

1aConv.-2020.pdf



eclaudel_



Física I



1º Grado en Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo del Producto



Escuela Politécnica Superior
Universidad de Sevilla

MÁSTER Y MÁSTER OF ARTS
CONVIERTE TU POTENCIAL EN IMPACTO

110 becas máster

en Diseño, Moda, Artes Visuales o
Comunicación.



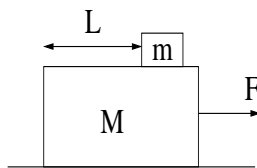
DEL **20** DE MAYO
AL **18** DE JUNIO

Quiero saber más

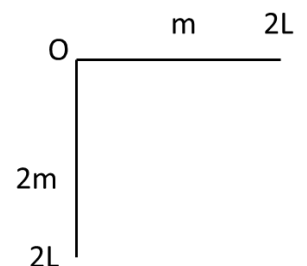




- Un jugador de baloncesto que mide 2,00 m de estatura está de pie a 6,25 m de la canasta. La altura de la canasta es de 3,05 m. Si lanza el balón con un ángulo de 40° respecto de la horizontal, determine:
 - La velocidad inicial con la que el jugador debe lanzar el balón para encestar sin tocar tablero.
 - El ángulo que forma la trayectoria del balón con la horizontal en el momento en el que entra en la canasta.
 - Los vectores aceleración tangencial y aceleración normal de la partícula en función de los vectores unitarios \vec{i} y \vec{j} .
 - El radio de curvatura de la trayectoria justo en el momento de entrar en el aro.
- Considere el sistema de la figura en el que una fuerza F actúa sobre una caja de masa $M = 4$ kg. Sobre ella se encuentra otro cuerpo más pequeño de masa $m = 1$ kg. Los coeficientes de rozamiento entre las dos masas y entre la masa M y el suelo son idénticos y de valor $\mu_e = 0,3$ y $\mu_d = 0,2$. Determine los valores de F para los que:



- El sistema permanece en reposo.
 - Suponga que la fuerza que se ejerce desde el exterior sobre la masa M toma un valor $F = 30$ N de tal modo que la masa m desliza sobre M . Calcular la aceleración de cada masa. ¿Cuánto tiempo tarda entonces m en caer al suelo si $L = 1$ m?
- Dos varillas de la misma longitud $2L$ y masas m y $2m$, están unidas en ángulo recto tal como se indica en la figura. Si inicialmente las varillas están en reposo en la posición indicada, y el sistema se deja libre, entonces rotan en sentido horario, alrededor del eje perpendicular que pasa por la articulación situada en O. Cuando el sistema ha girado un ángulo $\theta = 30^\circ$ respecto a la posición inicial:

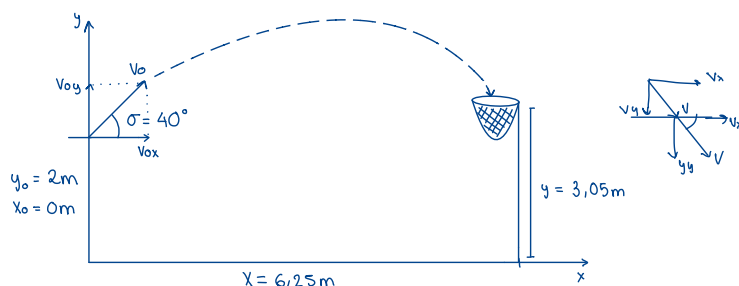


- Demostrar que el momento de inercia de la estructura con respecto al eje perpendicular que pasa por O, es igual a $I_0 = 4mL^2$.
 - Calcular la velocidad y la aceleración angular.
 - Determinar la fuerza de reacción en O.
- Dato: $L = 0,3$ m, $m = 0,5$ kg. Barra de masa M y longitud L : $I_{cm} = ML^2/12$
- Un gas ideal diatómico ($\gamma = 1,44$) se encuentra inicialmente a una temperatura de 30°C , una presión de 1 atm y ocupa un volumen 400 l. El gas se expande adiabáticamente hasta ocupar un volumen 1200 l. Posteriormente se comprime isotérmicamente hasta que su volumen es otra vez el volumen inicial y por último vuelve a su estado inicial mediante una transformación isócara. Todas las transformaciones son reversibles.
 - Dibujar el ciclo en un diagrama p - V .
 - Calcular el número de moles del gas y la presión y la temperatura después de la expansión adiabática.
 - Determinar la variación de energía interna, el trabajo y el calor en cada transformación.
 - Hallar rendimiento del ciclo.

Dato: Dato: $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K}) = 0,082 \text{ atm}\cdot\text{l}/(\text{mol}\cdot\text{K})$;



1. Un jugador de baloncesto que mide 2,00 m de estatura está de pie a 6,25 m de la canasta. La altura de la canasta es de 3,05 m. Si lanza el balón con un ángulo de 40° respecto de la horizontal, determine:
- La velocidad inicial con la que el jugador debe lanzar el balón para encestar sin tocar tablero.
 - El ángulo que forma la trayectoria del balón con la horizontal en el momento en el que entra en la canasta.
 - Los vectores aceleración tangencial y aceleración normal de la partícula en función de los vectores unitarios \vec{i} y \vec{j} .
 - El radio de curvatura de la trayectoria justo en el momento de entrar en el aro.



a) Descomponemos las componentes de la velocidad:

$$\begin{aligned} V_{0x} &= V_0 \cdot \cos \sigma \\ V_{0y} &= V_0 \cdot \sin \sigma \end{aligned}$$

Para conocer el valor de la velocidad inicial V_0 , aplicaremos las ecuaciones de MRU y MRUA.

MRU: $x = x_0 + V_{0x} \cdot t$; $t = \frac{x - x_0}{V_0 \cdot \cos \sigma} \rightarrow t = \frac{6,25}{8,82 \cdot \cos 40} = 0,92 \text{ s}$

MRUA: $y = y_0 + V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$; $y = y_0 + V_0 \cdot \sin \sigma \cdot \left(\frac{x - x_0}{V_0 \cdot \cos \sigma} \right) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x - x_0}{V_0 \cdot \cos \sigma} \right)^2$

$$3,05 = 2 + V_0 \cdot \sin 40 \cdot \left(\frac{6,25}{V_0 \cdot \cos 40} \right) - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot \left(\frac{6,25}{V_0 \cdot \cos 40} \right)^2$$

$$3,05 = 2 + 5,24 - \frac{326,17}{V_0^2} ; -4,19 = -\frac{326,17}{V_0^2}$$

$$V_0^2 = \frac{326,17}{4,19} ; V_0 = \pm \sqrt{\frac{326,17}{4,19}} = \begin{cases} 8,82 \text{ m/s} \\ -8,82 \end{cases}$$

La velocidad no puede tener valor negativo.

Así: $V_0 = 8,82 \text{ m/s}$

b)

En el momento en que entra en canasta:



$$V_x = V \cdot \cos \alpha$$

$$V_y = V \cdot \sin \alpha$$

Necesitamos conocer el valor de la velocidad final de la pelota, así, sabiendo que:

$$V_x = V_{0x}$$

$$V \cdot \cos \alpha = V_0 \cdot \cos \theta$$

$$V \cdot \cos \alpha = 8,82 \cdot \cos 40$$

$$V \cdot \cos \alpha = 6,75$$

$$V_y = V_{0y} - g \cdot t$$

$$V \cdot \sin \alpha = V_0 \cdot \sin \theta - g \cdot t$$

$$V \cdot \sin \alpha = 8,82 \cdot \sin 40 - 9,8 \cdot 0,92$$

$$V \cdot \sin \alpha = -3,34$$

$$V \cdot \cos \alpha = 6,75 \quad ;$$

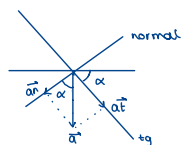
$$V \cdot \sin \alpha = -3,34 \quad ;$$

$$V = \frac{6,75}{\cos \alpha} \longrightarrow V = \frac{6,75}{\cos(-26,32)} = 7,53 \text{ m/s}$$

$$\frac{6,75}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = -3,34 \quad ; \quad \tan \alpha = \frac{-3,34}{6,75} \quad ; \quad \alpha = \arctg \left(\frac{-3,34}{6,75} \right) = -26,32^\circ$$

c)

Al no especificar, interpreto las aceleraciones tangenciales y normales en el instante final:



$$\vec{a} = g(-\vec{r})$$



$$a_t = a \cdot \sin \alpha = g \cdot \sin \alpha$$

$$a_n = a \cdot \cos \alpha = g \cdot \cos \alpha$$

Sabiendo que:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = a_t \cdot \vec{t} + a_n \cdot \vec{n}$$

$$\vec{t} = \vec{n} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{V_x(\vec{t}) + V_y(\vec{r})}{V} = \frac{V \cdot \cos \alpha(\vec{t}) + V \cdot \sin \alpha(-\vec{r})}{V} = \frac{V(\cos \alpha \vec{t} - \sin \alpha \vec{r})}{V} =$$

$$= \cos(26,32) \vec{t} - \sin(26,32) \vec{r} = 0,896 \vec{t} - 0,443 \vec{r} = 0,896 \vec{t} - 0,443 \vec{r}$$

$$\vec{a}_t = a_t \cdot \vec{t} = (a \cdot \sin \alpha) \cdot \vec{t} = (9,8 \cdot \sin(26,32)) \cdot (0,896 \vec{t} - 0,443 \vec{r}) = (3,89 \vec{t} - 1,92 \vec{r}) \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t = (0 \vec{t} - 9,8 \vec{r}) - (3,89 \vec{t} - 1,92 \vec{r}) = (-3,89 \vec{t} - 7,88 \vec{r}) \text{ m/s}^2$$

d)

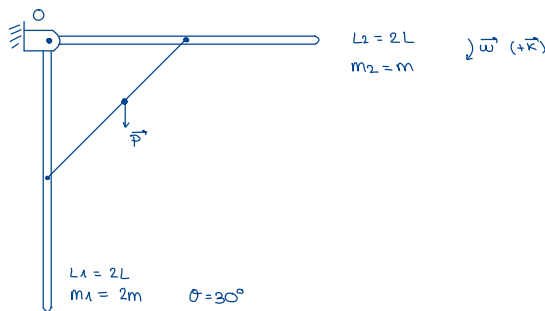
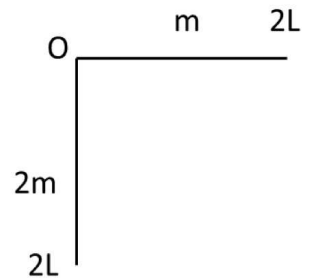
El radio de curvatura viene dado por:

$$\rho = \frac{v^2}{|a_n|} = \frac{(7,53)^2}{\sqrt{(-3,89)^2 + (-7,88)^2}} = 6,45 \text{ m}$$



3. Dos varillas de la misma longitud $2L$ y masas m y $2m$, están unidas en ángulo recto tal como se indica en la figura. Si inicialmente las varillas están en reposo en la posición indicada, y el sistema se deja libre, entonces rotan en sentido horario, alrededor del eje perpendicular que pasa por la articulación situada en O. Cuando el sistema ha girado un ángulo $\theta = 30^\circ$ respecto a la posición inicial:

- Demostrar que el momento de inercia de la estructura con respecto al eje perpendicular que pasa por O, es igual a $I_0 = 4mL^2$.
 - Calcular la velocidad y la aceleración angular.
 - Determinar la fuerza de reacción en O.
- Dato: $L = 0,3 \text{ m}$, $m = 0,5 \text{ kg}$. Barra de masa M y longitud L : $I_{cm} = ML^2/12$



- a) El momento de inercia, viene dado por el Teorema de Steiner:

$$I_0 = I_{cm} + m \cdot d^2$$

Al tratarse de un sistema complejo, compuesto por dos varillas: $I_0 = I_1 + I_2$, así:

$$I_1 = I_{cm} + m_1 \cdot d_1^2 = \frac{1}{12} m_1 L_1^2 + m_1 \cdot d_1^2 = \frac{1}{12} 2m (2L)^2 + 2m \left(\frac{2L}{2} \right)^2 = \frac{2}{3} mL^2 + 2mL^2 = \frac{8}{3} mL^2$$

$$I_2 = I_{cm} + m_2 \cdot d_2^2 = \frac{1}{12} m_2 L_2^2 + m_2 \cdot d_2^2 = \frac{1}{12} m \cdot (2L)^2 + m \cdot \left(\frac{2L}{2} \right)^2 = \frac{1}{3} mL^2 + mL^2 = \frac{4}{3} mL^2$$

↖ distancia al eje de giro

De este modo:

$$I_0 = I_1 + I_2 = \frac{8}{3} mL^2 + \frac{4}{3} mL^2 = \boxed{4 mL^2} = 4 \cdot 0,5 \cdot 0,3^2 = 0,18 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

- b) Al existir rotación, aplicamos la expresión del momento de inercia para despejar el valor de $\vec{\alpha}$, donde: $\vec{\tau} = I \cdot \vec{\alpha}$.

Para ello, necesitamos conocer $\vec{\tau}$, calcularemos sabiendo que: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$.

Necesitamos conocer r_{cm} , atendiendo a su expresión:

$$r_{cm} = \frac{\sum m_i \cdot \vec{r}_i}{M} = \frac{m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \cdot \frac{L_1}{2} + m_2 \cdot \frac{L_2}{2}}{m_1 + m_2} = \frac{2m \left(\frac{2L}{2} \vec{r} \right) + m \left(\frac{2L}{2} \vec{r} \right)}{2m + m} =$$

$$= \frac{2mL \vec{r} + 2mL \vec{r}}{3m} = \frac{2mL}{3m} \vec{r} + \frac{2mL}{3m} \vec{r} = \frac{2 \cdot 0,3}{3} \vec{r} + \frac{2 \cdot 0,3}{3} \vec{r} = 0,2 \vec{r} + 0,2 \vec{r} \text{ (m)}$$



Así:

$$\vec{M}_P = \vec{r}_P \times \vec{P} = \vec{r}_{CM} \times \vec{P} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0,2 & 0,2 & 0 \\ 0 & -mg & 0 \end{vmatrix} = 0,2 \cdot m \cdot g (-\vec{k}) = -0,2 \cdot 0,5 \cdot 9,8 (\vec{k}) = -0,98 (\vec{k}) \text{ N}\cdot\text{m}$$

De este modo, atendiendo a la expresión inicial:

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\alpha}$$

$$-0,98 = 0,18 \cdot \vec{\alpha} \quad ; \quad \boxed{\vec{\alpha} = 5,44 (-\vec{k})}$$

Para calcular la velocidad angular, tendremos en cuenta el principio de conservación de la energía mecánica, de modo que:

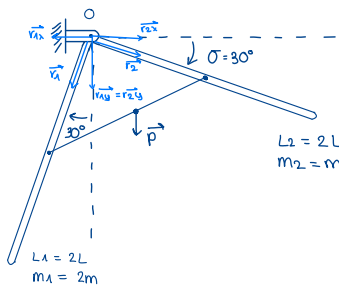
$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$$

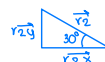
$$0 = -E_{p2} + E_{k2}$$

$$mgh_2 = \frac{1}{2} I_0 \cdot \omega^2$$

Necesitamos conocer el valor de la altura que alcanza el cuerpo al girar 30° . Calculamos la posición del centro de masas, una vez girado:



$$\vec{r}_1 = \vec{r}_{1x} + \vec{r}_{1y} = \frac{L}{2} \cdot \sin \sigma (-\vec{i}) + \frac{L}{2} \cos \sigma (-\vec{j}) = -L (\sin 30^\circ \vec{i} + \cos 30^\circ \vec{j})$$



$$\vec{r}_2 = \vec{r}_{2x} + \vec{r}_{2y} = \frac{L}{2} \cos \sigma (\vec{i}) + \frac{L}{2} \sin \sigma (-\vec{j}) = L (\cos 30^\circ \vec{i} - \sin 30^\circ \vec{j})$$

Atendiendo a la expresión necesaria:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{CM} &= \frac{\sum m_i \cdot \vec{r}_i}{M} = \frac{m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{2m \cdot [-L (\sin 30^\circ \vec{i} + \cos 30^\circ \vec{j})] + m [L (\cos 30^\circ \vec{i} - \sin 30^\circ \vec{j})]}{2m + m} \\ &= \frac{-2mL \cdot \frac{1}{2} (\vec{i}) - mL \frac{\sqrt{3}}{2} (\vec{j}) + mL \frac{\sqrt{3}}{2} (\vec{i}) - mL \frac{1}{2} (\vec{j})}{3m} = \frac{-\frac{2+\sqrt{3}}{2} \cdot 0,5 \cdot 0,3 (\vec{i}) - \frac{1+2\sqrt{3}}{2} \cdot 0,5 \cdot 0,3 (\vec{j})}{3 \cdot 0,5} = \\ &= -0,013 \vec{i} + 0,123 \vec{j} \text{ (m)} \end{aligned}$$

$$h = |\vec{r}_{CM}| = \sqrt{(0,123)^2} = 0,123 \text{ m}$$

Así:

$$[(2m+m) \cdot g \cdot h_2] = \frac{1}{2} \cdot 4mL^2 \cdot \omega^2$$

$$3 \cdot 0,5 \cdot 9,8 \cdot 0,123 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0,5 \cdot 0,3^2 \cdot \omega^2$$

$$1,8 = 0,09 \omega^2$$

$$\vec{\omega} = \sqrt{\frac{1,8}{0,09}} = \boxed{4,47 (+\vec{k})}$$



Lleva tu estudio al siguiente nivel con **Gemini**, tu asistente de IA de Google ✨



Convierte tus apuntes en podcasts con Gemini



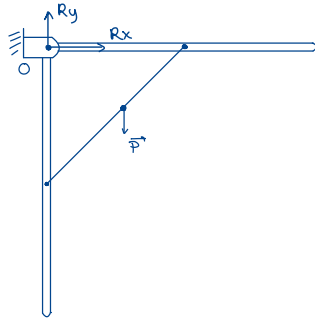
Convirtiendo estos apuntes en un archivo de audio...

Se está generando un resumen de audio



¡Pruébalo ahora!

c) Para calcular las reacciones, tendremos en cuenta la segunda ley de Newton, de manera que:



Necesitamos conocer \vec{a}_{xcm} y \vec{a}_{ycm} , así:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r}_{cm} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -5,44 \\ 0,2 & 0,2 & 0 \end{vmatrix} = 1,08 \hat{i} - 1,08 \hat{j}$$

$$\vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v}_{cm} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 4,47 \\ -0,89 & 0,89 & 0 \end{vmatrix} = -3,97 \hat{i} - 3,97 \hat{j}$$

$$\vec{v}_{cm} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{cm} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 4,47 \\ 0,2 & 0,2 & 0 \end{vmatrix} = -0,89 \hat{i} + 0,89 \hat{j}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = (1,08 \hat{i} - 1,08 \hat{j}) + (-3,97 \hat{i} - 3,97 \hat{j}) = \frac{-2,89 \hat{i}}{a_{xcm}} - \frac{5,05 \hat{j}}{a_{ycm}} \quad (\text{m/s}^2)$$

Eje x: $\Sigma F = m \cdot a$

$$R_x = m \cdot a_{xcm}$$

$$R_x = (3,05) \cdot (-2,89) = \boxed{-43,35 \text{ N}}$$

Eje y: $\Sigma F = m \cdot a$

$$R_y - P = m \cdot a_{ycm}$$

$$R_y = mg + m \cdot a_{ycm} = (3,05) \cdot 9,8 + (3,05) \cdot (-5,05) = \boxed{7,12 \text{ N}}$$



4. Un gas ideal diatómico ($\gamma = 1,44$) se encuentra inicialmente a una temperatura de 30°C , una presión de 1 atm y ocupa un volumen 400 l. El gas se expande adiabáticamente hasta ocupar un volumen 1200 l. Posteriormente se comprime isotérmicamente hasta que su volumen es otra vez el volumen inicial y por último vuelve a su estado inicial mediante una transformación isócara. Todas las transformaciones son reversibles.

- Dibujar el ciclo en un diagrama p - V .
- Calcular el número de moles del gas y la presión y la temperatura después de la expansión adiabática.
- Determinar la variación de energía interna, el trabajo y el calor en cada transformación.
- Hallar rendimiento del ciclo.

Dato: $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K}) = 0,082 \text{ atm}\cdot\text{l}/(\text{mol}\cdot\text{K})$;

a)/b) A partir de los datos dados, teniendo en cuenta los cambios de unidades necesarios, realizamos una tabla termodinámica:

Estado	Pres.	Vol.	Temp.	
A	1 atm	400 L	303 K	AB \rightarrow Adiabático ($Q=0$)
B	0,205 atm	1200 L	186,45 K	BC \rightarrow Térmico ($T=\text{cte}$)
C	0,614 atm	400 L	186,45 K	CA \rightarrow Isócara ($V=\text{cte}$)

Necesitamos conocer todos los datos, de modo que:

Estado A:

$$PV = nRT ; \quad n = \frac{P_A V_A}{R T_A} = \frac{1 \text{ atm} \cdot 400 \text{ L}}{0,082 \frac{\text{atm}\cdot\text{L}}{\text{mol}\cdot\text{K}} \cdot 303 \text{ K}} = 16,09 \text{ moles}$$

Estado B:

Teniendo en cuenta que el proceso AB es adiabático:

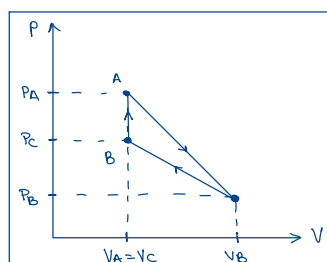
$$P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma ; \quad P_B = \frac{P_A \cdot V_A^\gamma}{V_B^\gamma} = \frac{1 \text{ atm} \cdot 400^\gamma}{1200^\gamma} = 0,205 \text{ atm}$$

$$PV = nRT ; \quad T_B = \frac{P_B \cdot V_B}{nR} = \frac{0,205 \cdot 1200}{16,09 \cdot 0,082} = 186,45 \text{ K}$$

Estado C:

$$PV = nRT ; \quad P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = \frac{16,09 \cdot 0,082 \cdot 186,45}{400} = 0,614 \text{ atm}$$

De este modo, el diagrama p - V viene dado por:



c) Necesitamos conocer el valor de C_v :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} ; C_p = \gamma \cdot C_v$$

$$C_p - C_v = R ; \gamma \cdot C_v - C_v = R ; C_v(\gamma - 1) = R ; C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

Proceso AB

$$Q = 0$$

$$\Delta U = n \cdot C_v \cdot \Delta T = n \cdot \frac{R}{\gamma - 1} \cdot (T_B - T_A) = 16,09 \cdot \frac{0,082}{1,44 - 1} \cdot (186,45 - 303) = -349,93 \text{ atm} \cdot \text{l}$$

$$\Delta U = Q - W ; W = -\Delta U = -(-349,93) = 349,93 \text{ atm} \cdot \text{l}$$

Proceso BC

$$\Delta U = Q - W ; Q = W = -270,25 \text{ atm} \cdot \text{l}$$

$$\Delta U = n \cdot C_v \cdot \Delta T = 0$$

$$W = n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = 16,09 \cdot 8,31 \cdot 186,45 \cdot \ln\left(\frac{400}{1200}\right) = -270,25 \text{ atm} \cdot \text{l}$$

Proceso CA

$$\Delta U = Q - W ; Q = \Delta U = 349,93 \text{ atm} \cdot \text{l}$$

$$\Delta U = n \cdot C_v \cdot \Delta T = n \cdot \frac{R}{\gamma - 1} \cdot (T_A - T_C) = 16,09 \cdot \frac{0,082}{1,44 - 1} \cdot (303 - 186,5) = 349,93 \text{ atm} \cdot \text{l}$$

$$W = 0$$

d) El rendimiento viene dado por: $\eta = \frac{|W|}{|Q_{\text{abs}}|}$, así:

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_{\text{abs}}|} = \frac{|W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}|}{|Q_{AB} + Q_{CA}|} = \frac{|349,93 + (-270,25)|}{|349,93|} = 0,227 ; \eta = 22,7\%$$

SOLUCIONES:

1. a) $v_0 = 8,82 \text{ m/s}$; b) $-26,6^\circ$; c) $a_t \vec{e}_t = (3,97\vec{i} - 1,98\vec{j}) \text{ m/s}^2$, $a_n \vec{e}_n = (-3,97\vec{i} - 7,83\vec{j}) \text{ m/s}^2$, d) $\rho(t_f) = 6,54 \text{ m}$.

2. a) $F < 14,7 \text{ N}$; b) $a_m = 1,96 \text{ m/s}^2$; $a_M = 4,56 \text{ m/s}^2$; $t = 0,877 \text{ s}$

3. a) $\vec{\omega} = -1,12\vec{k} \text{ rad/s}^2$; $\vec{\alpha} = 1,09\vec{k} \text{ rad/s}^2$. b) $\vec{R} = (0,41\vec{i} + 15,1\vec{j}) \text{ N}$

4. a) ver resolución detallada. b) $n = 15,8 \text{ mol}$; $p_2 = 0,2 \text{ atm}$; $T_2 = 181,8 \text{ K}$.

c)

magnitudes-procesos	12	23	31
W (kJ)	36,3	-26,3	0
ΔU (kJ)	-36,3	0	36,3
Q (kJ)	0	-26,3	36,3

d) $\eta = 27\%$