Karlsruher Institut für Technologie

Distributed Node Coloring for Directed Graphs

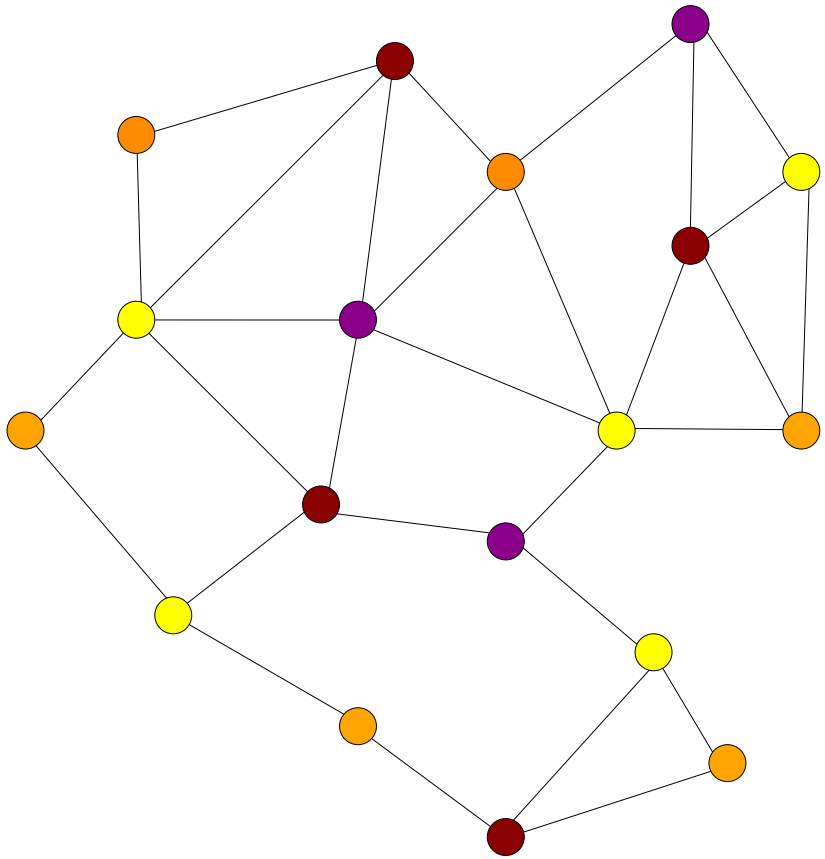
Bachelorarbeit, Betreuer: Fabian Fuchs, Roman Prutkin

Manuel Schweigert | 6. Juni 2014

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK

Einführung

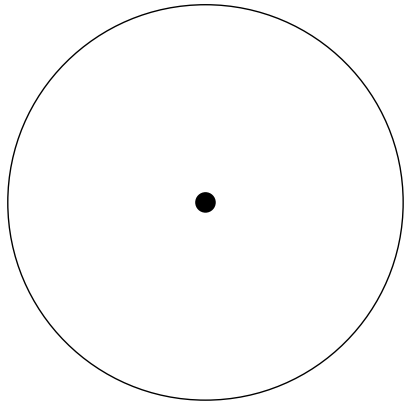
- Knotenfärbung klassisch
- Verteilte Knotenfärbung
- Kommunikationsmodelle (SINR, Congest)



Motivation

Kommunikationsgraph

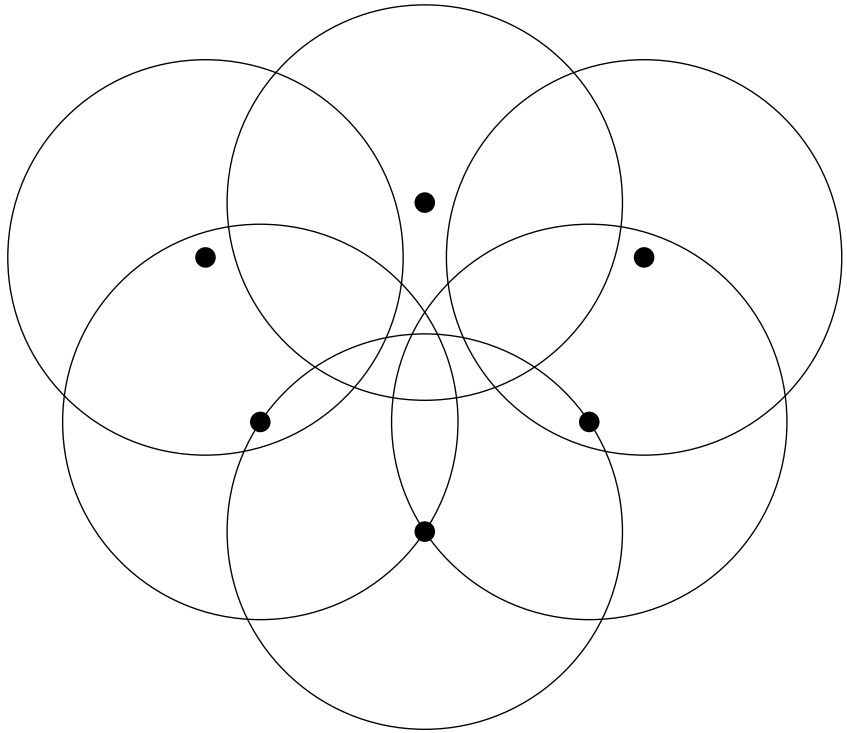
- Knoten mit Sendereichweite
- Bisher immer uniform
- Resultiert in einem ungerichteten Kommunikationsgraph
- Szenario: verschieden starke Sendeleistung
- Resultat: gerichteter Kommunikationsgraph



Motivation

Kommunikationsgraph

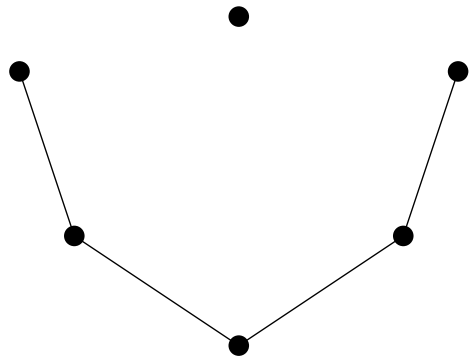
- Knoten mit Sendereichweite
- Bisher immer uniform
- Resultiert in einem ungerichteten Kommunikationsgraph
- Szenario: verschieden starke Sendeleistung
- Resultat: gerichteter Kommunikationsgraph



Motivation

Kommunikationsgraph

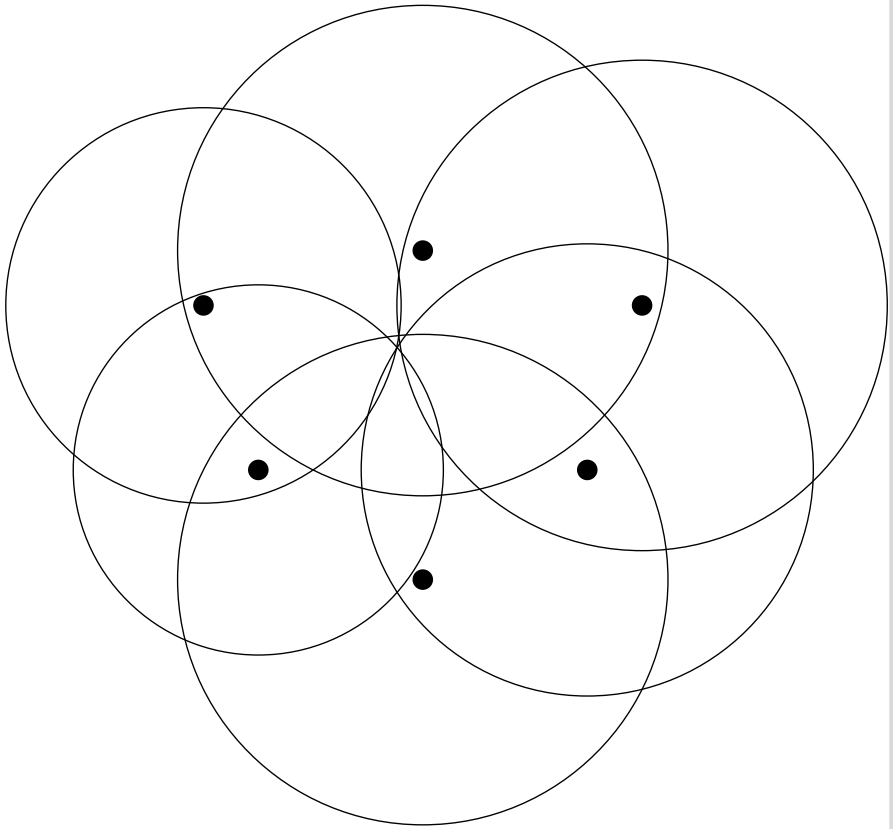
- Knoten mit Sendereichweite
- Bisher immer uniform
- Resultiert in einem ungerichteten Kommunikationsgraph
- Szenario: verschieden starke Sendeleistung
- Resultat: gerichteter Kommunikationsgraph



Motivation

Kommunikationsgraph

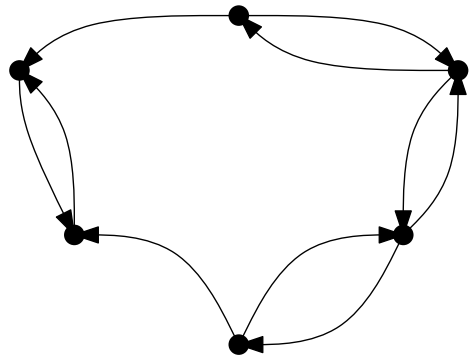
- Knoten mit Sendereichweite
- Bisher immer uniform
- Resultiert in einem ungerichteten Kommunikationsgraph
- Szenario: verschieden starke Sendeleistung
- Resultat: gerichteter Kommunikationsgraph



Motivation

Kommunikationsgraph

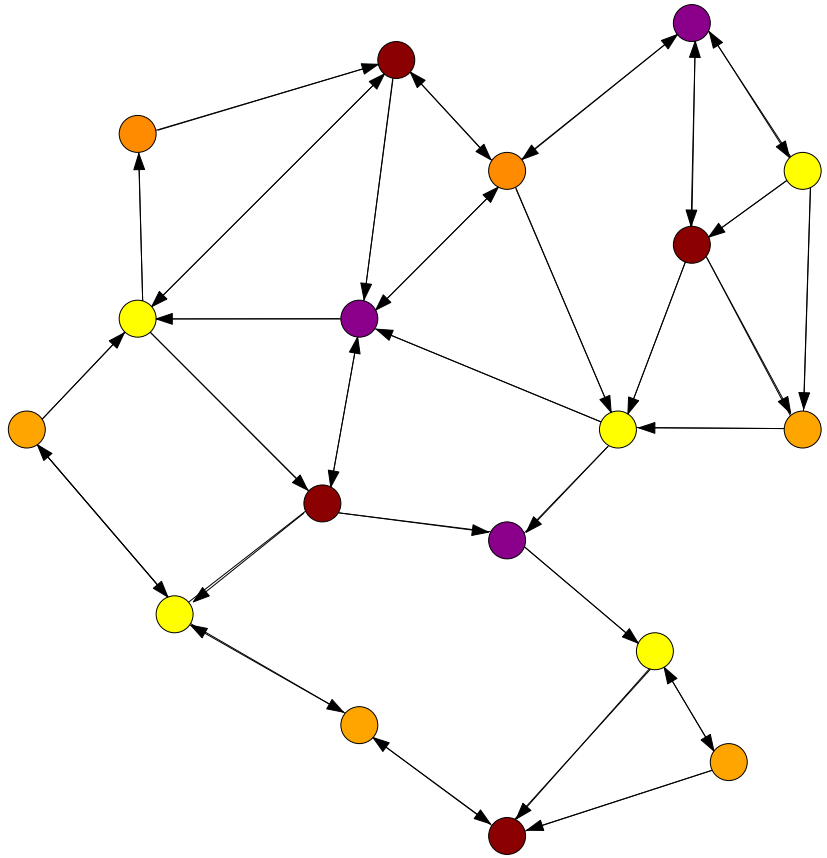
- Knoten mit Sendereichweite
- Bisher immer uniform
- Resultiert in einem ungerichteten Kommunikationsgraph
- Szenario: verschieden starke Sendeleistung
- Resultat: gerichteter Kommunikationsgraph



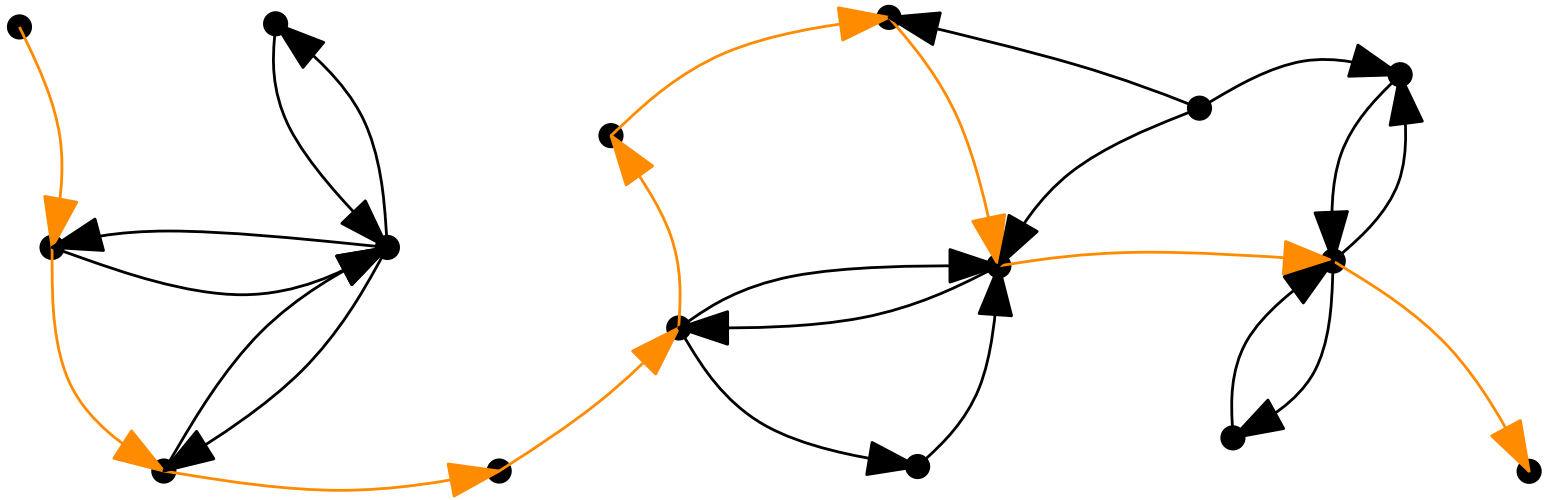
Gliederung

Definitionen

- Δ: maximaler Eingangsgrad
- valide Knoten-Färbung im gerichteten Graph: Nachbarn eingehender Kanten haben andere Farbe als Knoten



- D_v von v: Menge der Knoten u, sodass $\exists$ Kante mit $(u, v) \in E$ aber $(v, u) \notin E$
- l: Länge des längsten dominierenden Pfades im Graph



Randomisierter Färbealgorithmus

Grundidee:

- In jeder Runde:
  - Jeder Knoten wählt sich zufällig eine Farbe
  - Wenn konfliktfrei $\Rightarrow$ „reserviere“ Farbe und terminiere
  - Nachbarknoten respektieren reservierte Farben in der Zukunft

Randomisierter Färbealgorithmus

Grundidee:

- In jeder Runde:
- Jeder Knoten wählt sich zufällig eine Farbe
- Wenn konfliktfrei $\Rightarrow$ „reserviere“ Farbe und terminiere
- Nachbarknoten respektieren reservierte Farben in der Zukunft

Randomisierter Färbealgorithmus

Grundidee:

- In jeder Runde:
- Jeder Knoten wählt sich zufällig eine Farbe
- Wenn konfliktfrei $\Rightarrow$ „reserviere“ Farbe und terminiere
- Nachbarknoten respektieren reservierte Farben in der Zukunft

Randomisierter Färbealgorithmus

Grundidee:

- In jeder Runde:
- Jeder Knoten wählt sich zufällig eine Farbe
- Wenn konfliktfrei $\Rightarrow$ „reserviere“ Farbe und terminiere
- Nachbarknoten respektieren reservierte Farben in der Zukunft

Algorithmus Rand-Delta-Plus1

Skizze

- Finde dominierende Knoten (D_v)
- Hauptschleife
  - Mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ setze aus
  - Wähle zufällige Farbe von $\Delta + 1$ Farben
  - Broadcaste die Farbe an alle Nachbarn
  - Wenn kein Nachbar die gleiche Farbe hat und alle Knoten in D_v fertig sind
    - sende die gewählte Farbe als finale Farbe und terminiere

Algorithmus Rand-Delta-Plus1

Skizze

- Finde dominierende Knoten (D_v)
- Hauptschleife
  - Mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ setze aus
  - Wähle zufällige Farbe von $\Delta + 1$ Farben
  - Broadcaste die Farbe an alle Nachbarn
  - Wenn kein Nachbar die gleiche Farbe hat und alle Knoten in D_v fertig sind
    - sende die gewählte Farbe als finale Farbe und terminiere

Algorithmus Rand-Delta-Plus1

Skizze

- Finde dominierende Knoten (D_v)
- Hauptschleife
  - Mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ setze aus
  - Wähle zufällige Farbe von $\Delta + 1$ Farben
  - Broadcaste die Farbe an alle Nachbarn
  - Wenn kein Nachbar die gleiche Farbe hat und alle Knoten in D_v fertig sind
    - sende die gewählte Farbe als finale Farbe und terminiere

Algorithmus Rand-Delta-Plus1

Skizze

- Finde dominierende Knoten (D_v)
- Hauptschleife
  - Mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ setze aus
  - Wähle zufällige Farbe von $\Delta + 1$ Farben
  - Broadcaste die Farbe an alle Nachbarn
  - Wenn kein Nachbar die gleiche Farbe hat und alle Knoten in D_v fertig sind
    - sende die gewählte Farbe als finale Farbe und terminiere

Algorithmus Rand-Delta-Plus1

Skizze

- Finde dominierende Knoten (D_v)
- Hauptschleife
  - Mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ setze aus
  - Wähle zufällige Farbe von $\Delta + 1$ Farben
  - Broadcaste die Farbe an alle Nachbarn
  - Wenn kein Nachbar die gleiche Farbe hat und alle Knoten in D_v fertig sind
    - sende die gewählte Farbe als finale Farbe und terminiere

Algorithmus Rand-Delta-Plus1

Skizze

- Finde dominierende Knoten (D_v)
- Hauptschleife
  - Mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ setze aus
  - Wähle zufällige Farbe von $\Delta + 1$ Farben
  - Broadcaste die Farbe an alle Nachbarn
  - Wenn kein Nachbar die gleiche Farbe hat und alle Knoten in D_v fertig sind
    - sende die gewählte Farbe als finale Farbe und terminiere

Beweisskizze

Subgraph-Hierarchie:

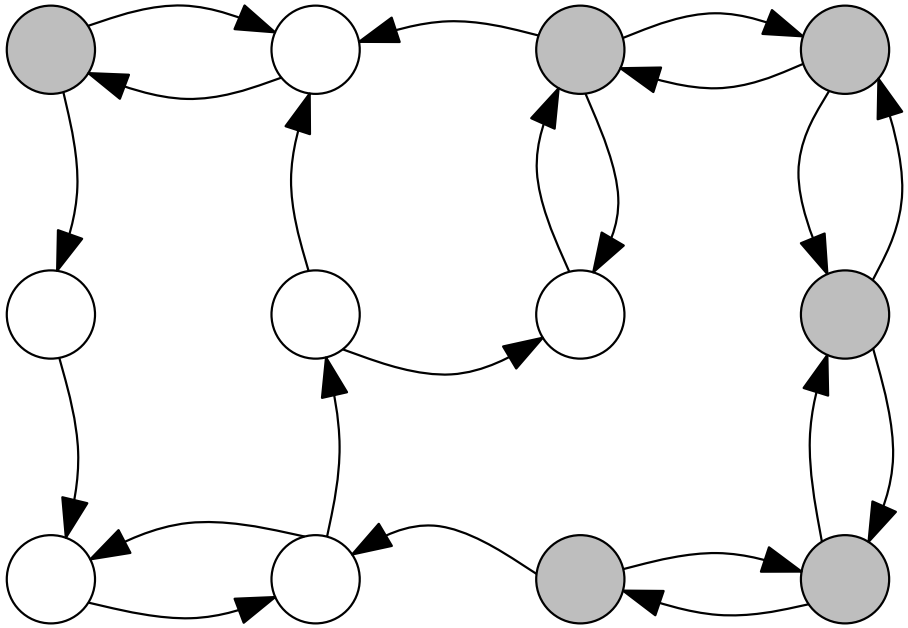


Abbildung: Subgraph G_1, alle nicht-dominierten Knoten

Beweisskizze

Subgraph-Hierarchie:

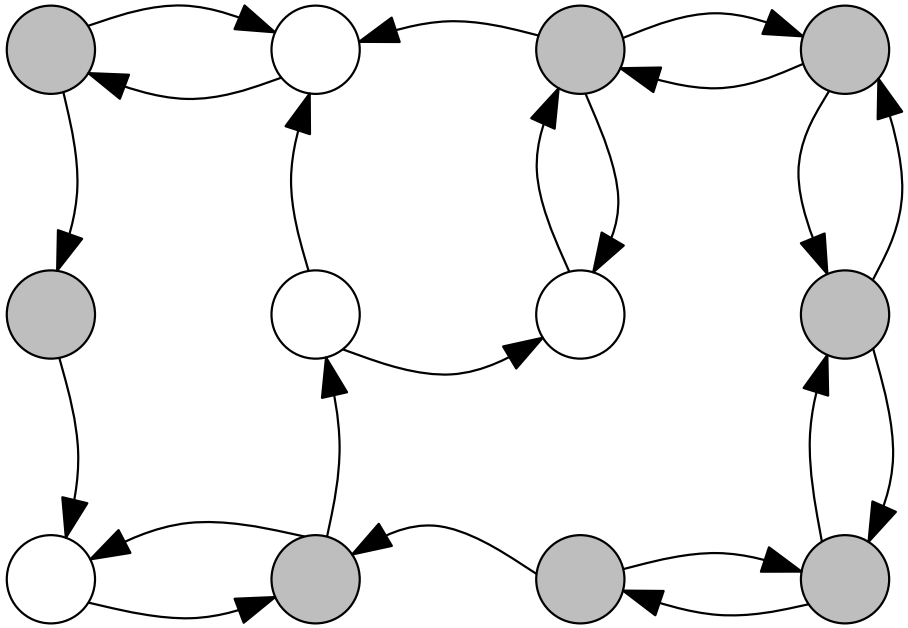


Abbildung: Subgraph G_2, alle Knoten, die nur aus Knoten aus G_1 dominiert werden

Beweisskizze

Subgraph-Hierarchie:

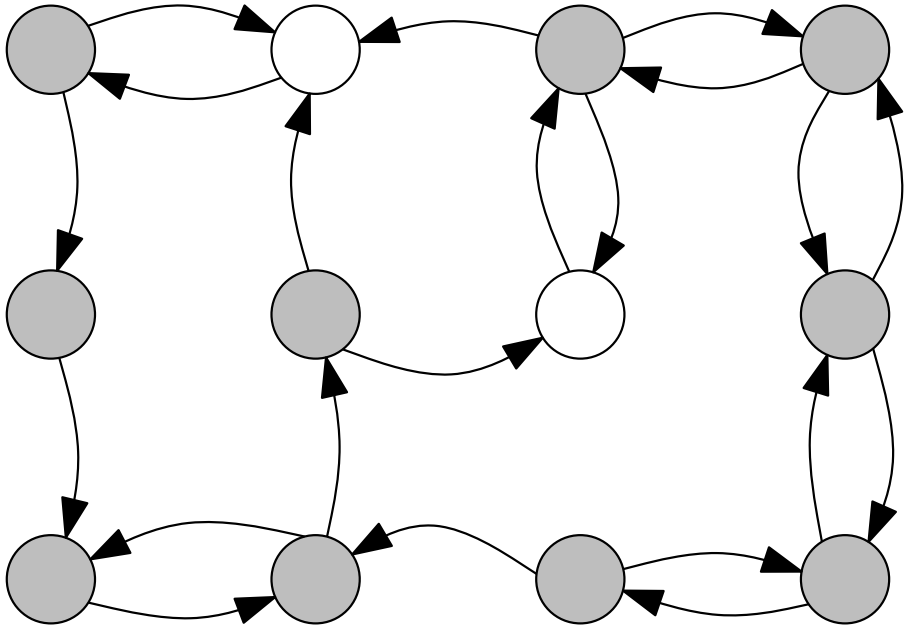


Abbildung: Subgraph G_3, alle Knoten, die nur aus Knoten aus G_2 dominiert werden

Beweisskizze

Subgraph-Hierarchie:

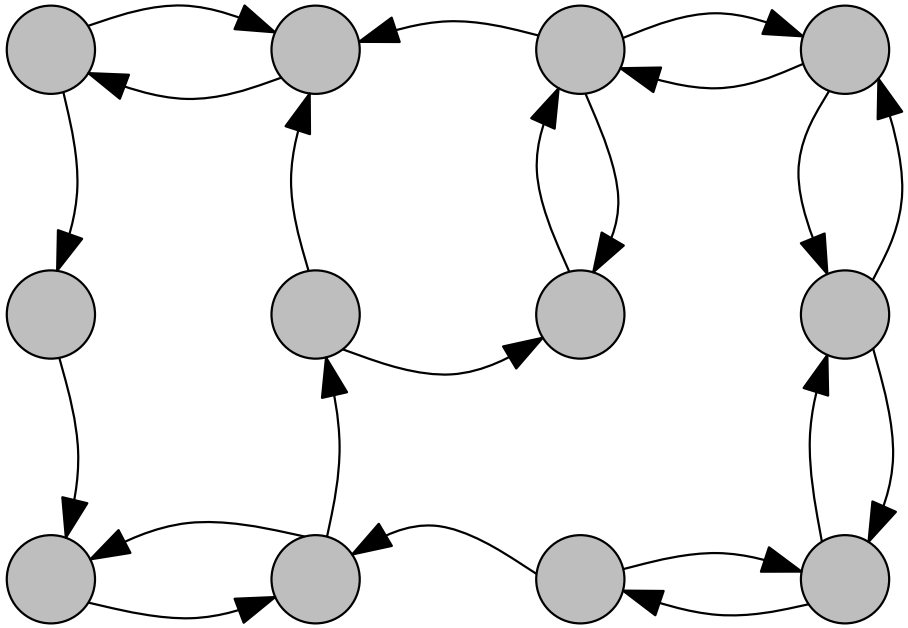


Abbildung: Subgraph $G_4 = G$, alle Knoten, die nur aus Knoten aus G_3 dominiert werden

Beweisskizze

- Subgraph-Hierarchie
- Finde kleinstes l sodass $G_{l+1} = G$
- Zeige induktiv, dass Färbung von $G_k \rightarrow G_{k+1}$ max. $O(\log n)$ benötigt (mit hoher Wahrscheinlichkeit)
- Laufzeit setzt sich aus Initialisierung ($O(\Delta)$) und $(l+1) \cdot O(\log n)$ zusammen

$\Rightarrow$ Laufzeit $O(\Delta + l \log n)$

Beweisskizze

- Subgraph-Hierarchie
- Finde kleinstes l sodass $G_{l+1} = G$
- Zeige induktiv, dass Färbung von $G_k \rightarrow G_{k+1}$ max. $O(\log n)$ benötigt (mit hoher Wahrscheinlichkeit)
- Laufzeit setzt sich aus Initialisierung ($O(\Delta)$) und $(l+1) \cdot O(\log n)$ zusammen

$\Rightarrow$ Laufzeit $O(\Delta + l \log n)$

Beweisskizze

- Subgraph-Hierarchie
- Finde kleinstes l sodass $G_{l+1} = G$
- Zeige induktiv, dass Färbung von $G_k \rightarrow G_{k+1}$ max. $O(\log n)$ benötigt (mit hoher Wahrscheinlichkeit)
- Laufzeit setzt sich aus Initialisierung ($O(\Delta)$) und $(l+1) \cdot O(\log n)$ zusammen

$\Rightarrow$ Laufzeit $O(\Delta + l \log n)$

Beweisskizze

- Subgraph-Hierarchie
- Finde kleinstes l sodass $G_{l+1} = G$
- Zeige induktiv, dass Färbung von $G_k \rightarrow G_{k+1}$ max. $O(\log n)$ benötigt (mit hoher Wahrscheinlichkeit)
- Laufzeit setzt sich aus Initialisierung ($O(\Delta)$) und $(l+1) \cdot O(\log n)$ zusammen

$\Rightarrow$ Laufzeit $O(\Delta + l \log n)$

Induktionsschritt

- Betrachte Knoten $v \in G_{k+1}$, der in der letzten Runde in einem Konflikt war und Münzwurf gewinnt
- Wahrscheinlichkeit für v wieder im Konflikt ist $\leq (\Delta + 1 - |F_v|)\frac{1}{2(\Delta+1-|F_v|)} = \frac{1}{2}$
- $\Rightarrow$ v terminiert mit Wahrscheinlichkeit $\geq (1/2 \cdot 1/2) = 1/4$
- In Runde i hat v mit Wahrscheinlichkeit $\leq (1 - 1/4)^i$ nicht terminiert
- $\Rightarrow$ Nach $(c+1)4 \log n$ Runden hat v mit Wahrscheinlichkeit $\leq 1 - 1/n^c$ nicht terminiert

Induktionsschritt

- Betrachte Knoten $v \in G_{k+1}$, der in der letzten Runde in einem Konflikt war und Münzwurf gewinnt
- Wahrscheinlichkeit für v wieder im Konflikt ist $\leq (\Delta + 1 - |F_v|)\frac{1}{2(\Delta+1-|F_v|)} = \frac{1}{2}$
- $\Rightarrow$ v terminiert mit Wahrscheinlichkeit $\geq (1/2 \cdot 1/2) = 1/4$
- In Runde i hat v mit Wahrscheinlichkeit $\leq (1 - 1/4)^i$ nicht terminiert
- $\Rightarrow$ Nach $(c+1)4 \log n$ Runden hat v mit Wahrscheinlichkeit $\leq 1 - 1/n^c$ nicht terminiert

Induktionsschritt

- Betrachte Knoten $v \in G_{k+1}$, der in der letzten Runde in einem Konflikt war und Münzwurf gewinnt
- Wahrscheinlichkeit für v wieder im Konflikt ist $\leq (\Delta + 1 - |F_v|)\frac{1}{2(\Delta+1-|F_v|)} = \frac{1}{2}$
- $\Rightarrow$ v terminiert mit Wahrscheinlichkeit $\geq (1/2 \cdot 1/2) = 1/4$
- In Runde i hat v mit Wahrscheinlichkeit $\leq (1 - 1/4)^i$ nicht terminiert
- $\Rightarrow$ Nach $(c+1)4 \log n$ Runden hat v mit Wahrscheinlichkeit $\leq 1 - 1/n^c$ nicht terminiert

Induktionsschritt

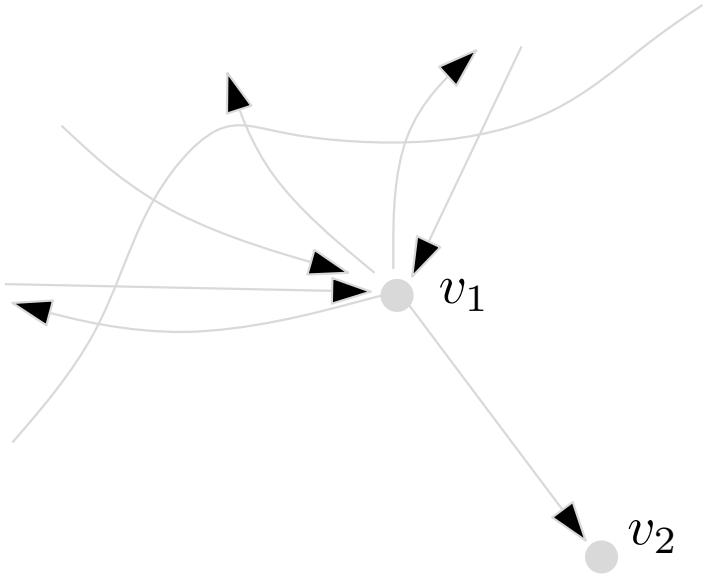
- Betrachte Knoten $v \in G_{k+1}$, der in der letzten Runde in einem Konflikt war und Münzwurf gewinnt
- Wahrscheinlichkeit für v wieder im Konflikt ist $\leq (\Delta + 1 - |F_v|)\frac{1}{2(\Delta+1-|F_v|)} = \frac{1}{2}$
- $\Rightarrow$ v terminiert mit Wahrscheinlichkeit $\geq (1/2 \cdot 1/2) = 1/4$
- In Runde i hat v mit Wahrscheinlichkeit $\leq (1 - 1/4)^i$ nicht terminiert
- $\Rightarrow$ Nach $(c+1)4 \log n$ Runden hat v mit Wahrscheinlichkeit $\leq 1 - 1/n^c$ nicht terminiert

Induktionsschritt

- Betrachte Knoten $v \in G_{k+1}$, der in der letzten Runde in einem Konflikt war und Münzwurf gewinnt
- Wahrscheinlichkeit für v wieder im Konflikt ist $\leq (\Delta + 1 - |F_v|)\frac{1}{2(\Delta+1-|F_v|)} = \frac{1}{2}$
- $\Rightarrow$ v terminiert mit Wahrscheinlichkeit $\geq (1/2 \cdot 1/2) = 1/4$
- In Runde i hat v mit Wahrscheinlichkeit $\leq (1 - 1/4)^i$ nicht terminiert
- $\Rightarrow$ Nach $(c+1)4 \log n$ Runden hat v mit Wahrscheinlichkeit $\leq 1 - 1/n^c$ nicht terminiert

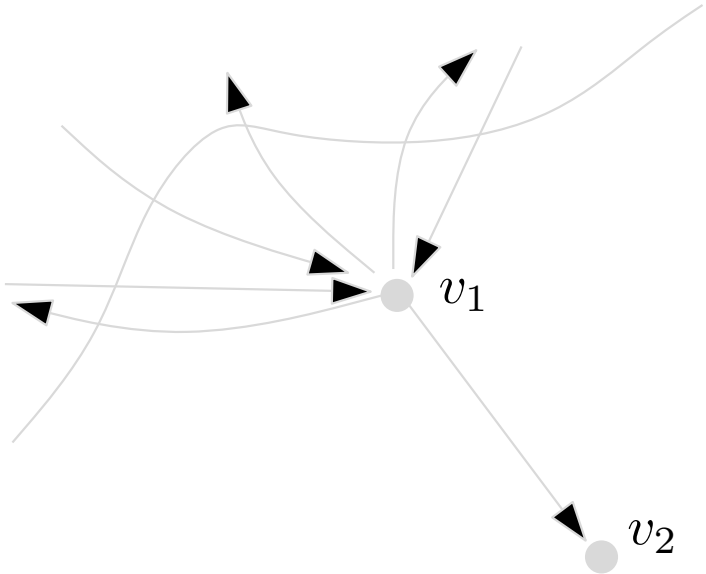
Überlegung

- Initialisierung beansprucht $O(\Delta)$ Broadcasts
- Versuch: Algorithmus ohne Initialisierung
- Problem: Knoten kann sich nicht mehr sicher sein, ob er fertig ist oder nicht
- Resultat: Nachbarn respektieren und Farben halten



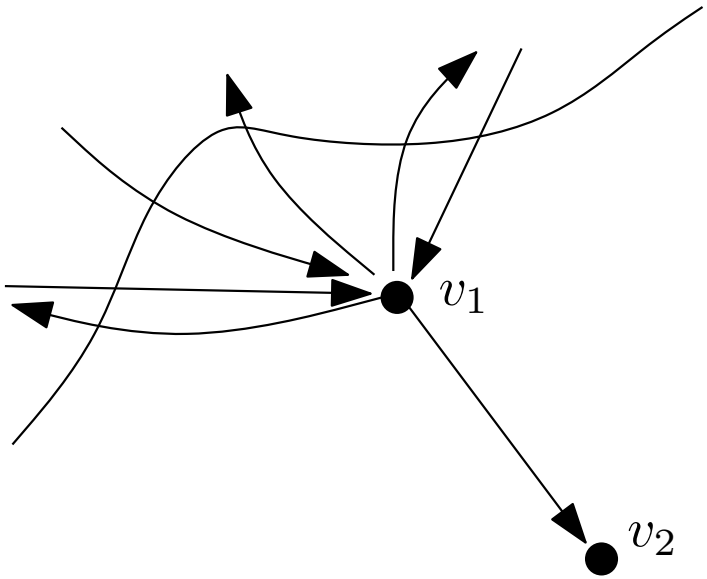
Überlegung

- Initialisierung beansprucht $O(\Delta)$ Broadcasts
- Versuch: Algorithmus ohne Initialisierung
- Problem: Knoten kann sich nicht mehr sicher sein, ob er fertig ist oder nicht
- Resultat: Nachbarn respektieren und Farben halten



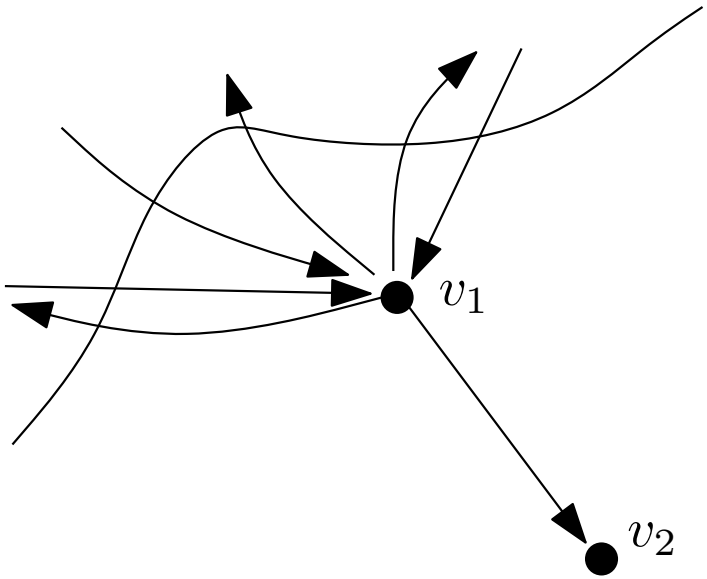
Überlegung

- Initialisierung beansprucht $O(\Delta)$ Broadcasts
- Versuch: Algorithmus ohne Initialisierung
- Problem: Knoten kann sich nicht mehr sicher sein, ob er fertig ist oder nicht
- Resultat: Nachbarn respektieren und Farben halten



Überlegung

- Initialisierung beansprucht $O(\Delta)$ Broadcasts
- Versuch: Algorithmus ohne Initialisierung
- Problem: Knoten kann sich nicht mehr sicher sein, ob er fertig ist oder nicht
- Resultat: Nachbarn respektieren und Farben halten



Algorithmus Rand-2Delta-Plus1

Skizze

- Hauptschleife
  - Behalte die Farbe aus der letzten Runde (initial „0“)
  - Broadcaste aktuelle Farbe (Nachbarfarben dieser Runde $\rightarrow T$)
  - Bei Konflikt
    - Mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ wähle „0“ als Farbe, sonst
    - Wähle neue Farbe aus $[2\Delta + 1] \setminus T$

Algorithmus Rand-2Delta-Plus1

Skizze

- Hauptschleife
  - Behalte die Farbe aus der letzten Runde (initial „0“)
  - Broadcaste aktuelle Farbe (Nachbarfarben dieser Runde $\rightarrow T$)
  - Bei Konflikt
    - Mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ wähle „0“ als Farbe, sonst
    - Wähle neue Farbe aus $[2\Delta + 1] \setminus T$

Algorithmus Rand-2Delta-Plus1

Skizze

- Hauptschleife
  - Behalte die Farbe aus der letzten Runde (initial „0“)
  - Broadcaste aktuelle Farbe (Nachbarfarben dieser Runde $\rightarrow T$)
  - Bei Konflikt
    - Mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ wähle „0“ als Farbe, sonst
    - Wähle neue Farbe aus $[2\Delta + 1] \setminus T$

Algorithmus Rand-2Delta-Plus1

Skizze

- Hauptschleife
  - Behalte die Farbe aus der letzten Runde (initial „0“)
  - Broadcaste aktuelle Farbe (Nachbarfarben dieser Runde $\rightarrow T$)
  - Bei Konflikt
    - Mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ wähle „0“ als Farbe, sonst
    - Wähle neue Farbe aus $[2\Delta + 1] \setminus T$

Algorithmus Rand-2Delta-Plus1

Skizze

- Hauptschleife
  - Behalte die Farbe aus der letzten Runde (initial „0“)
  - Broadcaste aktuelle Farbe (Nachbarfarben dieser Runde $\rightarrow T$)
  - Bei Konflikt
    - Mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ wähle „0“ als Farbe, sonst
    - Wähle neue Farbe aus $[2\Delta + 1] \setminus T$

Algorithmus Rand-2Delta-Plus1

Skizze

- Hauptschleife
  - Behalte die Farbe aus der letzten Runde (initial „0“)
  - Broadcaste aktuelle Farbe (Nachbarfarben dieser Runde $\rightarrow T$)
  - Bei Konflikt
    - Mit Wahrscheinlichkeit $1/2$ wähle „0“ als Farbe, sonst
    - Wähle neue Farbe aus $[2\Delta + 1] \setminus T$

Beweisskizze

- Gleiche Graph-Hierarchie
- Statt terminiertem Knoten beweisen wir, dass Knoten „stabil“ werden
- Induktionsschritt weitestgehend gleich
- Farben müssen erweitert werden, da alle Nachbarfarben als „final“ angesehen werden
- Laufzeit: $O(I \log n)$

Beweisskizze

- Gleiche Graph-Hierarchie
- Statt terminiertem Knoten beweisen wir, dass Knoten „stabil“ werden
- Induktionsschritt weitestgehend gleich
- Farben müssen erweitert werden, da alle Nachbarfarben als „final“ angesehen werden
- Laufzeit: $O(I \log n)$

Beweisskizze

- Gleiche Graph-Hierarchie
- Statt terminiertem Knoten beweisen wir, dass Knoten „stabil“ werden
- Induktionsschritt weitestgehend gleich
- Farben müssen erweitert werden, da alle Nachbarfarben als „final“ angesehen werden
- Laufzeit: $O(I \log n)$

Beweisskizze

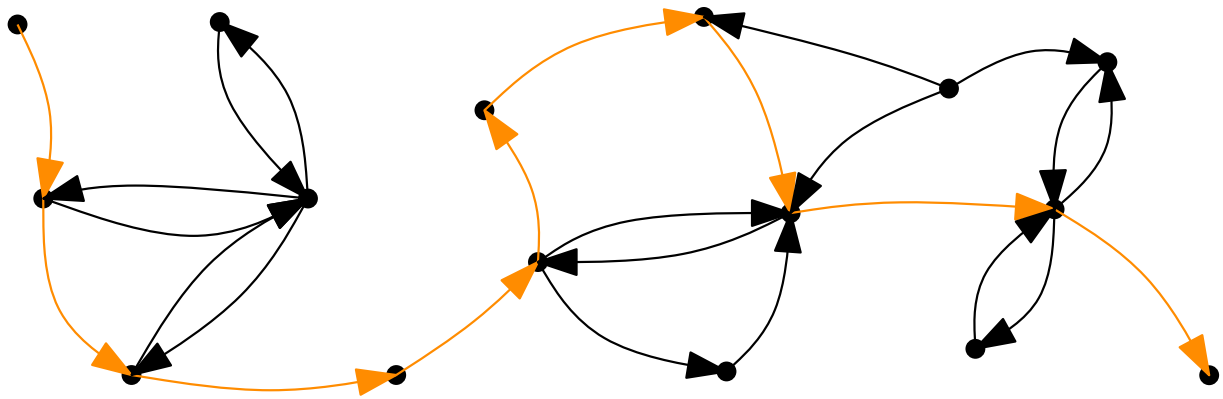
- Gleiche Graph-Hierarchie
- Statt terminiertem Knoten beweisen wir, dass Knoten „stabil“ werden
- Induktionsschritt weitestgehend gleich
- Farben müssen erweitert werden, da alle Nachbarfarben als „final“ angesehen werden
- Laufzeit: $O(I \log n)$

Beweisskizze

- Gleiche Graph-Hierarchie
- Statt terminiertem Knoten beweisen wir, dass Knoten „stabil“ werden
- Induktionsschritt weitestgehend gleich
- Farben müssen erweitert werden, da alle Nachbarfarben als „final“ angesehen werden
- Laufzeit: $O(I \log n)$

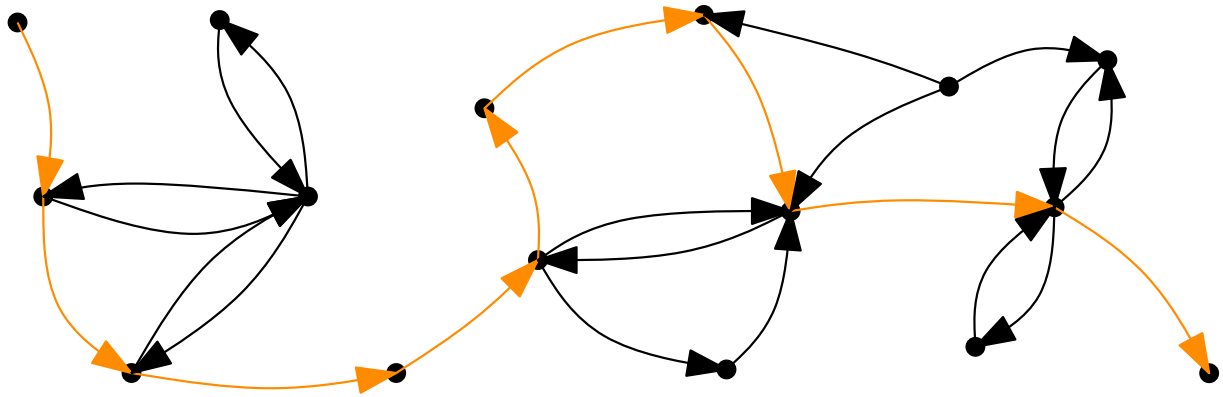
Untere Schranke

- Für allgemeine Färbealgorithmen mit $O(\Delta)$ Farben:
- Deterministische Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(I)$ (Kritischer Pfad)
- Randomisierte Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(\min(I, \log n))$
- Beweisidee:
  - Betrachte wie ein Konflikt propagiert
  - Konfliktwahrscheinlichkeit kann erst nach $\Omega(\log n)$ Schritten „klein“ ($\leq 1 - 1/n^c, c > 1$) sein



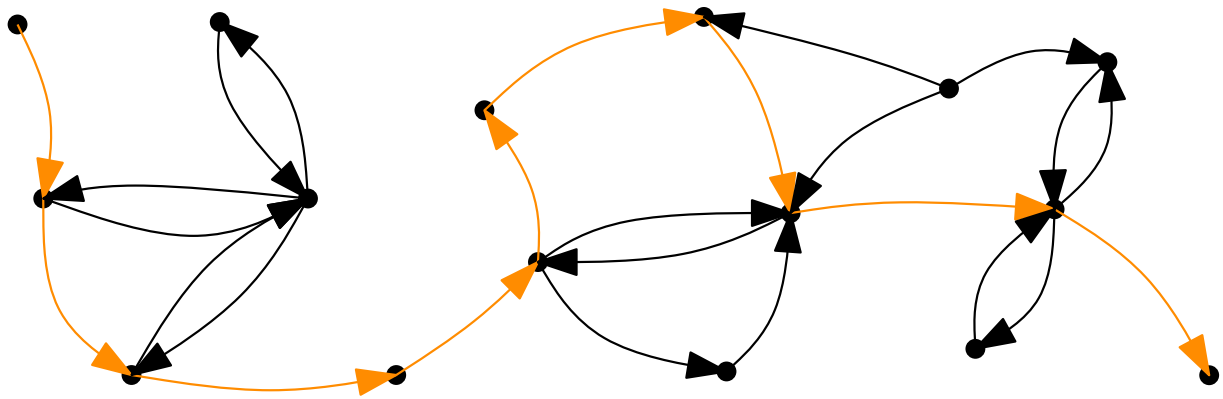
Untere Schranke

- Für allgemeine Färbealgorithmen mit $O(\Delta)$ Farben:
- Deterministische Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(I)$ (Kritischer Pfad)
- Randomisierte Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(\min(I, \log n))$
- Beweisidee:
  - Betrachte wie ein Konflikt propagiert
  - Konfliktwahrscheinlichkeit kann erst nach $\Omega(\log n)$ Schritten „klein“ ($\leq 1 - 1/n^c, c > 1$) sein



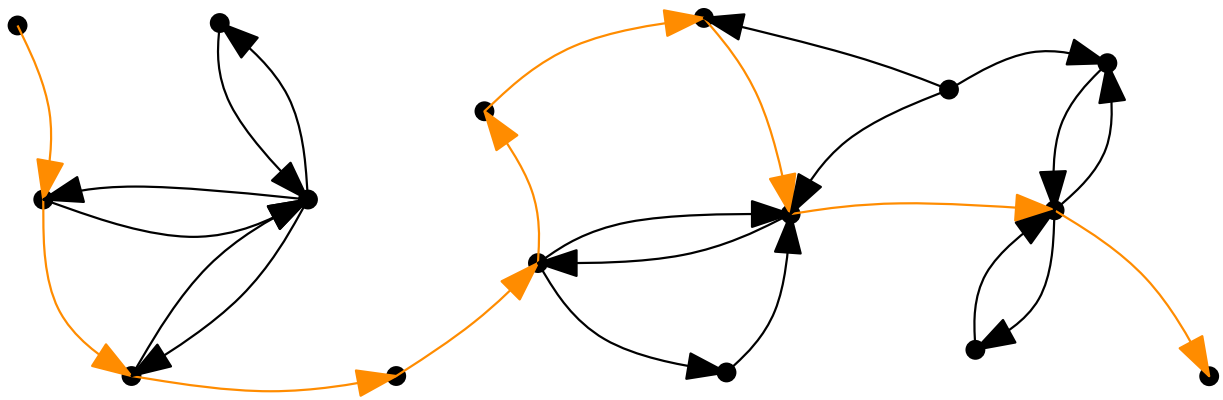
Untere Schranke

- Für allgemeine Färbealgorithmen mit $O(\Delta)$ Farben:
- Deterministische Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(I)$ (Kritischer Pfad)
- Randomisierte Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(\min(I, \log n))$
- Beweisidee:
  - Betrachte wie ein Konflikt propagiert
  - Konfliktwahrscheinlichkeit kann erst nach $\Omega(\log n)$ Schritten „klein“ ($\leq 1 - 1/n^c, c > 1$) sein



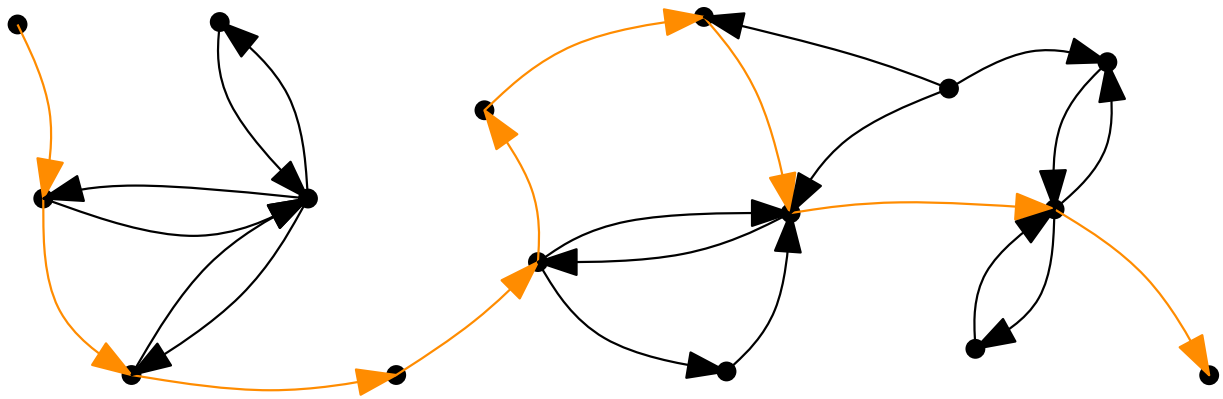
Untere Schranke

- Für allgemeine Färbealgorithmen mit $O(\Delta)$ Farben:
- Deterministische Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(I)$ (Kritischer Pfad)
- Randomisierte Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(\min(I, \log n))$
- Beweisidee:
  - Betrachte wie ein Konflikt propagiert
  - Konfliktwahrscheinlichkeit kann erst nach $\Omega(\log n)$ Schritten „klein“ ($\leq 1 - 1/n^c, c > 1$) sein



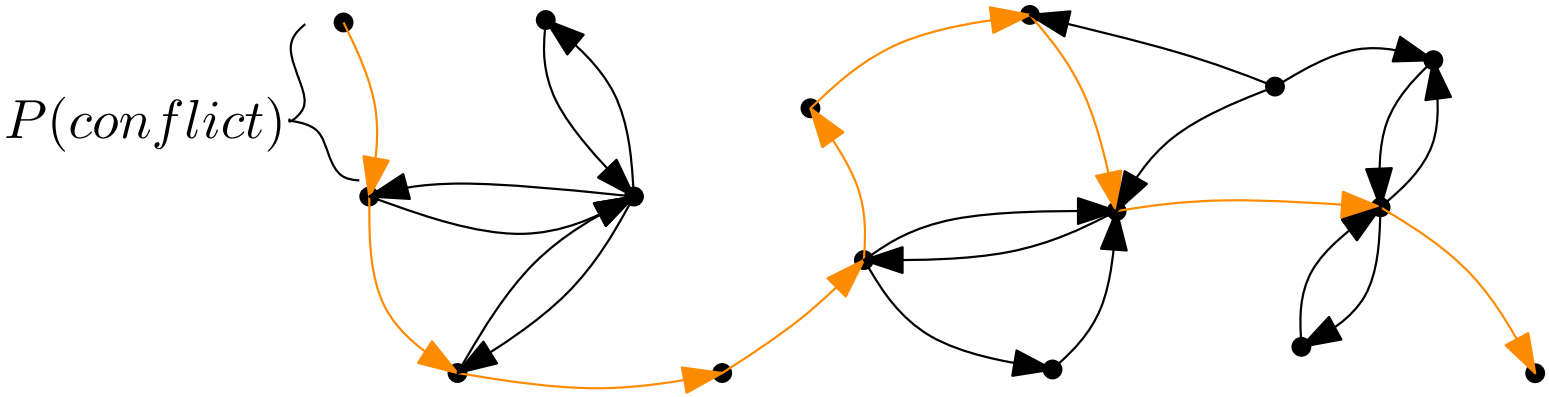
Untere Schranke

- Für allgemeine Färbealgorithmen mit $O(\Delta)$ Farben:
- Deterministische Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(I)$ (Kritischer Pfad)
- Randomisierte Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(\min(I, \log n))$
- Beweisidee:
  - Betrachte wie ein Konflikt propagiert
  - Konfliktwahrscheinlichkeit kann erst nach $\Omega(\log n)$ Schritten „klein“ ($\leq 1 - 1/n^c, c > 1$) sein



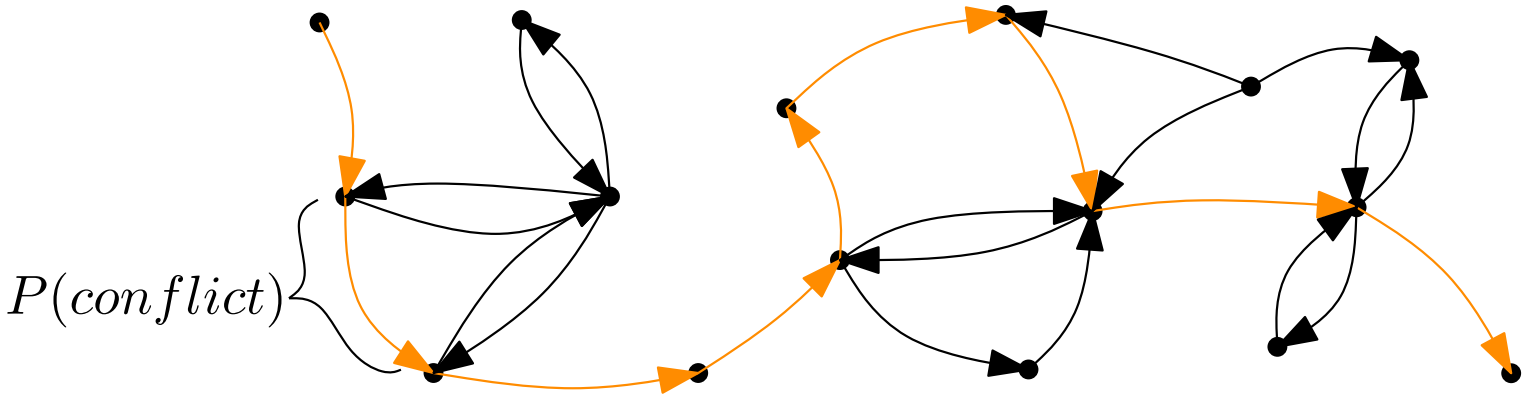
Untere Schranke

- Für allgemeine Färbealgorithmen mit $O(\Delta)$ Farben:
- Deterministische Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(I)$ (Kritischer Pfad)
- Randomisierte Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(\min(I, \log n))$
- Beweisidee:
  - Betrachte wie ein Konflikt propagiert
  - Konfliktwahrscheinlichkeit kann erst nach $\Omega(\log n)$ Schritten „klein“ ($\leq 1 - 1/n^c, c > 1$) sein



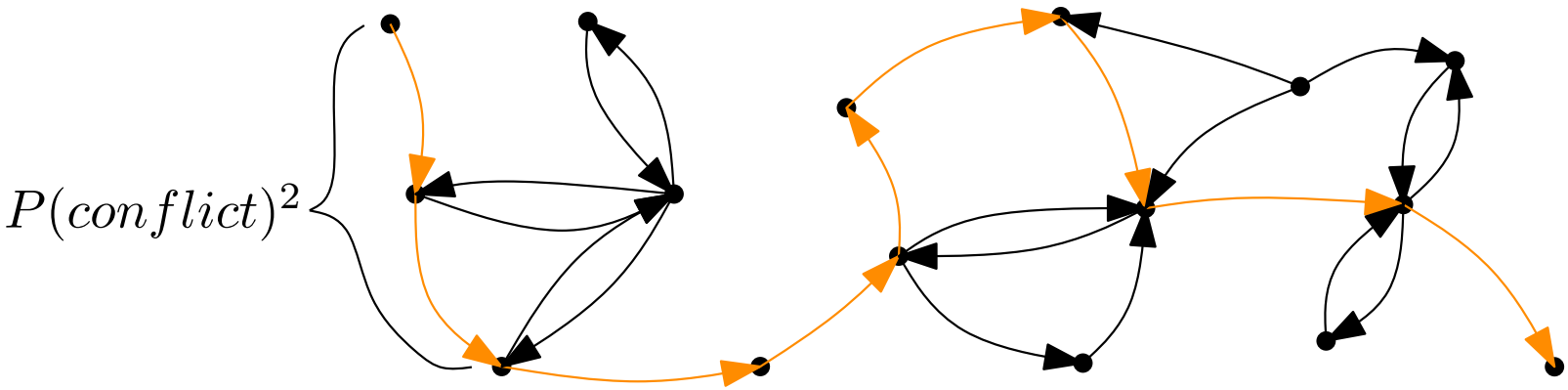
Untere Schranke

- Für allgemeine Färbealgorithmen mit $O(\Delta)$ Farben:
- Deterministische Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(I)$ (Kritischer Pfad)
- Randomisierte Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(\min(I, \log n))$
- Beweisidee:
  - Betrachte wie ein Konflikt propagiert
  - Konfliktwahrscheinlichkeit kann erst nach $\Omega(\log n)$ Schritten „klein“ ($\leq 1 - 1/n^c, c > 1$) sein



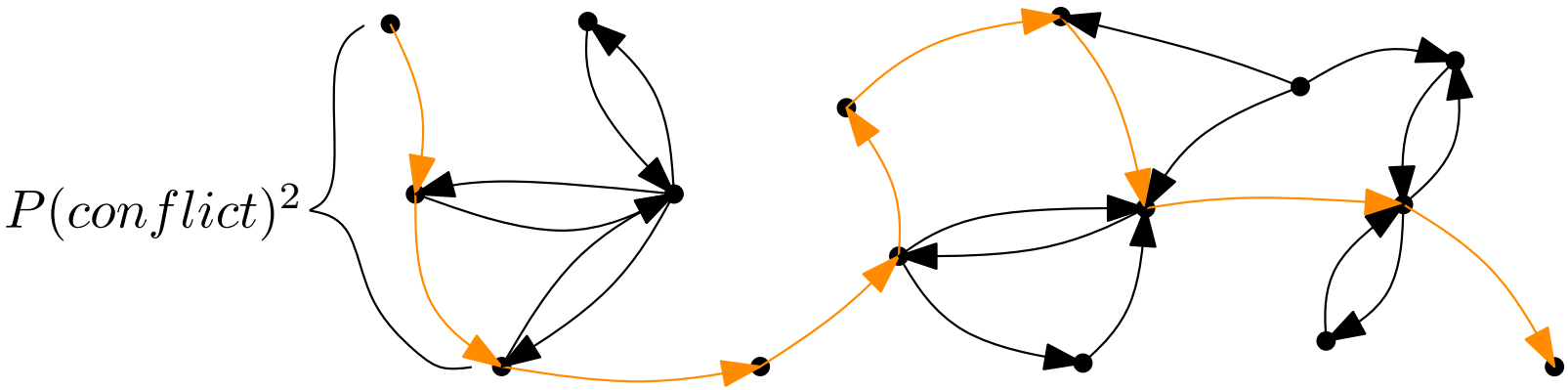
Untere Schranke

- Für allgemeine Färbealgorithmen mit $O(\Delta)$ Farben:
- Deterministische Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(I)$ (Kritischer Pfad)
- Randomisierte Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(\min(I, \log n))$
- Beweisidee:
  - Betrachte wie ein Konflikt propagiert
  - Konfliktwahrscheinlichkeit kann erst nach $\Omega(\log n)$ Schritten „klein“ ($\leq 1 - 1/n^c, c > 1$) sein



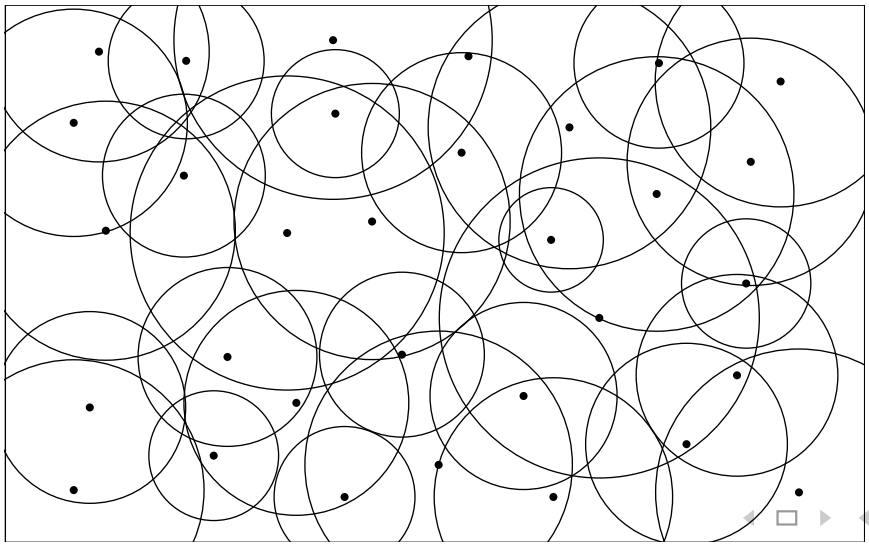
Untere Schranke

- Für allgemeine Färbealgorithmen mit $O(\Delta)$ Farben:
- Deterministische Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(I)$ (Kritischer Pfad)
- Randomisierte Algorithmen haben untere Schranke $\Omega(\min(I, \log n))$
- Beweisidee:
  - Betrachte wie ein Konflikt propagiert
  - Konfliktwahrscheinlichkeit kann erst nach $\Omega(\log n)$ Schritten „klein“ ($\leq 1 - 1/n^c, c > 1$) sein



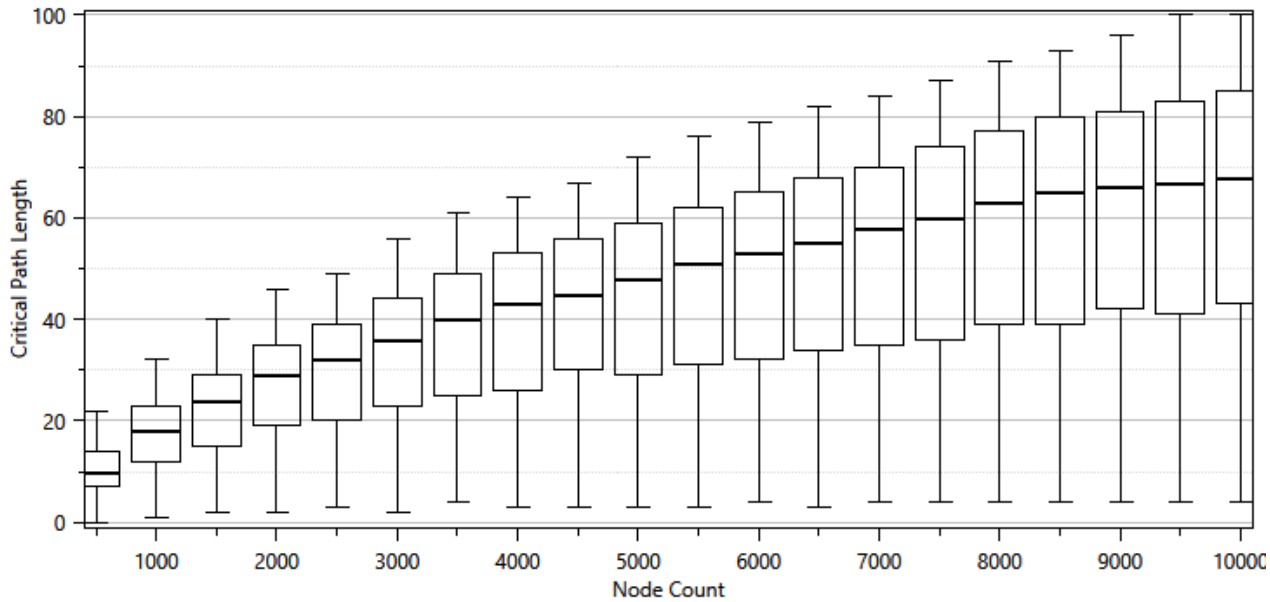
Experiment

- Simulation von Kommunikationsgraphen
- 100 bis 10.000 Knoten
- $X, Y \in [0, 1]$
- Sendereichweiten pro Graphinstanz:
  - Schnitt von $\frac{1}{200}$ bis $\frac{1}{5}$
  - Maximale Abweichung von $\frac{3}{2}$ bis 8
- Über 50.000 Simulationen
- Gleichverteilung von n und den Sendereichweiten



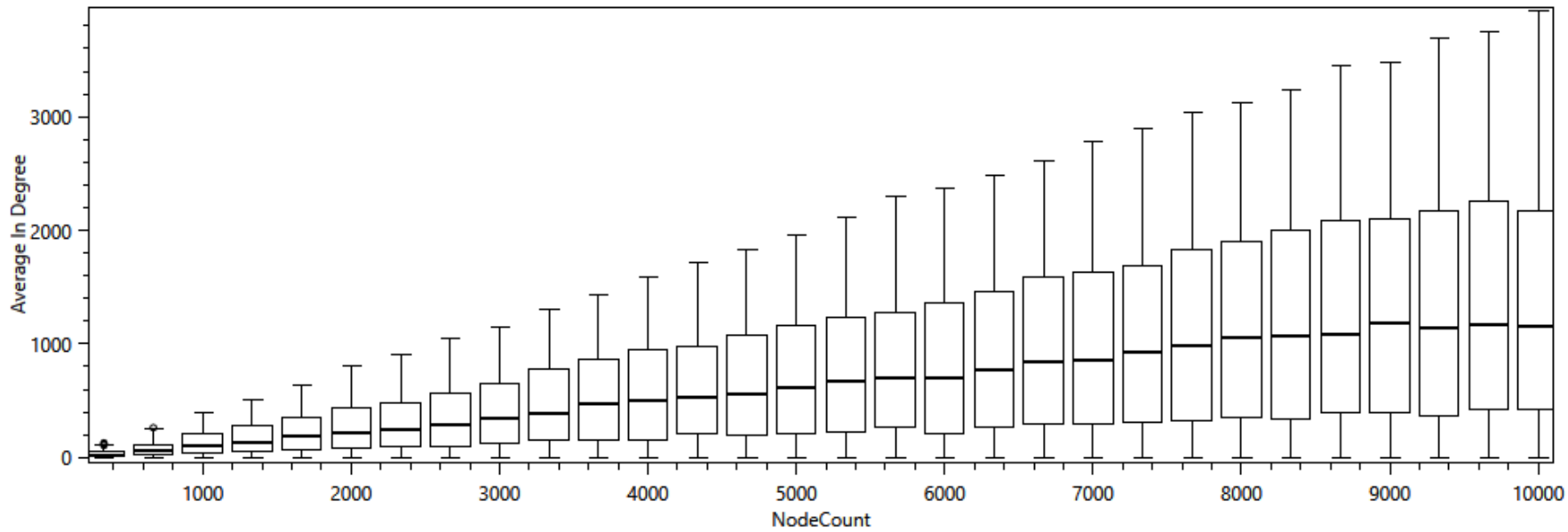
Interpretation der Daten

- l steigt sublinear mit n an
- Aber: Δ steigt linear mit n an und l steigt ebenfalls sublinear mit Δ an
- Mit festem n verhält sich l gegenüber Δ genauso wie mit allen n
- $\Rightarrow$ Abhängigkeit zu n bedingt durch höheres Δ



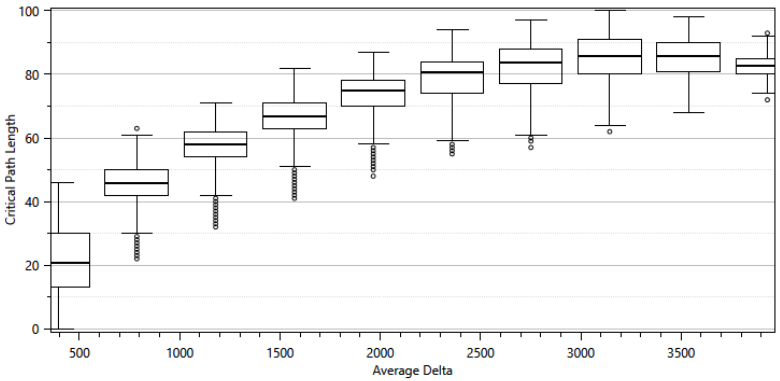
Interpretation der Daten

- I steigt sublinear mit n an
- Aber: Δ steigt linear mit n an und I steigt ebenfalls sublinear mit Δ an
- Mit festem n verhält sich I gegenüber Δ genauso wie mit allen n
- $\Rightarrow$ Abhängigkeit zu n bedingt durch höheres Δ

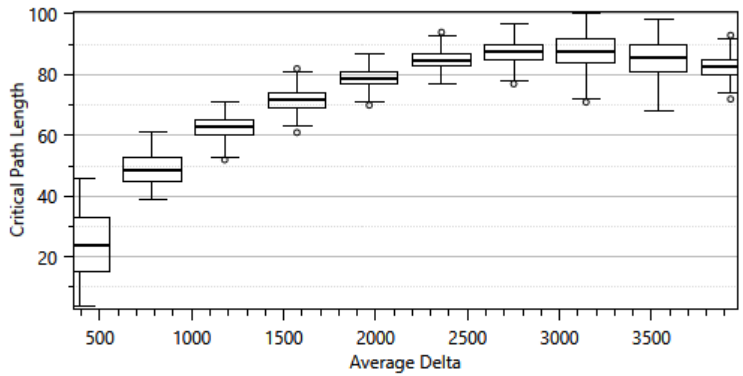


Interpretation der Daten

- l steigt sublinear mit n an
- Aber: Δ steigt linear mit n an und l steigt ebenfalls sublinear mit Δ an
- Mit festem n verhält sich l gegenüber Δ genauso wie mit allen n
- $\Rightarrow$ Abhängigkeit zu n bedingt durch höheres Δ



Plot über alle n



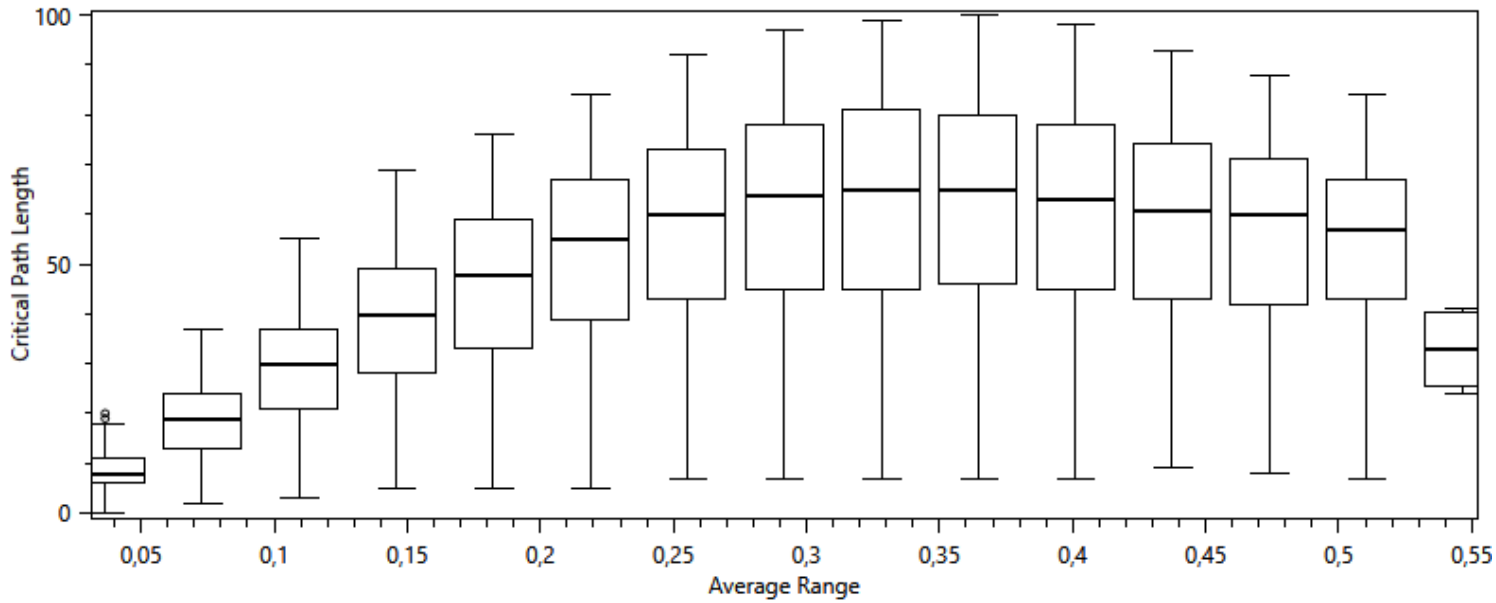
Plot über $n > 8000$

Interpretation der Daten

- I steigt sublinear mit n an
- Aber: Δ steigt linear mit n an und I steigt ebenfalls sublinear mit Δ an
- Mit festem n verhält sich I gegenüber Δ genauso wie mit allen n
- $\Rightarrow$ Abhängigkeit zu n bedingt durch höheres Δ

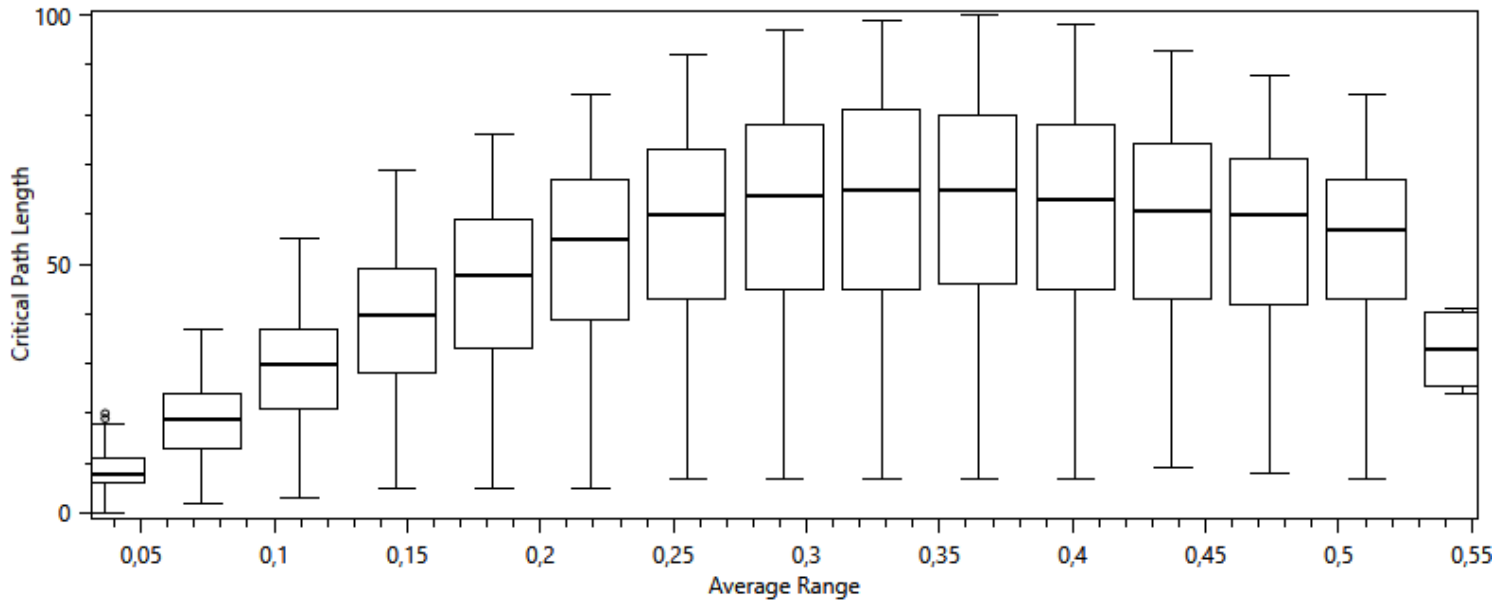
Interpretation der Daten

- I steigt mit der Sendereichweite (bis die Fläche abgedeckt ist)
- Eine höhere Sendereichweite bewirkt ebenfalls ein höheres Δ
- Im Experiment bewirkt die höhere durchschnittliche Sendereichweite eine höhere Varianz
- Interpretation: I steigt mit der Dichte des Graphen (Δ) sowie der Varianz der Sendereichweiten



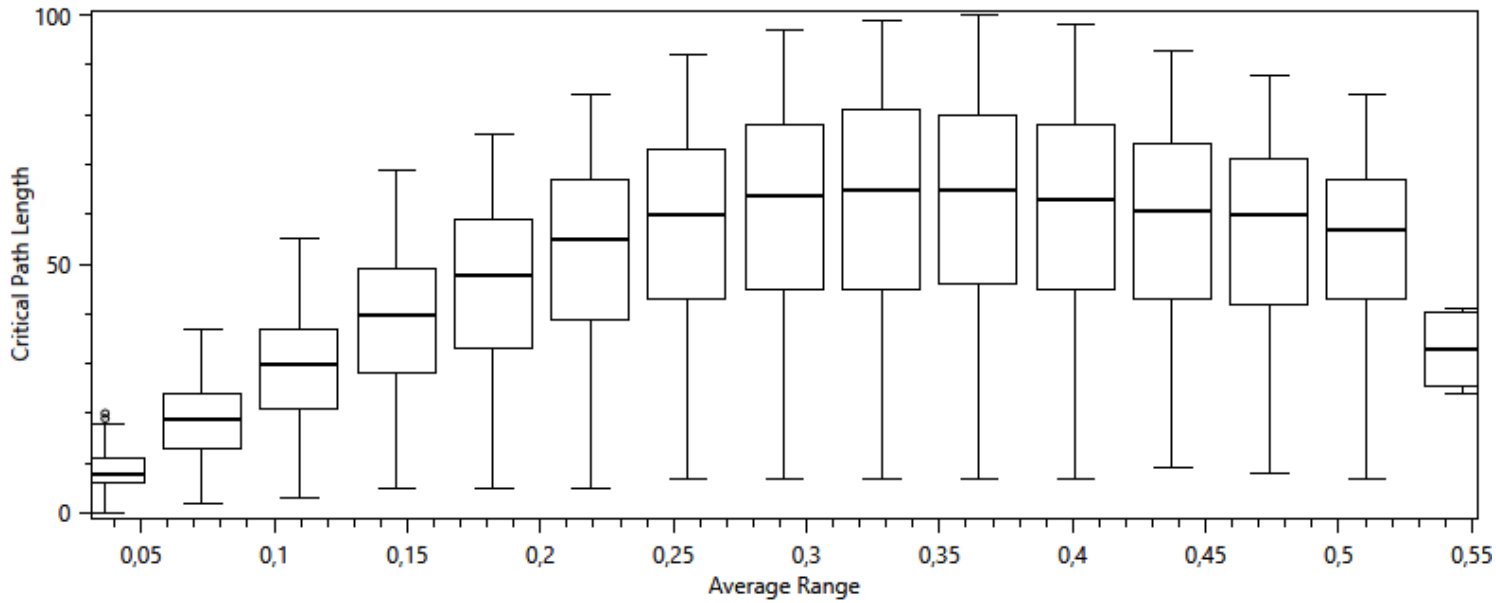
Interpretation der Daten

- / steigt mit der Sendereichweite (bis die Fläche abgedeckt ist)
- Eine höhere Sendereichweite bewirkt ebenfalls ein höheres Δ
- Im Experiment bewirkt die höhere durchschnittliche Sendereichweite eine höhere Varianz
- Interpretation: / steigt mit der Dichte des Graphen (Δ) sowie der Varianz der Sendereichweiten



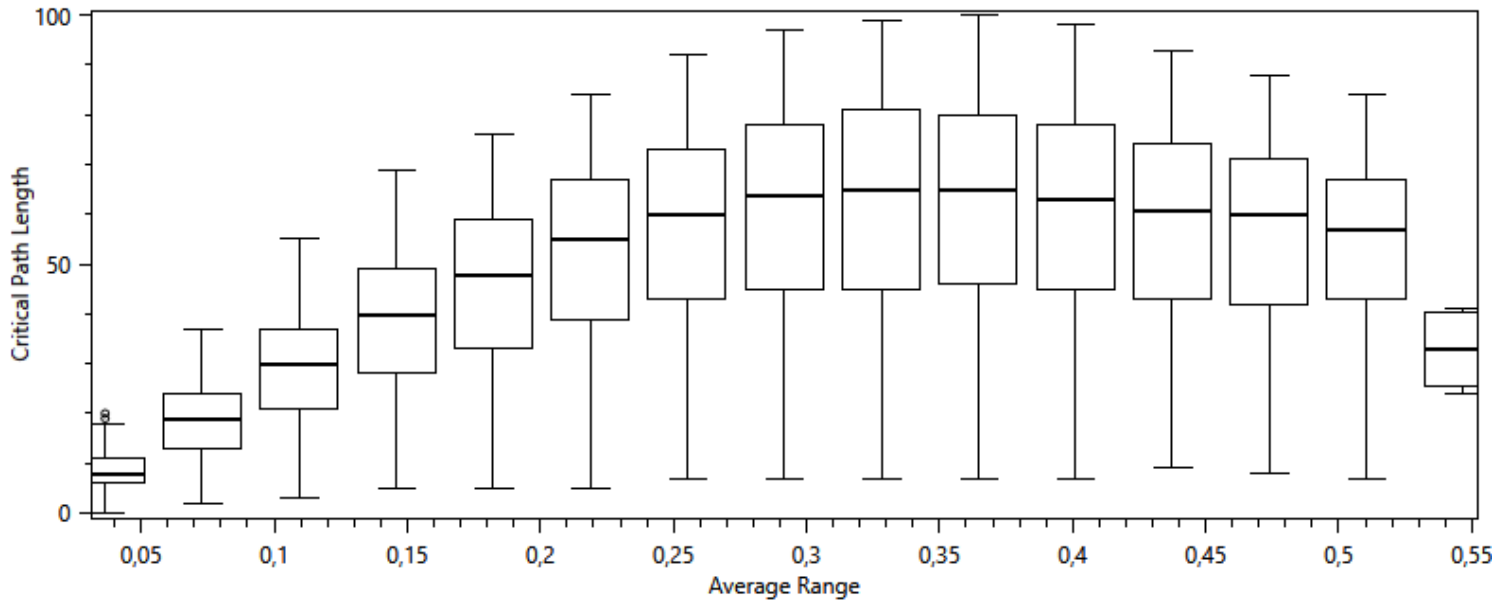
Interpretation der Daten

- / steigt mit der Sendereichweite (bis die Fläche abgedeckt ist)
- Eine höhere Sendereichweite bewirkt ebenfalls ein höheres Δ
- Im Experiment bewirkt die höhere durchschnittliche Sendereichweite eine höhere Varianz
- Interpretation: / steigt mit der Dichte des Graphen (Δ) sowie der Varianz der Sendereichweiten



Interpretation der Daten

- l steigt mit der Sendereichweite (bis die Fläche abgedeckt ist)
- Eine höhere Sendereichweite bewirkt ebenfalls ein höheres Δ
- Im Experiment bewirkt die höhere durchschnittliche Sendereichweite eine höhere Varianz
- Interpretation: l steigt mit der Dichte des Graphen (Δ) sowie der Varianz der Sendereichweiten



Fazit

- Algorithmen können unidirektionale Kanten ohne viel Komplexität berücksichtigen
- Zwei Algorithmen vorgestellt:
  - $\Delta + 1$ Färbung in $O(\Delta + I \log n)$ (mit Initialisierung) und
  - $2\Delta + 1$ Färbung in $O(I \log n)$
- Mit den vorgestellten Algorithmen können realitätsnahe Szenarien abgedeckt werden
- Je größer die Sendereichweitenvarianz, um so größer wird I und somit die erwartete Laufzeit
- Ausblick: Differenz zwischen unteren Schranken und Laufzeiten verbessern

Fazit

- Algorithmen können unidirektionale Kanten ohne viel Komplexität berücksichtigen
- Zwei Algorithmen vorgestellt:
  - $\Delta + 1$ Färbung in $O(\Delta + I \log n)$ (mit Initialisierung) und
  - $2\Delta + 1$ Färbung in $O(I \log n)$
- Mit den vorgestellten Algorithmen können realitätsnahe Szenarien abgedeckt werden
- Je größer die Sendereichweitenvarianz, um so größer wird I und somit die erwartete Laufzeit
- Ausblick: Differenz zwischen unteren Schranken und Laufzeiten verbessern

Fazit

- Algorithmen können unidirektionale Kanten ohne viel Komplexität berücksichtigen
- Zwei Algorithmen vorgestellt:
  - $\Delta + 1$ Färbung in $O(\Delta + I \log n)$ (mit Initialisierung) und
  - $2\Delta + 1$ Färbung in $O(I \log n)$
- Mit den vorgestellten Algorithmen können realitätsnahe Szenarien abgedeckt werden
- Je größer die Sendereichweitenvarianz, um so größer wird I und somit die erwartete Laufzeit
- Ausblick: Differenz zwischen unteren Schranken und Laufzeiten verbessern

Fazit

- Algorithmen können unidirektionale Kanten ohne viel Komplexität berücksichtigen
- Zwei Algorithmen vorgestellt:
  - $\Delta + 1$ Färbung in $O(\Delta + I \log n)$ (mit Initialisierung) und
  - $2\Delta + 1$ Färbung in $O(I \log n)$
- Mit den vorgestellten Algorithmen können realitätsnahe Szenarien abgedeckt werden
- Je größer die Sendereichweitenvarianz, um so größer wird I und somit die erwartete Laufzeit
- Ausblick: Differenz zwischen unteren Schranken und Laufzeiten verbessern

Fazit

- Algorithmen können unidirektionale Kanten ohne viel Komplexität berücksichtigen
- Zwei Algorithmen vorgestellt:
  - $\Delta + 1$ Färbung in $O(\Delta + I \log n)$ (mit Initialisierung) und
  - $2\Delta + 1$ Färbung in $O(I \log n)$
- Mit den vorgestellten Algorithmen können realitätsnahe Szenarien abgedeckt werden
- Je größer die Sendereichweitenvarianz, um so größer wird I und somit die erwartete Laufzeit
- Ausblick: Differenz zwischen unteren Schranken und Laufzeiten verbessern