

Ordonnancement de la production

1

ENSTA BORJ CEDRIA

3EME SIC 2022/2023

AFEF BOUZAIENE

Plan du cours

2

1. Introduction à l'ordonnancement de la production
2. Classification des problèmes d'ordonnancement
3. Méthodes de résolution des problèmes d'ordonnancement

Définition

3

- Un problème d'ordonnancement est un problème d'optimisation qui consiste à programmer dans le temps un ensemble de tâches, en respectant diverses contraintes (dates limites, enchaînements entre tâches, ressources limitées ...), dans le but d'optimiser un ou plusieurs critères (le coût total, la durée totale, le nombre de tâches en retard, ...)

Problématique

4

- Un ensemble de tâches
 - Un environnement de ressources (personnel, machines, budget, ...)
 - Des contraintes et des caractéristiques liées aux tâches et aux ressources
 - Un critère d'optimisation (ou plusieurs)
- ⇒ déterminer les dates de lancement des tâches sur les ressources

Domaines concernés

5

- Gestion de projet
- Ateliers de production industrielle
- Affectation du personnel (emplois du temps)
- Répartition des tâches informatiques
- Télécommunications
- ...

La fonction ordonnancement de la production dans l'entreprise

6

Gestion de production :

- Décisions stratégiques (long terme) :
 - choix des machines de production
 - conception de nouveaux produits, ...
- Décisions tactiques (moyen terme) :
 - planification de la production
 - dimensionnement des ressources, ...
- Décisions opérationnelles (court terme) :
 - **ordonnancement**
 - gestion du personnel, ...

Classification des problèmes d'ateliers

7

- Nous suivons le schéma de classification des problèmes d'ordonnancement d'ateliers de production suivant 3 champs (α | β | γ), donné par (Graham et al. , 1979) :
- α : environnement machines
- β : caractéristiques et contraintes liées aux tâches et aux ressources
- γ : critère(s) à minimiser ou à maximiser

Environnement machines

8

- n travaux à réaliser sur m machines :
- Chaque travail i possède une gamme opératoire (cheminement des opérations sur les machines)
- p_{ij} = temps opératoire de la tâche correspondant à l'exécution du travail i sur la machine M_j
- On suppose que dans le cas général, une machine traite une tâche à la fois

Environnement machines

9

$$\alpha = \alpha_1 \alpha_2$$

Le champs α_1 décrit :

- Problème à une machine
- Problème à machines parallèles
- Problème d'atelier :
 - À cheminement unique (Flow shop)
 - À cheminements multiples (Job shop)
 - À cheminements quelconques (Open shop)
 - ...

Le champs α_2 : le nombre de machines m , s'il est absent ce nombre est arbitraire

Problème à une machine

10

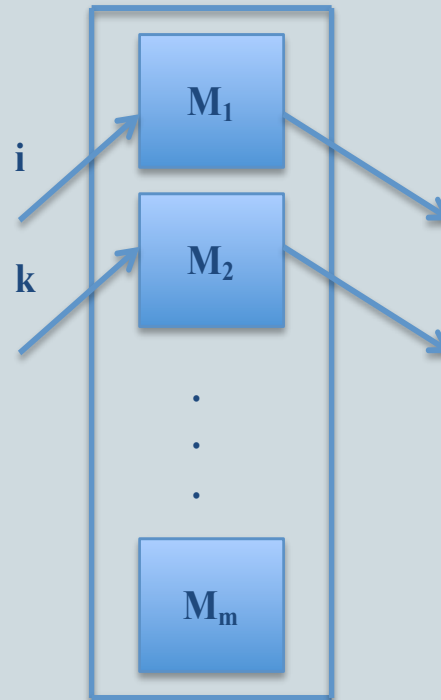
- Un travail $i \in \{1, \dots, n\}$ se réduit à une tâche de durée p_i
- $\alpha_1 = \emptyset$ (absent)
- $\alpha_2 = 1$

$\Rightarrow \alpha = 1$

Problème à machines parallèles

11

- Chaque travail i est composé d'une seule tâche traitée indifféremment sur une machine disponible parmi les m machines parallèles.



Machines parallèles

12

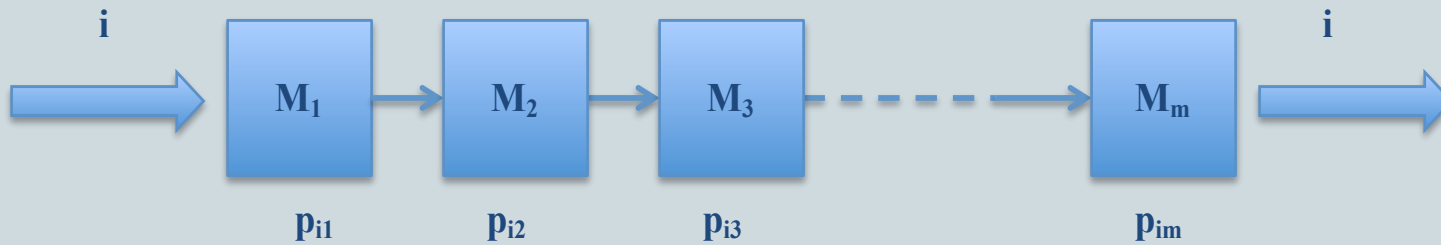
- durée p_{ij} du travail i sur la machine M_j .
- Si machines identiques: $\alpha_1 = P$ et pour tt j , $p_{ij} = p_i$
- Si machines uniformes : $\alpha_1 = Q$ et pour tt j , $p_{ij} = p_i / s_j$
où s_j est la vitesse de traitement de M_j
- Si machines indépendantes : $\alpha_1 = R$ et pour tt j , p_{ij}

=> Exple: $\alpha = Pm$

Flow shop

13

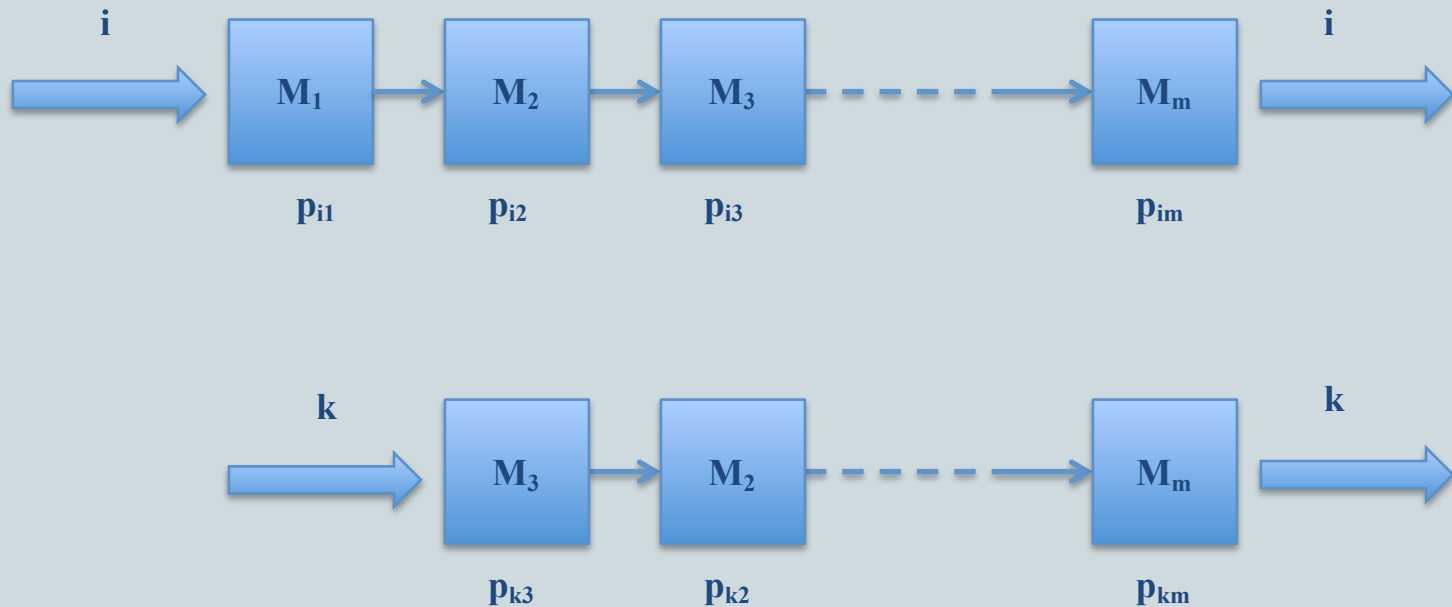
- L'ordre de passage de tous les travaux sur les machines est le même.
- $\alpha_1 = F$;



Job shop

14

- L'ordre de passage sur les machines n'est pas le même pour tous les travaux.
- $\alpha_1 = J$;



Open shop

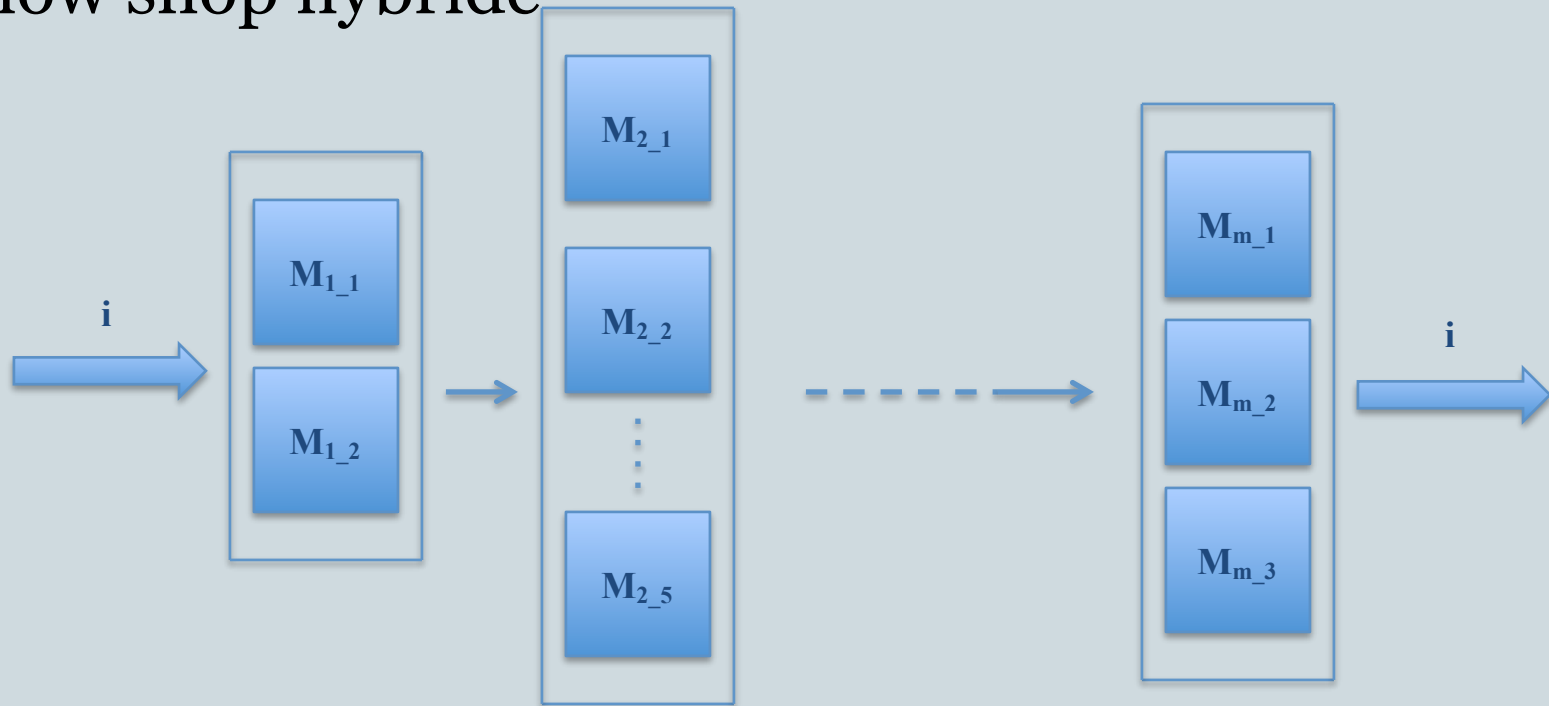
15

- Le passage des travaux sur les machines de l'atelier est quelconque.
- $\alpha_1 = 0$;

Autres ateliers

16

- Flow shop hybride



(Plusieurs machines sont disponibles par étage pour réaliser la même tâche)

- Job shop hybride

Caractéristiques des tâches

17

$$\beta = \beta_1 \beta_2 \beta_3 \dots$$

- Dates de début au plus tôt des travaux non identiques r_i (release date)
- Tâches préemptives (pmtn ou prmp) : l'interruption de la tâche au profit d'une autre tâche prioritaire est autorisée
- Dates de fin souhaitées des travaux d_i (due date)
- Dates de fin obligatoires des travaux \tilde{d}_i (deadline)
- Poids traduisant l'importance relative des travaux w_j (weight)
- Durée des tâches sur la machine M_j , identiques $p_{ij}=p$
- ...

Contraintes liées aux machines

18

- Le travail i nécessite un temps de réglage S_i sur la machine M_k (sequence independant setup time)
 - Si le travail i est suivi par le travail j sur la machine M_k , cela induit un temps de réglage S_{ij} (sequence dependant setup time)
 - Il existe un temps de réglage qui dépend de la séquence de travaux (i,j) et de la machine M_k : S_{ijk}
 - Machine M_j traitant simultanément un lot de travaux : $pbatch(j)$
 - Machine M_j traitant en série un lot de travaux: $sbatch(j)$
 - ...
- ⇒ Exple: Atelier de type Flow shop à 2 machines

avec $\beta = r_i$, $p_{i1} = p$, S_i

Critères

19

γ : Les critères d'optimisation sont en général fonction des dates d'achèvement des tâches ou de certains coûts.

Quelques mesures utiles :

- C_i : date d'achèvement de la tâche i (completion date)
- $L_i = C_i - d_i$: retard algébrique de la tâche i (lateness)
- $T_i = \max(C_i - d_i, 0)$: retard absolu de la tâche i (tardiness)
- $E_i = \max(d_i - C_i, 0)$: avance de la tâche i (earliness)
- $U_i = 1$ si $C_i > d_i$ et 0 sinon : pénalité de retard de la tâche i
- $F_i = C_i - r_i$: durée de séjour de la tâche i dans l'atelier
- ...

Critères

20

- Date de fin de l'ordonnancement : $C_{\max} = \max_i C_i$
- Somme des dates de fin des travaux: $\sum_{i=1}^n C_i$
- Somme des dates de fin pondérées des travaux: $\sum_{i=1}^n w_i C_i$
- Retard algébrique maximum : $L_{\max} = \max_i L_i$
- Retard maximum : $T_{\max} = \max_i T_i$
- Somme des retards (pondérés) : $\sum_{i=1}^n (w_i) T_i$
- Nombre (pondéré) des travaux en retard : $\sum_{i=1}^n (w_i) U_i$
- Coût total de réglage, coût des stocks d'en-cours,...

Critères réguliers

21

- Un critère d'optimisation f est dit **régulier** si et seulement s'il est fonction croissante des dates d'achèvement des tâches C_i
- Les critères C_{\max} , $\sum_i (w_i) C_i$, L_{\max} , T_{\max} , $\sum_i (w_i) T_i$, $\sum_i (w_i) U_i$ sont réguliers
- La somme pondérée des avances et des retards $\sum_i \alpha_i E_i + \beta_i T_i$, la somme des temps/ coûts de démarrage (setup) ne sont pas des critères réguliers

Notion de dominance

22

Définition :

Un sous-ensemble d'ordonnancements est dit **dominant** pour un critère donné f si et seulement s'il contient au moins un ordonnancement **optimal** pour ce critère.

Algorithme de résolution exact ou approché

23

- *On considère un problème où le critère f est à minimiser*
- *Définition : Un **algorithme** A est dit **exact** pour un problème d'ordonnancement donné s'il fournit un ordonnancement **optimal** pour toute instance du problème.*
- *Définition : Un algorithme A' est dit d'**approximation** ou approché pour un problème donné s'il fournit un ordonnancement réalisable S' qui vérifie $f(S') \geq f(S^*)$ pour toute instance du problème.*

Algorithmes exacts et algorithmes approchées

24

- Définition : Un algorithme A'' est dit une **a-approximation** avec $(a > 1)$ pour un problème donné s'il fournit un ordonnancement réalisable S'' qui vérifie $f(S'') \leq a.f(S^*)$ pour toute instance du problème.

Représentation d'un ordonnancement

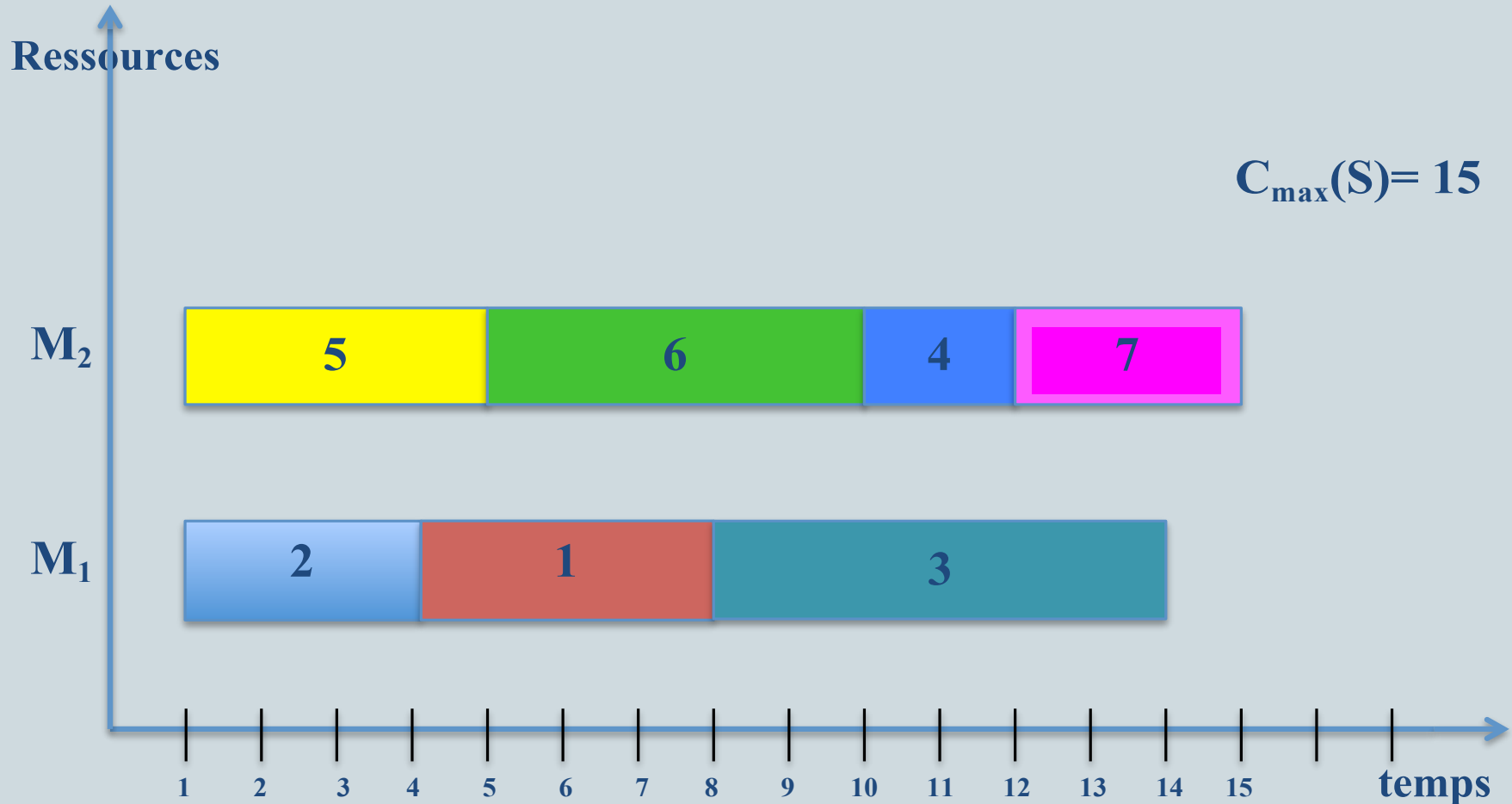
25

i	1	2	3	4	5	6	7
p_i	4	3	6	2	4	5	3
r_i	2	1	4	3	1	2	4

- $P2 \mid r_j \mid C_{\max}$
- 7 travaux tels que chaque travail est composé d'une seule tâche réalisable sur une des deux machines identiques
- Un ordonnancement S est défini par l'affectation des tâches aux machines et l'ordre des tâches affectées à chaque machine
- $S_1 / M_1: 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$
 $M_2: 5 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 7$

Diagramme de Gantt

26



Autre exemple

27

i	1	2	3	4	5
P _{i1}	1	3	5	3	7
P _{i2}	5	3	6	2	7

- $F2 || C_{\max}$
- Chaque travail est composé de 2 tâches à réaliser successivement sur M_1 puis sur M_2 .
- Un ordonnancement S est déterminé par l'ordre des tâches sur chaque machine
- Représenter l'ordonnancement S_1 / M_1 : $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4$
 M_2 : $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4$
- Déduire $C_{\max}(S_1)$

Diagramme de Gantt

28

