MÉTODOS ECONOMÉTRICOS Y ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL APLICADA

Trabajo Práctico 2
Estimación de demanda

Ma. Florencia Gabrielli
Ana Abigail Riquelme

1. Instrucciones:

- Este trabajo se deberá entregar el día 22 de julio antes de las 23:59h.
- El 1 de julio tendremos una clase práctica en donde veremos en detalle como aplicar BLP. Se recomienda que resuelvan al menos los primeros tres puntos de la sección "Logit".
- El 8 de julio tendremos una clase presencial en donde cada grupo va a exponer sus avances. La idea es que comenten los pasos que siguieron para resolver las consignas.
- Se espera que incorpore la teoría discutida en clase a lo largo de su trabajo, identificando y enfocándose en los temas más relevantes.

2. Estimación de Demanda

En el archivo adjunto se encuentra la base de datos que deben utilizar para hacer este trabajo. Los datos corresponden a una base armada con información sobre compras de medicamentos para el dolor de cabeza (i.e. aspirinas, etc.) en Barcelona. La data está relevada a nivel de tienda/semana para 3 marcas que vienen en 3 formatos (tamaños) diferentes y para una marca genérica (la marca 4) en dos tamaños. En total hay 11 combinaciones marca/tamaño que las llamamos simplemente **marca** en la base. Las otras variables en la base son:

- cantidad: cantidad de gente que va a la tienda cada semana.
- descuento: Si hay una promoción (oferta) en el producto esa semana.
- cantidad de ventas.
- precio de venta del paquete.
- costo del fabricante (proxy de precio mayorista).
- indicador de tienda.
- indicador de semana.

También pueden encontrar una base con variables demográficas con la siguiente información:

1. ingreso: ingreso del hogar para la persona.
2. tienda: indicador de la tienda.

A continuación pueden encontrar una tabla con información relevante:

Cuadro 1: Estadísticas Descriptivas: Medicamentos para dolor de cabeza

Marca	Tamaño (tableta)	Market Share	Precio	Precio/50 tab	Precio mayorista unitario
Marca 1	25	8,90 %	3.52	6.91	2.26
Marca 1	50	11,10 %	4.99	4.99	3.76
Marca 1	100	7,60 %	7.14	3.57	5.93
Marca 2	25	9,30 %	3.02	6.29	2.02
Marca 2	50	5,10 %	5.19	5.19	3.70
Marca 2	100	2,20 %	8.23	4.12	6.25
Marca 3	25	2,50 %	2.66	5.35	1.90
Marca 3	50	1,00 %	3.81	3.81	2.67
Marca 3	100	4,90 %	4.05	4.05	3.73
Marca 4	50	7,20 %	3.57	3.57	2.48
Marca 4	100	4,20 %	3.29	3.29	1.51

3. Logit

Asuman la siguiente especificación para u_{ijt}, utilidad del hogar i por consumir la marca j en la semana t :

$$u_{ijt} = X_{jt}\beta + \alpha p_{jt} + \xi_{jt} + \epsilon_{ijt}$$

donde X_{jt} son las características observadas de la marca j, ξ_{jt} es el parámetro que describe las características no observadas (por el investigador) y ϵ_{ijt} es un término de error que es independiente e idénticamente distribuido (iid) entre hogares i y marcas j proveniente de una distribución logística.

Ayuda: hagan esta parte en STATA, dado que será de utilidad para chequear el código de MATLAB/Python luego. Realicen las siguientes estimaciones:

1. MCO con precio y promoción como las características de los productos.
2. MCO con precio y promoción como las características de los productos y dummies por marca.
3. MCO con precio y promoción como las características de los productos y dummies por marca-tienda (es decir la interacción entre marca y tienda).
4. Estimen los modelos 1, 2 y 3 utilizando el costo (proxy de precio mayorista) como instrumento.
5. Estimen los modelos 1, 2 y 3 utilizando el instrumento de Hausman (precio promedio de otras marcas en otros mercados).
6. Con la fórmula analítica para la elasticidad en un modelo logit, calculen las elasticidades-precio promedio de cada una de las marcas en el mercado, usando las estimaciones en 1,2 y 3 . ¿Tienen sentido estos resultados? Argumenten.

4. Modelo Logit con coeficientes aleatorios, i.e. BLP

Ahora consideren el siguiente modelo de demanda con heterogeneidad individual en los coeficientes.

$$u_{ijt} = X_{jt}\beta + \beta_{ib}B_{jt}(\text{ Producto de marca }) + \alpha_i p_{jt} + \xi_{jt} + \epsilon_{ijt}$$

Los coeficientes aleatorios se determinan de la siguiente manera:

- Hay un coeficiente aleatorio en los productos de cada marca $\beta_{ib} = \sigma_B v_i$, donde v_i es una realización de la distribución normal estándar. (Notar que tenemos 4 marcas).
- El coeficiente del precio depende del ingreso: $\alpha_i = \alpha + \sigma_I I_i$ (Ingreso).

a) Estimen los parámetros del modelo $\beta, \alpha, \sigma_{ib}$ y σ_I utilizando el método BLP. Como instrumentos utilizar los costos y los precios del mismo producto en la misma semana en otras tiendas, no solamente el promedio sino una variable para cada precio en otra tienda en el mismo periodo en donde deben elegir otras 30 tiendas/mercados. Elijan como matriz de ponderaciones a la matriz óptima, $(Z'Z)^{-1}$. Si utilizan el truco de separar a los parámetros lineales de los no lineales para la estimación entonces deben tener dummies por marca y promoción como características de los productos. Si no usan este truco, simplemente estimen α, σ_{ib} y σ_I.

Pueden utilizar el comando fminsearch en MATLAB para minimizar la función objetivo de GMM, y utilicen tanto 0 como algún otro valor como valor inicial (starting value). Simplemente reporten las estimaciones de los coeficientes y el valor optimizado de la función GMM. No hay que calcular los errores estándares para este ejercicio.

b) Calculen las elasticidades, propias y cruzadas para la tienda 9 en la semana 10. ¿Cómo difieren estos números con respecto a las del modelo logit (simplemente asuman que los σ 's son 0 para ver esto). Argumenten.

c) Recuperen los costos marginales para la tienda 9 en la semana 10 bajo el supuesto de que cada marca tiene un solo dueño. ¿Cómo difieren estos costos con respecto a los costos observados?

5. Análisis de fusión

Suponga que se fusionan las tres primeras marcas.

a) Predigan los precios usando el modelo logit (sin coeficientes aleatorios) luego de la fusión pero solo para la tienda 9 durante la semana 10. Asegúresen que si no hay fusión, los precios que se obtienen no cambian!

6. Guía para hacer BLP

El modelo de utilidad que se utiliza es

$$u_{ijt} = X_{jt}\beta + \beta_{ib}B_{jt} + \alpha_i p_{jt} + \xi_{jt} + \epsilon_{ijt}$$

donde los coeficientes aleatorios son $\beta_{ib} = \sigma_B v_i$, con $v_i \sim N(0,1)$ y, $\alpha_i = \alpha + \sigma_I I_i$, donde I_i es el ingreso observado. Sustituyendo en la expresión para la función de utilidad y juntando los términos que representan la utilidad media del producto j, podemos reescribir el modelo de la siguiente manera

$$u_{ijt} = \delta_{jt} + \sigma_B v_i B_{jt} + \sigma_I I_i p_{jt} + \epsilon_{ijt}$$

donde la utilidad media derivada del producto j en la semana t es

$$\delta_{jt} = X_{jt}\beta + \alpha p_{jt} + \xi_{jt}$$

A los efectos de identificar y estimar los parámetros del modelo hacemos el siguiente supuesto $E\left[\xi^0_{jt} Z_{jt}\right] = 0, \forall j, t$ para instrumentos Z_{jt} y para los verdaderos no observables ξ^0_{jt}. Dado que no conocemos a los verdaderos no-observables, usaremos estimaciones $\xi_{jt}(\theta)$ donde $\xi_{jt} = \xi^0_{jt}$ evaluado en el verdadero valor del parámetro θ^0. Los estimadores para los parámetros minimizarán la siguiente suma ponderada de cuadrados (con una matriz de ponderaciones óptimas),

$$\hat{\theta} = \arg\min_{\theta} \xi' Z \left(Z'Z\right)^1 Z'\xi$$

y para formar esta función objetivo necesitamos dos cosas: Z y ξ.

7. Para obtener ξ

a) La ecuación (1) nos dice que $\xi_{jt} = \delta_{jt} - X_{jt}\beta - \alpha p_{jt}$. Notar que tenemos datos sobre X y p, pero aún necesitamos δ. Berry (1994) demuestra que existe una único vector δ que es solución de $s_{jt} = \tilde{s}\left(\delta_{jt}\right) \forall j, t$. BLP nos da la fórmula (contraction mapping) que permite resolver para δ,

$$\delta_{jt}^{(m+1)} = \delta_{jt}^{(m)} + \log\left(s_{ij}\right) - \log\left(\tilde{s}\left(\delta_{jt}^{(m)}, \theta_2\right)\right)$$

para esto necesitamos saber cómo calcular las participaciones de mercado que implica nuestro modelo, $\tilde{s}\left(\delta_{jt}, \theta_2\right)$.

b) Las participación de mercado implicada por el modelo es la proporción de consumidores que eligen el bien j en el momento t (donde asumimos que ellos maximizan la utilidad)

$$\tilde{s}\left(\delta_{jt}, \theta_2\right) = \iint \frac{\exp\left(\delta_{jt} + \sigma_B v_i B_{jt} + \sigma_I I_i p_{jt}\right)}{1 + \sum_j \exp\left(\delta_{jt} + \sigma_B v_i B_{jt} + \sigma_I I_i p_{jt}\right)} dF^v(v) dF^I(I)$$

El problema es que esta integral (múltiple) no tiene solución analítica, por lo tanto necesitamos simularla numéricamente. Esto es debemos simular ns individuos (para cada mercado t), cada uno caracterizado por el par (v_i, I_i) que se obtiene de las distribuciones apropiadas. Luego usamos el simulador

$$\hat{\tilde{s}}_s\left(\delta_{jt}\right) = \frac{1}{ns} \sum_{i=1}^{ns} \frac{\exp\left(\delta_{jt} + \sigma_B v_i B_{jt} + \sigma_I I_i p_{jt}\right)}{1 + \sum_j \exp\left(\delta_{jt} + \sigma_B v_i B_{jt} + \sigma_I I_i p_{jt}\right)}$$

donde los ns elementos de la suma son las probabilidades de que el individuo i elija el producto j en el mercado t.

8. Instrumentos Z

Necesitamos instrumentos Z_{jt} que estén correlacionados con nuestros regresores (X_{jt}, B_{jt}, p_{jt}) pero no con ξ_{jt}. En este ejercicio utilizamos el precio mayorista (costo), el precio promedio en otros mercados y los precios en otros 30 mercados como instrumentos para el precio de la marca y, dejamos que los otros regresores (exógenos) sean sus mismos instrumentos.

9. Para obtener $\hat{\theta}$

Una vez que tenemos Z y ξ, la etapa de estimación consiste en resolver la ecuación (2) donde $\theta = (\beta, \sigma_B, \alpha, \sigma_I)$ son los coeficientes a estimar. Esta búsqueda no lineal se torna más compleja a medida que la dimensión del espacio de parámetros aumenta, de manera que un truco útil de realizar es concentrar en primer lugar a los parámetros lineales $\theta_1 := (\beta, \alpha)$ imponiendo las condiciones de primer orden de 2SLS (mínimos cuadrados en dos etapas) como se discute en el apéndice de Nevo (2000) y Berry, Levinsohn, y Pakes (1993).

Referencias

Berry, S. T. (1994). Estimating discrete-choice models of product differentiation. *The RAND Journal of Economics*, 242–262.

Berry, S. T., Levinsohn, J. A., y Pakes, A. (1993). *Automobile prices in market equilibrium: Part i and ii.* National Bureau of Economic Research Cambridge, Mass., USA.

Nevo, A. (2000). A practitioner's guide to estimation of random-coefficients logit models of demand. *Journal of economics & management strategy*, *9*(4), 513–548.