Tema 8. Mecánica de fluidos

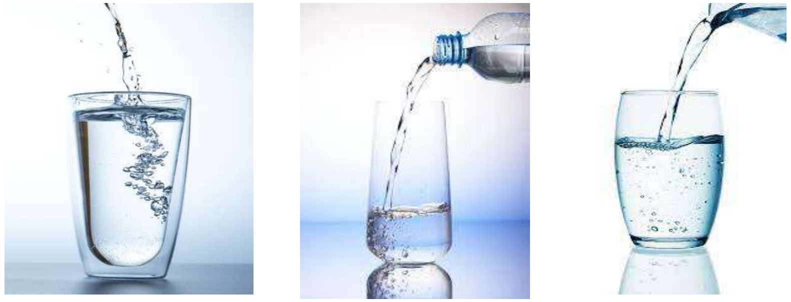
8.1. Concepto de presión. Ecuación fundamental de la hidrostática
8.2. Principio de Arquímedes
8.3. Movimiento de un fluido. Ecuación de continuidad
8.4. Fluidos ideales. Ecuación de Bernouilli
8.5. Fluidos ideales. Viscosidad. Ley de Poiseuille. Régimen turbulento

- *Física Universitaria, Vol. 1; SEARS, F. F., ZEMANSKY, M. W., YOUNG, H. D y FREEDMAN, R. A. Capítulo 12.*
- *Física para Ciencias e Ingeniería, Vol. 1; SERWAY, R. A. y JEWET, J. W. Capítulo 13.*
- *Física para la Ciencia y la Tecnología, Vol.1; TIPLER, P. A. Y MOSCA, G. Capítulo 14.*

¿cuál es el mecanismo por el que un pez sube y desciende en el agua?

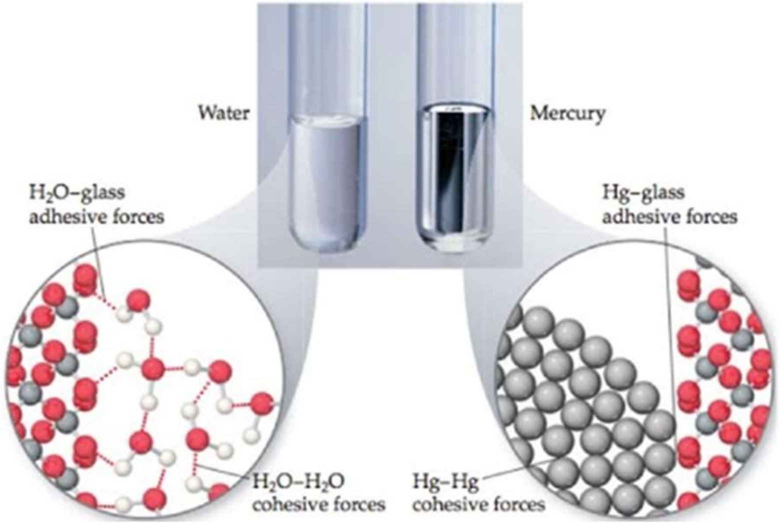
Concepto de fluido

Un fluido tiene volumen pero adopta la forma del recipiente que lo contiene



el tiempo que invierte una sustancia en cambiar su forma como respuesta a una fuerza externa determina si se debe tratar como sólido, líquido o gas

Fluido: conjunto de moléculas que se distribuyen aleatoriamente y se mantienen unidas mediante fuerzas de cohesión (débiles) y las fuerzas ejercidas por las paredes del recipiente (adhesión)



Hidrostática: mecánica de fluidos en reposo → *presión ejercida por un fluido = f(ρ, z)*

Dinámica de fluidos / hidrodinámica: mecánica de fluidos en movimiento

→ *Ecuación de continuidad*

→ *Ecuación de Bernouilli*

presión = f(ρ, v)

Concepto de presión

¿Por qué corta un cuchillo? ¿Cómo hacen los faquires para tumbarse sobre pinchos?

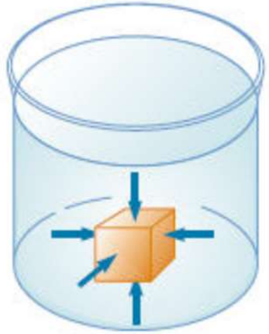
¿Qué pasa si aprieto un fluido?

B. Pascal (1623-1662), matemático, físico, filósofo y teólogo francés; diseñó la calculadora mecánica, introdujo la Tª probabilidad y los conceptos de presión y vacío

Imagen mental: todas las sustancias son partículas unidas por “muelles”

Presión: Fuerza aplicada por unidad de superficie

¡¡Escalar!! (independiente de la dirección)



$$p = \frac{F}{A}$$

Unidades S.I.:
Pascal, Pa ($N \cdot m^{-2}$)

Otra forma de ver la presión: $p = \frac{F}{A}\frac{d}{d} = \frac{W}{V}$ Densidad de energía

Otras unidades:

1 bar = 10^5 Pa
1 atm = 1,01325 bares
760 mmHg = 1 atm
1 Torr = 1 mmHg

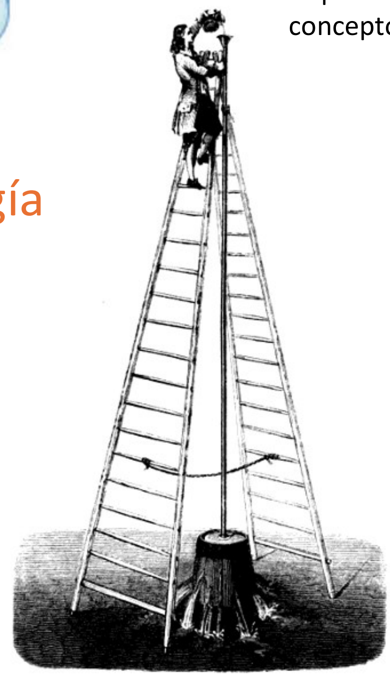


Fig. 45.—Hydrostatic paradox. Pascal's experiment.

¿Por qué se mide la presión en atmósferas?

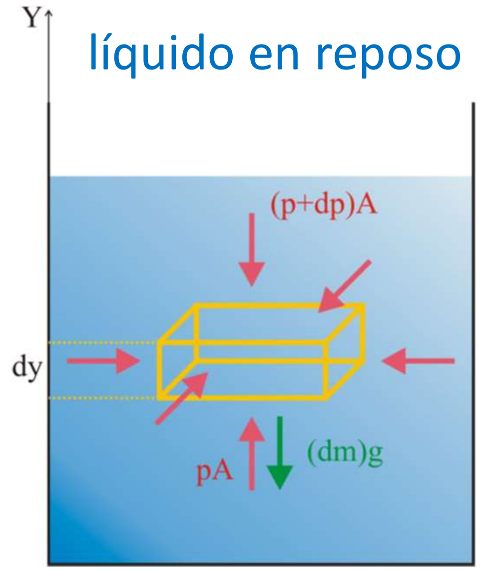
¿Por qué se taponan los oídos con los cambios de altitud?

¿Cómo funciona una caña de beber?

Ecuación fundamental de la hidrostática

¿cómo aumenta la presión con la profundidad o disminuye con la altura?

lámina de fluido de espesor *dy* y área *A* en equilibrio:



densidad $\rho = \frac{m}{V}$ masa $m = \rho A dy$ peso $F_g = \rho g A dy$

$$\sum \vec{F_x} = \sum \vec{F_y} = \sum \vec{F_z} = 0$$

en *x* y *z* las fuerzas que ejerce el fluido se compensan

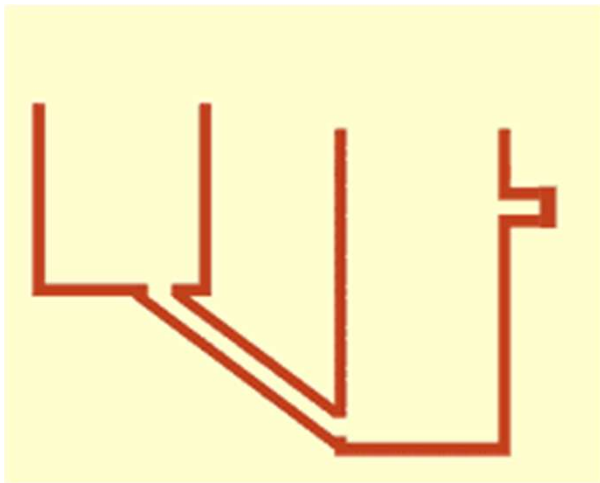
$$pA - (p + dp)A - \rho g A dy = 0$$

$$\boxed{dp = -\rho g dy}$$

ecuación fundamental de la estática de fluidos

En líquidos, ρ permanece constante → **incompresibles** $\boxed{p_2 - p_1 = -\rho g (y_2 - y_1)}$

Principio de los vasos comunicantes: *la superficie libre de un líquido distribuido entre diferentes vasos comunicados entre sí ha de estar en un plano horizontal*

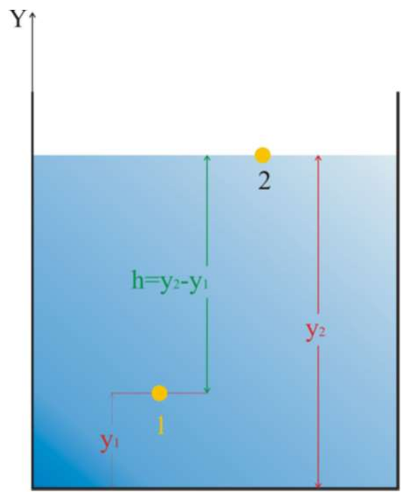


- todos los puntos de un fluido incomprensible en reposo sometidos a la misma presión están a la misma altura

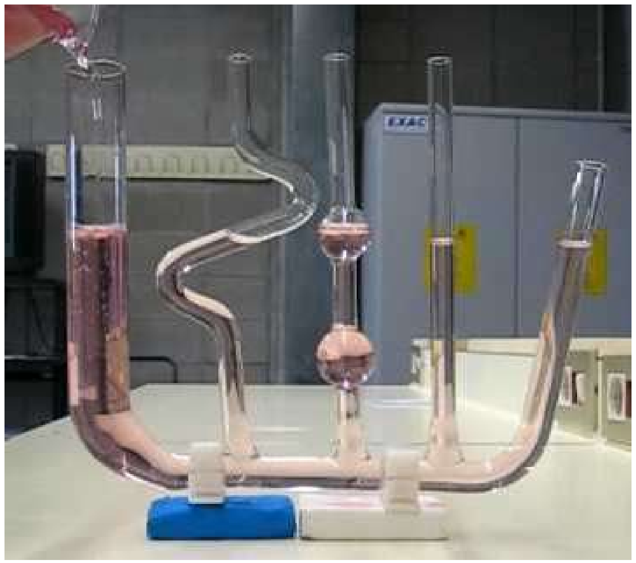
Ecuación fundamental de la hidrostática

fluido con superficie libre abierta a la atmósfera

$$p_2 - p_1 = -\rho g (y_2 - y_1) \longrightarrow \boxed{p(h) = p_{atm} + \rho g h}$$



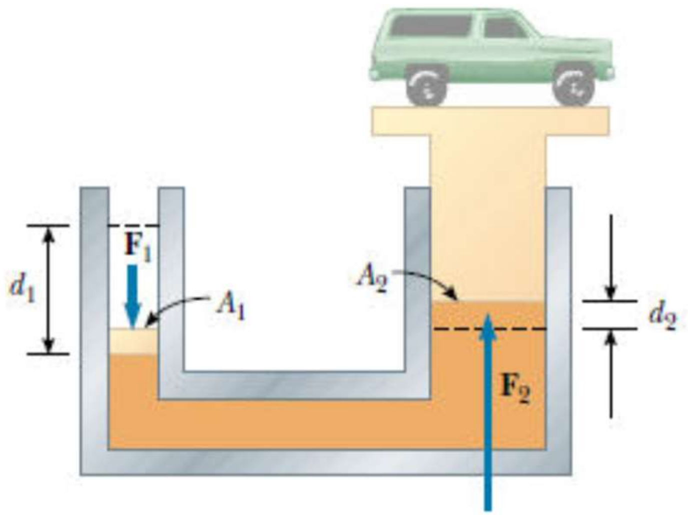
paradoja hidrostática: recipientes con distinta forma soportan la misma presión en su fondo si el nivel del líquido es el mismo en todos ellos



Principio de Pascal: *un cambio en la presión aplicada sobre el líquido contenido en un recipiente se transmite con la misma intensidad a todos los puntos del fluido y a las paredes del recipiente*

prensa hidraúlica

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$



Ley atmosférica

La presión de aire disminuye al aumentar la altitud de forma exponencial

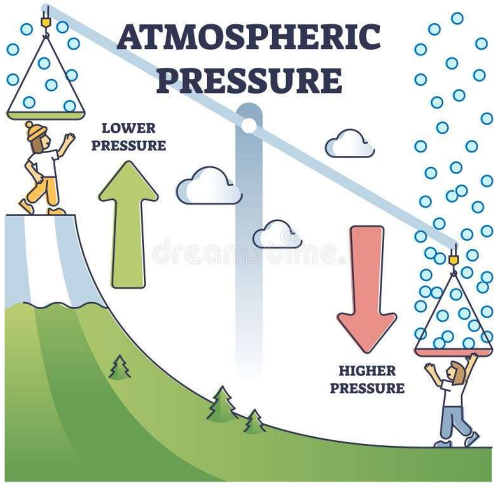
Sup. densidad del aire es proporcional a la presión $\rho(p) = \beta p \longrightarrow \rho(p_0) = \rho_0$

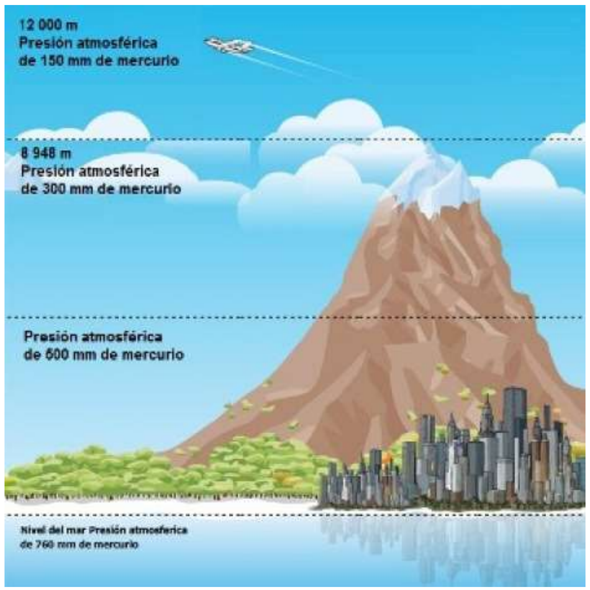
$$\beta = \frac{\rho_0}{p_0} \longrightarrow \rho(p) = \beta p = \frac{\rho_0 p}{p_0} \qquad dp = -\rho g dy = -\beta p g dy$$

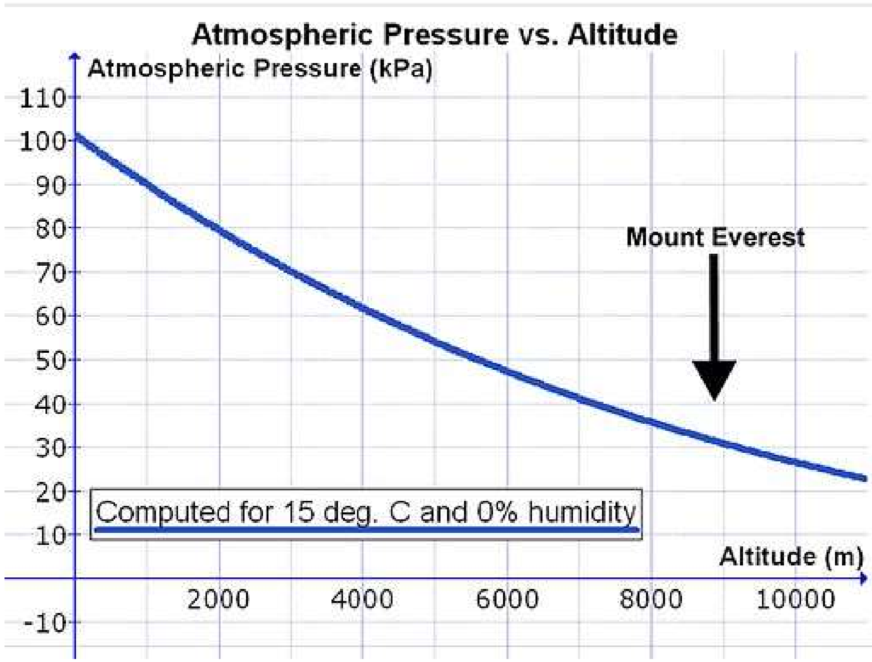
p_0 presión atmosférica a nivel del mar

$$\frac{dp}{p} = -\beta g dy \longrightarrow ln\frac{p(h)}{p_0} = -\beta g h \longrightarrow p(h) = p_0 e^{-\alpha h} \qquad \alpha = -g\frac{\rho_0}{p_0}$$

Integrando:
p(y=0)=p$_0$
p(y=h)=p(h)





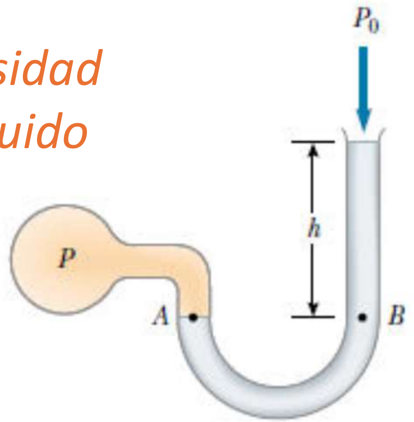


Manómetros y barómetros

Principio básico: la diferencia de presión en un líquido es proporcional a la profundidad

manómetro de tubo abierto

ρ densidad del líquido



$$p_0 = p_{atm}$$

$$p_A - p_B = -\rho g(y_B - y_A) = 0 \rightarrow p_A = p_B$$

Presión absoluta $p = p_{atm} + \rho g h$

Presión manométrica o relativa $p - p_{atm} = \rho g h$

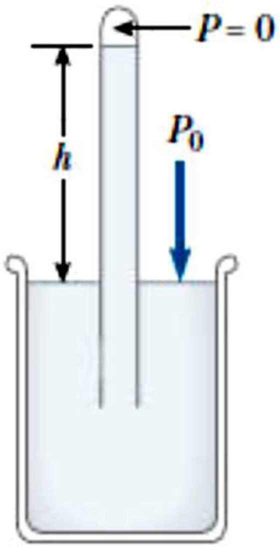
barómetro

$$p_0 = p_{atm} = \rho_{Hg} g h$$

$$0ºC \rightarrow \rho_{Hg} = 13.595 \frac{g}{cm^3}$$

$$p_{atm} = 101325\ Pa \rightarrow h = 760\ mm$$

Unidad de presión 1 Torr = 1 mmHg



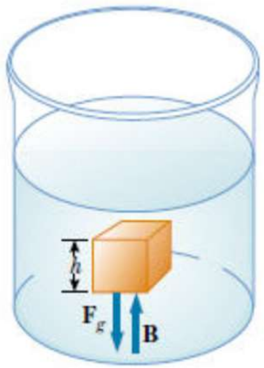
E. Torricelli (1608-1647) físico italiano, inventor del barómetro, demostró que el aire tiene peso, mejoró el telescopio y el microscopio construyendo lentes

Principio de Arquímedes

Fuerza de empuje: fuerza ascendente que actúa sobre un objeto cuando está sumergido en un fluido

Principio de Arquímedes: todo objeto total o parcialmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza ascendente o empuje cuyo módulo es igual al peso del fluido desalojado por el objeto

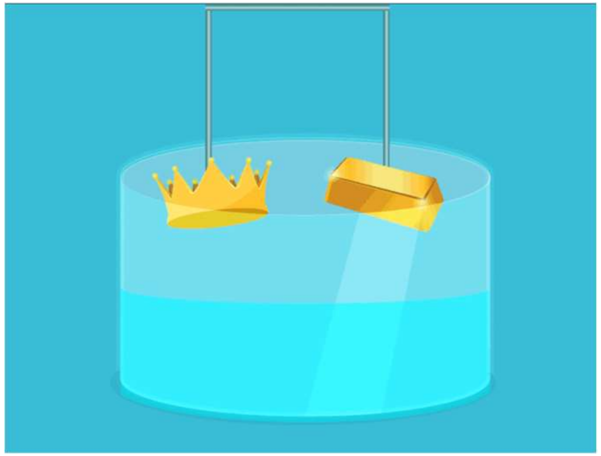
$$p_{inf} > p_{sup} \rightarrow p_{inf} - p_{sup} = \rho_f g h$$



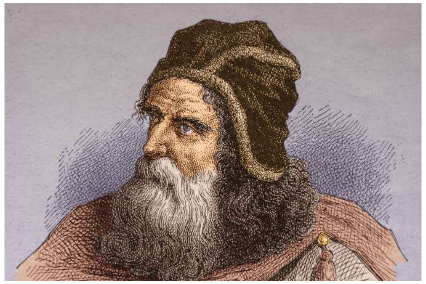
Resultante de las fuerzas ejercidas por la presión en cada cara del cubo de área *A:*

$$F_e = p_{inf} A - p_{sup} A = \rho_f g h A = \rho_f g V = M_f g$$

¡Eureka! La corona de oro del rey Hierón II→ calcular su densidad sin destruirla



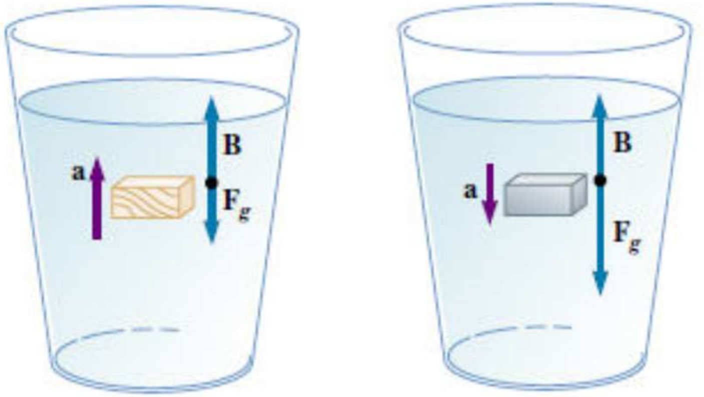
Arquímedes de Siracusa (287-212 a.C.) físico, ingeniero, inventor, astrónomo y matemático griego, explicó el principio de la palanca, diseñó armas y el tornillo, calculó el área bajo una parábola, volúmenes de revolución y el nº Pi



Principio de Arquímedes

todo objeto total o parcialmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza ascendente o empuje cuyo módulo es igual al peso del fluido desalojado por el objeto

Objeto completamente sumergido



menos denso que el fluido

más denso que el fluido

$$F_e = \rho_f g V_{objeto} \qquad V_{f.\,desalojado} = V_{obj}$$

Peso del objeto $F_g = M_{obj} g = \rho_{obj} V_{obj} g$

$$\sum F = F_e - F_g = (\rho_f - \rho_{obj}) V_{obj} g$$

$\rho_f > \rho_{obj} \rightarrow objeto\ asciende$

$\rho_f < \rho_{obj} \rightarrow objeto\ se\ hunde$

$\rho_f = \rho_{obj} \rightarrow permanece\ sumergido\ a\ altura\ fija$

Objeto flotante (parcialmente sumergido

$$V_{f.\,desalojado} = V_{parte\ obj.sumergido}$$

$$\sum F = F_e - F_g = 0 \rightarrow \rho_f g V_{f.\,desalojado} = \rho_{obj} V_{obj} g$$

$$\frac{V_{f.\,desalojado}}{V_{obj}} = \frac{\rho_{obj}}{\rho_f}$$

Dinámica de fluidos

Flujo estacionario o laminar: cada partícula del fluido sigue una trayectoria uniforme, sin cruzarse $v_f = cte$

Flujo turbulento: presencia de regiones con pequeños vórtices irregulares

Viscosidad: propiedad relacionada con el grado de fricción interna del fluido, según la resistencia que ofrezcan dos capas adyacentes del fluido a desplazarse una con respecto a otra → **fuerza no conservativa**

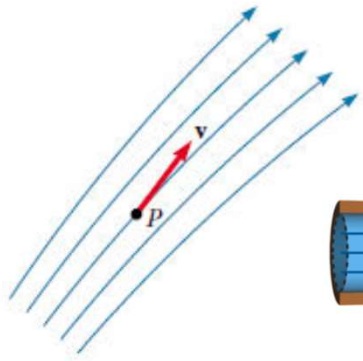
Propiedades de un fluido ideal:

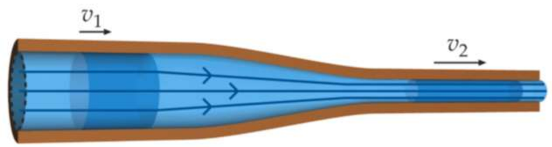
- *No viscoso*: se desprecia la energía interna
- *Incompresible*: la densidad del fluido permanece constante independientemente de la presión del fluido
- *Flujo laminar*: la velocidad del fluido en todos sus puntos se mantiene constante en el tiempo

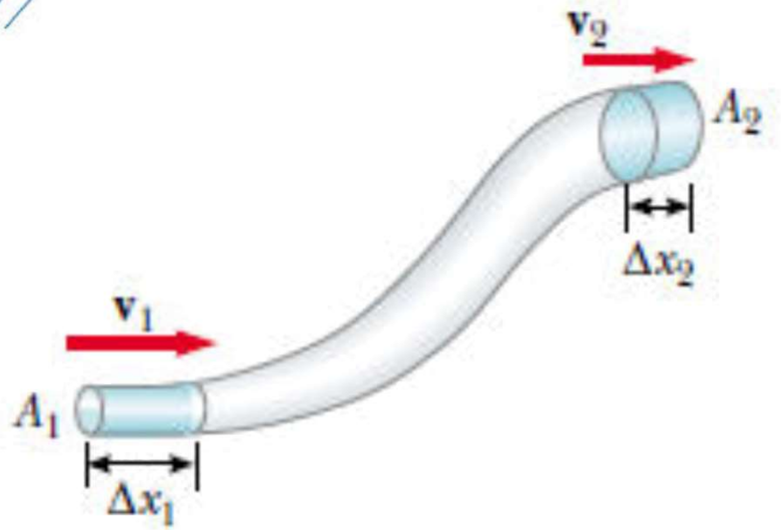
Ecuación de continuidad

Línea de flujo: trayectoria que sigue una partícula del fluido en condiciones de flujo laminar

Tubo de flujo: conjunto de líneas de flujo donde las partículas del fluido no pueden entrar ni salir (no se cruzan las líneas de flujo)







Parte inferior $\Delta x_1 = v_1 \Delta t$

$$\Delta m_1 = \rho A_1 \Delta x_1 = \rho A_1 v_1 \Delta t$$

Parte superior $\Delta x_2 = v_2 \Delta t$

$$\Delta m_2 = \rho A_2 \Delta x_2 = \rho A_2 v_2 \Delta t$$

Flujo estacionario $\Delta m_1 = \Delta m_2$

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

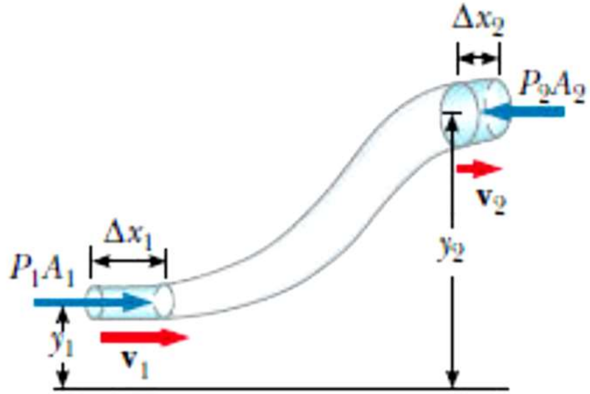
Ecuación de continuidad para fluidos incompresibles

Caudal volumétrico $I = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = Av$

Ecuación de Bernoulli

D. Bernoulli (1700-1782) matemático, físico y médico suizo, estudió la probabilidad, la estadística y la elasticidad

Relaciona la presión con la velocidad y la altura del fluido ideal



Fuerza ejercida por el fluido en S_1 $\quad F_1 = p_1 A_1$

Trabajo $\quad W_1 = F_1 \Delta x_1 = p_1 A_1 \Delta x_1 = p_1 \Delta V$

Fuerza ejercida por el fluido en S_2 $\quad F_2 = p_2 A_2$

Trabajo $\quad W_2 = -F_2 \Delta x_2 = -p_2 A_2 \Delta x_2 = -p_2 \Delta V$

$$\overrightarrow{F_2}\ y\ \overrightarrow{\Delta x_2}\ signos\ opuestos$$

Trabajo neto $\quad W = (p_1 - p_2)\Delta V$

Variación de energía cinética del fluido $\Delta E_c = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2$

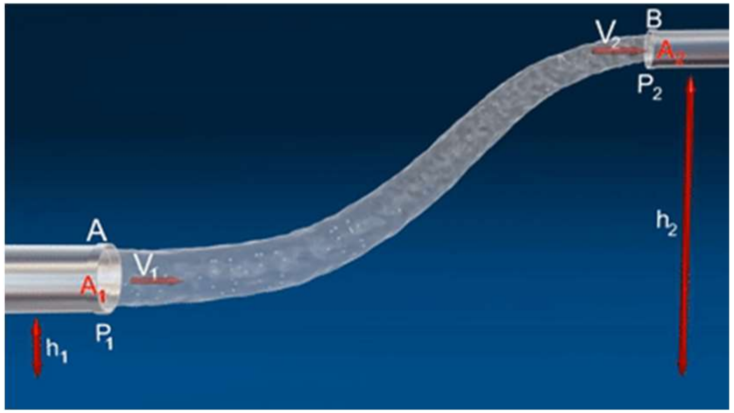
Trabajo del campo gravitatorio $W_{grav} = -\Delta E_p = \Delta m g y_1 - \Delta m g y_2$

$$(p_1 - p_2)\Delta V = \frac{1}{2}\Delta m(v_2^2 - v_1^2) + \Delta m g(y_2 - y_1)$$

Ecuación de Bernoulli

Relaciona la presión con la velocidad y la altura del fluido ideal

$$(p_1 - p_2)\Delta V = \frac{1}{2}\Delta m(v_2^2 - v_1^2) + \Delta m g(y_2 - y_1)$$



$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

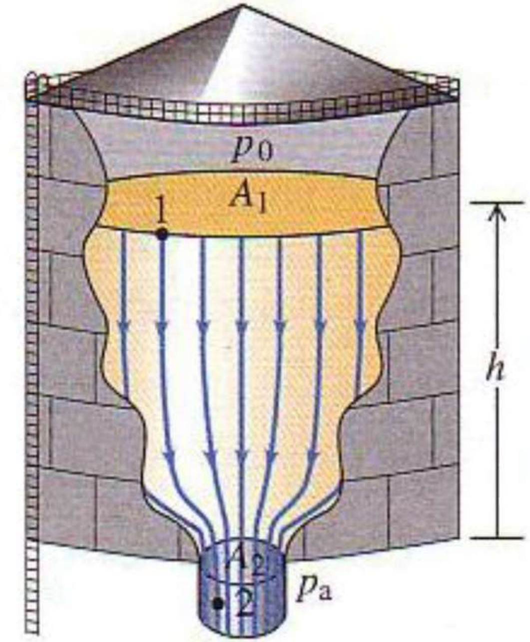
$$(p_1 - p_2) = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1)$$

$$\boxed{p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2}$$

$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = cte}$$

Teorema de Torricelli

La velocidad de salida de un líquido por un orificio en el fondo de un depósito grande es la misma que la de un objeto en caída libre desde la superficie libre del líquido



$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2\frac{p_0 - p_{atm}}{\rho} + 2gh$$

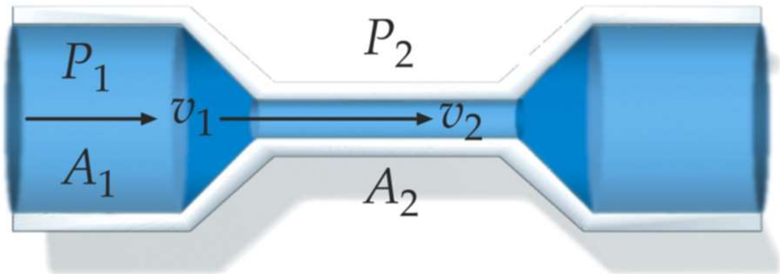
Ec. continuidad $v_2 = \dfrac{A_1}{A_2} v_1$ y si $A_2 \ll A_1 \longrightarrow v_1^2 \ll v_2^2$

$$\Rightarrow \quad v_2^2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}\left[2\frac{p_0 - p_{atm}}{\rho} + 2gh\right] \approx 2\frac{p_0 - p_{atm}}{\rho} + 2gh$$

Si el depósito estuviera abierto a la atmósfera $p_0 = p_{atm} \longrightarrow v_2 \approx \sqrt{2gh}$

Efecto Venturi

Cuando aumenta la velocidad de un fluido, desciende la presión (si pueden ignorarse los cambios de altura)

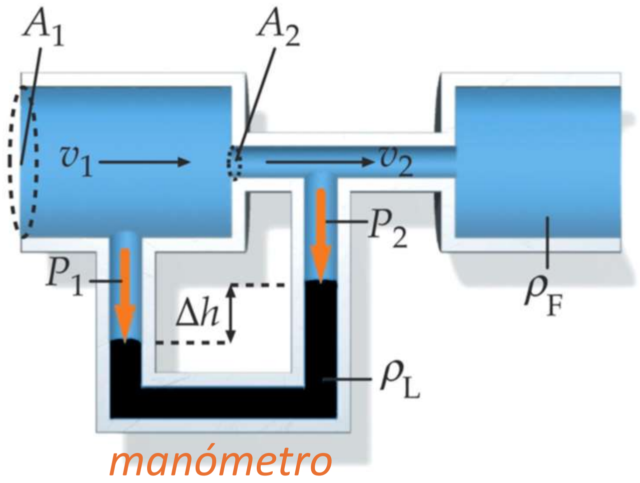


$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Ec. continuidad $\quad v_1 < v_2 \qquad p_1 > p_2$

G.B. Venturi (1746-1822) físico italiano, estudió a Galileo y a Leonardo da Vinci, inventó la bomba y el tubo Venturi

Ejemplo: venturímetro, mide la velocidad de un fluido



$$p_1 + \frac{1}{2}\rho_F v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho_F v_2^2$$

Ec. continuidad $\quad v_2 = r v_1 \qquad r = \dfrac{A_1}{A_2}$

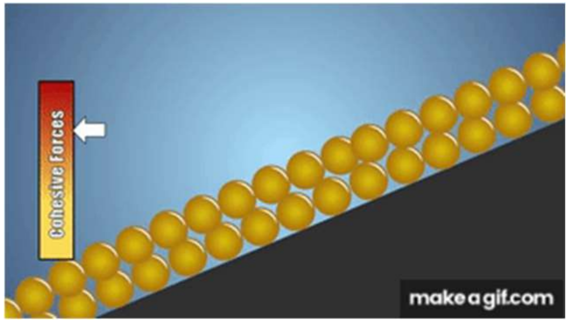
$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho_F (r^2 - 1) v_1^2$$

Ec. hidrodinámica $\quad p_1 - p_2 = \rho_L g \Delta h - \rho_F g \Delta h$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(\rho_L - \rho_F) g \Delta h}{\rho_F (r^2 - 1)}}$$

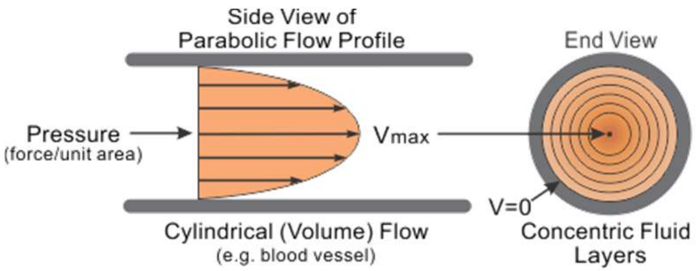
Flujo viscoso

Viscosidad: fricción interna del fluido
depende de la temperatura: aumenta para los gases y disminuye para los líquidos

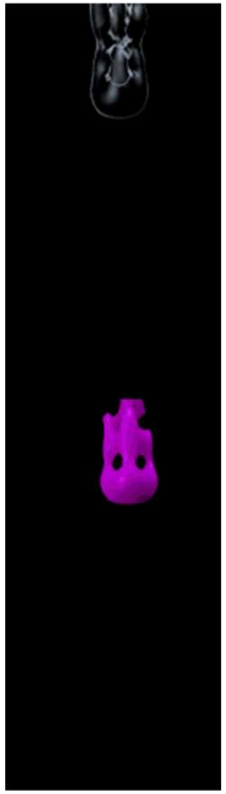


Capa frontera en una superficie

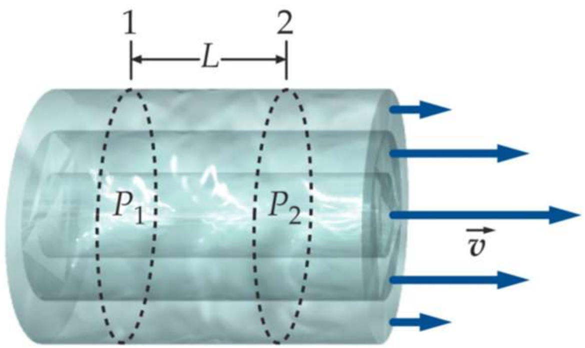
pérdida de carga: caída de presión en la dirección del flujo debida a la fuerza de resistencia o frenado de las paredes y a la fuerza de arrastre (*viscosa*) de la capa de fluido adyacente



La velocidad de un fluido también disminuye a lo largo del diámetro desde el centro hasta las paredes de una tubería



Resistencia al flujo $R = f(L, r, viscosidad)$



Caudal $\quad Q \equiv \Delta p = RI = RAv$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 + Q$$

Energía por unidad de volumen disipada por rozamiento interno

Coeficiente de viscosidad

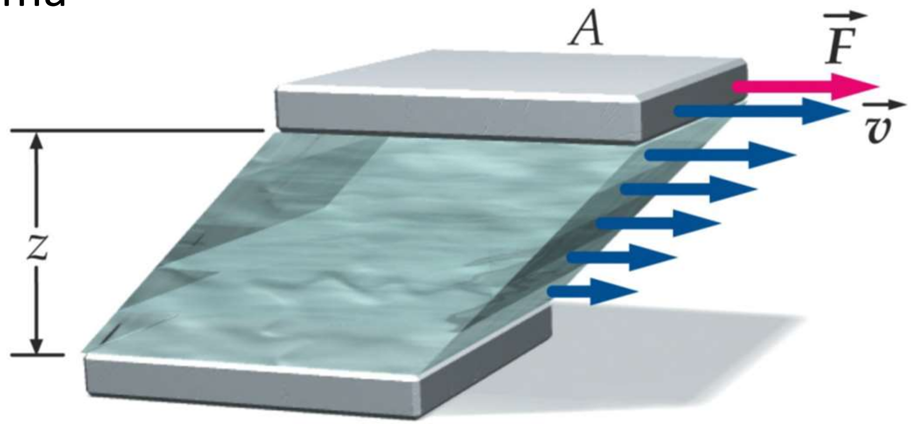
Relaciona la fuerza aplicada sobre la placa superior que encierra un fluido, opuesta a la fuerza viscosa de resistencia del fluido prácticamente en reposo sobre la placa inferior, con la velocidad del fluido y la geometría del sistema

$$F = \eta \frac{vA}{z}$$

η *coeficiente de viscosidad*

unidades Pa s

fluido newtoniano



Fluido	Temperatura °C	η (mPa·s)
Agua	0	1.80
	20	1.00
	60	0.65
Sangre	37	4.00
Aceite para motores	30	200.00
Petróleo	20	986.00
Glicerina	0	10000.00
	20	1410.00
	60	81.00
Aire	20	0.018

Ley de Poiseuille

Aplicable a fluido newtoniano y en condiciones de flujo laminar, relaciona la pérdida de carga con la viscosidad, la geometría del sistema y el flujo volumétrico

$$\text{resistencia } R = \frac{8\eta L}{\pi r^4} \xrightarrow[\eta \text{ cte}]{} \text{caudal}$$

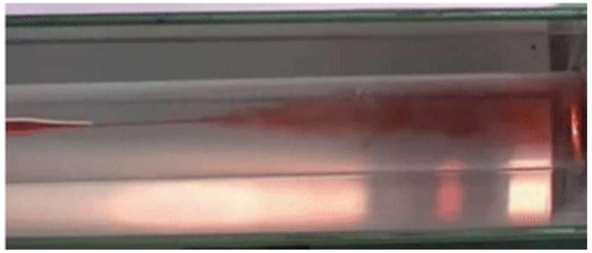
$$\boxed{Q = \Delta p = \frac{8\eta L}{\pi r^4} I}$$

J.L.M. Poiseuille (1797-1869) médico francés, estudió la mecánica de fluidos de la sangre

Flujo turbulento

Flujo irregular y caótico, que cambia con el tiempo

Aparece cuando la velocidad de un flujo laminar supera un valor crítico



O. Reynolds (1842-1912) matemático británico, estudió la transición de flujo laminar a turbulento, la tribología y los materiales granulares

Factores:

- Viscosidad
- Rugosidad superficial
- Variación de densidad del fluido
- Geometría del sistema

nº Reynolds

$$N_R = \frac{2r\rho v}{\eta} \quad \begin{cases} N_R < 2000 & \text{laminar} \\ 2000 < N_R < 3000 & \text{inestable} \\ N_R > 3000 & \text{turbulento} \end{cases}$$