# Modellierung eines verallgemeinterten SEIR-Modells mit prävalenzabhängigen Kontaktraten

Mansur Daschaew, Janina Rastetter und Maren Raus

14. Februar 2022

- SEIR-Modell
  - ODEs
  - Simulation
- Simulation eines Lockdowns
  - Auswirkungen auf den Epidemieverlauf
  - mehrstufiger Lockdown
  - Lockdown anhand von Fallzahlen
- Fallbeispiel Xi'an
  - Vorgehen
  - Daten
  - Parameter
  - ullet Schätzung von  $\delta$
  - Anfangswerte
  - Simulationen

# Differentialgleichungen

## SEIR-Modell:

- S susceptible
- E exposed
- I infectious
- ) detected
- R recovered

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{SI}{N}$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta \frac{SI}{N} - \alpha E$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha E - \gamma I - \delta I$$

$$\frac{dD}{dt} = \delta I - \gamma D$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I + \gamma D$$

#### Parameter

Übergangsrate  $\alpha$ :

Kehrwert der mittlere Latenzzeit

Transmissionsrate  $\beta$ : Erholungsrate  $\gamma$ : Übertragungen pro S-I Kontakt pro Zeit

Testrate  $\delta$ :

Kehrwert der mittleren infektiösen Zeit

Testrate für positive Individuen

 $\times$  Rate der positiven Testergebnisse

Schätzung für Transmissionsrate (zu Beginn der Epidemie):

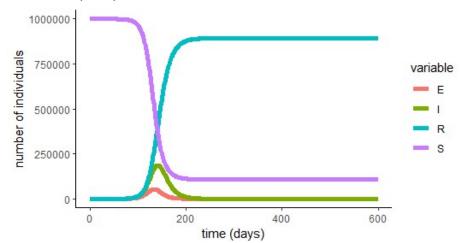
$$\beta = \frac{\mathit{R}_{\rm o}}{\gamma}$$

(R<sub>o</sub> Reproduktionszahl)

## Simulation

#### Startwerte:

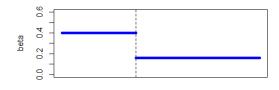
- Populationsgröße N
- S = N-1, I = 1, E = R = 0



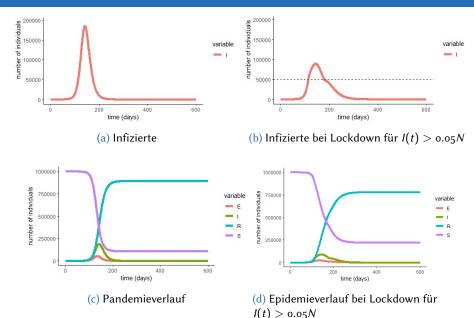
# **Simulation eines Lockdowns**

## Simulation eines Lockdowns

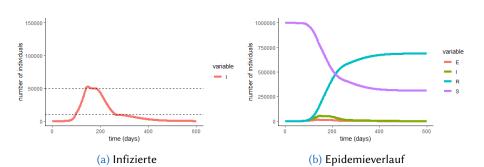
- Kontaktrate verändert sich nicht kontinuierlich, sondern abrupt
- Zeitpunkt ist von der Inzidenz abhängig
- Bedingung an  $\beta$ :  $\beta(t) = \begin{cases} \phi \beta_0 \text{ falls } I(t) > \tau N \\ \beta_0 \text{ sonst} \end{cases}$ , wobei  $\phi \in (0,1)$  und  $\tau \in (0,1)$



# Auswirkungen auf den Epidemieverlauf

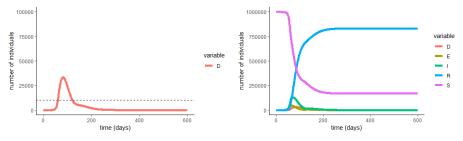


# mehrstufiger Lockdown



## Lockdown anhand von tatsächlichen Fallzahlen

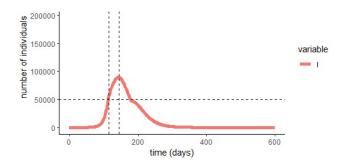
- Einsetzen der Reduktion der Kontaktrate nach Werten von D(t) (detected)
- niedrigere Werte, kleinere Schranke



(a) Fallzahlen (detected cases D) mit Schranke D(t) > 0.01N

(b) Epidemieverlauf

## Diskussion

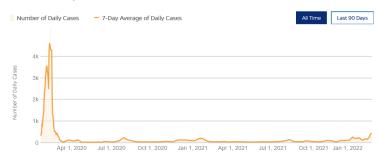


- Schranke  $\tau N$  muss passend gewählt werden
- Zeitspanne zwischen Beginn des Lockdown und Peak

#### China...

• strikte Null-Covid-Strategie in der Coronapandemie

#### **Number of Daily Cases**



Data Sources: Cases and deaths data from JHU CSSE; testing and vaccine data from JHU CCI; and hospitalization data from the U.S. Department of Health and Human Services.

## China...

strikte Null-Covid-Strategie in der Coronapandemie
⇒ aktuelles Beispiel: Lockdown in der chinesischen Stadt Xi'an



## China...

- strikte Null-Covid-Strategie in der Coronapandemie
  - ⇒ aktuelles Beispiel: Lockdown in der chinesischen Stadt Xi'an
  - $\Rightarrow$  reale Daten

## China...

- strikte Null-Covid-Strategie in der Coronapandemie
  - ⇒ aktuelles Beispiel: Lockdown in der chinesischen Stadt Xi'an
  - $\Rightarrow$  reale Daten
- Impfquote von 87.88%, aber bei verwendeter Vakzine kaum Schutz vor Delta
  - ⇒ Annahme: nicht immunisierte Bevölkerung

## Vorgehen

- Recherche (Daten zur Infektionslage in Xi'an und zur Deltavariante)
- Berechnung der Parameter
- **3** Schätzung des Parameters  $\delta$  (verantwortlich für die Identifikation infizierter Individuen)
- Berechnung der Anfangswerte
- Simulation verschiedener Szenerien mit dem Ziel, die Epidemie möglichst schnell ohne Durchseuchung stoppen

## Dünne Datenlage

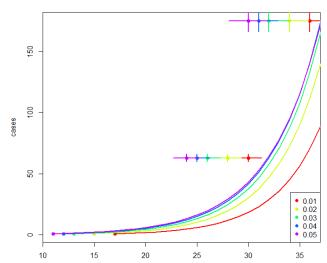
- 9. Dezember 2021: erster Fall
- In den Folgetagen: steigende Infektionszahlen
- 22. Dezember 2021 (+ 13 Tage): 63 Fälle
- 23. Dezember 2021: Lockdown
- 28. Dezember 2021 (+ 19 Tage): 175 Fälle
- 24. Januar 2022: Ende des Lockdowns (nach 32 Tagen), insgesamt ca. 2000 Fälle

#### Parameter

- R-Wert  $\approx 5.5$
- $\alpha=1/2$  (mittlere Latzenzeit  $\approx$  4, ansteckend etwa zwei Tag vor Auftreten von Symptomen)
- $\gamma = 1/12$
- $\beta \approx \gamma \cdot R = 5.5/_{12} = 0.468$
- $\phi \approx \gamma/\beta = 1/5.5$
- $\beta \cdot \phi = 1/12$

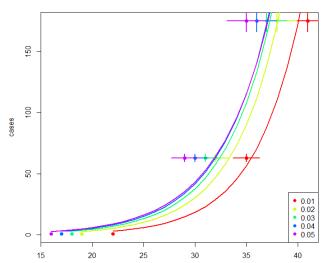
# Beobachtung: Schlechter Fit mit recherchierten Werten

Fallzahlen nach Teststrategie und -qualität



# Konsequenz: Erlaube Abweichungen $\Rightarrow \delta = \text{o.o1}$

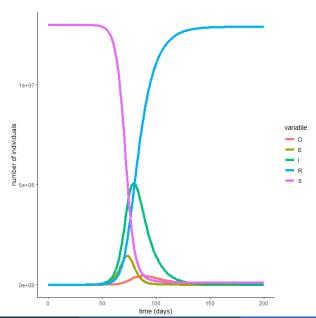
#### Fallzahlen nach Teststrategie und -qualität



# Anfangswerte (gerundet)

- t = 36
- S = 12996450
- E = 1097
- I = 1731
- C = 56
- R = 666

## Verlauf ohne Intervention



## Verlauf ohne Intervention

Abbildung: Verlauf ohne Intervention

| Kompartment | mpartment Maximum Zeitpunkt d |    |
|-------------|-------------------------------|----|
| I           | 5076922                       | 80 |
| E           | 1437318                       | 74 |
| D           | 433135.2                      | 89 |

- Verbleibende S: 99439.98 (0.7649229%)
  - $\Rightarrow$  Durchseuchung
- Schritte, bis E und I kleiner 1: 260

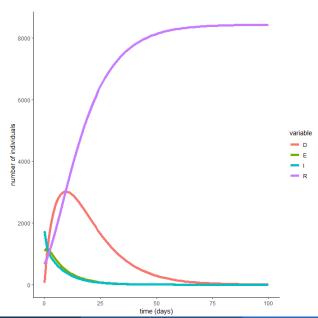
## Erhöhung der Testungen

Abbildung: Verlauf mit verstärktem Testen

| δ                              | Verbleibende S (in %) | I und E kleiner 1, ab |
|--------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\delta_{ur} \cdot 2^{1}$      | 1.252596              | 212 (+ 36)            |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2^2}$ | 2.687945              | 196 (+ 36)            |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2}^3$ | 7.447852              | 186 (+ 36)            |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2}^4$ | 23.80182              | 211 (+ 36)            |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2}^5$ | 76.87228              | 589 (+ 36)            |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2}^6$ | 99.93514              | 60 (+ 36)             |

- ⇒ Erst ab einer Steigerung der Testeffizienz um Faktor 2<sup>5</sup> ist eine Eindämmung der Epidemie möglich
- ⇒ Bei einer Steigerung der Testeffizienz um Faktor 2<sup>6</sup> müssten "nur" zwei Monate lang vermehrt getestet werden

# Verlauf mit verstärktem Testen: $\delta = \text{o.64}$



# Verlauf mit verstärktem Testen: $\delta = \text{o.64}$

# Abbildung: Verlauf mit verstärktem Testen: $\delta = \text{o.64}$

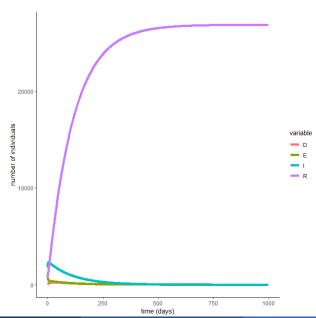
| Kompartment | Maximum  | Zeitpunkt des Maximums |  |
|-------------|----------|------------------------|--|
| I           | 1731     | 0                      |  |
| E           | 1185.318 | 1                      |  |
| D           | 3016.812 | 9                      |  |

Abbildung: Verlauf mit Kontaktreduktion

| β                            | Verbleibende S (in %) | I und E kleiner 1, ab |
|------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\beta_{ur} * 2^{-1}$        | 11.3365               | 338 (+ 36)            |
| $\beta_{\it ur}$ * 2 $^{-2}$ | 65.28979              | 1184 (+ 36)           |
| 1/12                         | 99.79345              | 898 (+ 36)            |

- ⇒ Kontaktreduktion verhindert Infektionen, zieht die Epidemie aber in die Länge
- $\Rightarrow$  Um eine Durchseuchung zu verhindern, müssten die Kontakte fast drei Jahre lang reduziert werden

# Verlauf mit Kontaktreduktion: $\beta = 1/12$



# Verlauf mit Kontaktreduktion: $\beta = 1/12$

## Abbildung: Verlauf mit Kontaktreduktion: $\beta = 1/12$

| Kompartment | Maximum  | Zeitpunkt des Maximums |
|-------------|----------|------------------------|
| I           | 2288.959 | 5 (+36)                |
| Ε           | 1097     | o (+36)                |
| D           | 228.0604 | 29 (+36)               |

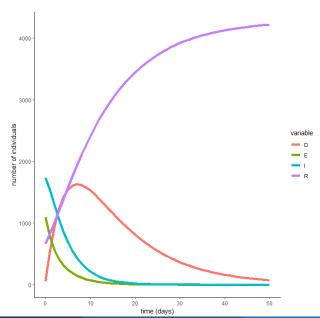
# Erhöhung der Testungen und Kontaktreduktion: $\beta = 1/12$

Abbildung: Verlauf mit verstärktem Testen und Kontaktreduktion

| δ                                | Verbleibende S (in %) | I und E kleiner 1, ab |
|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\delta_{ur} \cdot 2^{1}$        | 99.88242              | 456 (+ 36)            |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2}^{2}$ | 99.92746              | 230 (+ 36)            |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2}^3$   | 99.95006              | 117 (+ 36)            |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2}^4$   | 99.96137              | 60 (+ 36)             |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2}^5$   | 99.96703              | 33 (+ 36)             |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2}^6$   | 99.96986              | 20 (+ 36)             |

- ⇒ Bei extremer Kontaktreduktion wirkt sich die Testeffizienz kaum auf die Anzahl der Infektionen aus, dafür aber sehr stark auf die erforderliche Dauer der Beschränkungen
- ⇒ Die Testeffizienz müsste mindestens um Faktor 2<sup>4</sup> gesteigert werden, um die Dauer der Einschränkungen gering zu halten (ein bis zwei Monate)

# Verlauf mit Kontaktreduktion und verstärktem Testen: $eta={}^{1}\!/{}_{12}$ und $\delta=$ 0.32

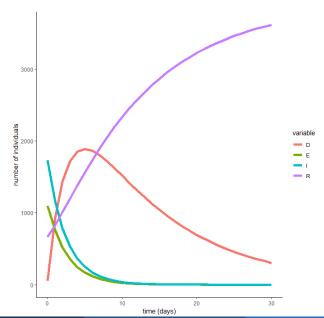


# Verlauf mit Kontaktreduktion und verstärktem Testen: $\beta = 1/12, \delta = 0.32$

Abbildung: Verlauf mit Kontaktreduktion und verstärktem Testen:  $\beta=1/12, \delta=0.32$ 

| Kompartment Maximum |          | Zeitpunkt des Maximums |  |
|---------------------|----------|------------------------|--|
| I                   | 1731     | 0                      |  |
| E                   | 1097     | 0                      |  |
| D                   | 1627.685 | 7                      |  |

# Verlauf mit Kontaktreduktion und verstärktem Testen: $\beta=1/12$ und $\delta=0.64$



# Verlauf mit Kontaktreduktion und verstärktem Testen: $\beta = 1/12$ , $\delta = 0.64$

Abbildung: Verlauf mit Kontaktreduktion und verstärktem Testen:  $\beta=1/12, \delta=0.64$ 

| Kompartment | Maximum  | Zeitpunkt des Maximums |
|-------------|----------|------------------------|
| I           | 1731     | 0                      |
| Е           | 1097     | o                      |
| D           | 1886.614 | 5                      |

# Erhöhung der Testungen und Kontaktreduktion: $\delta = 1/12$

## Abbildung: Verlauf mit verstärktem Testen und Kontaktreduktion

| δ                              | Fälle (gesamt)        |  |  |
|--------------------------------|-----------------------|--|--|
| $\delta_{ur} \cdot 2^{1}$      | 34473.27 (+ 348.5105) |  |  |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2^2}$ | 34566.07 (+ 348.5105) |  |  |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2}^3$ | 34596.05 (+ 348.5105) |  |  |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2}^4$ | 34584.94 (+ 348.5105) |  |  |
| $\delta_{\it ur}\cdot {f 2}^5$ | 33786.95 (+ 348.5105) |  |  |
| $\delta_{ur} \cdot 2^6$        | 31079.05 (+ 348.5105) |  |  |

- ⇒ Fehler bei Parameterwahl, in Xi'an gab es insgesamt nur etwa 2000 Fälle
- $\Rightarrow$  Vermutung zur Fehlerquelle: Lockdown in Xi'an bei t=14, in Simulation bei t=36Schätzung von  $\delta$  darf sich nicht zu stark auf den Anfangszeitpunkt der Maßnahmen auswirken

# Zusammenfassung

Abbildung: Zusammenfassung

| Strategie | δ    | β      | Dauer      | Verbleibende S (in %) |
|-----------|------|--------|------------|-----------------------|
| _         | 0.01 | 5.5/12 | 8.5 Monate | 0.7649229             |
| T         | 0.64 | 5.5/12 | 2 Monate   | 99.93514              |
| K         | 0.01 | 1/12   | 2.5 Jahre  | 99.79345              |
| K + T     | 0.32 | 1/12   | 1 Monat    | 99.96703              |
| K + T     | 0.64 | 1/12   | 3 Wochen   | 99.96986              |