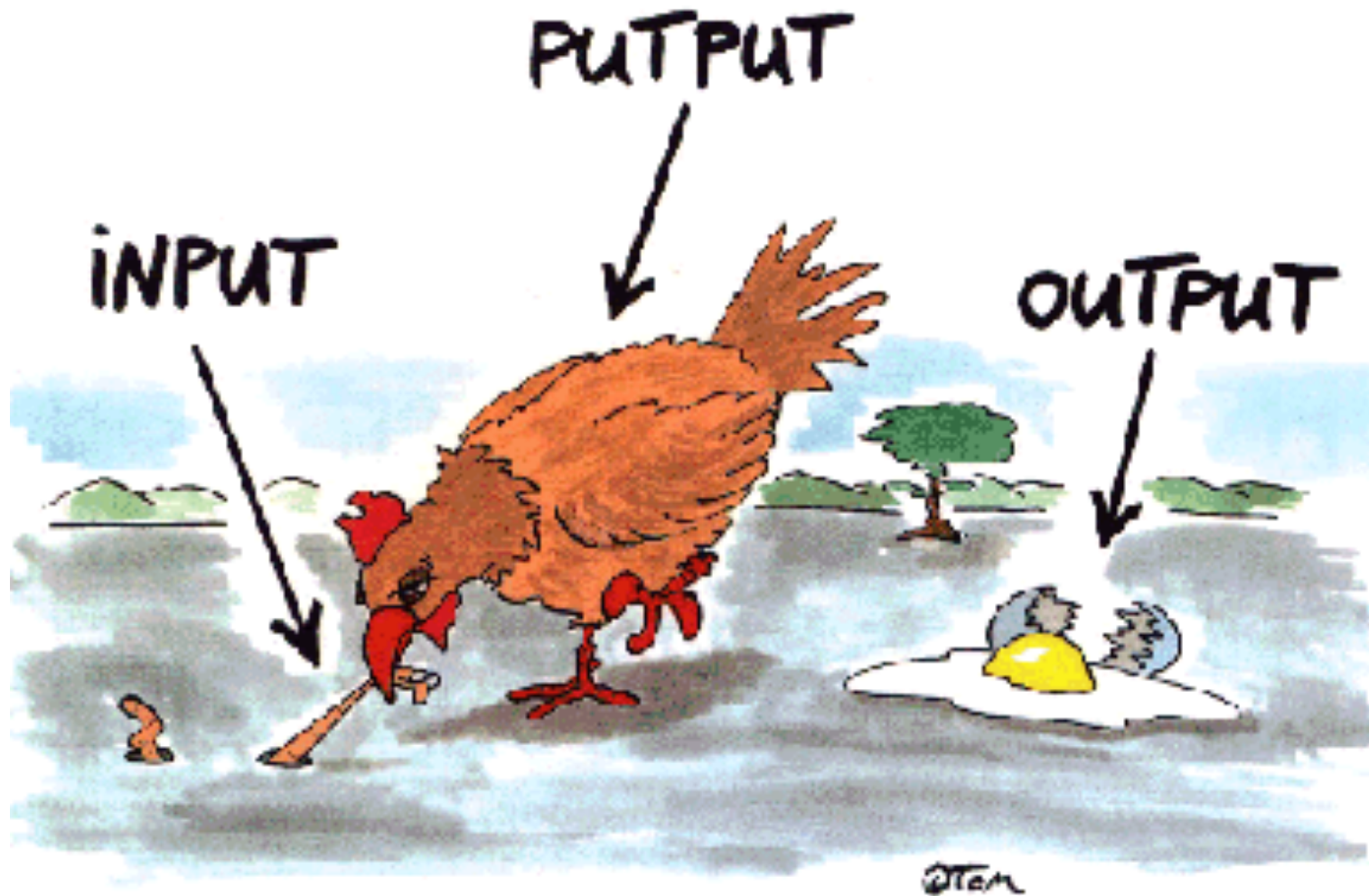
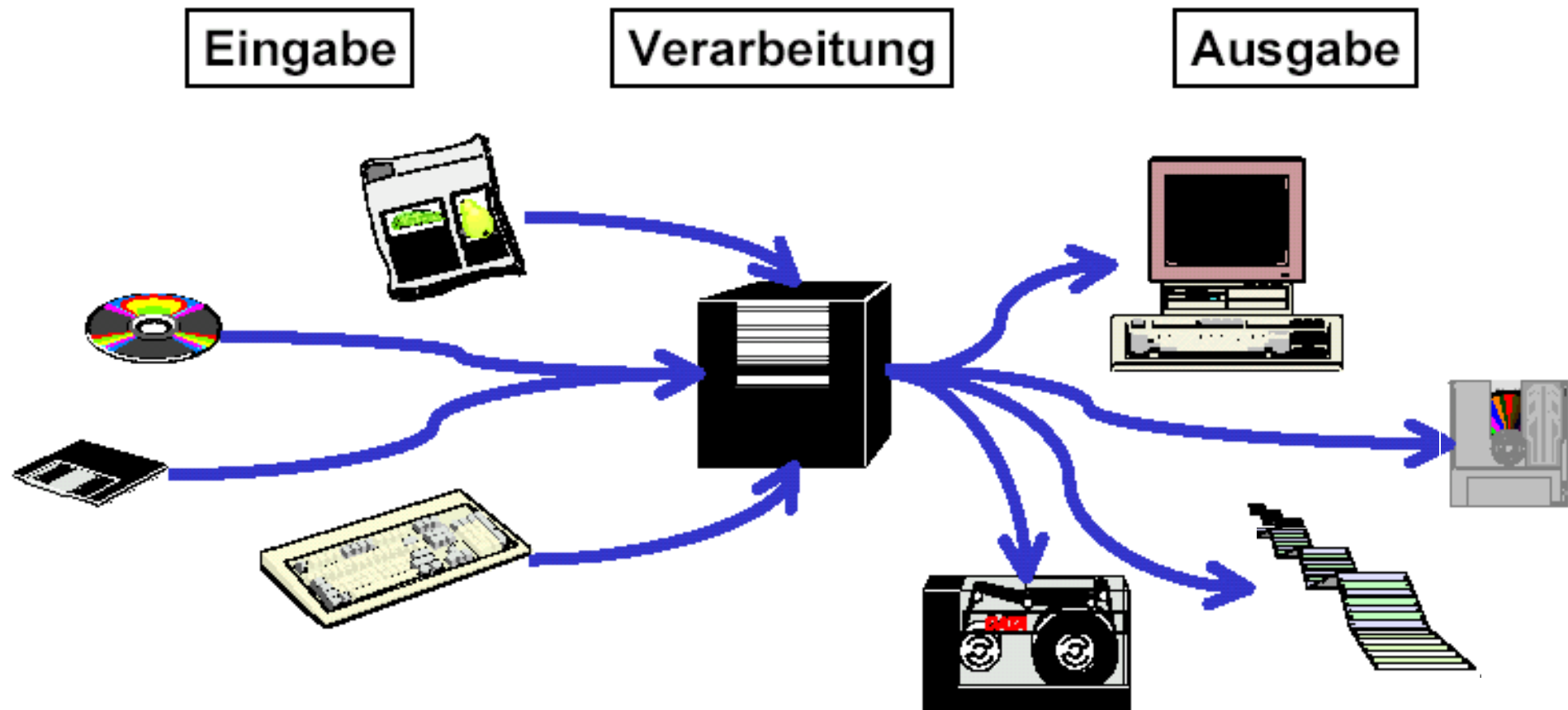
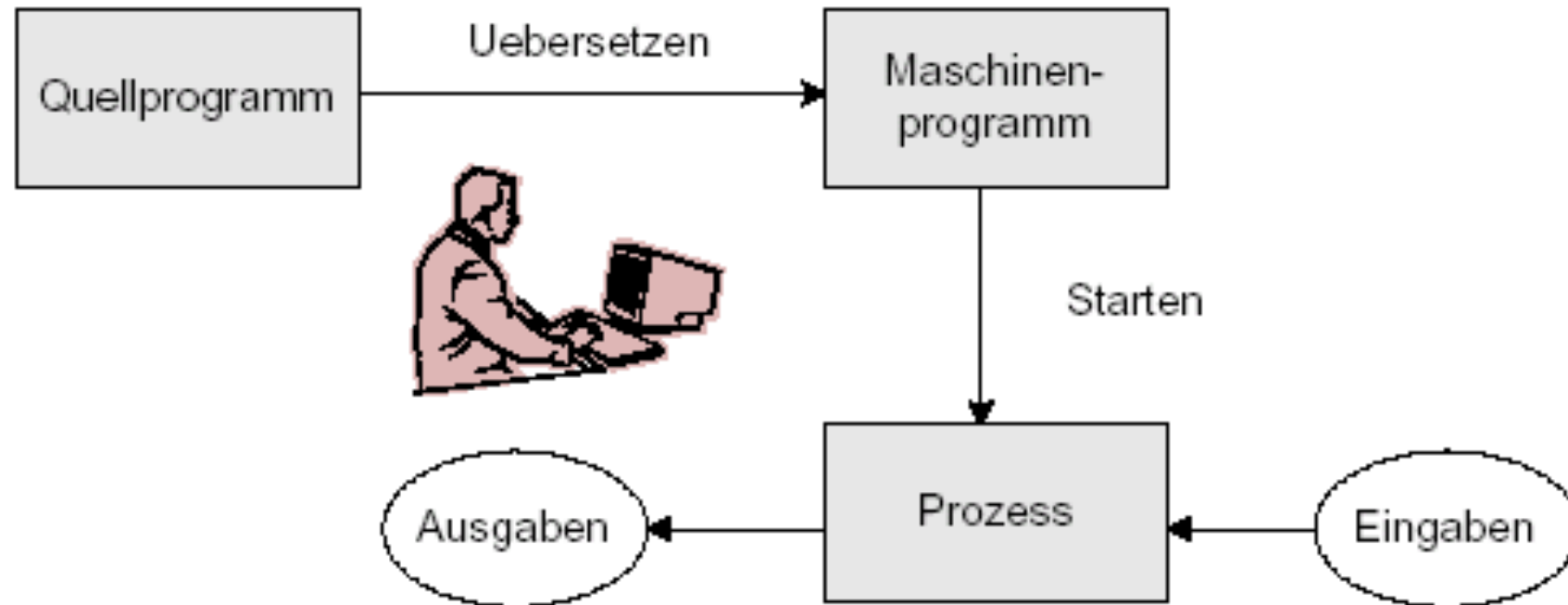


Grundprinzip EVA: Input – Output



Das Grundprinzip: EVA





Programm:

- Eine zur Lösung einer Aufgabe vollständige Anweisung an den Computer
- Der Vorgang zur Erstellung einer derartigen Anweisung heißt **Programmieren**.

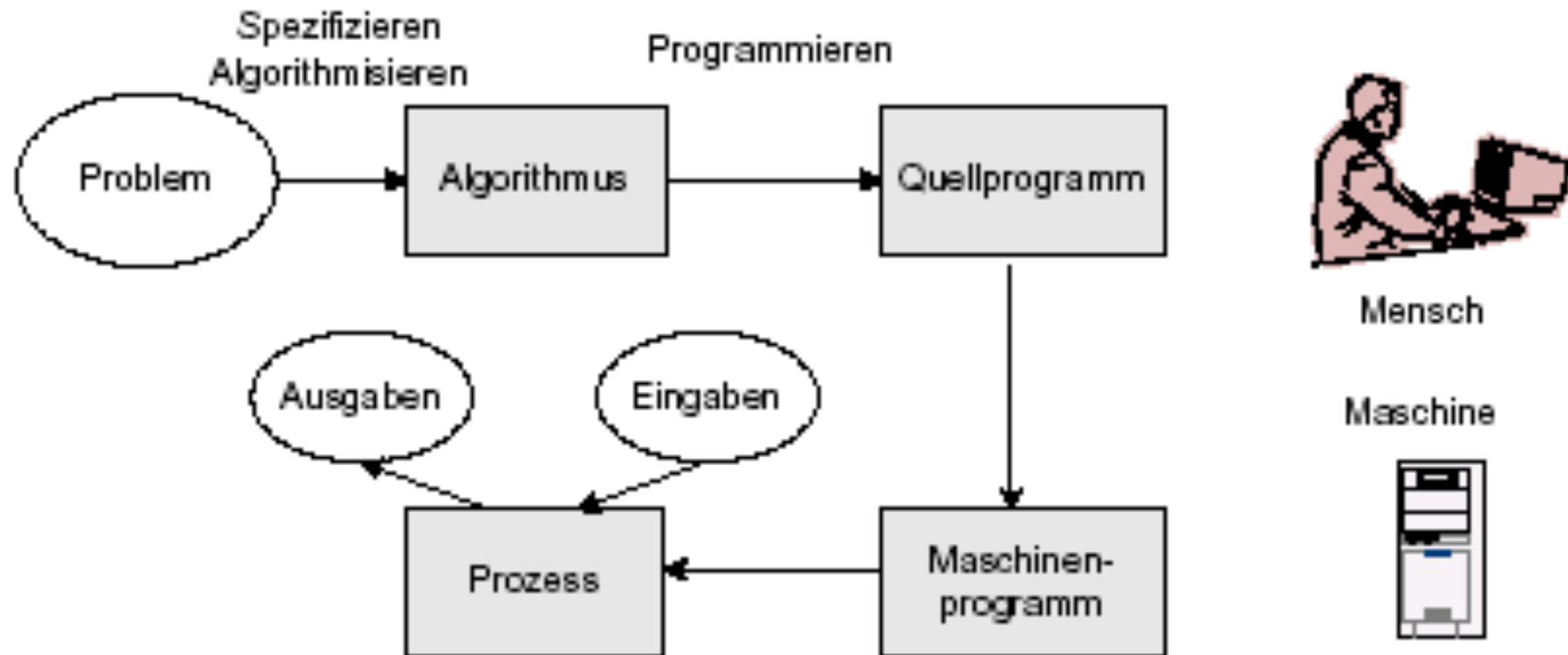
Quelle: Schlichter, Einführung in die Informatik

- Verfahrensvorschrift zur Lösung eines Problems
 - Exakt
 - vollständig formuliert
 - schrittweise ausführbar
 - effektiv ausführbar
 - endlich
- Formulierung kann in natürlicher oder formaler Sprache vorliegen
- Die Ausführung kann durch Menschen oder eine Maschine erfolgen

- Bestimme das Alter der ältesten Person im Raum
 - Gehe zur ersten Person;
 - Frage Person nach dem Alter;
 - Merke das Alter;
 - Wiederhole bis alle Personen gefragt sind
 - gehe zur nächsten Person;
 - frage nach dem Alter;
 - wenn das Alter größer als das gemerkte Alter, dann merke Dir das neue Alter;
 - Das Alter der ältesten Person ist "gemerktes Alter";

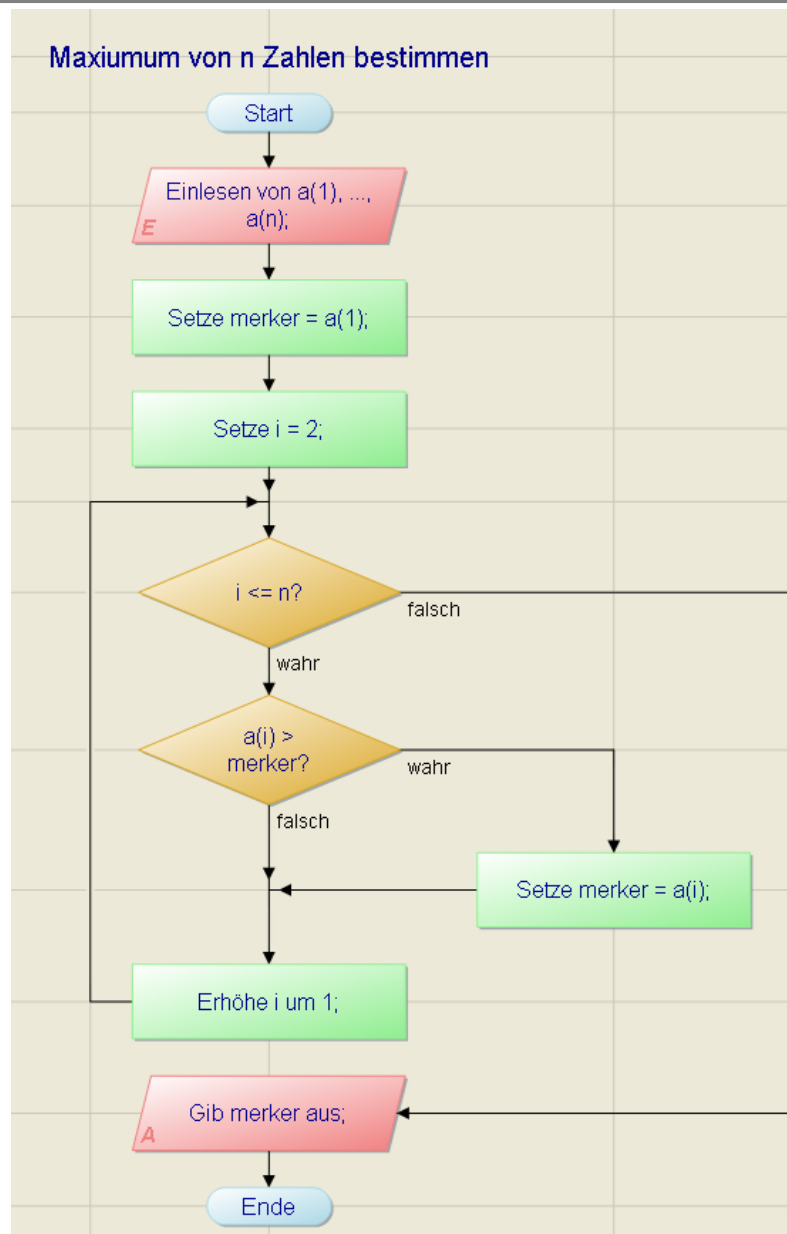
- wesentliche Elemente
 - Sequenz von Anweisungen
 - Variablen zum Speichern von Daten
 - Wertzuweisungen
 - Wiederholung (Schleife)
 - Alternativen
- Damit können alle Algorithmen beschrieben werden
- wesentliche Fragen
 - Darstellung
 - Korrektheit
 - Ressourcenverbrauch

- Eine **Variable** ist ein benannter Behälter für einen Wert
- Änderung des Wertes über Wertzuweisungen
 - $x = 5$
 - $y = x + 1$ // y enthält nun den Wert 6
 - $x = 2 * y$ // x enthält nun den Wert 12
 - Dies ist nicht zu verwechseln mit dem mathematischen „=“, dort wäre so etwas ein Widerspruch!
 - Manchmal schreibt man deswegen auch $x \leftarrow 5$ (hat sich aber nicht durchgesetzt)
- In Java muss eine Variable vor der Verwendung erst definiert werden.



Quelle: Schlichter, Einführung in die Informatik

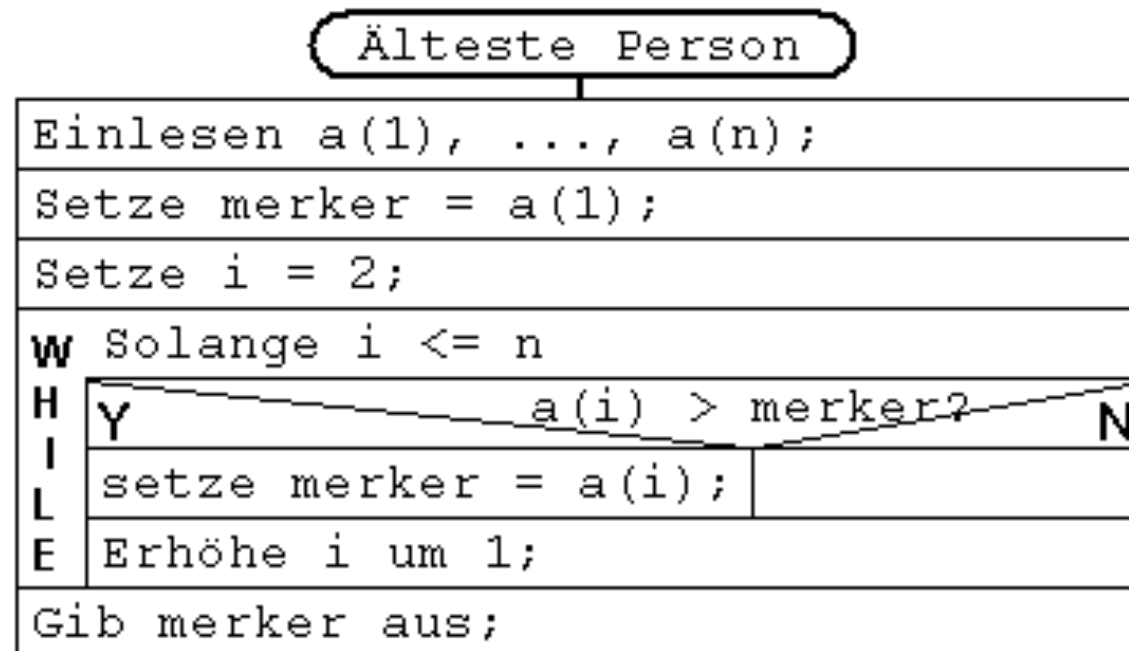
Darstellung als Programmablaufplan



Problem: Bestimme die größte Zahl der Zahlen a_1, a_2, \dots, a_n

```
einlesen  $a_1, \dots, a_n$ ;  
setze merker =  $a_1$ ;  
setze  $i = 2$ ;  
solange (  $i \leq n$  )  
  führe aus  
    falls  $a_i > \text{merker}$   
      dann setze merker =  $a_i$  ;  
    erhöhe  $i$  um 1;  
gebe merker aus;
```

Darstellung als Struktogramm



- In Programmablaufplänen gibt es für Kontrollstrukturen Schleifen und Wiederholungen keine eigenen Konstrukte
- Ist eine graphische Darstellung gewünscht, sind Struktogramme vorzuziehen
- Als Pseudocode lassen sich Algorithmen sehr kompakt beschreiben → daher wird diese Darstellung oft favorisiert

- Unter einer **Datenstruktur** versteht man die rechnerverarbeitbare Darstellung von **Information** (zweckorientiertes oder zielgerichtetes Wissen, vgl. Vorlesung „Einführung in die Wirtschaftsinformatik“)
- Bisher
 - Primitive Datentypen, Arrays, Objekte (+ Prog 2)
- Hier nun Listen und Bäume
 - ohne Verwendung des Java Collections Framework

- 1000-Euro-Aktie der Firma „MikroSoftie“
- Tabelle zeigt Veränderung des Kurses an einem Tag

Tag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gewinn/Verlust	+5€	-8€	+3€	+3€	-5€	+7€	-2€	-7€	+3€	+5€

- also: Aktie z.B.
 - an Tag 4 um 3 € gestiegen,
 - an Tag 7 um 2 € gefallen

max. Teilsumme als Pseudocode

/* Durchlaufe alle Teilfolgen, berechne deren Teilsumme und vergleiche mit der maximalen Teilsumme; Beginne mit dem Wert 0 (leere Teilfolge) und untersuche nur die echten Teilfolgen*/

```
Setze MaxTeilsumme = 0;
wiederhole für alle möglichen Anfangspunkte der Teilfolgen
    wiederhole für alle möglichen Endpunkte
        /* Berechne Teilsumme für Teilfolge von Anfangspunkt bis Endpunkt */
        Setze Teilsumme = 0;
        wiederhole für alle Elemente von Anfangspunkt bis Endpunkt
            Erhöhe Teilsumme um den Wert des Elementes;
        /* nun hat Teilsumme den Wert der Summe der Teilfolge */
        falls Teilsumme > MaxTeilsumme
            dann Setze MaxTeilsumme = Teilsumme;
```

Gib MaxTeilsumme aus;

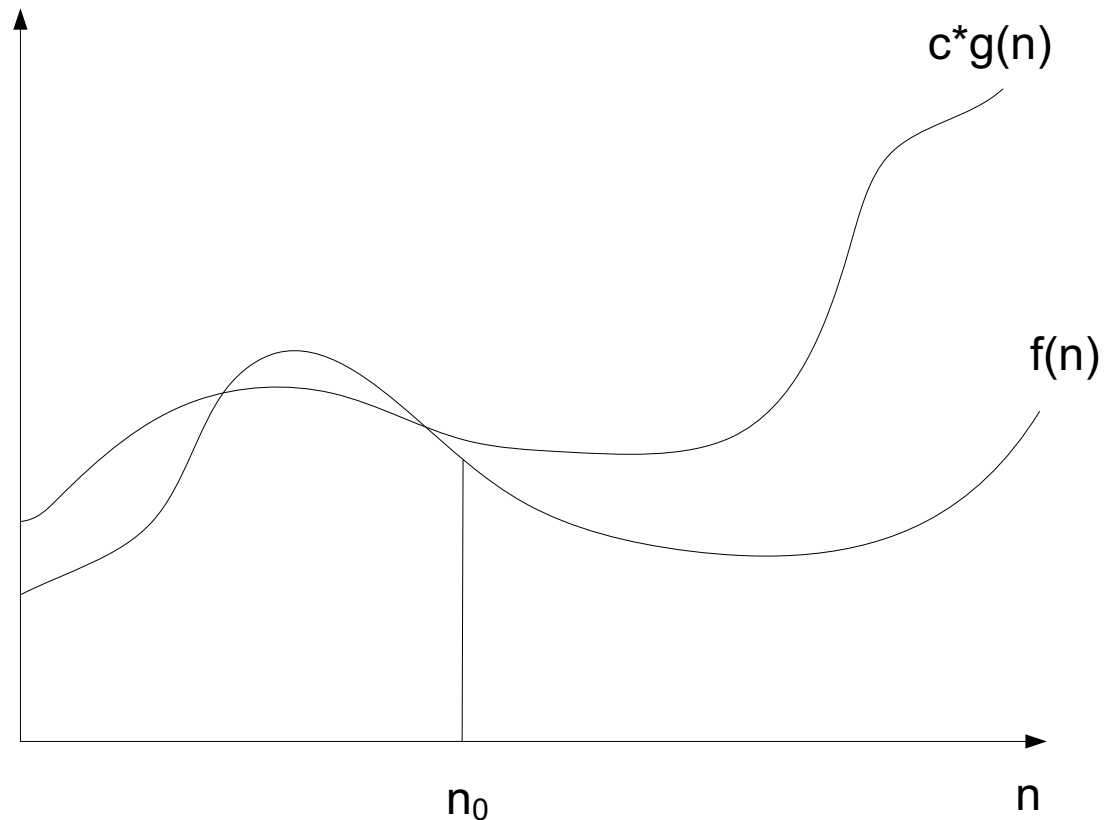
Teilsumme: Erste Lösung in Java

```
public class P2ErsteLoesung {  
    public static void main(String[] args) {  
        int[] folge = { 5, -8, 3, 3, -5, 7, -2, -7, 3, 5 };  
  
        // maximale Teilsumme ist mindestens 0 (Summe der leeren Teilfolge)  
        int maxTeilsumme = 0;  
  
        for (int anfang = 0; anfang < folge.length; anfang++) {  
            for (int ende = anfang; ende < folge.length; ende++) {  
                int Teilsumme = 0;  
                for (int element = anfang; element <= ende; element++)  
                    Teilsumme = Teilsumme + folge[element];  
                if (Teilsumme > maxTeilsumme)  
                    maxTeilsumme = Teilsumme;  
            }  
        }  
        System.out.println(maxTeilsumme);  
    }  
}
```


n	10	100	1.000	10.000
$1/6 \cdot n^3 + 1/2 \cdot n^2 + 1/3 \cdot n$	220	171.700	167.167.000	166.716.670.000
$1/2(n^2 + n)$	55	5.050	500.500	50.005.000
Summe	275	176.750	167.667.500	166.766.675.000
$1/6 \cdot n^3$ (zum Vergleich)	167	166.667	166.666.667	166.666.666.667

- Für große n ist die Anzahl der Schritte ungefähr $1/6 \cdot n^3$
- Zeitkomplexität $O(n^3)$

- Eine Funktion f ist $O(g)$, wenn es eine Konstante c gibt, so dass für große n gilt: $f(n) \leq cg(n)$



- Wichtigste Vertreter für g : $1, n, n^2, n^3, 2^n, \log(n)$

Wachstum für Komplexitätsklassen

	$n=2$	$2^4 = 16$	$2^8 = 256$	$2^{10} = 1024$	$2^{20} = 1048576$
$\log_2(n)$	1	4	8	10	20
n	2	16	256	1024	1048576
$n \cdot \log_2(n)$	2	64	2048	10240	20971520
n^2	4	256	65536	1048576	1,09951E+12
n^3	8	4096	16777216	1073741824	1,15292E+18
2^n	4	65536	1,1579E+77	sehr groß!	sehr groß!

Teilsumme: Idee „Zeit für Raum“

folge +5 -8 +3 +3 -5 +7 -2 -7 +3 +5

Matrix s für Zeit für Raum

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	+5	-3	+0	+3	-2	+5	+3	-4	-1	+4
1		-8	-5	-2	-7	+0	-2	-9	-6	-1
2			+3	+6	+1	+8	+6	-1	+2	+7
3				+3	-2	+5	+3	-4	-1	+4
4					-5	+2	+0	-7	-4	+1
5						+7	+5	-2	+1	+6
6							-2	-9	-6	-1
7								-7	-4	+1
8									+3	+8
9										+5

s_{ij} speichert Summe von i bis j

$$s_{ij} = s_{i,j-1} + \text{folge}[j]$$

Teilsumme: Programm Zeit für Raum

```
public class P4ZeitfuerRaum {  
    public static void main(String[] args) {  
        int[] folge = {5,-8,3,3,-5,7,-2,-7,3,5};  
  
        // s definieren und leere Matrix erzeugen  
        int[][] s = new int[folge.length][folge.length];  
  
        // s füllen  
        for (int anfang = 0; anfang < folge.length; anfang++) {  
            s[anfang][anfang] = folge[anfang];  
            for (int ende = anfang + 1; ende < folge.length; ende++) {  
                s[anfang][ende] = s[anfang][ende-1] + folge[ende];  
            }  
        }  
  
        // maximale Teilsumme bestimmen  
        int maxTeilsumme = 0;  
        for (int anfang = 0; anfang < folge.length; anfang++) {  
            for (int ende = anfang; ende < folge.length; ende++) {  
                if (s[anfang][ende] > maxTeilsumme)  
                    maxTeilsumme = s[anfang][ende];  
            }  
        }  
        System.out.println(maxTeilsumme);  
    }  
}
```

- ... als Pseudocode

```
Setze Resultat = -1;  
wiederhole für alle Elemente von folge und solange Resultat == -1;  
    falls Wert des Elementes = Sucheigenschaft  
        dann Setze Resultat = Position des Elementes;  
Gib Resultat aus;
```

- ... und als Programm

```
int[] folge = { 3, 1, 5, 9, 7 };  
int sucheigenschaft = 9;  
  
int resultat = -1;  
for (int i = 0; resultat == -1 && i < folge.length; i++) {  
    if (folge[i] == sucheigenschaft) {  
        resultat = i;  
    }  
}  
System.out.println(resultat);
```

Binäre Suche (1)

Sucheigenschaft: 9

Stelle	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Schritt	unter				mitte				ober	
Wert	0	1	2	4	5	8	9	12	13	18
2. Schritt						unter		mitte		ober
Wert	0	1	2	4	5	8 9 12 13 18				
3. Schritt						unter	ober			
Wert	0	1	2	4	5	8 9		12	13	18
						mitte				
4. Schritt							unter	ober		
Wert	0	1	2	4	5	8	9		12	13 18
							mitte			

Binäre Suche (2)

Sucheigenschaft: 10

Stelle	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Schritt	unter				mitte				ober	
Wert	0	1	2	4	5	8	9	12	13	18
2. Schritt						unter		mitte		ober
Wert	0	1	2	4	5	8	9	12	13	18
3. Schritt						unter	ober			
Wert	0	1	2	4	5	8	9	12	13	18
							mitte			
4. Schritt							unter	ober		
Wert	0	1	2	4	5	8	9	12	13	18
								mitte		
5. Schritt							ober	unter		
Wert	0	1	2	4	5	8	9	12	13	18

Abbruch der Suche: Sucheigenschaft nicht gefunden

→ als Programm in den Übungen

Binäre Suche: Anzahl Schritte

Verfahren	10	100	1.000	10.000	100.000
sequentiell ($n/2$)	5	50	500	5.000	50.000
binär ($\log_2(n)$)	3,3	6,6	10,0	13,3	16,6

1. Durchlauf	<table><tr><td>5</td><td>1</td><td>8</td><td>3</td><td>9</td><td>2</td></tr></table>						5	1	8	3	9	2
5	1	8	3	9	2							
2. Durchlauf	1	<table><tr><td>5</td><td>8</td><td>3</td><td>9</td><td>2</td></tr></table>					5	8	3	9	2	
5	8	3	9	2								
3. Durchlauf	1	2	<table><tr><td>8</td><td>3</td><td>9</td><td>5</td></tr></table>				8	3	9	5		
8	3	9	5									
4. Durchlauf	1	2	3	<table><tr><td>8</td><td>9</td><td>5</td></tr></table>			8	9	5			
8	9	5										
5. Durchlauf	1	2	3	5	<table><tr><td>9</td><td>8</td></tr></table>		9	8				
9	8											
Ergebnis	1	2	3	5	8	9						

- **Legende:**

- in dem Eingerahmten wird das kleinste Element gesucht
- die beiden gelben Elemente werden vertauscht

Bubble Sort

1. Durchlauf

5	3	8	9	2	1
3	5	8	9	2	1
3	5	8	2	9	1
3	5	8	2	1	9

2. Durchlauf

3	5	8	2	1	9
3	5	2	8	1	9
3	5	2	1	8	9

3. Durchlauf

3	5	2	1	8	9
3	2	5	1	8	9
3	2	1	5	8	9

4. Durchlauf

3	2	1	5	8	9
2	3	1	5	8	9
2	1	3	5	8	9

5. Durchlauf

2	1	3	5	8	9
1	2	3	5	8	9

Ergebnis 1 2 3 5 8 9

Erklärung:

**In dem Eingerahmtten wird
von links nach rechts
paarweise verglichen und
ggf. vertauscht**

Insertion Sort

1. Durchlauf

5	1	8	3	9	2
1	5	8	3	9	2

2. Durchlauf

1	5	8	3	9	2
1	5	8	3	9	2

3. Durchlauf

1	5	8	3	9	2
1	3	5	8	9	2

4. Durchlauf

1	3	5	8	9	2
1	3	5	8	9	2

5. Durchlauf

1	3	5	8	9	2
1	2	3	5	8	9

● Legende:

- Das gelbe Element wird in das Eingerahmte einsortiert
- Dabei werden die größeren Elemente nach rechts verschoben

- Iteration = Wiederholung
- Bisher haben wir Algorithmen durch wiederholte Anweisungen z.B. in einer Schleife dargestellt → iterative Algorithmen
- Definition Rekursion (Quelle: Sedgewick)
 - Ein rekursiver Algorithmus löst ein Problem, in dem er eine oder mehrere Instanzen des gleichen Problems löst
 - Um rekursive Algorithmen in Java zu implementieren, verwenden wir rekursive Methoden, d.h. Methoden, die sich selbst aufrufen
- Viele Aufgaben haben eine iterative und eine rekursive Lösung

- Definition

- $n! = 1 * 2 * \dots * (n-1) * n$

- Werte

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Fak(n)	1	2	6	24	120	720	5040	40320	362880

- Programm

```
long fak = 1;
for (long i = 2; i <= n; i++)
    fak = fak * i;
```

- Pseudocode

Modul Fakultät (n)

falls $n = 1$

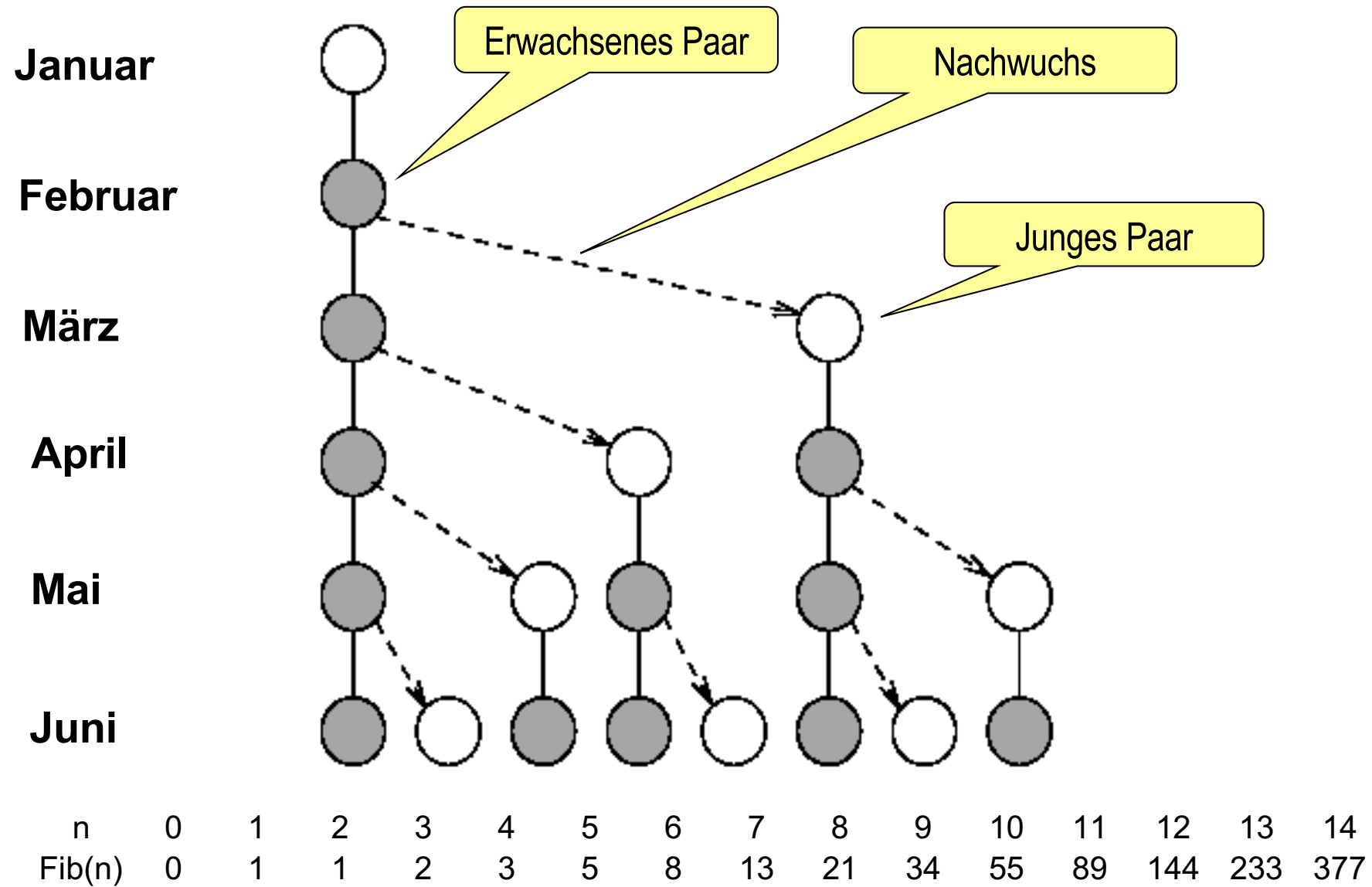
dann Fakultät = 1;

sonst Fakultät = $n * \text{Fakultät}(n-1)$

- Programm

```
public class Fakultät {  
    static long fak(long n) {  
        if (n == 1)  
            return 1;  
        else  
            return n* fak(n-1);  
    }  
  
    public static void main(String[] args) {  
        System.out.println(fak(6));  
    }  
}
```


Fibonacci



- Pseudocode

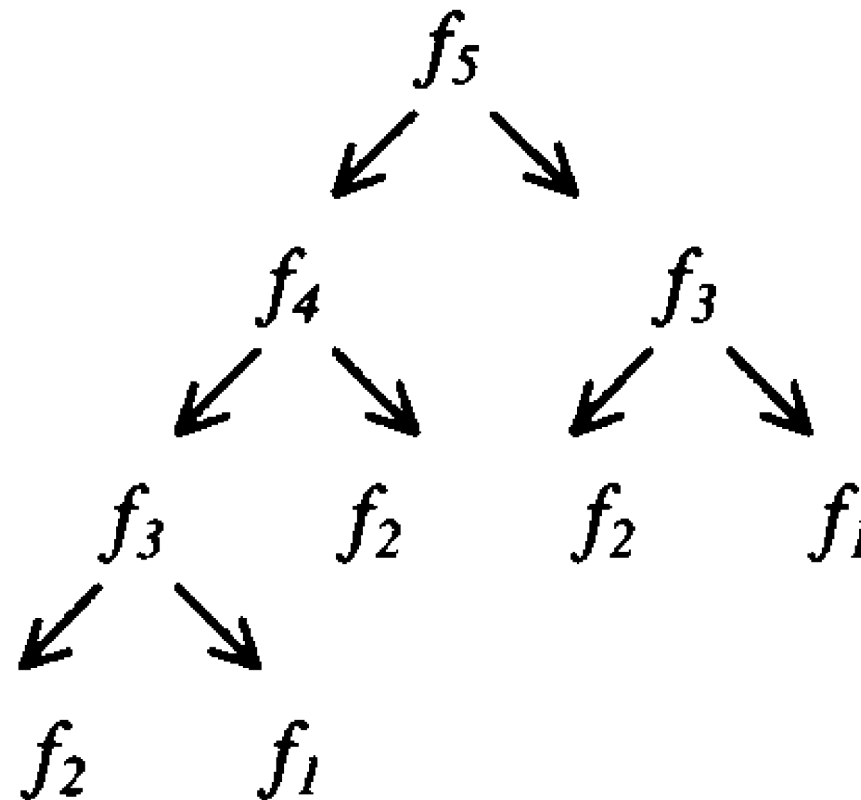
```
Modul Fibonacci (n)
falls n = 0 oder n=1
    dann Fibonacci = n;
sonst Fibonacci = Fibonacci(n-1) + Fibonacci (n-2);
```

- Programm

```
public class Fibonacci {
    static long fib(long n) {
        if (n == 0 || n == 1)
            return n;
        else
            return fib(n-2)+ fib(n-1);
    }

    public static void main(String[] args) {
        System.out.println(fib(9));
    }
}
```

- Zwischenergebnisse werden mehrfach berechnet



- Formel von Moivre-Binet

$$\text{fib}(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right)$$

- Beweis: vgl. http://de.wikipedia.org/wiki/Fibonacci-Folge#Formel_von_Moivre-Binet

- Aufwand(n) = Aufwand(n - 1) + Aufwand(n - 2).

- genau wie die Werte selbst: **exponentiell**

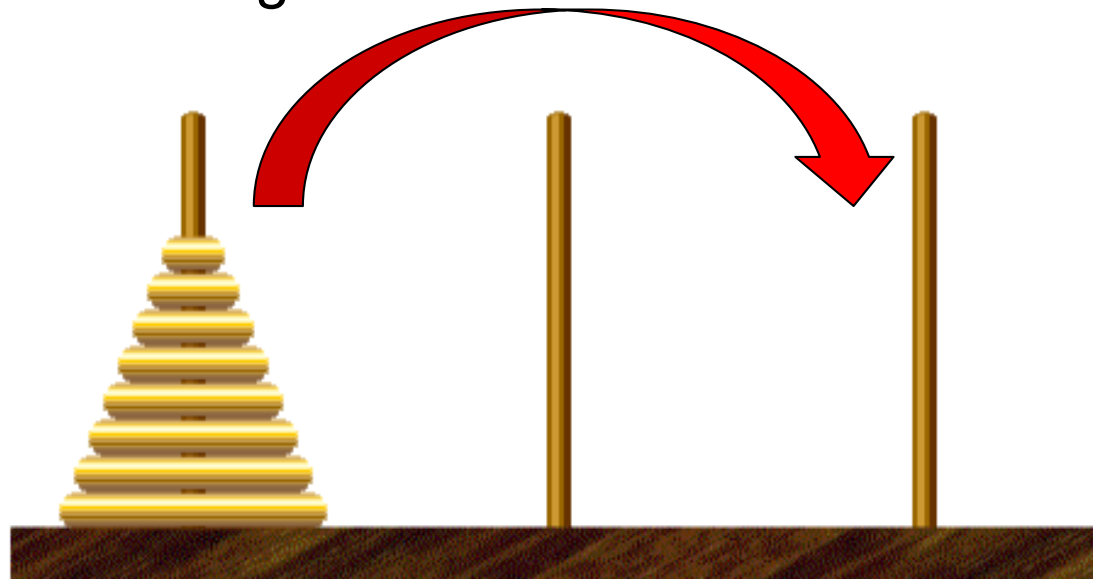
$$O\left(\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^n\right) \quad \text{wobei} \quad \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) = 1,618...$$

n	$((1 + \sqrt{5})/2)^n$
30	1.860.498
31	3.010.349
32	4.870.847
33	7.881.196
34	12.752.043
35	20.633.239
36	33.385.282
37	54.018.521
38	87.403.803
39	141.422.324
40	228.826.127
41	370.248.451
42	599.074.578
43	969.323.029
44	1.568.397.607
45	2.537.720.636

→ in den Übungen

Türme von Hanoi: Problemstellung

- 64 goldene Scheiben verschiedener Größe sind gestapelt.
- Es darf immer nur eine kleinere Scheibe auf einer größeren liegen.
- Scheiben dürfen einzeln von einem “Turm” zu einem anderen Turm gebracht werden. Am Ende sollen alle Scheiben korrekt auf dem rechten Turm liegen.



https://www.mathematik.ch/spiele/hanoi_mit_grafik/

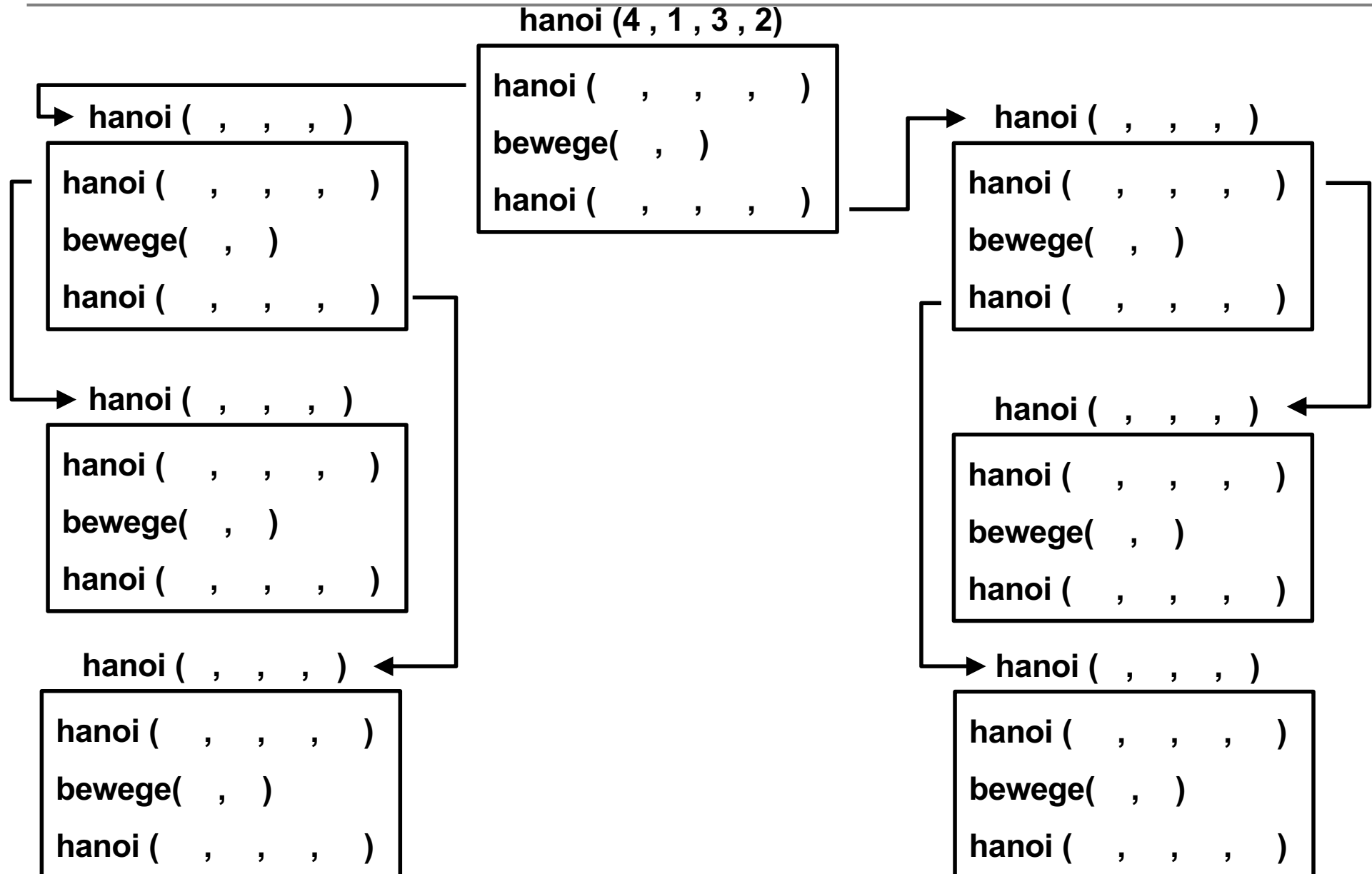
- Die einzige Möglichkeit, die unterste (größte) Scheibe von links nach rechts zu bewegen:



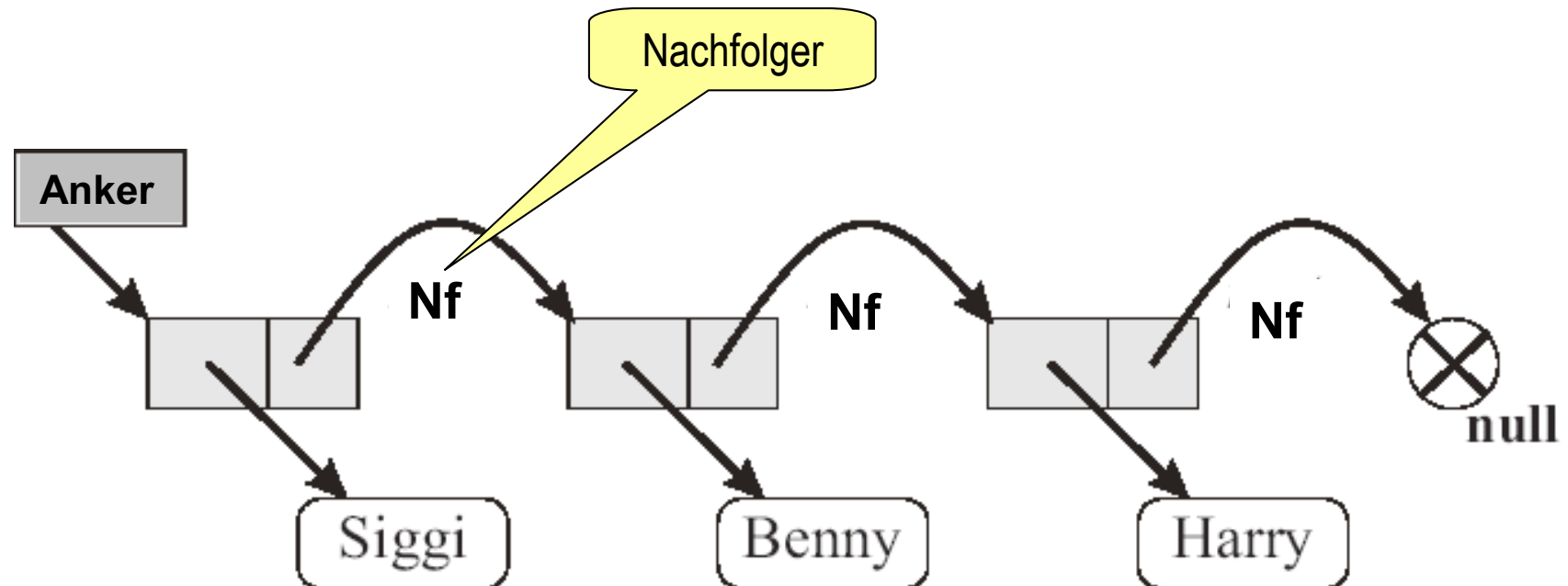
```
public class HanoiAnsatz {  
  
    // Bewege eine Scheibe  
    public static void bewege1 (int von, int nach) {  
        System.out.println("Eine Scheibe von Stapel " + von + " nach Stapel "  
+ nach);  
    }  
  
    // Bewege zwei Scheiben. Benutze die Lösung für 1 Scheibe  
    public static void bewege2 (int von, int nach, int arbber) {  
        bewege1 (von, arbber);           // (I)  
        bewege1 (von, nach);             // (II)  
        bewege1 (arbber, nach);          // (III)  
    }  
  
    // Bewege drei Scheiben. Benutze die Lösung für 2 Scheiben  
    public static void bewege3 (int von, int nach, int arbber) {  
        bewege2 (von, arbber, nach); // (I)  
        bewege1 (von, nach);         // (II)  
        bewege2 (arbber, nach, von); // (III)  
    }  
  
    public static void main (String[] args) {  
        // von = Stapel 0, nach = Stapel 2, arbber = Stapel 1  
        bewege3 (0, 2, 1);  
    }  
}
```


→ in den Übungen

Beispiel einer Aufrufkette



Prinzip der verketteten Liste



● Knoten

```
public class Knoten {  
    public int Zahl;  
    public Knoten Nf; //Nachfolger  
  
    public Knoten(int Zahl, Knoten Nf) {  
        this.Zahl = Zahl;  
        this.Nf = Nf;  
    }  
}
```

Nutzzinhalt (beliebiges Objekt möglich)

rekursiv

● verketten:

```
Knoten k1, k2;  
  
k1 = new Knoten(1, null);  
k2 = new Knoten(2, null);  
k1.Nf = k2;  
  
// noch einen Knoten davorhängen  
Knoten k0 = new Knoten(0, k1);
```

● Knoten

```
public class Knoten {  
    public int Zahl;  
    public Knoten Nf; //Nachfolger  
  
    public Knoten(int Zahl, Knoten Nf) {  
        this.Zahl = Zahl;  
        this.Nf = Nf;  
    }  
}
```

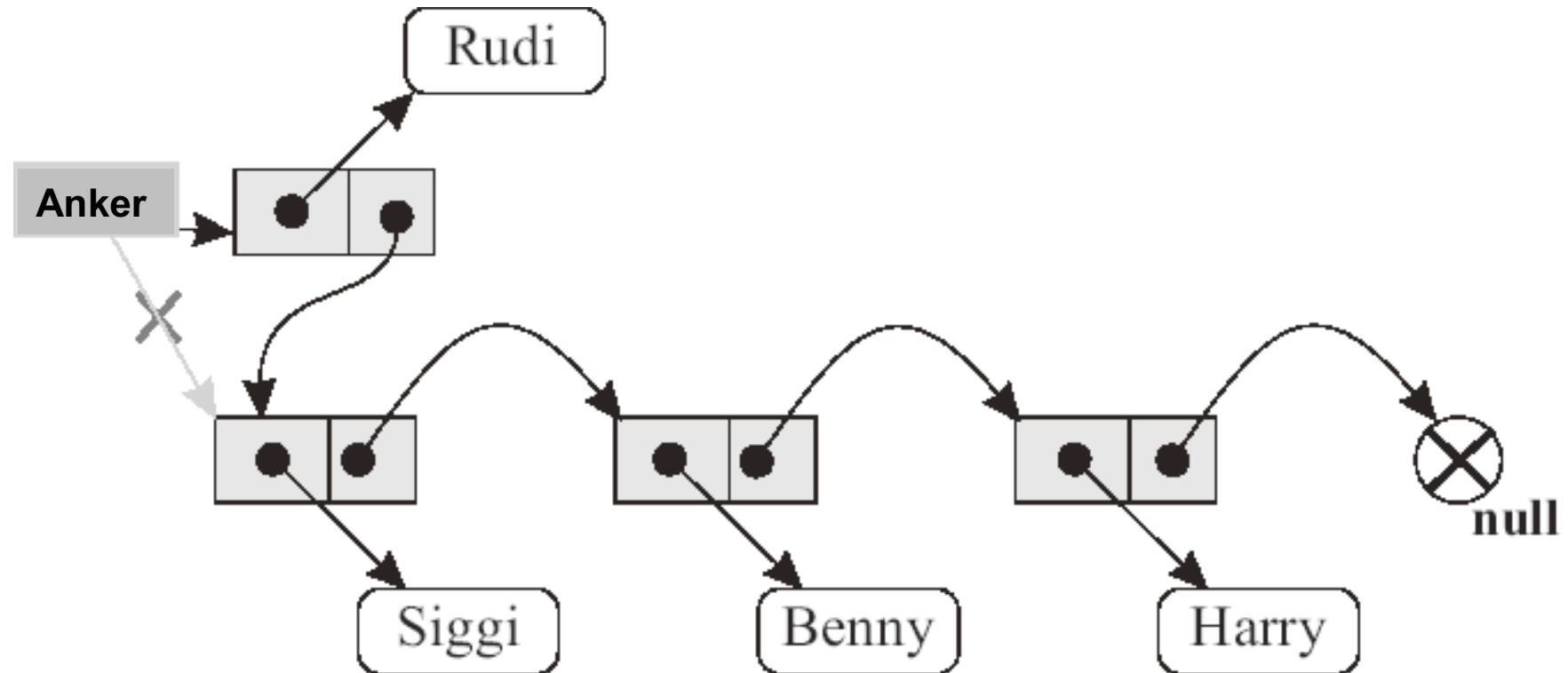
Nutzzinhalt (beliebiges Objekt möglich)

rekursiv

● Liste

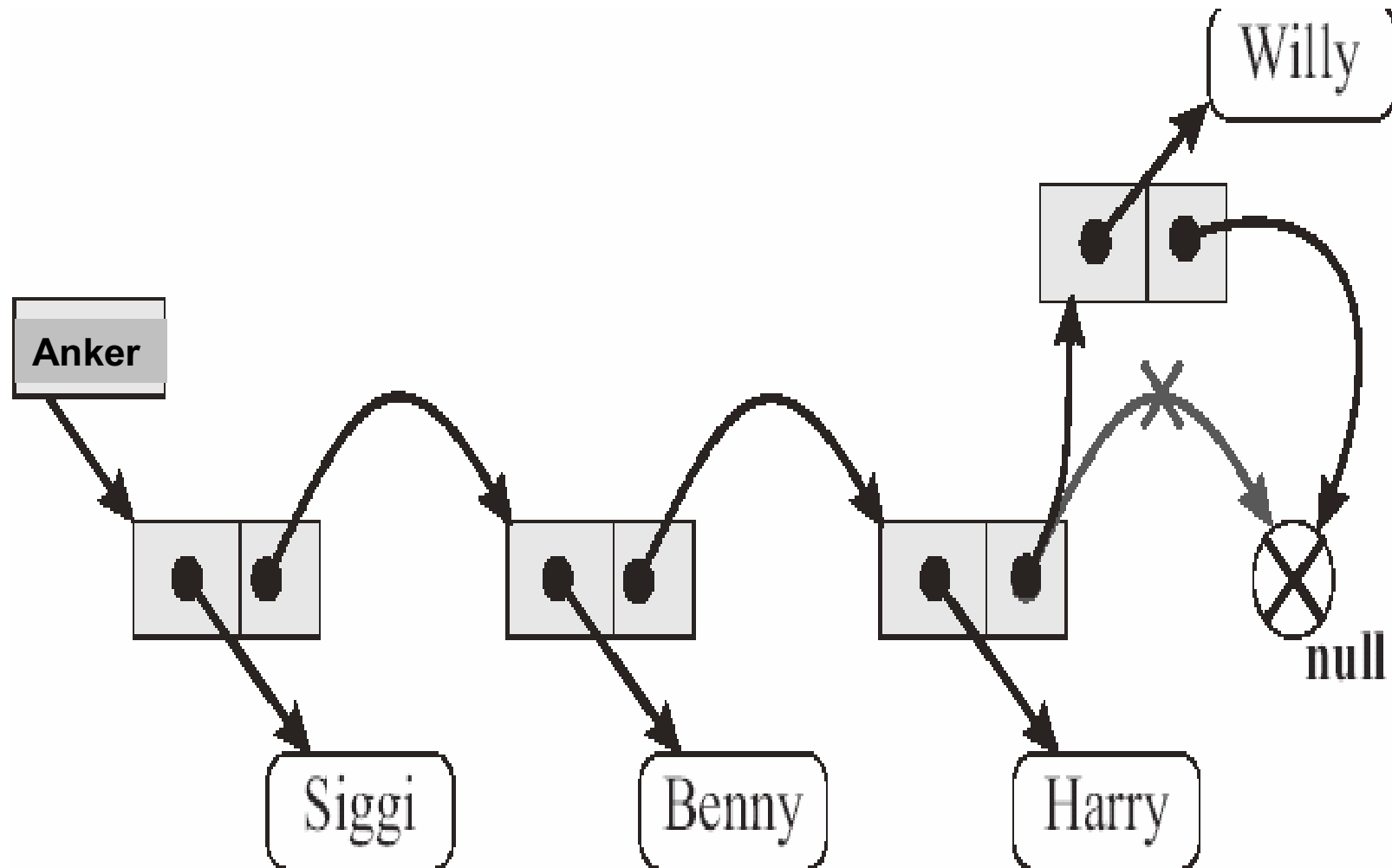
```
public class Liste {  
    Knoten anker;  
  
    public Liste() {  
        this.anker = null;  
    }  
}
```

Einfügen zu Beginn



```
void einfuegenAnfang (int Zahl) {  
    anker = new Knoten (Zahl, anker);  
}
```

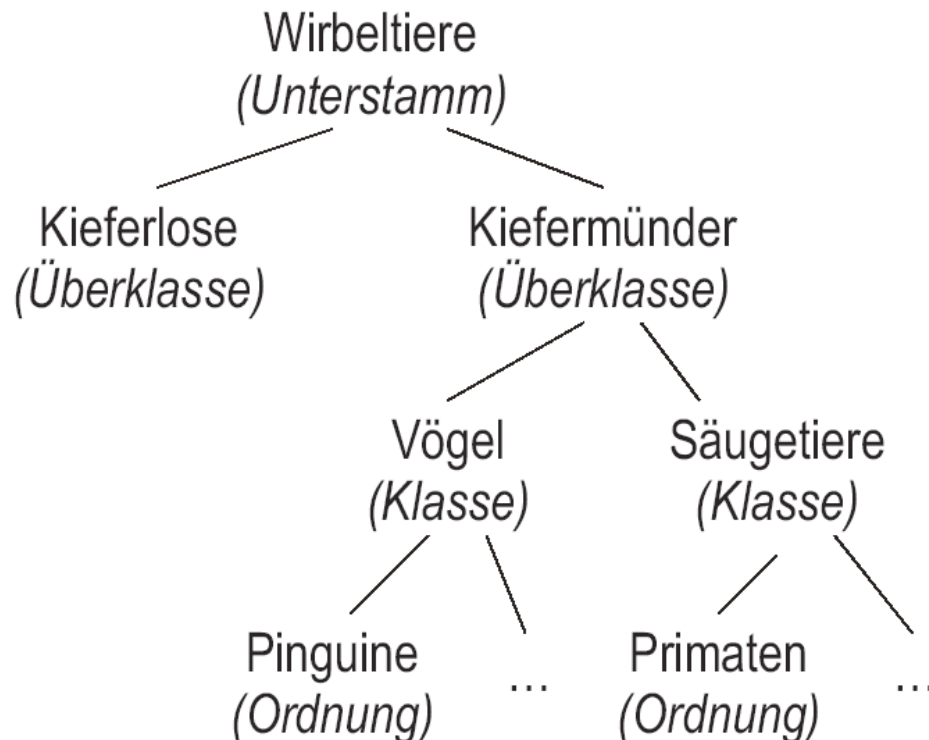
Einfügen am Ende



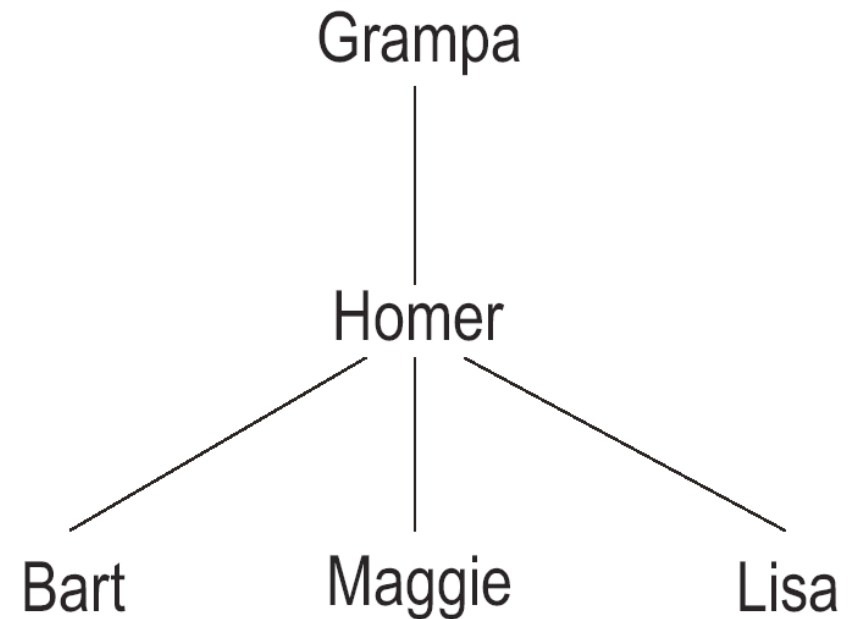
```
public void einfuegenEnde(int Zahl) {  
    if (this.anker != null) {  
        // Suche Knoten, dessen Nachfolger auf null zeigt  
        Knoten k = this.anker;  
        while (k.Nf != null)  
            k = k.Nf;  
        // Knoten gefunden --> bekommt nun einen Knoten angehängt  
        k.Nf = new Knoten(Zahl, null);  
    } else  
        // Sonderbehandlung zur Vermeidung von  
        // java.lang.NullPointerException  
        einfuegenAnfang(Zahl);  
}
```


Beispiele für Bäume (1)

Vererbungsbeziehungen

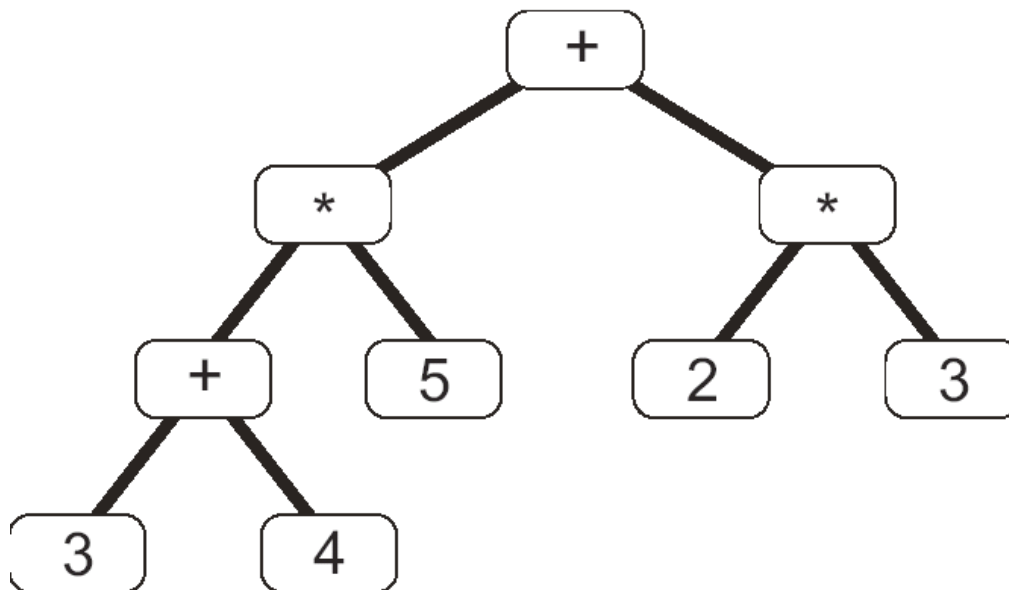


Stammbaum

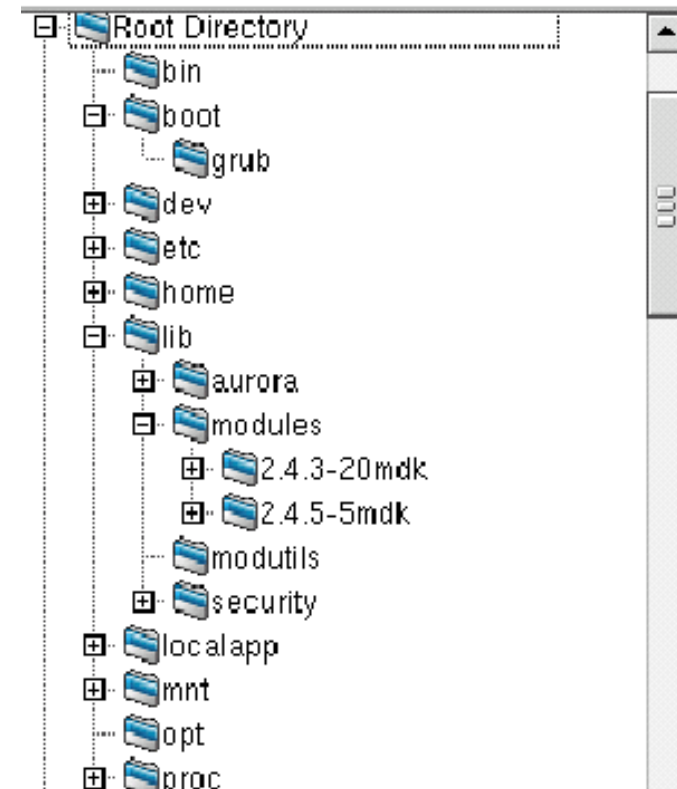


Beispiele für Bäume (2)

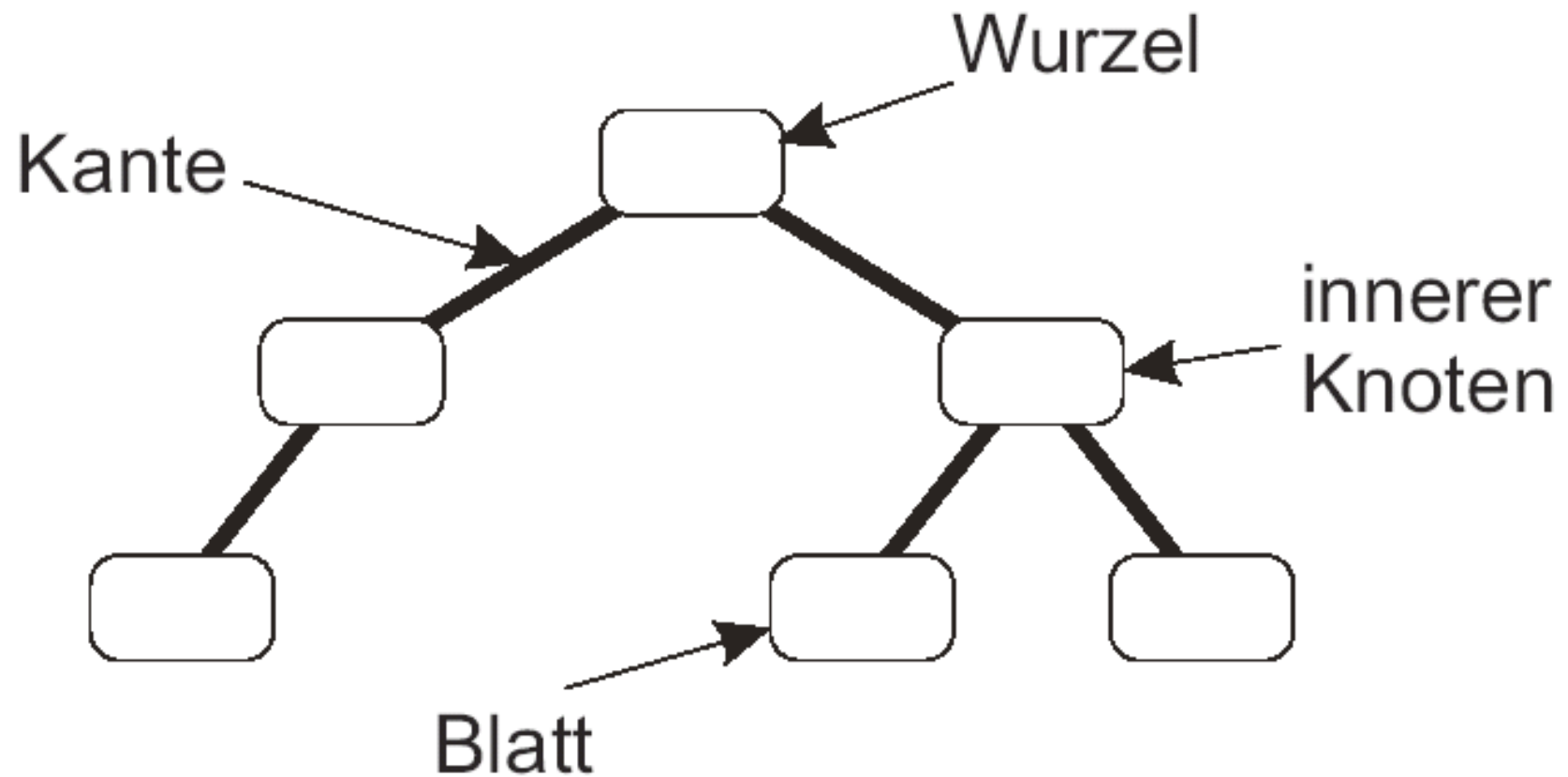
Arithmetischer Ausdruck

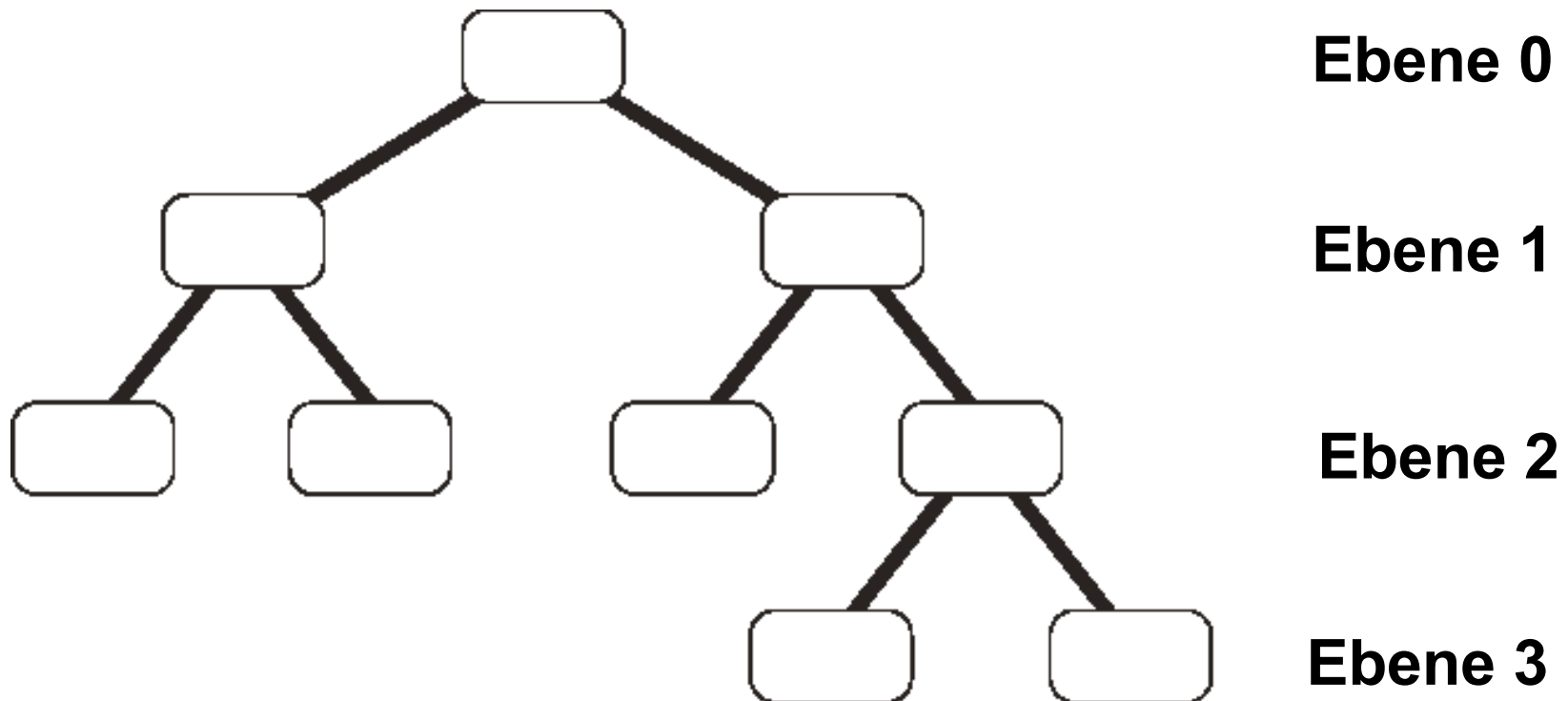


Dateisystem

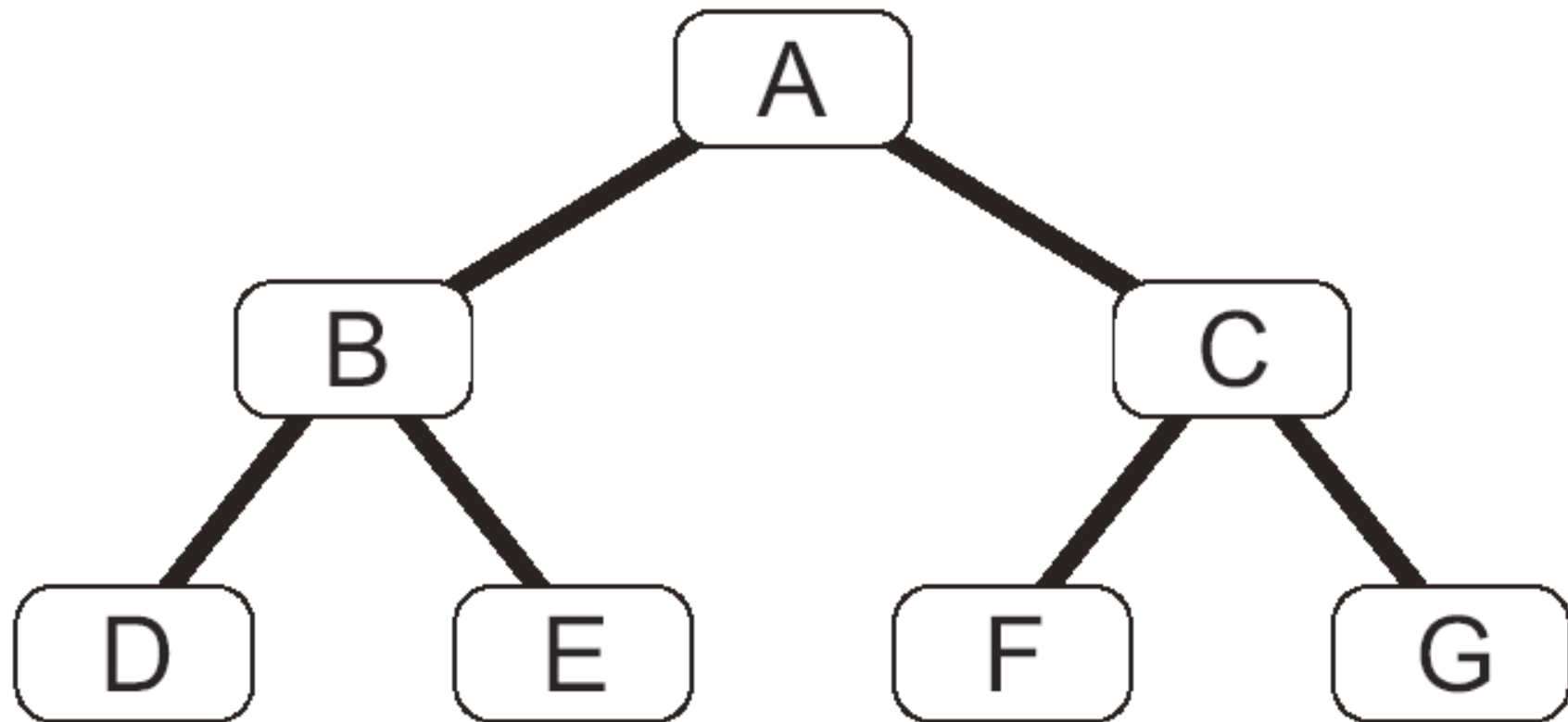


Begriffe in einem Baum





Höhe 4



```
public class Knoten {
    char wert;          // Nutzinhalt
    Knoten links, rechts;

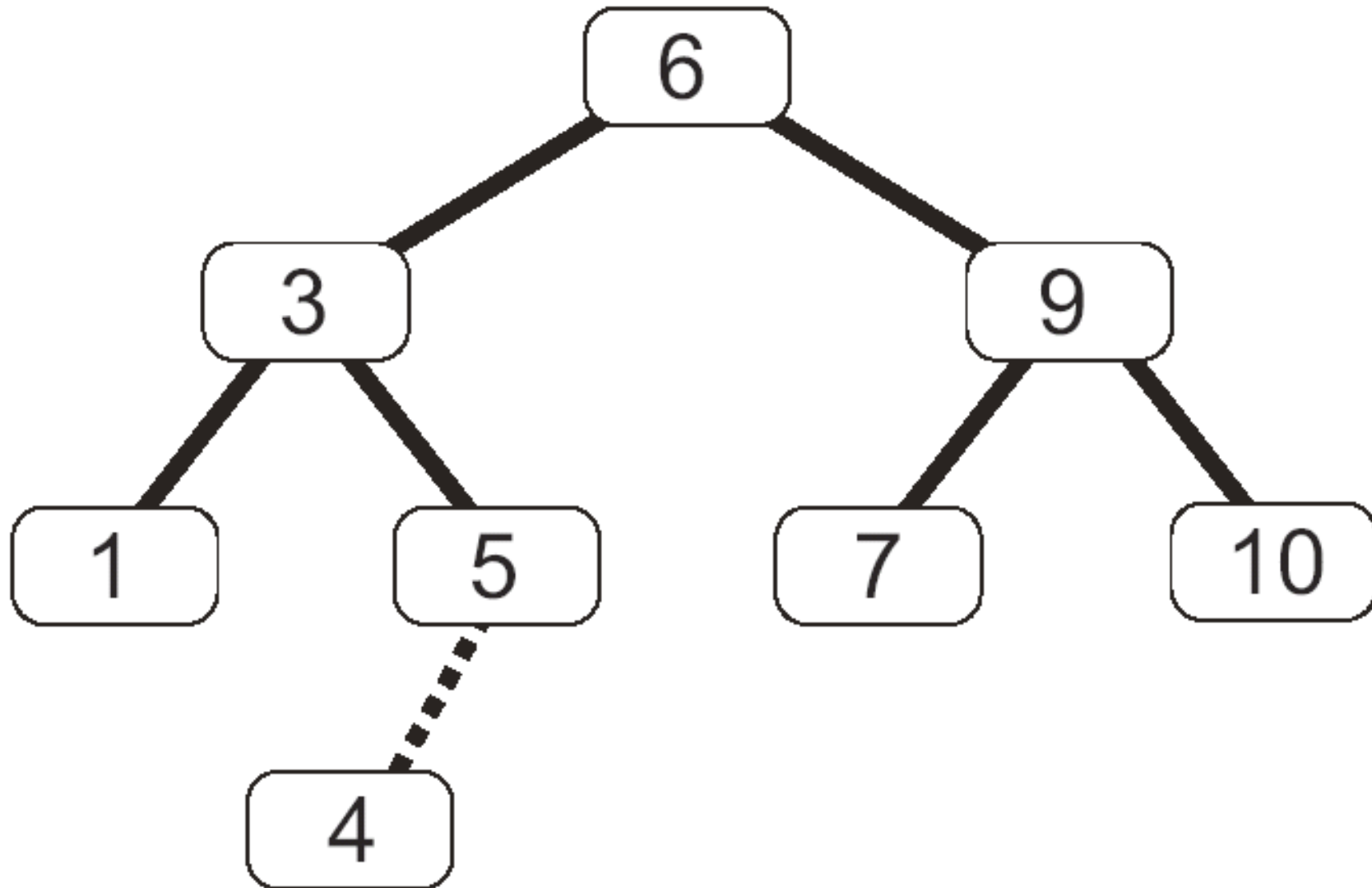
    public String toString() {
        return " "+this.wert;
    }

    public Knoten (char wert, Knoten links, Knoten rechts) { // Konstruktor
        this.wert = wert;
        this.links = links;
        this.rechts = rechts;
    }
}

public class Binaerbaum {
    Knoten wurzel;

    public Binaerbaum() {
        Knoten d = new Knoten('D', null, null);
        Knoten e = new Knoten('E', null, null);
        Knoten b = new Knoten('B', d, e);
        Knoten f = new Knoten('F', null, null);
        Knoten g = new Knoten('G', null, null);
        Knoten c = new Knoten('C', f, g);
        this.wurzel = new Knoten('A', b, c);
    }
}
```

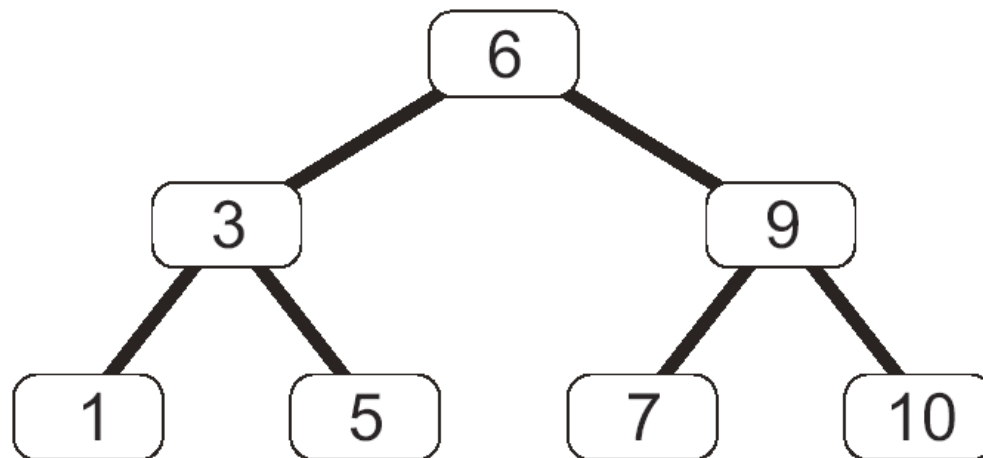
Einfügen in einen Suchbaum



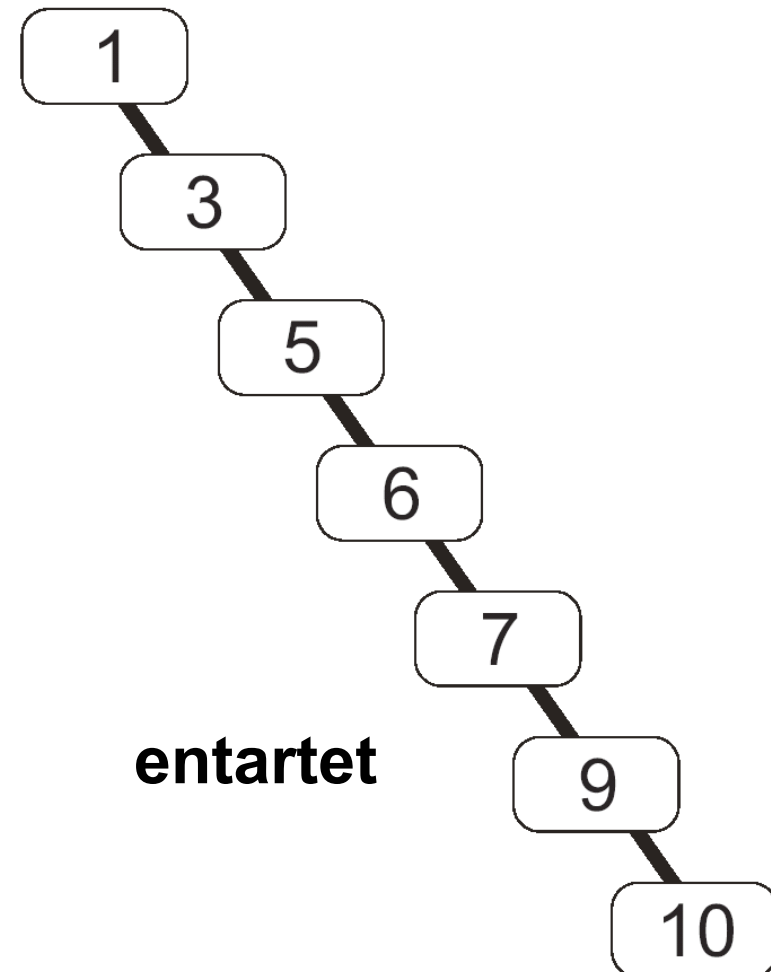
Einfügen in einen Suchbaum

```
public void einfuegen(int wert) {
    Knoten neuerKnoten = new Knoten(wert, null, null);
    if (this.wurzel != null) {
        Knoten temp = this.wurzel;
        Knoten parent = null;
        //suche einen freien Platz
        while (temp != null) {
            parent = temp;
            if ( neuerKnoten.wert > temp.wert )
                temp = temp.rechts;
            else //wenn der Wert schon vorhanden wird links eingetragen
                temp = temp.links;
        }
        // neuen Knoten eintragen:
        if ( neuerKnoten.wert > parent.wert )
            parent.rechts = neuerKnoten;
        else
            parent.links = neuerKnoten;
    }
    else
        this.wurzel = neuerKnoten;
}
```

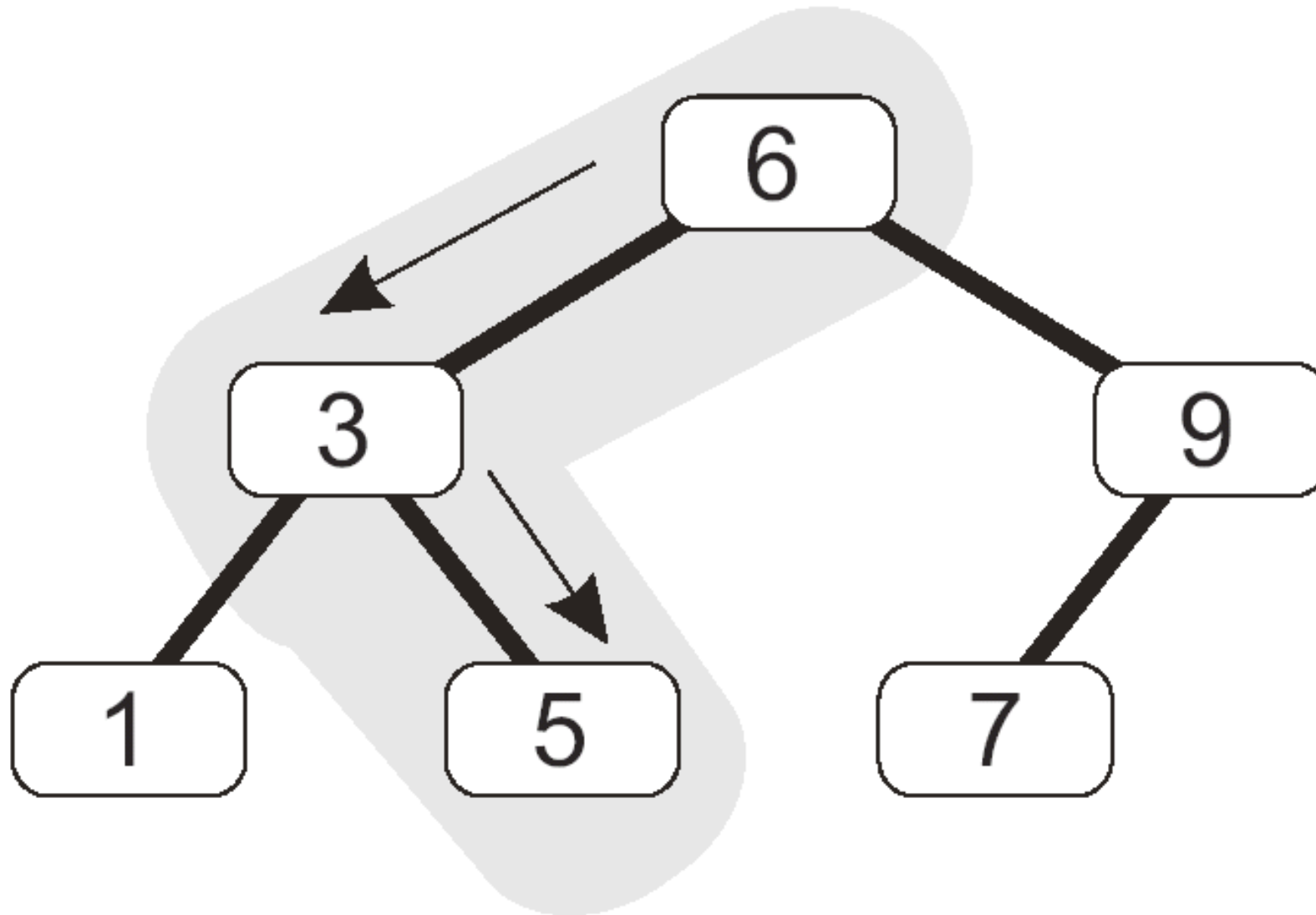

„Gute“ und „schlechte“ Suchbäume



ausgeglichen



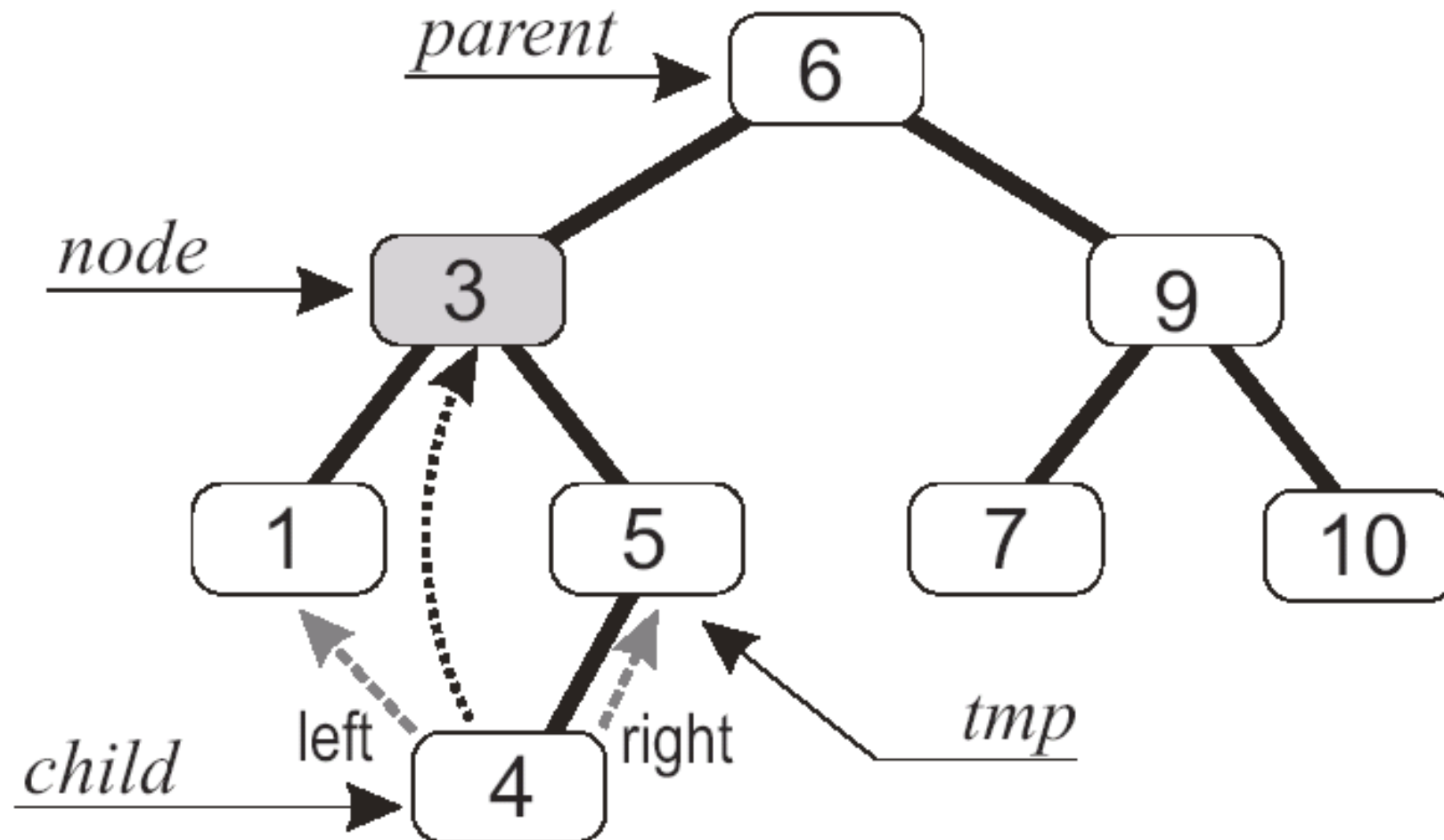
entartet



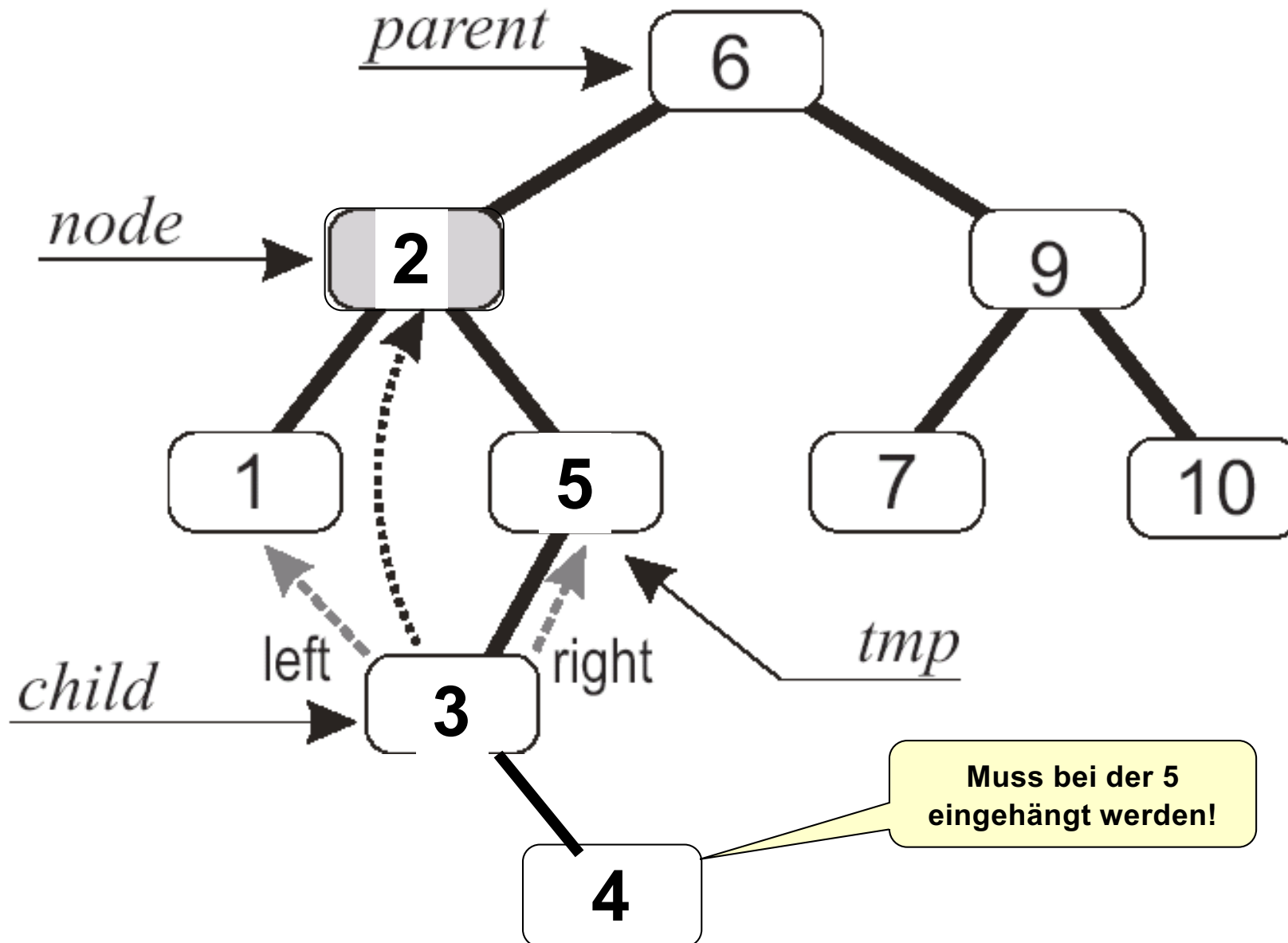
```
private Knoten sucheKnoten(int wert) {
    Knoten temp = this.wurzel;
    while ( temp != null) {
        if (wert == temp.wert )
            return temp;
        else if (wert > temp.wert)
            temp = temp.rechts;
        else
            temp = temp.links;
    }
    return null;
}

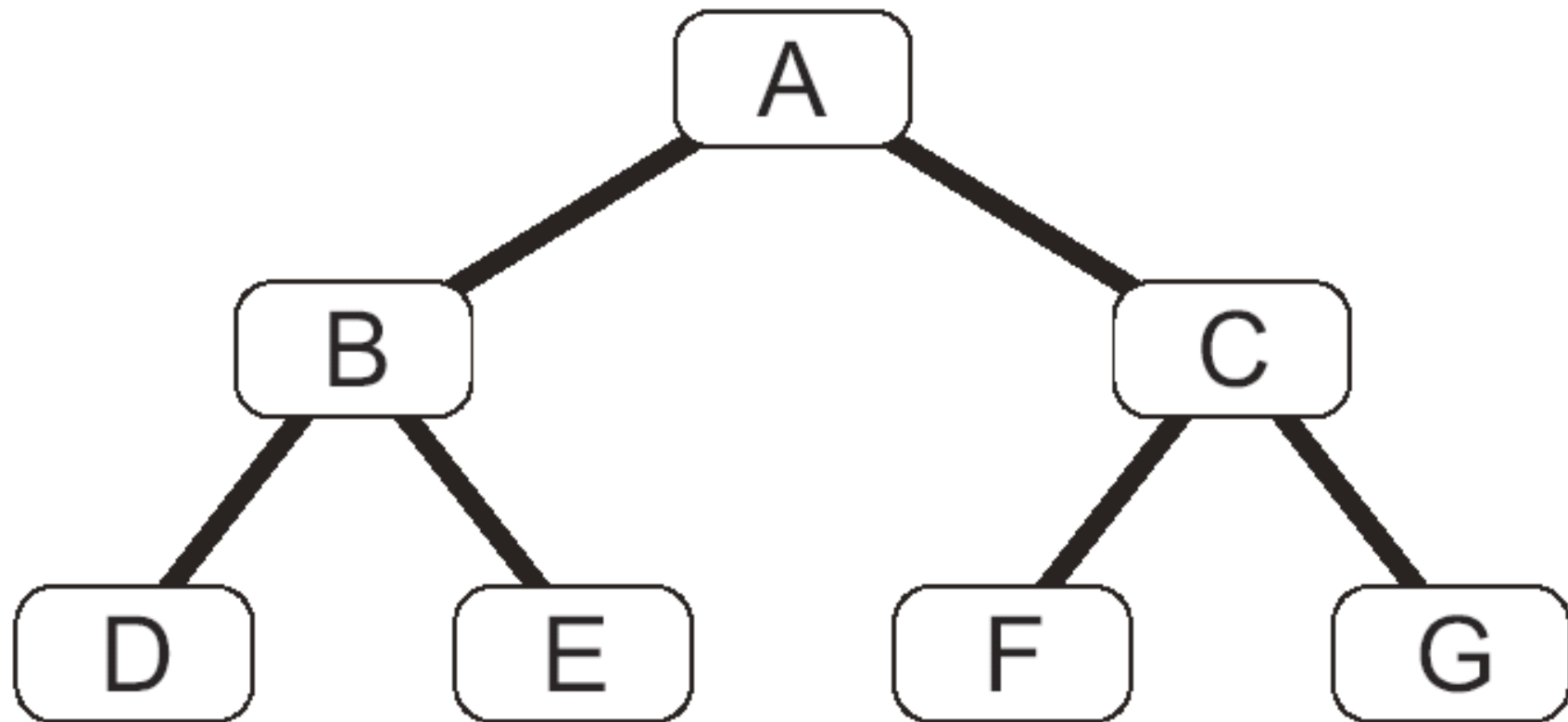
public boolean suche(int wert){
    return (sucheKnoten(wert) != null);
}
```

Löschen im Suchbaum (1)



Löschen im Suchbaum (2)





```
private void printInorder (Knoten k) {  
    if ( k != null ) {  
        printInorder(k.links);  
        System.out.print(k);  
        printInorder(k.rechts);  
    }  
}  
  
public void printInorder() {  
    printInorder(this.wurzel);  
    System.out.println();  
}
```

```
private void printPreorder (Knoten k) {  
    if ( k != null ) {  
        System.out.print(k);  
        printPreorder(k.links);  
        printPreorder(k.rechts);  
    }  
}  
public void printPreorder() {  
    printPreorder(this.wurzel);  
    System.out.println();  
}
```



```
private void printPostorder (Knoten k) {  
    if ( k != null ) {  
        printPostorder(k.links);  
        printPostorder(k.rechts);  
        System.out.print(k);  
    }  
}  
  
public void printPostorder() {  
    printPostorder(this.wurzel);  
    System.out.println();  
}
```

```
Methode DIVANDCONQ (Problem)
  falls [Problem klein ]
  dann [ explizite Lösung ];
  sonst [ Teile Problem auf in  $P_1, \dots, P_k$  ];
    DIVANDCONQ ( $P_1$  );
    ...
    DIVANDCONQ ( $P_k$  );
  [ Setze Lösung für Problem aus Lösungen
  für  $P_1, \dots, P_k$  zusammen ]
```

Modul QuickSort1 (Liste)

bestimme Teilungselement PIVOT;

teile L in L1 und L2 so daß gilt:

alle Elemente in L1 sind kleiner als PIVOT, und

alle Elemente in L2 sind größer als PIVOT;

falls L1 oder L2 hat mehr als ein Element

dann

setze L1 = QuickSort (L1);

setze L2 = QuickSort (L2);

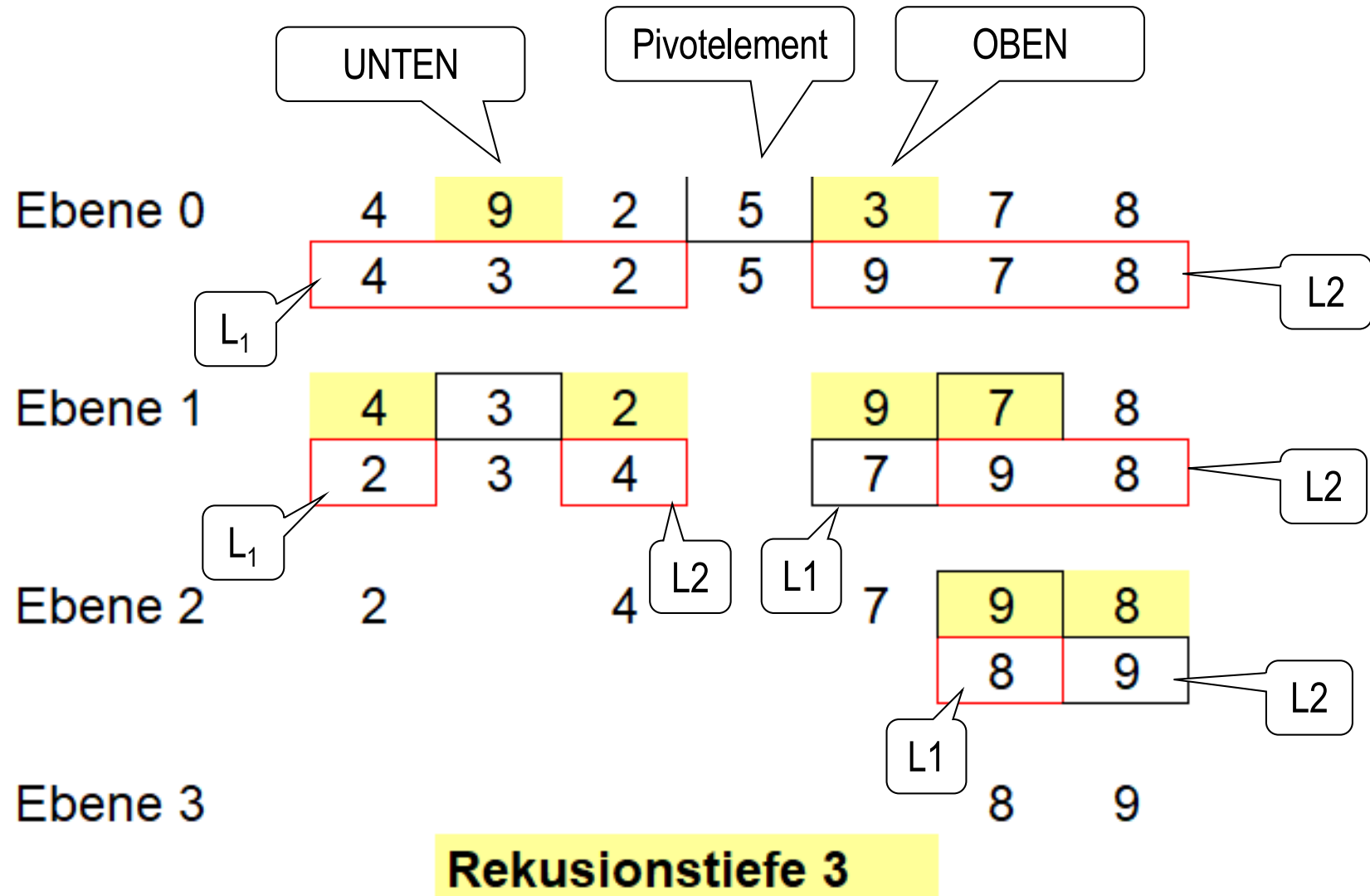
Gib L1 + [PIVOT] + L2 zurück;

Falls das Pivotelement nicht in L1
oder L2 enthalten ist

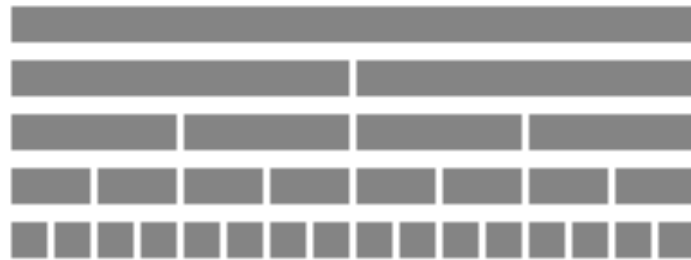
```
Falls n die Anzahl der Elemente des Feldes und 0 der untere Index;  
setze PIVOT = Feld[beliebig aus 0 bis n-1, z.B. Mitte];  
setze UNTEN = 0;  
setze OBEN = n-1;  
Solange UNTEN ≤ OBEN  
  führe aus  
    solange Feld[UNTEN] < PIVOT  
      führe aus  
        UNTEN = UNTEN + 1;  
    solange Feld[OBEN] > PIVOT  
      führe aus  
        OBEN = OBEN - 1;  
    falls UNTEN ≤ OBEN  
      vertausche Inhalte von Feld[UNTEN] und Feld[OBEN];  
      UNTEN = UNTEN + 1;  
      OBEN = OBEN - 1;
```

Danach kann wie folgt aufgeteilt werden:
L1 = Feld[0..OBEN]
L2 = Feld[UNTEN..n-1]

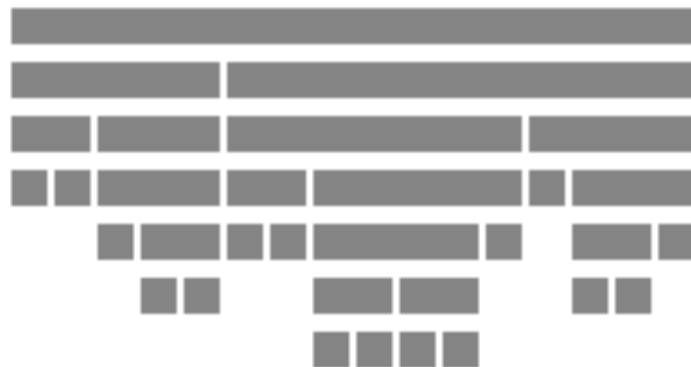
Quicksort Aufteilung



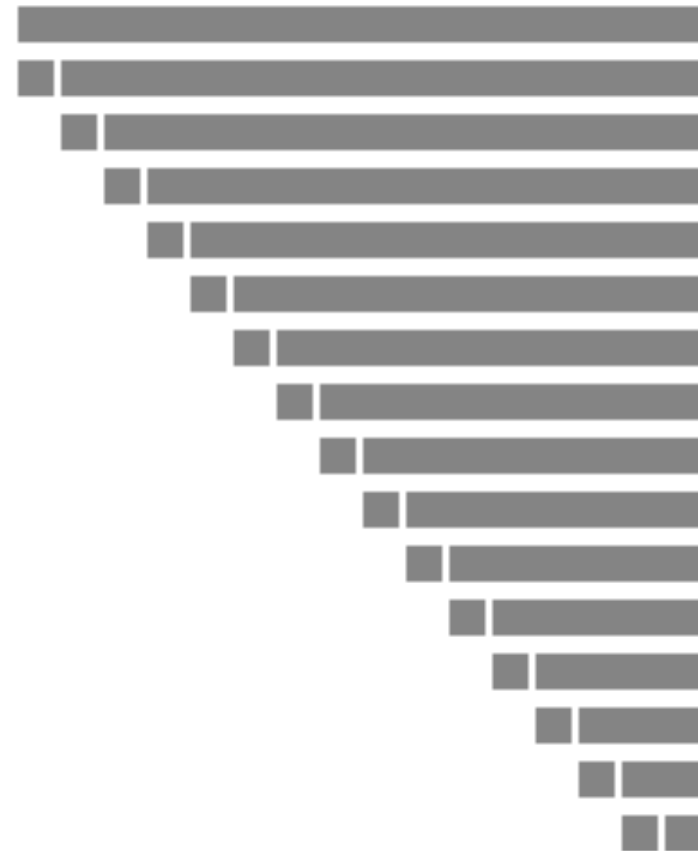
Quicksort: Rekursionstiefe



(a)



(b)



(c)

Binäre Suche: Divide and Conquer

Stelle	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Schritt	unter				mitte				ober	
Wert	0	1	2	4	5	8	9	12	13	18
2. Schritt						unter		mitte		ober
Wert	0	1	2	4	5	8	9	12	13	18
3. Schritt						unter	ober			
Wert	0	1	2	4	5	8	9	12	13	18
						mitte				

● Idee Divide and Conquer:

- Teile Array in 2 Hälften und suche in der Hälfte weiter, welche die Sucheigenschaft enthalten muss
- fahre in dieser Weise fort

Modul BinäreSuche (folge, Sucheigenschaft, UntereGrenze, ObereGrenze)

Setze $Mitte = (UntereGrenze + ObereGrenze) / 2$

Falls Element von Mitte = Sucheigenschaft

 dann Gib Position des Elementes zurück;

Falls $UntereGrenze \geq ObereGrenze$ //nicht gefunden

 dann Gib -1 zurück;

Falls Element von Mitte > Sucheigenschaft //unten weitersuchen

 dann Gib BinäreSuche (folge, Sucheigenschaft, UntereGrenze, $Mitte - 1$)
 zurück;

 sonst Gib BinäreSuche (folge, Sucheigenschaft, $Mitte + 1$, ObereGrenze)
 zurück;