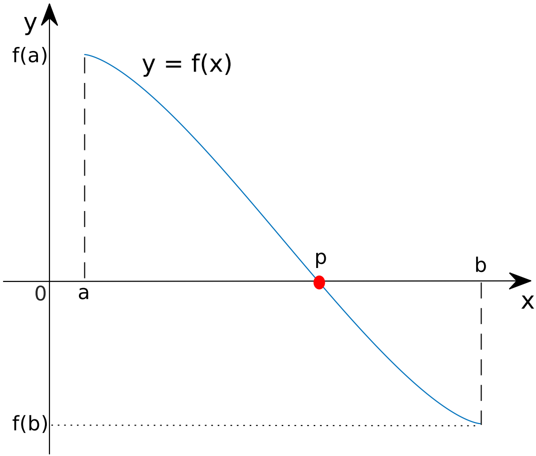
Solución de ecuaciones no lineales

Dr. Manuel Adrian Acuña Zegarra

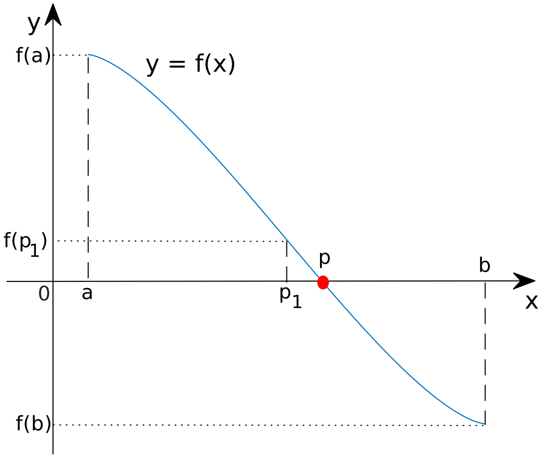
Método de bisección

- Se emplea para obtener una aproximación de una raíz, o solución, de una ecuación de la forma $f(x) = 0$.
- El método se basa en emplear iterativamente el teorema de Bolzano, el cual garantiza que dada una función f continua en el intervalo $[a, b]$, tal que $f(a) \times f(b) < 0$, entonces existe al menos un número $p \in (a, b)$ tal que $f(p) = 0$.

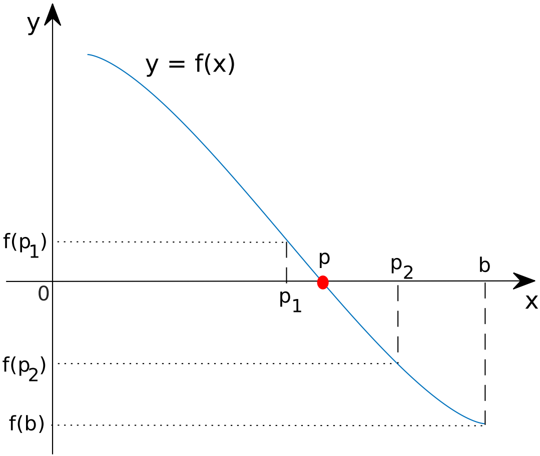
Método de bisección



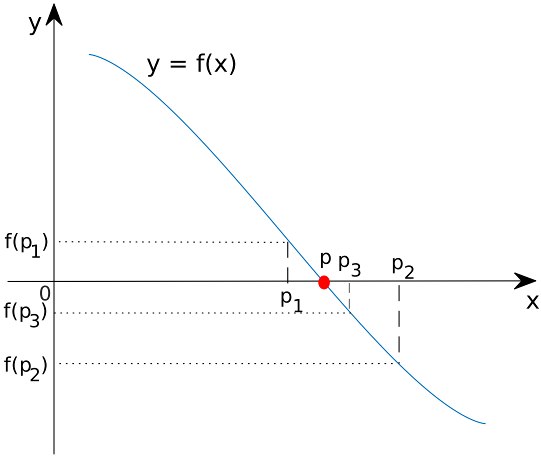
Método de bisección



Método de bisección



Método de bisección



Método de bisección

Para llevar a cabo este método, se siguen los siguientes pasos:

- Paso 1: Verificar que la función f cumpla las condiciones del teorema de Bolzano en el intervalo propuesto $[a, b]$.
- Paso 2: Encontrar el punto medio del intervalo $[a, b]$ y escoger el subintervalo que contenga a la raíz buscada. Para hacer esto último, aplicaremos nuevamente el teorema de Bolzano sobre este nuevo intervalo.
- Paso 3: Aplicar el paso 2 a nuestro nuevo intervalo y proseguir con este procedimiento en cada nuevo intervalo generado.

Método de bisección

Definimos a la tolerancia como un valor $\epsilon > 0$, tal que

$$
\begin{aligned}
&|p_n - p_{n-1}| < \epsilon, \\
&\frac{|p_n - p_{n-1}|}{|p_n|} < \epsilon, \quad p_n \neq 0, \quad \text{o} \\
&|f(p_n)| < \epsilon.
\end{aligned}
$$

donde p_n es el valor obtenido en el n-ésima iteración al aplicar el método de bisección. En el caso de que se conozca la solución exacta, en las dos primeras desigualdades se sustituirá el valor de p_n por p y el de p_{n-1} por p_n.

Es importante mencionar que usualmente se considera que el error relativo es un mejor criterio para relacionar con el valor de tolerancia, puesto que existen casos en donde:

i) $p_n - p_{n-1}$ tienda a cero, pero la aproximación difiera mucho de la raíz exacta, o

ii) $f(p_n)$ sea muy cercano a cero, pero la aproximación aún se encuentra lejos de la raíz buscada.

Ejemplos

1. Aplique el método de bisección para aproximar la solución de $x^2 = 2$ cuando $x \in [1, 2]$. Considere una tolerancia igual a 0.0001.

Ejemplos

1. Aplique el método de bisección para aproximar la solución de $x^2 = 2$ cuando $x \in [1,2]$. Considere una tolerancia igual a 0.0001.
2. Aplique el método de bisección para aproximar la solución de $cos(x) - \sqrt{x} = 0$ cuando $x \in [0, \pi/4]$. Considere una tolerancia igual a 0.0005.