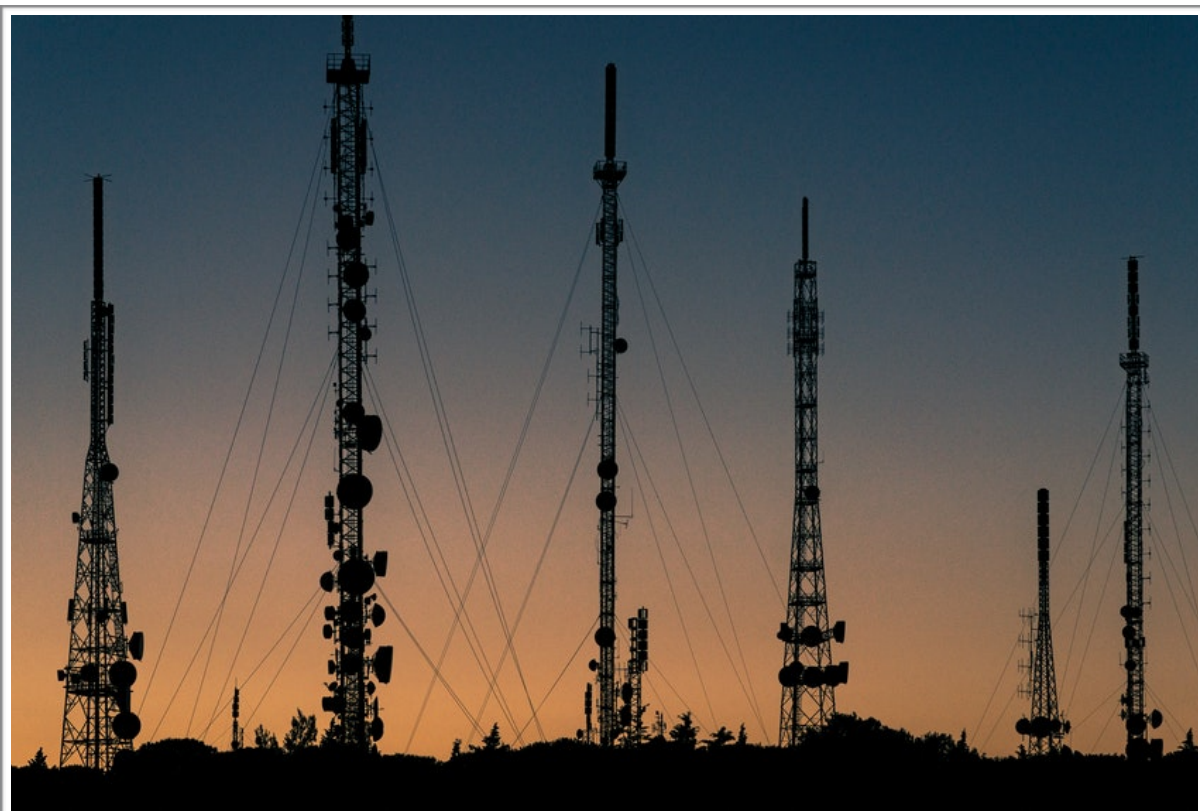


# Ειδικές Κεραίες - Σύνθεση Κεραιών

*Σειρά Ασκήσεων II*



Αλέξανδρος Τζήκας  
[alextzik@ece.auth.gr](mailto:alextzik@ece.auth.gr) - 8978

# Ειδικές Κεραίες & Σύνθεση Κεραιών - Σειρά II

## Μορφοποίηση Δέσμης & Εκτίμηση Κατευθύνσεων Άφιξης

### 1. Μελέτη Μορφοποιητή MVDR

#### Ερώτημα (α)

Το παραδοτέο του ερωτήματος αυτού είναι κώδικας MATLAB. Βρίσκεται μέσα στον φάκελο 'Part I' και η λειτουργία του εξηγείται παρακάτω:

- `function [ outputMatrix ] = MVDR( deltaThetaMin, SNR )`

Η συνάρτηση αυτή λαμβάνει ως όρισμα την ελάχιστη απόσταση μεταξύ δυο οποιωνδήποτε γειτονικών γωνιών  $\Delta\theta_{\min}$  και το επιθυμητό SNR και παράγει 1000 τριάδες γωνιών ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) ομοιόμορφα κατανεμημένων στο διάστημα  $[30^\circ, 150^\circ]$ . Επιστρέφει τις ζητούμενες μετρικές του πίνακα της εκφώνησης για δεδομένο  $\Delta\theta_{\min}$  και SNR (δηλαδή 1 γραμμή του πίνακα) αφού πραγματοποιήσει τις 1000 εκτελέσεις.

Για κάθε τριάδα γωνιών ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) καλείται η συνάρτηση:

- `function [ div, SINR_dB ] = MVDRalgorithm( SNR_dB, thetasInput )`

Η συνάρτηση δέχεται ως όρισμα το SNR και την τριάδα γωνιών και υπολογίζει το διάνυσμα μιγαδικών βαρών, τον λόγο SINR, παράγει το διάγραμμα ακτινοβολίας και από αυτό υπολογίζει τις αποκλίσεις κατεύθυνσης του κύριου λοβού και των δυο μηδενισμών από τις αντίστοιχες επιθυμητές θέσεις που δίνονται ως όρισμα.

Επιστρέφει τις αποκλίσεις αυτές ως πίνακα `div` και τον λόγο SINR.

Αφού ολοκληρωθεί η λειτουργία του `MVDRalgorithm` αποθηκεύονται οι μετρικές της συγκεκριμένης τριάδας γωνιών σε έναν πίνακα που συγκεντρώνει τα επτά (7) αποτελέσματα που ζητούνται στο υποερώτημα (3). Ο πίνακας αυτός μεταφέρεται στο αρχείο 'AoAdec\_SINR.txt'.

Τέλος, το αρχείο φορτώνεται και από τις 1000 γραμμές δεδομένων υπολογίζονται τα στατιστικά που επιστρέφει η MVDR και αποτελούν την μια γραμμή του πίνακα αποτελεσμάτων στο ερώτημα (β).

#### Ερώτημα (β)

Για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων που ζητά ο πίνακας της εκφώνησης τρέχουμε το script 'MVDRoverSNR.m'. Τα αποτελέσματα συγκεντρώνονται στον παρακάτω πίνακα.

### Στατιστικά Στοιχεία Λειτουργίας MVDR

MVDR	Main Lobe Divergence $\Delta\theta_0$ [deg]				Null Divergence ( $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2$ ) [deg]				SINR [dB]			
SNR = 0 dB	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std
$\Delta\theta_{\min} = 2$ deg	0,001	16,003	1,970	2,842	0,002	11,455	1,329	1,388	-2,117	9,030	7,671	2,309
$\Delta\theta_{\min} = 4$ deg	0,001	16,620	1,669	2,615	0,001	7,703	1,115	1,093	0,638	9,030	8,131	1,606
$\Delta\theta_{\min} = 6$ deg	0,001	13,907	1,467	2,262	0	7,258	1,037	1,043	-0,675	9,031	8,382	1,150
$\Delta\theta_{\min} = 8$ deg	0	13,755	0,998	1,613	0	6,113	0,959	0,942	3,713	9,030	8,662	0,638
$\Delta\theta_{\min} = 10$ deg	0	8,682	0,643	1,057	0,001	6,611	0,934	0,946	3,269	9,031	8,804	0,407
SNR = 5 dB	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std
$\Delta\theta_{\min} = 2$ deg	0,001	18,389	2,315	3,515	0	12,084	0,606	0,798	-2,600	14,030	12,306	3,074
$\Delta\theta_{\min} = 4$ deg	0	19,486	1,885	2,984	0	5,294	0,529	0,653	0,940	14,030	12,885	2,096
$\Delta\theta_{\min} = 6$ deg	0,001	14,217	1,344	2,099	0	4,716	0,458	0,548	0,101	14,030	13,380	1,268
$\Delta\theta_{\min} = 8$ deg	0	12,486	1,035	1,741	0	4,858	0,411	0,485	5,141	14,030	13,636	0,726
$\Delta\theta_{\min} = 10$ deg	0	11,988	0,783	1,337	0	4,481	0,407	0,498	10,070	14,030	13,774	0,405
SNR = 10 dB	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std
$\Delta\theta_{\min} = 2$ deg	0	19,666	2,296	3,238	0	4,204	0,290	0,442	1,803	19,030	17,263	3,216
$\Delta\theta_{\min} = 4$ deg	0	18,886	1,817	2,852	0	4,111	0,253	0,393	5,483	19,030	17,941	2,101
$\Delta\theta_{\min} = 6$ deg	0,001	17,788	1,531	2,511	0	2,944	0,205	0,284	9,799	19,030	18,304	1,351
$\Delta\theta_{\min} = 8$ deg	0	13,109	1,105	1,808	0	3,890	0,202	0,265	14,359	19,031	18,620	0,708
$\Delta\theta_{\min} = 10$ deg	0	11,184	0,765	1,311	0	2,252	0,192	0,220	13,196	19,030	18,761	0,465
SNR = 20 dB	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std
$\Delta\theta_{\min} = 2$ deg	0	18,997	2,301	3,458	0	1,335	0,121	0,117	3,882	29,030	27,206	3,665
$\Delta\theta_{\min} = 4$ deg	0	18,063	1,887	2,924	0	0,911	0,109	0,068	9,672	29,031	27,836	2,234
$\Delta\theta_{\min} = 6$ deg	0	18,919	1,379	2,267	0,001	0,931	0,106	0,059	20,408	29,031	28,389	1,237
$\Delta\theta_{\min} = 8$ deg	0	16,035	1,141	1,960	0	1,683	0,107	0,066	20,863	29,030	28,556	0,944
$\Delta\theta_{\min} = 10$ deg	0,001	12,408	0,792	1,399	0	0,727	0,104	0,051	21,538	29,030	28,743	0,514

## **Ερώτημα (γ)**

### **A. Για την απόκλιση του κύριου λοβού από την κατεύθυνση του επιθυμητού σήματος:**

Παρατηρούμε ότι για δεδομένο SNR και αυξανόμενο  $\Delta\theta_{\min}$  η μέση τιμή της απόκλισης αυτής μειώνεται. Όσο δηλαδή αυξάνεται η γωνιακή απόσταση μεταξύ δυο γειτονικών σημάτων (άρα και του κύριου σήματος από παρεμβολή), τόσο πιο κοντά στην γωνία του επιθυμητού σήματος βρίσκεται το μέγιστο του κύριου λοβού. Αυτό συμβαίνει καθώς σε περίπτωση μικρής γωνιακής απόστασης κύριου σήματος και παρεμβολής, ο αλγόριθμος προσπαθεί να ικανοποιήσει όσο το δυνατόν καλύτερα τον μηδενισμό και δεν καταφέρνει (λόγω μικρής απόστασης από το επιθυμητό σήμα) να καταλήξει γρήγορα και σε μέγιστο στην περιοχή του μηδενισμού. Εφόσον η μέση τιμή μειώνεται για σταθερό SNR, είναι λογικό να μειώνεται και η μέγιστη απόκλιση, ενώ επίσης η ελάχιστη τιμή είναι προφανώς ίδια (κοντά στο 0), αφού υπάρχουν περιπτώσεις επίτευξης μεγίστου κοντά στο  $\theta_0$  για κάθε  $\Delta\theta_{\min}$ .

Για δεδομένο  $\Delta\theta_{\min}$  και αυξανόμενο SNR, η μέση τιμή της απόκλισης κύριου λοβού από την κατεύθυνση επιθυμητού σήματος παραμένει σχεδόν σταθερή. Αυτό δηλώνει ότι ο αλγόριθμος MVDR δεν δυσκολεύεται να επιτύχει μέγιστο κοντά στο  $\theta_0$  λόγω της τιμής του SNR, αλλά λόγω της ελάχιστης απόστασης  $\Delta\theta_{\min}$  μεταξύ κύριου σήματος και παρεμβολής.

### **B. Για την απόκλιση των μηδενισμών από τις κατευθύνσεις σημάτων παρεμβολής:**

Παρατηρούμε ότι για δεδομένο SNR και αυξανόμενο  $\Delta\theta_{\min}$  η μέση τιμή της απόκλισης αυτής μειώνεται. Όσο δηλαδή αυξάνεται η γωνιακή απόσταση μεταξύ δυο γειτονικών σημάτων (άρα και μεταξύ των δυο σημάτων παρεμβολής), τόσο πιο κοντά στις γωνίες των σημάτων παρεμβολής βρίσκονται τα σημεία μηδενισμών. Αυτό συμβαίνει καθώς σε περίπτωση μικρής γωνιακής απόστασης μεταξύ των δυο σημάτων παρεμβολής, ο αλγόριθμος προσπαθεί να δημιουργήσει δυο μηδενισμούς κοντά τον έναν στον άλλον, πράγμα δύσκολο. Εφόσον η μέση τιμή μειώνεται για σταθερό SNR, είναι λογικό να μειώνεται και η μέγιστη απόκλιση, ενώ επίσης η ελάχιστη τιμή είναι προφανώς ίδια (κοντά στο 0), αφού υπάρχουν περιπτώσεις επίτευξης μηδενισμών κοντά στα  $\theta_1, \theta_2$  για κάθε  $\Delta\theta_{\min}$ .

Για δεδομένο  $\Delta\theta_{\min}$  και αυξανόμενο SNR, η μέση τιμή της απόκλισης μειώνεται ραγδαία. Επομένως όσο πιο μικρή είναι η ισχύς του θορύβου τόσο πιο κοντά βρίσκονται οι μηδενισμοί στις γωνίες των σημάτων παρεμβολής.

### **C. Για τις τιμές του SINR**

Παρατηρούμε ότι για δεδομένο SNR και αυξανόμενο  $\Delta\theta_{\min}$  η μέση τιμή του SINR αυξάνεται. Επομένως, όσο αυξάνεται η απόσταση μεταξύ των σημάτων παρεμβολής, τόσο πιο πολύ μπορεί να καταστείλλει την επιρροή τους στην έξοδο. Αυτό συμβαίνει, αφού από το (B) τα σημεία μηδενισμού είναι πιο κοντά στα σημεία άφιξης των σημάτων παρεμβολής όσο αυξάνεται το  $\Delta\theta_{\min}$ .

Για δεδομένο  $\Delta\theta_{\min}$  και αυξανόμενο SNR, η μέση τιμή του SINR επίσης αυξάνεται, αφού το σήμα πληροφορίας έχει από μόνο του περισσότερη ισχύ και στόχος του MVDR είναι εξορισμού να μειώσει την ισχύ των σημάτων παρεμβολής, ενώ όπως είδαμε στο (B) για δεδομένο  $\Delta\theta_{\min}$  και αυξανόμενο SNR η μείωση της ισχύος των σημάτων παρεμβολής γίνεται πιο αποτελεσματική.

## 2. Μελέτη Μορφοποιητή RLS

Το παραδοτέο του ερωτήματος αυτού είναι κώδικας MATLAB. Βρίσκεται μέσα στον φάκελο 'Part II' και ονομάζεται 'RLS.m'. Ο κώδικας αυτός εκτυπώνει το διάνυσμα μιγαδικών βαρών  $w_{RLS}$  και σχεδιάζει το αντίστοιχο διάγραμμα ακτινοβολίας της στοιχειοκεραίας, θεωρώντας  $Q=100$ .

Οι ζητούμενες αποκλίσεις κατεύθυνσης του κύριου λοβού και των πέντε (5) μηδενισμών από τις αντίστοιχες επιθυμητές τιμές ( $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$ ) φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

**Αποκλίσεις Κατεύθυνσης για τον Μορφοποιητή RLS**

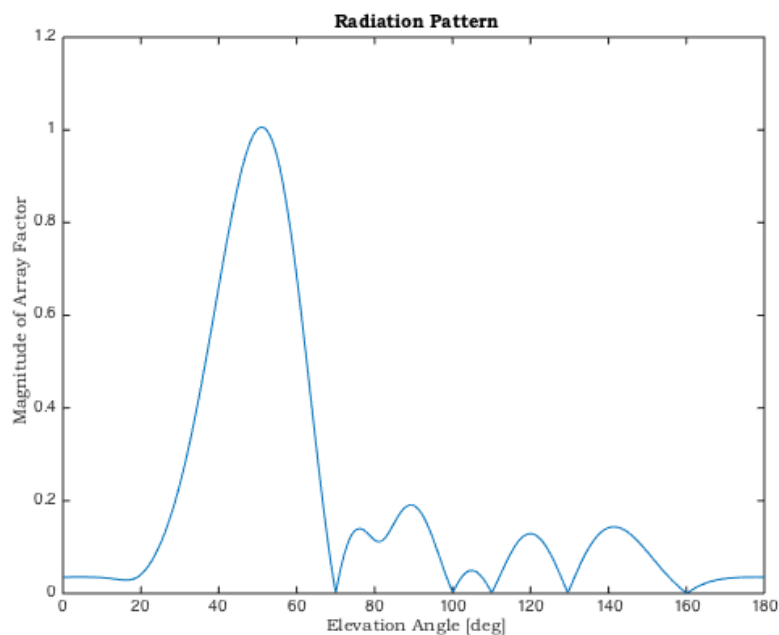
$\Delta\theta_0$	$\Delta\theta_1$	$\Delta\theta_2$	$\Delta\theta_3$	$\Delta\theta_4$	$\Delta\theta_5$
1.1000	0.1000	0.2000	0.1000	0.3000	0.2000

Το διάνυσμα μιγαδικών βαρών που προκύπτει φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

**Διάνυσμα Μιγαδικών Βαρών RLS**

$0.0953 + 0.0402i$
$-0.0512 + 0.1012i$
$-0.0992 - 0.0771i$
$0.1571 - 0.0184i$
$-0.0404 + 0.1837i$
$-0.1090 - 0.0788i$
$0.0819 - 0.0583i$
$0.0065 + 0.0925i$

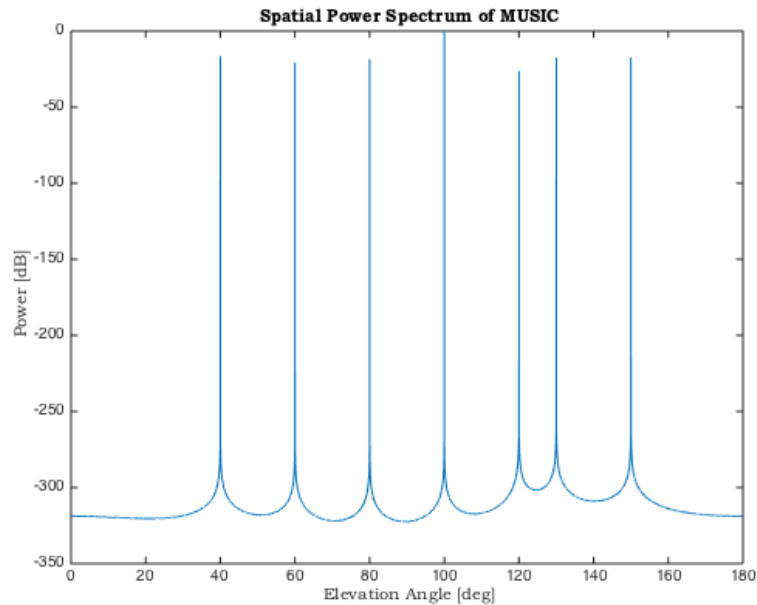
Το διάγραμμα ακτινοβολίας της στοιχειοκεραίας απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.



### 3. Μελέτη Μεθόδων Εκτίμησης Κατευθύνσεων Άφιξης (MUSIC)

#### Ερώτημα (α)

Το παραδοτέο του ερωτήματος αυτού είναι κώδικας MATLAB. Βρίσκεται μέσα στον φάκελο 'Part III' και ονομάζεται 'MUSIC\_PartA.m'. Ο κώδικας αυτός σχεδιάζει το χωρικό φάσμα ισχύος του εκτιμητή, θεωρώντας  $\text{SNR}=10[\text{dB}]$ . Το χωρικό φάσμα φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



#### Ερώτημα (β)

Θεωρώντας μόνο δυο εισερχόμενα σήματα ισχύος 1W με κατευθύνσεις άφιξης συμμετρικά διατεταγμένες ως προς την κάθετη διεύθυνση στον άξονα της στοιχειοκεραίας ( $\theta_2 = 180 - \theta_1$ ), η ελάχιστη γωνιακή απόσταση των δυο κατευθύνσεων άφιξης για την οποία είναι δυνατός ο διαχωρισμός των δυο σημάτων είναι ( $\text{SNR}=10\text{dB}$ ):

$$0.0160 [\text{deg}]$$

Ο υπολογισμός έγινε με χρήση του αρχείου 'MUSIC\_PartB.m'. Μετά από μια πρώτη δοκιμαστική σάρωση γωνιών περιορίστηκε το εύρος έρευνας με στόχο την καλύτερη ακρίβεια και ταυτόχρονα τον γρήγορο υπολογισμό.