverat forskningsområde. I en tidigare studie av Frölander och Uddhammar testades modeller med normalfördelade residualer, men med olika variabeluppsättningar. I ett relativt outforskat fält lyckades de ta fram en bättre modell än vad som tidigare gjorts. Utifrån deras två bästa modeller har studien testat andra residualfördelningar än normalfördelningen. Alla de modeller som har testats har det föregående valresultatet offset. Resultatet visar att modellerna med Statistiska partisympatiundersökning lämpar sig bättre än de studerade modellerna med arbetslöshet och medieomnämnande som förklarande variabler. Resultatet från Frölander och Uddhammar (2020) antydde detta och denna studie förstärker den bilden. Modellerna har både ett högre ELPD-värde och lägre RMSE-värde. Modellen med bäst resultat är den med partisympatiundersökningen som förklarande variabel och feltermer med en trunkerad t-fördelning (modell 5). Modellen lyckas predicera riksdagsvalet 2018 med en genomsnittlig felmarginal på 1.124 %. Det är ett bättre resultat än den bäst lämpade modellen från Frölander och Uddhammar (2020).

Flera slutsatser kan dras från denna studie. Syftet med studien var att undersöka om andra residualfördelningar än normalfördelningen kunde ge mer träffsäker valprediktion till Sveriges riksdag. En slutsats är att normalfördelningen inte är bäst lämpad för det. Vid valet 2018 presterar normalfördelningen och Referensmodell 1 inte mycket sämre än Modell 5 med den trunkerade t-fördelningen. Vid prediktion av de tidigare valen framträder dock en tydlig skillnad avseende den första resultatdelen (vars resultat presenterades i avsnitt 4.1).

I valet 2018 presterar Referensmodell 2, med arbetslöshet och medieomnämnande som förklarande variabler och normalfördelade feltermer, bättre än motsvarande modeller med icke-centrerad t-fördelning och trunkerad t-fördelning. Mot bakgrund av detta går det att dra slutsatsen att det inte är en generell fördel med andra fördelningar som residualfördelningar. Men givet de modeller som studien innefattar är den allra bästa modellen den med trunkerad t-fördelning som residualfördelning. I maj 2022 när resultatet från partisympatiundersökningen kommer går det att göra en träffsäker prediktion relativt sett med Modell 5 från denna studie snarare än Referensmodell 1.

En till slutsats som studien visar är att olika partier verkar passa vissa fördelningar bättre än andra. Det tydligaste exemplet är gammafördelningens lämplighet för Vänsterpartiet, men olämplighet totalt sett. Kanske skulle en fortsatt analys av materialet kunna anpassa prediktionen av valet 2018 och välja olika modeller för varje parti. Tesen inför studien var att just gammafördelningen som är skev med en tjockare svans åt höger jämfört med de övriga fördelningarna i studien skulle kunna fånga in outliers bättre. Tre tydliga outliers är Kristdemokraterna och Vänsterpartiet 1998 samt Liberalerna 2002. Vad gäller Kristdemokraterna lyckas den icke-centrerade och den trunkerade t-fördelningen fånga in den outliern. Vänsterpartiets outlier å andra sidan fångas inte upp av någon modell medan Liberalernas också fångas upp av den icke-centrerade och den trunkerade t-fördelningen. Antalet percentiler med 0 och 1 är intressant då prediktionsintervallet misslyckas med att fånga in alla observationer för någon modell. Modell 7 var den enda som inte fick en enda 0 och 1. Detta innebär att enligt modellen fanns det i alla fall en liten sannolikhet för samtliga observationer.

Traditionellt sett har valprediktioner genomförts i länder med två aktörer. Framför allt i USA, men också i länder där det finns givna regeringsalternativ. Med Sveriges uppluckrade block som idag är svårdefinierade är det svårt att predicera en beroende variabel med den sittande regeringen eller oppositionens valresultat. Resultaten av de senaste valen har varit sådana att det inte har varit möjligt för ett enskilt block att bilda regering med egen majoritet. Det blir därför svårare att se det som givet vilka som ligger bakom landets utveckling i BNP och arbetslöshet. I en sådan kontext är det möjligt att tänka sig strukturella modeller med arbetslöshet och BNP är mindre lämpligt.

Parameterestimaterna för βi Modell 5 tolkas som att samtliga partier utom regeringspartierna, Socialdemokraterna och Miljöpartiet, får mest information från variabeln med differensen mellan partisympatiundersökningen och det föregående valresultatet. Socialdemokraterna och Miljöpartiet får istället mer information från det föregående valresultatet. Mer information betyder att variabeln påverkar den beroende variabeln, valresultatet, mer. Parametern υ tolkas alltså om den är över 30 att t-fördelningen approximativt är normalfördelad. I detta fall skattades υ för samtliga partier kring 20–22, följaktligen med tjockare svansar än normalfördelningen.

Det finns flera alternativa forskningsmetoder att angripa studiens syfte med. Ett alternativ är att tillämpa andra fördelningar än de som har studerats i studien. I denna studie trunkerades bara den vanliga t-fördelningen. Samma sak skulle kunna göras med den icke-centrerade t-fördelningen och normalfördelningen. Det motiveras av Figur 7 och 8 där det går att utläsa att flera av partierna får negativa värden i den vänstra svansen vilket såklart är osannolika valresultat. Då den trunkerade modellen fick det bästa resultatet överlag ser vi möjligheter att fortsätta studera valprediktioner i en svensk kontext. Det finns även mer avancerade fördelningar som skulle kunna vara relevanta för den framtida forskningen på området.

Framtida studier inom ämnet skulle kunna fokusera på att predicera Sverigedemokraternas valresultat. Med den korta partihistoriken är det svårt att generera en träffsäker prediktion med samma metod som använts i denna studie. Förslagsvis kan mer informativa priors användas. En sista aspekt på valprediktion med partisympatiundersökningen i maj är att det är svårt att hantera en eventuell chock i prediktionen. Ett sådant fall vore att det kommer fram att ett parti mellan maj och den andra söndagen i September har en stor korruptionsskandal. Ett exempel på en sådan chock är avslöjandet som nämndes i introduktionsdelen, Valstugereportaget, som ledde till att Moderaterna dalade i opinionen. Resultatet visar att t-fördelningen delvis lyckas fånga in en sådan chock.

Referenser

Angus, JE., (1994) The Probability Integral Transform and Related Results. SIAM Review, 36(4):652–654.

Berger, Rickard J. & Link, William A., (2010) *Bayesian Inference - With Ecological Examples*. Academic press. 1 uppl..

Berk, K. & Devore, J., (2012) Modern Mathematical Statistics with Applications. Springer. 2 uppl.

Brownlee, J., (2019) A Gentle Introduction to Markov Chain Monte Carlo for Probability. Machine Learning Mastery. https://machinelearningmastery.com/markov-chain-monte-carlo-for-probability/. Hämtad 13 April 2021.

Chew, Victor., (1968) Some Useful Alternatives to the Normal Distribution, *The American Statistician*, 22(3):22-24.

Forbes, C., Evans, M., Hastings, N. & Peabock, B., (2011) Statistical Distributions. Wiley. 4 uppl.

Frölander, I & Uddhammar, L, (2020) Om det vore val idag...?. Kandidatuppsats, Uppsala Universitet.

Gabry, J., Gelman, A. and Vehtari, A., (2016) Practical Bayesian model evaluation using leave-one-out cross-validation and WAIC. *Statistics and Computing*, 27:1413-1432

Kurz, A., (2021) Robust Linear Regression with Student's t-Distribution | A. Solomon Kurz. A. Solomon Kurz. https://solomonkurz.netlify.app/post/robust-linear-regression-with-the-robust-student-s-t-distribution/ (Hämtad 2021-04-01).

Lewis-Beck, M. S. & Paldam, M. (2000) Economic voting: an introduction. *Electoral Studies*, 19(2):113-121.

Lewis-Beck, M S. & Dassonneville, R. (2015) Forecasting Elections in Europe: Synthetic Models. *Research & Politics*, 2(1):1-11.

Lewis-Beck, M S. & Sundell, A.. (2014) Forecasting the 2014 Parliamentary Election in Sweden. *SSRN Electronic Journal*. 10.2139/ssrn.2450229.

Linzer, D., (2013) Dynamic Bayesian Forecasting of Presidential Elections in the States. *Journal of the American Statistical Association*, 108(501):124-134.

McElreath, R. (2018) Statistical Rethinking: a Bayesian course with examples in R and Stan. CRC press. 1. uppl.

Nadeau, R. & Lewis-Beck, M. S. (2020) Election forecasts: Cracking the Danish case. *International Journal of Forecasting*, 36 (3):892-898.

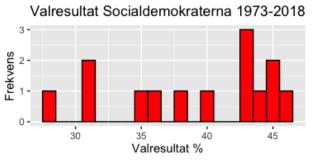
Ramachandran, K. & Tsokos, C., (2020) *Mathematical Statistics with Applications in R*. Academic Press. 3. uppl.

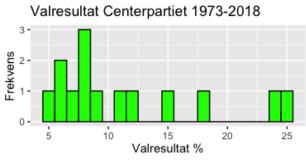
Vestin, E., & Öhrvall, R. (2020). Att förutsäga amerikanska presidentval. *Statsvetenskaplig Tidskrift*, 122(5): 127-139.

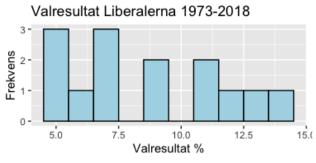
Walther, D. (2015) Picking the winner(s): Forecasting elections in multiparty systems. *Electoral Studies*, 40:1–13.

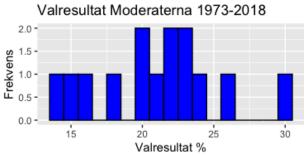
Wesserman, L. (2003). All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference. Springer. 1. uppl.

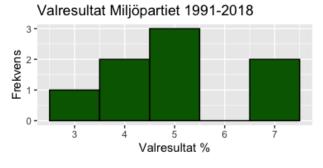
Appendix 1 - Valresultat











Appendix 2 - Internetkällor och variabler

MC Stan. MCMC Sampling.

https://mc-stan.org/docs/2 19/reference-manual/hmc-chapter.html/

Sveriges radio, Valstugereportaget som sänkte moderaterna. 2014

https://sverigesradio.se/artikel/5935095

Sveriges Riksdag, Enkammarriksdagen införs. 1971

https://www.riksdagen.se/sv/valet-2018/riksdagsvalet-i-undervisningen/demokratins-historia/demokratilinje/19
71-enkammarriksdagen-infors/

Variabel: Valresultat

SCB: "Riksdagsval - erhållna mandat efter region och parti. Valår 1973 - 2018"

https://www.statistikdatabasen.scb.se/pxweb/sv/ssd/START ME ME0104 ME0104C/Riksdagsmandat/

Variabel: Valresultat i föregående riksdagsval (VFR)

SCB: "Riksdagsval - erhållna mandat efter region och parti. Valår 1973 - 2018"

https://www.statistikdatabasen.scb.se/pxweb/sv/ssd/START ME ME0104 ME0104C/Riksdagsmandat/

Variabel: PSU majdiff

SCB: "Valresultat om det varit val idag (PSU)"

https://www.statistikdatabasen.scb.se/pxweb/sv/ssd/START ME ME0201 ME0201A/Vid10/

Variabel: Arbetslöshet

SCB: "Befolkningen 15-74 år (AKU) efter kön, ålder och arbetskraftstillhörighet. Kvartal 1970K1 - 2020K3"

https://www.statistikdatabasen.scb.se/pxweb/sv/ssd/START AM AM0401 AM0401A/NAKUBefolknin

<u>g2K/</u>

Variabel: Mediaomnämnande (media)

Kodord som har använts:

Vänsterpartiets
Vänsterpartistiska
Socialdemokraterna
Socialdemokraternas
Socialdemokratiska
Miljöpartiet de Gröna
Miljöpartiet
Miljöpartiets
Centerpartiet
Centerpartiets
Centerpartistiska
Folkpartiet liberalerna
Folkpartiet liberalernas
Folkpartiet
Folkpartiets
Folkpartistiska
Liberalerna
Liberalernas
Moderata samlingspartiet
Moderaterna
Moderaternas
Nya Moderaterna
Nya Moderaternas
Kristdemokraterna
Kristdemokraternas
Kristdemokratisk

Vänsterpartiet