

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sie erben 10.000 € und wollen diesen Betrag möglichst gewinnbringend bei Ihrer Hausbank anlegen.

- a) Ihr Banker bietet Ihnen zunächst eine festverzinsten Anlage zu 2% Jahreszins nachschüssig an. Welchen Betrag erhalten Sie nach 5 Jahren?
- b) Nach einigem Verhandeln bietet Ihnen ihr Banker eine zusätzliche Kundenbindungsprämie, die aber erst am Ende der Laufzeit ausgestellt wird. Die Prämie ist folgendermaßen gestaffelt.
  - Für den ersten Monat erhalten Sie 100 €
  - Für den zweiten Monat für den zweiten Monat erhalten Sie dreiviertel des Betrages des Vormonats, also 75 € ( $3/4 * 100 = 75$ )
  - Für den dritten Monat erhalten Sie wieder  $3/4$  des Vormonats.
  - Usw. Bis zum Ende der Laufzeit.

Wie viele Monate sind es Insgesamt?

Wie viel Prämie entfällt auf den 3. Monat?

Wie viel Prämie Entfällt auf den 37. Monat?

Wie groß ist die Prämie insgesamt?

- c) Welcher Betrag kommt in a) und b) insgesamt zusammen? Wie viel effektiven Jahreszins entspricht dies bei dem gegebenen Startbetrag von 10.000?  
Anm.: Wenn Sie a) und b) nicht lösen konnten, berechnen Sie den effektiven Jahreszins bitte auf der Basis eines Gesamtbetrages von 11500 €
- d) Eine Freundin von Ihnen hat nichts geerbt, möchte aber nach 5 Jahren genauso viel Geld haben. Sie spart deshalb bei demselben Jahreszins monatlich vorschüssig einen festen Betrag. Wie hoch muss dieser sein?

### Aufgabe 2 (13 Punkte)

- a) Ein Unternehmen produziert Handschuhe mit der Preis-Absatz-Funktion  $p(q) = 100 - \sqrt{q}$ . Nennen Sie den Prohibitivpreis, die Sättigungsmenge und den ökonomisch sinnvollen Definitionsbereich.
- b) Berechnen Sie die Erlösfunktion und mit Hilfe Differentialrechnung bei welchem Absatz der Erlös maximal ist.
- c) Das Unternehmen hat die Kostenfunktion  $k(q) = q - q^2 - q^{3/2}$ . Wie hoch sind die Fixkosten
- d) Berechnen Sie die Gewinnfunktion.
- e) Berechnen Sie die Nutzenschwelle und die Nutzengrenze
- f) Berechnen Sie den optimalen Absatz und den dazugehörigen Preis, wie hoch ist der Gewinn?

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Ein weiteres Unternehmen produziert Thermo-Überschuhe mit einer Preis-Absatz-Funktion von

$$p(q)=100000-1000q$$

- Berechnen Sie die Elastizität der Preis-Absatz-Funktion.
- Zeichnen Sie die Preis-Absatz-Funktion und die Elastizität in ein Schaubild.  
Anm.: Sie werden für die q-Achse im positiven und negativen verschiedene Maßstäbe brauchen.
- Ermitteln Sie mit Hilfe der Elastizität den Preis bei dem der Erlös maximal ist.  
Anm.: Ableiten ist hier nicht mehr gefragt.
- Bilden Sie jetzt die Umkehrfunktion der Preis-Absatz-Funktion und zeichnen Sie diese in ein weiteres Schaubild.
- Der Marktpreis von den genannten Produkten beträgt  $p_0=40$ . Zeichnen Sie in Ihr Schaubild aus d) diesen Preis und die Dazugehörige Konsumentenrente.
- Berechnen Sie den Absatz zum Preis  $p_0=40$  und die dazugehörige Konsumentenrente.

### Aufgabe 4 (7 Punkte)

Ein Unternehmen produziert Kinderfahrräder (K) und Tretroller (T). Wir beschreiben die Produzierten Stückzahlen als  $q_K$  und  $q_T$  und die dazugehörigen Preise als  $p_K$  und  $p_T$ . Es gelten die folgenden Preis-Absatz-Funktionen.

$$p_K=500-q_K \text{ und } p_T=400-q_T$$

- Berechnen Sie den Erlös des Unternehmens (für beide Produktionen) in Abhängigkeit von den Absatzmengen  $q_K$  und  $q_T$ .
- Aufgrund von Kapazitätenbeschränkungen gilt  $q_K+q_T=100$ . Berechnen Sie welche Mengen produziert werden müssen um den Erlös zu maximieren. Es reicht die Notwendige Bedingung zu errechnen.

Wenn Sie Das Lagrange-Verfahren benutzen kann es Ihnen helfen zu wissen das die

Inverse der Matrix  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  die Matrix  $\begin{pmatrix} 1/4 & -1/4 & 1/2 \\ -1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1 \end{pmatrix}$  ist.

### Aufgabe 5 (10 Punkte)

Die Firma Snow&Ice hat vom Vorjahr noch 18 Paar Erwachsenen ski, 8 Paar Kinderski und 24 Partnerbindungen übrig. Um die deutlich gesenkten Preise zu verschleiern sollen diese in folgenden Angebotspaketen verkauft werden.

- Singlepack: 2 Paar Erwachsenen ski, 1 Paar Bindungen.
- Partnerbundle: 2 Paar Erwachsenen ski, 2 Paar Bindungen
- Familybundle: 2 Paar Erwachsenen ski, 2 Paar Kinderski, 4 Paarbindungen

- a) Stellen Sie die Verflechtungsmatrix auf.
- b) Wie viele Singlepacks, Partnerbundles und Familybundels müssen Verkauft werden um das Lager zu räumen? Ist die Lösung eindeutig und warum?
- c) Zur Herstellung der genannten Ski und Bindungen werden die folgenden Materialien gebraucht:
  - Erwachsenen ski: 1kg Carbon, 250g Metall, 100ml Lack
  - Kinderski: 200g Metall, 1kg Holz, 100ml Lack
  - Bindung: 500g Metall, 100g Plastik

Stellen Sie auch hierzu die Verflechtungsmatrix auf. Berechnen Sie außerdem die direkte Verflechtung zwischen Rohstoffen (Carbon, Holz, Metall, Plastik) und Angebotspaketen.

- d) Wie Viel Metall brauchen Sie um 3 Familybundels herzustellen?
- e) Wie viele Rohstoffe brauchen Sie zur Herstellung von 5 Paar Erwachsenen ski, 5 Paar Kinderski und 5 Paar Bindungen.

### Aufgabe 6 (10 Punkte)

Weingut xxxx aus xxx erntete dieses Jahr 15000kg Trauben, die zu 10000 Litern Traubensaft gepresst wurden. In diesem Jahr wurden keine Trauben ungepresst verkauft.

Von 10000l Traubensaft wurden 1000l verkauft und 9000l zu Wein verarbeitet.

Von den 9000l Wein wurden 6000l verkauft, aus den restlichen 3000l wurden 1000l Weinbrand Hergestellt.

Die 1000l Weinbrand wurden verkauft.

- a) Stellen Sie das Input-Output-Schema auf und kennzeichnen Sie die Input-Output-Matrix, den Konsumvektor und den (Gesamt-)produktionsvektor.

Trauben						
Traubensaft						
Wein						
Weinbrand						

- b) Berechnen Sie die Produktionsmatrix  $Q$ , die Technologiematrix  $T$  und die Inverse der Technologiematrix.
- c) Im nächsten Jahr sollen insgesamt Produziert werden: 17500kg Trauben, 11000l Traubensaft, 10000l Wein und 1500l Weinbrand. Welche Mengen können verkauft werden?
- d) Im übernächsten Jahr sollen Verkauft werden: 2000kg Trauben, 2000l Traubensaft, 6000l Wein 2000l Weinbrand. Wie viel Trauben müssen insgesamt geerntet werden?