

### PAUTA

1) (15 pts.) Simplificar al máximo las siguientes expresiones dejando solo exponentes positivos

(a) (7 pts.)  $\frac{4^{n+3}a^{4n}}{(2\sqrt{a})^{4n}}$

(b) (8 pts.)  $3 \cdot \left[ \frac{\left(\frac{1}{\sqrt[3]{64}}\right)^{-1} \cdot (\sqrt{2})^{-1/2}}{(2\sqrt{2})^{1/2}} \right]^2$

#### Solución:

(a)

$$\begin{aligned} \frac{4^{n+3}a^{4n}}{(2\sqrt{a})^{4n}} &= \frac{4^n \cdot 4^3 \cdot a^{4n}}{2^{4n} \cdot (a^{1/2})^{4n}} \\ &= \frac{2^{2n} \cdot 2^6 \cdot a^{4n}}{2^{4n} \cdot a^{2n}} \\ &= \frac{2^6 \cdot a^{2n}}{2^{2n}} \\ &= 2^6 \left(\frac{a}{2}\right)^{2n} \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} 3 \cdot \left[ \frac{\left(\frac{1}{\sqrt[3]{64}}\right)^{-1} \cdot (\sqrt{2})^{-1/2}}{(2\sqrt{2})^{1/2}} \right]^2 &= 3 \cdot \left[ \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot (\sqrt{2})^{-1}}{2\sqrt{2}} \right] \\ &= 3 \cdot \left[ \frac{4^2}{2 \cdot 2} \right] \\ &= 12 \end{aligned}$$

2) (15 pts.)

(a) (8 pts.) Calcular

$$\frac{2 \cdot ||2 - 3| - 5|}{2 + |6 - 4|} \cdot (3 - |8 - 4| \div 2)$$

(b) (7 pts.) Simplificar  $|x - 1| + |1 - x| + x$  para  $x > 1$

#### Solución:

(a)

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot ||2 - 3| - 5|}{2 + |6 - 4|} \cdot (3 - |8 - 4| \div 2) &= \frac{2 \cdot 4}{4} \div [3 - 2] \\ &= 2 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} |x - 1| + |1 - x| + x &= x - 1 + x - 1 + x \\ &= 3x - 2 \end{aligned}$$

3) (12 pts.)

- (a) (**6 pts.**) Calcule dejando expresado en notación científica la simplificación de

$$\frac{(0,7 \times 10^{15}) \cdot (240 \times 10^9)}{0,00000042}$$

- (b) (**6 pts.**) Racionalizar el denominador y simplificar la siguiente expresión algebraica

$$\frac{3}{\sqrt{x} + \sqrt{x+3}}$$

**Solución:**

(a)

$$\begin{aligned} \frac{(0,7 \times 10^{15}) \cdot (240 \times 10^9)}{0,00000042} &= \frac{(7 \times 10^{14}) \cdot (24 \times 10^{10})}{42 \times 10^{-8}} \\ &= \left( \frac{7 \cdot 24}{42} \right) \times (10^{14} \cdot 10^{10} \cdot 10^8) \\ &= 4 \times 10^{32} \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} \frac{3}{\sqrt{x} + \sqrt{x+3}} \cdot \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+3}}{\sqrt{x} - \sqrt{x+3}} &= \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{x+3})}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{x+3})^2} \\ &= \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{x+3})}{x - (x+3)} \\ &= \frac{3(\sqrt{x} - \sqrt{x+3})}{-3} \\ &= \sqrt{x+3} - \sqrt{x} \end{aligned}$$

4) (**18 pts.**)

- (a) (**6 pts.**) Factorizar las siguientes expresiones

- $4x^2 - 7$
- $2x^2 + 5x - 12$
- $x^3 - 125$

- (b) (**12 pts.**) Simplificar al máximo la siguiente expresión

$$\frac{(x^2 + 4x + 4)(x^2 - 9)}{(x - x^2)(x^2 - x - 6)} \div \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6}$$

**Solución:**

- (a)
- $4x^2 - 7 = (2x + \sqrt{7})(2x - \sqrt{7})$
  - $2x^2 + 5x - 12 = (2x - 3)(x + 4)$
  - $x^3 - 125 = (x - 5)(x^2 + 5x + 25)$

(b)

$$\begin{aligned} \frac{(x^2 + 4x + 4)(x^2 - 9)}{(x - x^2)(x^2 - x - 6)} \div \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6} &= \frac{(x+2)^2(x+3)(x-3)}{x(1-x)(x-3)(x+2)} \div \frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x+3)} \\ &= \frac{(x+2)^2(x+3)\cancel{(x-3)}}{x(1-x)\cancel{(x-3)}\cancel{(x+2)}} \cdot \frac{\cancel{(x+2)}\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}(x-1)} \\ &= -\frac{(x+2)^2(x+3)}{x(x-1)^2} \end{aligned}$$

