PAUTA

1.) (**15 pts.**) Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique adecuadamente su respuesta.

(a) (**7 pts.**) $\sqrt{9+16} - 2\sqrt{72} + 4\sqrt{32} - \sqrt{25-16} - 2\sqrt{2\cdot(-2)^2} = 2$

(b) (**8 pts.**) $\left(\dfrac{27a^6b^7}{a^3bc^3}\right)^{1/3} - \dfrac{2a\sqrt{c^5}b^2}{c^{7/2}} = -\dfrac{ab^2}{c}$

Solución:

a) $$\begin{aligned}\sqrt{9+16} - 2\sqrt{72} + 4\sqrt{32} - \sqrt{25-16} - 2\sqrt{2\cdot(-2)^2} &= 5 - 2\cdot\sqrt{36\cdot 2} + 4\sqrt{16\cdot 2} - \sqrt{9} - 2\sqrt{2\cdot 4}\\ &= 5 - 12\sqrt{2} + 16\sqrt{2} - 3 - 4\sqrt{2}\\ &= 2\end{aligned}$$

Luego la afirmación es **verdadera**.

b) $$\left(\dfrac{27a^6b^7}{a^3bc^3}\right)^{1/3} - \dfrac{2a\sqrt{c^5}b^2}{c^{7/2}} = \dfrac{3ab^2}{c} - \dfrac{2ab^2}{c} = \dfrac{ab^2}{c}$$

Luego la afirmación es **falsa**.

2.) (**15 pts.**) Considere la expresión

$$E = |b-a| - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt[3]{b^3}$$

(a) (**7 pts.**) Calcule en valor exacto de E para $a = \dfrac{1}{2}$, $b = \dfrac{3}{4}$.

(b) (**8 pts.**) Simplifique E considerando que $a > b$.

Solución:

a) $E = |b-a| - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt[3]{b^3} = \left|\dfrac{1}{4}\right| - \sqrt{\left(-\dfrac{1}{4}\right)^2} + \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{4} + \dfrac{3}{4} = \dfrac{3}{4}$

b) Para $a > b$, tenemos que: $E = -(b-a) - (a-b) + b = -b + a - a + b + b = b$

3.) (**12 pts.**)

(a) (**6 pts.**) Realice el siguiente cálculo, entregando su resultado en notación científica.

$$\frac{9\cdot 10^{-5}\cdot 4000000}{0,0000006}$$

(b) (**6 pts.**) Racionalice el denominador de la siguiente fracción:

$$\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$$

Solución:

a) $\dfrac{9\cdot 10^{-5}\cdot 4000000}{0,0000006} = \dfrac{9\cdot 10^{-5}\cdot 4\cdot 10^{6}}{6\cdot 10^{-7}} = \dfrac{6\cdot 10}{10^{-7}} = 6\cdot 10^{8}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}\cdot\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2-\sqrt{2}}\cdot\dfrac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}\cdot(2+\sqrt{2})}{2}$

4.) (**18 pts.**) Simplifique al máximo la siguiente expresión algebraica.

$$\frac{\dfrac{9+6x+x^2}{9-x^2}\cdot\dfrac{3x^2-x^3}{x^3}}{\dfrac{3x+3}{x}\div\dfrac{x^3+27}{x^2-3x}}\div\frac{x^2-3x+9}{3x^3-6x^2-9x}$$

Solución: Llamemos F a la expresión dada, factorizando y simplicando tenemos que:

$$\begin{aligned}
F &= \frac{\dfrac{\cancel{(x+3)}^2}{\cancel{(3+x)}\cancel{(3-x)}}\cdot\dfrac{\cancel{x^2}\cdot\cancel{(3-x)}}{\cancel{x^3}}}{\dfrac{3(x+1)}{x}\div\dfrac{(x+3)(x^2-3x+9)}{x(x-3)}}\div\frac{x^2-3x+9}{3x(x+1)(x-3)}\\
&= \frac{\dfrac{x+3}{x}}{\dfrac{3(x+1)}{\cancel{x}}\cdot\dfrac{\cancel{x}(x-3)}{(x+3)(x^2-3x+9)}}\cdot\frac{3x(x+1)(x-3)}{x^2-3x+9}\\
&= \frac{x+3}{\cancel{x}}\cdot\frac{(x+3)\cdot\cancel{(x^2-3x+9)}}{\cancel{3(x+1)(x-3)}}\cdot\frac{\cancel{3x(x+1)(x-3)}}{\cancel{x^2-3x+9}}\\
&= (x+3)^2
\end{aligned}$$