

به نام خدا

دانشگاه تهران

دانشکده برق و کامپیوتر

کنترل مدرن

دکتر کبریایی

منصور داودی

۸۱۰۱۹۹۵۶۷

پروژه نهایی

فاز ۱

$$\left(\frac{J_b}{r^2} + m\right) \ddot{x} + (mr^2 + J_b) \frac{1}{r} \ddot{\alpha} - m r \dot{\alpha}^2 = m g \sin(\alpha) \quad 1.1$$

$$(mr^2 + J_b + J_w) \ddot{\alpha} + (r m \dot{x} + b \dot{\ell}^2) \dot{\alpha} + k \dot{\ell}^2 \alpha + (mr^2 + J_b) \frac{1}{r} \ddot{x} - m g \cos(\alpha) = u(t) \ell \cos(\alpha)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0.1378 \ddot{x} + 0.00704 \ddot{\alpha} - 0.127 \dot{x} \dot{\alpha}^2 = 2.448 \sin(\alpha) \\ (0.127 \dot{x} + 0.1402932) \ddot{\alpha} + (0.08 \dot{x} + 0.1201) \dot{\alpha} + 2.1401 \alpha + 0.00704 \ddot{x} - 2.448 \cos(\alpha) = 0.127 u(t) \cos(\alpha) \end{cases}$$

$$\text{تعریف متغیرها: } x_1 = x \quad x_2 = \dot{x} = \dot{x}_1 \quad x_3 = \alpha \quad x_4 = \dot{\alpha} = \dot{x}_3$$

$$\Rightarrow 0.1378 \dot{x}_2 + 0.00704 \dot{x}_4 - 0.127 x_1 \dot{x}_4^2 = 2.448 \sin(x_3) \rightarrow \dot{x}_2 = \frac{0.127 x_1 \dot{x}_4^2}{0.1378} + \frac{2.448 \sin(x_3)}{0.1378} - \frac{0.00704}{0.1378} \dot{x}_4$$

$$(0.127 \dot{x}_1 + 0.1402932) \dot{x}_4 + (0.08 \dot{x}_2 + 0.1201) \dot{x}_3 + 2.1401 x_3 + 0.00704 \dot{x}_2 - 2.448 \cos(x_3) = 0.127 u(t) \cos(x_3)$$

$$\Rightarrow \dot{x}_4 = \frac{1}{0.127 \dot{x}_1 + 0.1402932 - \frac{0.00704}{0.1378}} \left(0.127 u(t) \cos(x_3) + 2.448 \cos(x_3) - (0.08 \dot{x}_2 + 0.1201) \dot{x}_3 - 2.1401 x_3 - 0.00704 \left(\frac{0.127 x_1 \dot{x}_4^2}{0.1378} + \frac{2.448 \sin(x_3)}{0.1378} \right) \right)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{0.127 x_1 \dot{x}_4^2}{0.1378} + \frac{2.448 \sin(x_3)}{0.1378} - \frac{0.00704}{0.1378} \dot{x}_4$$

$$\rightarrow \text{در حالت تعادل: } \dot{x}_2 = 0$$

$$\dot{x}_3 = 0$$

$$\dot{x}_4 = 0$$

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2$$

$$x_1 = x_0, \quad x_3 = \frac{-0.127}{2.448 \cos(x_3)} u(t)$$

در حالت تعادل:

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2$$

$$\dot{x}_3 = \dot{x}_4$$

$$\sigma = 0.1402932 - \frac{0.00704}{0.1378}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{\sigma} \left(2.448 \cos(x_3) + (-2.1401) x_3 - 0.00704 \left(\frac{2.448 \sin(x_3)}{0.1378} \right) \dot{x}_2 - 0.1201 \dot{x}_3 + 0.127 u(t) \right)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{-0.00704}{0.1378} \right) 2.448 \cos(x_3) + \left(\frac{-2.1401}{\sigma} - 0.00704 \left(\frac{2.448 \sin(x_3)}{0.1378} \right) \right) \dot{x}_2 + \frac{2.448 \sin(x_3)}{0.1378} \dot{x}_2 - \frac{1}{\sigma} \left(\frac{0.00704}{0.1378} \right) (-0.127 \dot{x}_4 + 0.127 u)$$

در حالت تعادل:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.1378 & 0 & 0.127 & 0.127 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.127 & 0 & -0.127 & -0.127 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.127 \\ 0 \\ 2.448 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

در حالت تعادل:

-۴

$C \cdot [B \ AB \ A^T B \ A^T B]$ $\xrightarrow{\text{مقادیر درشت}}$ $\text{rank}(C) = 4 \rightarrow \text{Full rank}$ \checkmark کنترل پذیر

$O_c \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^T \\ CA^T \end{bmatrix}$ $\xrightarrow{\text{مقادیر درشت}}$ $\text{rank}(O) = 4 \rightarrow \text{Full rank}$ \checkmark $\left. \begin{array}{l} \text{کنترل پذیر} \\ \text{مشاهدات} \end{array} \right\}$

-۵ $\phi(s) = L^{-1} \{ (SI - A)^{-1} \}$ \checkmark در `matlab` محاسبه شده و خروجی به صورت یک فایل جداگانه ذخیره شده است.
برای هر یک از این سیستم‌ها باید یک خروجی داشته باشد.

-۶ $G(s) = C(SI - A)^{-1} B = \begin{bmatrix} \frac{-0.00499s^2 + 0.00017021s + 2.0000}{s^2 + 1.7133s + 0.17077s - 0.00044403s - 132.43000417} \\ \frac{2.4940s^2 + 0.00002001}{s^2 + 1.7133s + 0.17077s - 0.00044403s - 132.43000417} \end{bmatrix}$

$\Rightarrow G(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0.00499(s + 11.7202)(s - 11.723)}{(s + 2.1845)(s - 2.9196)(s + 0.4211 + i2.3447)(s + 0.4211 - i2.3447)} \\ \frac{2.4940(s + i0.0124)(s - i0.0124)}{(s + 2.1845)(s - 2.9196)(s + 0.4211 + i2.3447)(s + 0.4211 - i2.3447)} \end{bmatrix}$

صفرها و قطب‌ها در بالا مشخص است.

۷- با شبیه‌سازی سیستم در محیط `Simulink` و طراحی `PID` می‌بینیم که نمی‌توان `PID` طراحی کرد که سیستم غیرخطی و غنی را پایدار کند.
می‌توان به صورت دستی فرایب `PID` را تغییر داد تا به پایداری رسید اما این فرایب `PID` بسیار بزرگ خواهد بود.

۱- در این قسمت با مقدار دادن یک صفر روی قطب ناپایدار (۲۹۸۹۶)، این قطب را حذف می‌کنیم و PID را دوباره طراحی می‌کنیم.
کنترل کننده PID سیستم خطی را پایدار می‌کند اما سیستم غیر خطی همچنان ناپایدار است.

تابع تبدیل جدید:

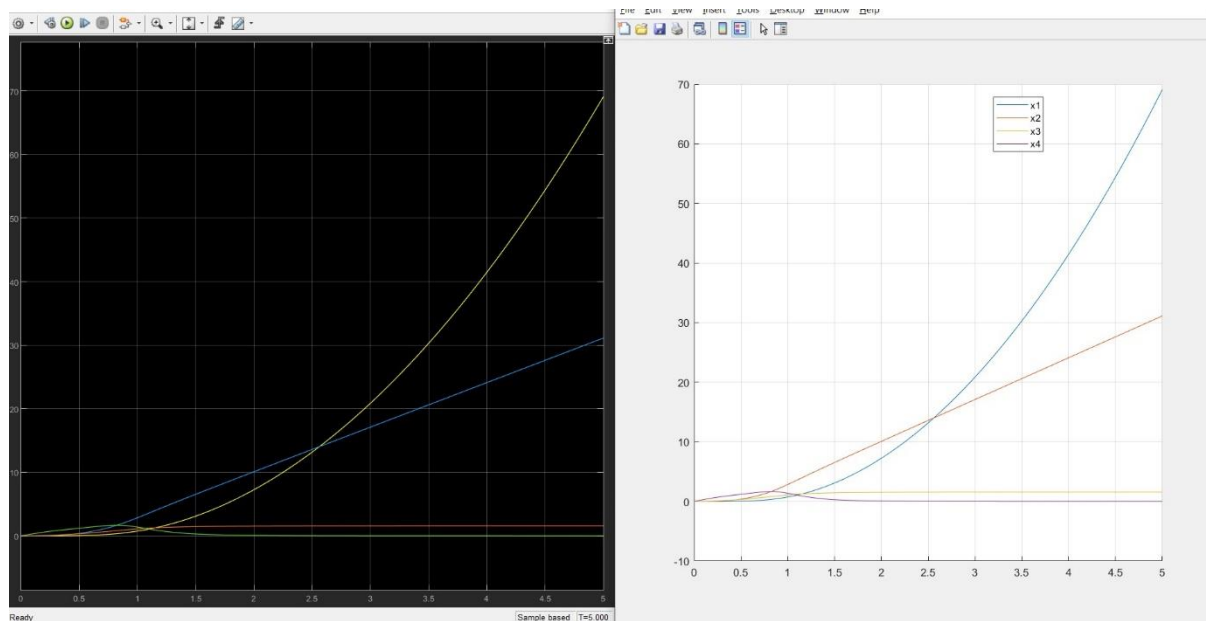
$$C(s) = \frac{-0.000017s + 241500}{s^3 + 41703s^2 + 1411184s + 4473012}$$

مقادیر ویژه: $\lambda = -3.14, -0.429 \pm i 3.347$

مقدار ویژه با مقدار حقیقی مثبت نداریم.

۴- سیستم روی پذیر و کنترل پذیر است

۲.۱ صحت سنجی معادلات حالت بدست آمده



۴. در این بخش از توابع `obsv` و `ctrb` متلب برای بدست آوردن ماتریس رویت پذیری و کنترل پذیری و از تابع `rank` برای بررسی رتبه این دو ماتریس استفاده شده است.

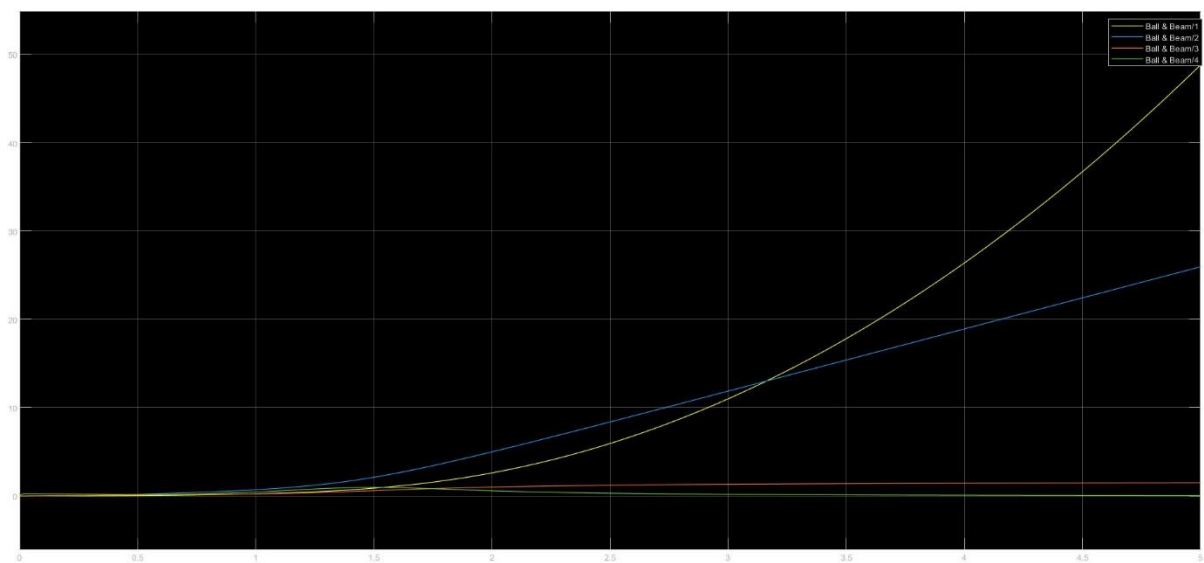
۵. در این بخش از دستور `vpa` برای ساده کردن ماتریس انتقال حالت استفاده شده است.

۶. در این بخش توابع تبدیل به کمک `matrix calculator` محاسبه شده است.

۷. پاسخ سیستم خطی

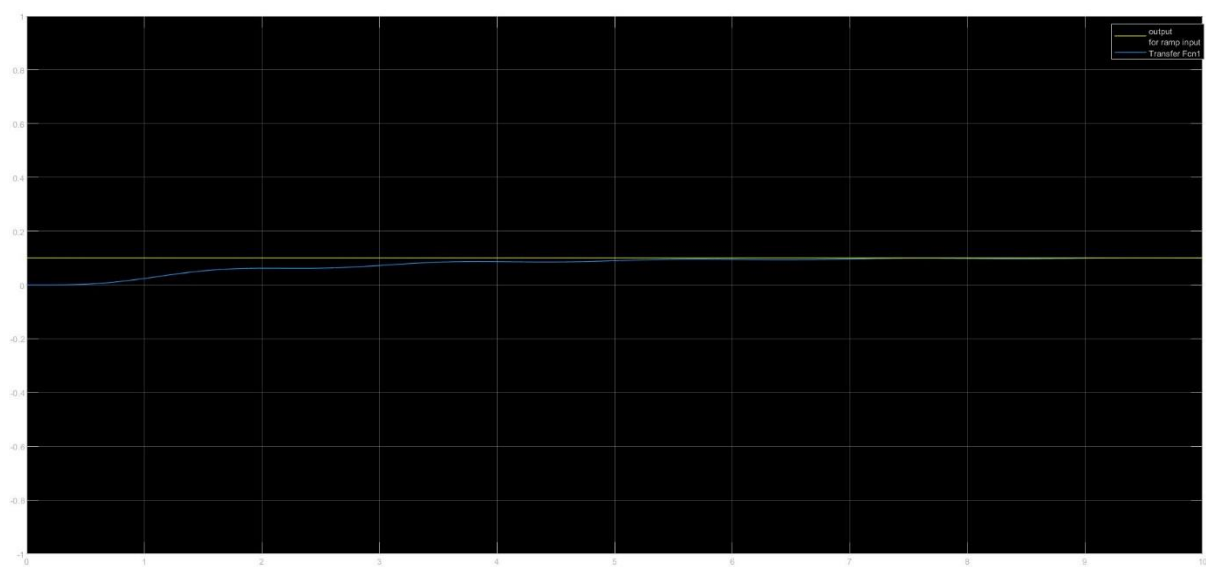


پاسخ سیستم غیر خطی

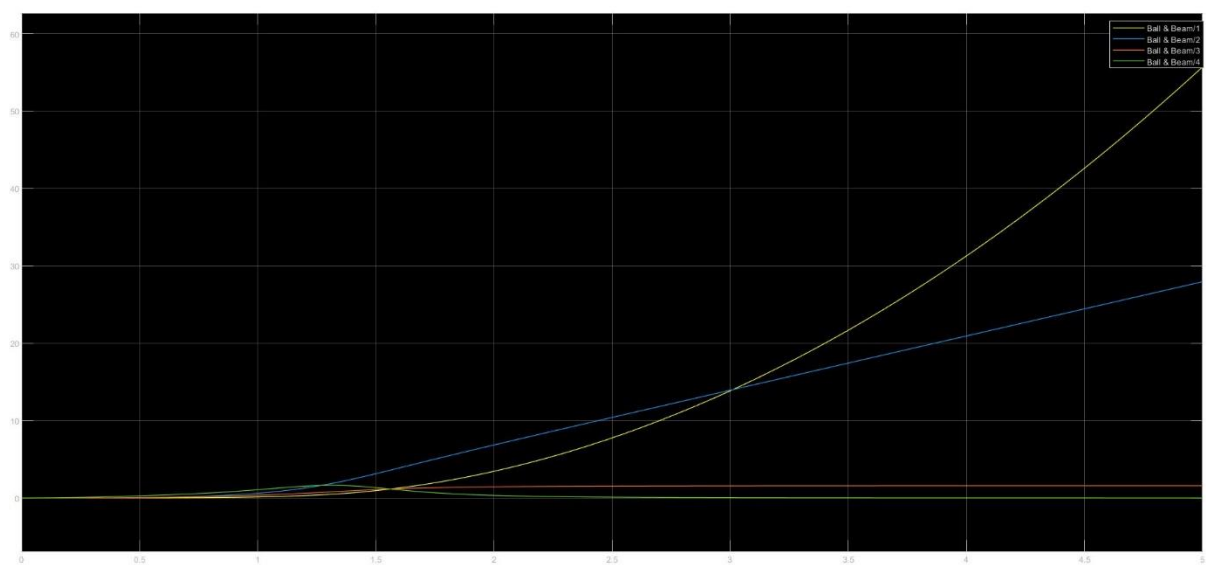


کد های متلب و فایل سیمولینک ضمیمه شده است.

۸. پاسخ سیستم خطی



پاسخ سیستم غیر خطی



کد های متلب و فایل سیمولینک ضمیمه شده است.