TAREA 1. ÁLGEBRA Y MATEMÁTICA DISCRETA

MANUEL BERNAL HERNÁNDEZ, GRUPO 2.1

Ejercicio 1. *Vamos a construir la matriz*

$$\left(\begin{array}{cccc|cc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & \alpha_0 & \beta_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \alpha_1 & \beta_1 \end{array}\right)$$

suponiendo que tenemos definida en `sage` *la matriz*

```
A = matrix(QQ,[[1,1/2,0,2,1,2],[0,0,1,3,-1,0]])
```

$$A = \left(\begin{array}{cccccc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

y las variables $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ son variables libres que operan con los números racionales sobre los que está definida la matriz A. En esta tarea vamos a usar un método ligeramente diferente al que hemos usado en la práctica de clase. Seguiremos los siguientes pasos:

Empezaremos construyendo el anillo de polinomios con variables $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0$ y β_1 con coeficientes en $\mathbb{Q}$. Construiremos una matriz `M` *sobre este anillo de polinomios indicando Únicamente las dimensiones, por lo que la matriz estará llena de ceros. Vamos a rellenar las tres partes de la matriz usando la asignación múltiple que podemos ver en* `In [31]:` *del archivo de comandos de* `sage` *usado para las prácticas de esta semana:*

$$\left(\begin{array}{cccc|cc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & \alpha_0 & \beta_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \alpha_1 & \beta_1 \end{array}\right)$$

La parte roja es la matriz A que nos han dado, por lo que podemos asignar estos valores con `M[:2,:] = A`*. Para entender lo que significan estos Índices fíjate en los ejemplos que aparecen en* `In [30]:` *del archivo de comandos de* `sage`*.*

Para poner los unos de la parte verde, como sólo son dos, asigna los valores directamente. Por Último para la parte amarilla, construye la matriz

$$B = \left(\begin{array}{cc} \alpha_0 & \beta_0 \\ \alpha_1 & \beta_1 \end{array}\right)$$

y ponla en la posición correcta de la matriz `M` *del mismo modo que pusimos la matriz A con las coordenadas correctas. Si quieres completar la construcción poniendo las líneas separadoras, utiliza el comando* `subdivide`*.*

Solución:

```
P.<alpha0, alpha1, beta0, beta1> = QQ[]
A = matrix(QQ,[[1,1/2,0,2,1,2],[0,0,1,3,-1,0]])
B = matrix(P, [ [alpha0, beta0], [alpha1, beta1] ])
M = matrix(P, 4, 6)
M[:2,:] = A
M[2, 1] = 1
M[3, 3] = 1
M[2:4, 4:6] = B
M.subdivide(2, 4)
```

La matriz M es:

$$\left(\begin{array}{cccc|cc} 1 & \frac{1}{2} & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & \alpha_0 & \beta_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \alpha_1 & \beta_1 \end{array}\right)$$

La matriz M está construida por las matrices A y B, siendo A y B respectivamente

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_0 & \beta_0 \\ \alpha_1 & \beta_1 \end{pmatrix}$$

Las variables $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ son variables libres