TAREA 2. ÁLGEBRA Y MATEMÁTICA DISCRETA

MANUEL BERNAL HERNÁNDEZ. GRUPO 2.1

Ejercicio 1. *Encuentra todas las matrices X tales que $AX = B$ siendo A y B las siguientes matrices sobre los números reales dependientes de los parámetros reales a y b,*

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -5 \\ -1 & -1 & 2 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} b & -2 & -4 \\ -a & 9 & 12 \\ a & 2b & a+3b \\ 0 & \frac{5}{2} & \frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

Solución:

```
P.<a,b> = QQ[]
A = matrix(QQ, [[2, 0, 2], [1, 2, -5], [-1, -1, 2], [0, 1/2, -3/2]])
B = matrix(P, [[b, -2, -4], [-a, 9, 12], [a, 2*b, a + 3*b], [0, 5/2, 7/2]])
AB = block_matrix([ [A, B] ])
R = AB.echelon_form()
R1 = R(a = 1, b = -2)
R1.subdivide(2, 3)
R2 = R1[:2, :]
R2.subdivide([], 3)
P.<alpha1, alpha2, alpha3> = QQ[]
M = matrix(P, 3, 6)
M[:2, :] = R2
M[2, 2] = 1
M[2, 3] = alpha1
M[2, 4] = alpha2
M[2, 5] = alpha3
M.subdivide([], 3)
MR = M.echelon_form()
X = MR.subdivision(0, 1)
```

Creamos la matriz ampliada y la reducimos por filas

$$AB = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & 2 & b & -2 & -4 \\ 1 & 2 & -5 & -a & 9 & 12 \\ -1 & -1 & 2 & a & 2b & a+3b \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & 0 & \frac{5}{2} & \frac{7}{2} \end{array}\right)$$

$$X = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & \frac{1}{2}b & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -3 & -\frac{1}{2}a - \frac{1}{4}b & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}b & 2b+4 & a+3b+5 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4}a + \frac{1}{8}b & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Las dos últimas filas de la matriz nos dicen que para que se cumpla el sistema

$$2b + 4 = 0$$
$$\frac{a}{2} + \frac{b}{4} = \frac{a}{4} + \frac{b}{8} = 0$$
$$a + 3b + 5 = 0$$

Ahora asignamos los valores a = 1 y b = 2 y sustituimos en la matriz

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 5 & 7 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$