# Problemario de solución de ecuaciones no lineales

1. De la respuesta correcta a las siguientes preguntas:

   a) ¿Cuantas condiciones se necesitan para iniciar el método de bisección?

   b) ¿Qué característica debe tener la función a la cual vamos a calcular su solución en el método de Newton?.

   c) ¿Cuando podemos tener la seguridad de que al aplicar el método de punto fijo obtengamos una aproximación correcta de la solución buscada?

   d) Entre los métodos de bisección, punto fijo y Newton, ¿cual es el que usualmente tiene convergencia más rápida?

   e) ¿Qué ventajas tiene emplear el método de Newton sobre los métodos de bisección y punto fijo?

2. Describa con sus palabras el proceso para calcular la aproximación de la raíz de una función $f(x)$ al emplear los métodos de bisección, punto fijo y Newton.

3. Aplique el método de bisección para obtener el valor de $p_5$ en las siguientes ecuaciones:

   a) $f(x) = 5x^3 - 5x^2 + 6x - 2, \quad x \in [0, 1]$.

   b) $f(x) = \sin(x) - x^2, \quad x \in [0.5, 1]$.

   c) $f(x) = x - 2^{-x}, \quad x \in [0, 1]$.

4. Sea $f(x) = (x + 2)(x + 1)^2 x(x - 1)^3 (x - 2)$. ¿A cuál cero de $f$ converge el método de bisección en los siguientes intervalos?

   $$\bullet\ [-1.5, 2.5], \quad \bullet\ [-0.5, 3]\ .$$

5. Encuentre una aproximación a $\sqrt[3]{25}$ con una exactitud de $10^{-3}$ por medio del método de bisección. Sugerencia: considere $f(x) = x^3 - 25$ y emplee el error absoluto para calcular la exactitud.

6. En cada una de las siguientes ecuaciones, determine una función $g$ y un intervalo $[a, b]$ donde la iteración de punto fijo convergerá en una solución positiva de la ecuación.

   a) $3x^2 - e^x = 0$,

   b) $x - \cos(x) = 0$,

   c) $2\sin(\pi x) + x = 0$.

7. Para cada ecuación de la pregunta anterior, aplique el método de iteración de punto fijo para determinar una solución con una exactitud de $10^{-2}$. Sugerencia: emplee el error relativo para calcular la exactitud.

8. Resuelva las preguntas $3, 5$ y $7$ empleando el método de Newton.

9. Una partícula parte del reposo sobre un plano inclinado uniforme, cuyo ángulo cambia con una rapidez constante $\omega$. Al final de $t$ segundos, la posición del objeto está dada por

   $$x(t) = -\frac{g}{2\omega^2}\left(\frac{e^{\omega t} - e^{-\omega t}}{2} - \sin(\omega t)\right)\ .$$

   Suponga que la partícula se desplazó 0.5 metros en 1 segundo. Empleando los métodos de bisección y Newton, calcule la rapidez $\omega$ con que cambia el ángulo con una exactitud de $10^{-3}$. Suponga que $g = 9.81\ m/s^2$.

10. Suponga que se está diseñando un tanque esférico para almacenar agua. El volumen de líquido que puede contener dicho tanque se calcula con

$$V = \pi h^2 \frac{(3R - h)}{3},$$

donde $V$ es el volumen $[m^3]$, $h$ es la profundidad del agua en el tanque $[m]$, y $R$ es el radio del tanque $[m]$. Si $R = 3\ m$, ¿a qué profundidad debe llenarse el tanque de modo que contenga 30 $m^3$?. Empleando los métodos de bisección y Newton, calcule la el valor aproximado de la profundidad con una exactitud de $10^{-3}$.