Problemas de Física I. Grado en Ingeniería Eléctrica.
Magnitudes físicas y vectores.

1. Un cuerpo, partiendo con velocidad v_0, se mueve de manera descalerada por una circunferencia de radio R de manera que los modulos de la aceleración normal y tangencial son siempre iguales. De entre las siguientes, ¿cuál podría ser la expresión correcta del módulo de la aceleración en función del tiempo?

   □ a. $a(t) = \sqrt{2}Rv_0/(R + v_0t)^2$ □ b. $a(t) = \sqrt{2}Rv_0/(R + v_0t)$
   □ c. $a(t) = \sqrt{2}Rv_0^2/(R + v_0t)^2$ □ d. $a(t) = \sqrt{2}v_0/(R + v_0t)$

2. Considere la ecuación $y = ax + b$, donde a y b son constantes, y representa la energía de una partícula medida en julios, y x la posición, medida en milímetros. ¿En qué unidades se mide a?

   □ a. J □ b. J·m □ c. J·mm □ d. J/mm

3. En la cuestión anterior, ¿en qué unidades se mide b?

   □ a. J □ b. J·m □ c. J·mm □ d. J/mm

4. Realizar los siguientes cambios de unidades:
   a) expresar $9,81$ m/s^2 en km/min^2. b) convertir 700 mm de mercurio en atm. c) ¿cuántos kg/m^3 son 1 g/l ?

5. Halle las ecuaciones de dimensión de las siguientes magnitudes, sus unidades en el SI, e indique también si son magnitudes escalares o vectoriales: velocidad, aceleración, fuerza, volumen, trabajo, superficie, densidad, presión, energía cinética, energía potencial gravitatoria.

6. Utilizando el análisis dimensional, averiguar cuál de las siguientes fórmulas físicas es la correcta: $a = v^2/R^2$, $a = v^2/(2R^2)$, $a = v^2/R$, $a = v/R^2$; donde a es la aceleración, v la velocidad y R la distancia.

7. Sobre una partícula actúan tres fuerzas de 37, 25 y 30 N, que forman con la horizontal ángulos de 30º, 60º y 135º respectivamente. Calcule la fuerza total que actúa sobre ella. Determine el vector que representa dicha fuerza y su módulo.

8. Tres vectores $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ y $\vec{a}_3$ de longitudes a, $2a$ y $3a$ respectivamente, están dirigidos según las diagonales de las tres caras de un cubo (ver figura 1). Calcule su resultante. Calcule también un vector unitario en la dirección de la diagonal del cubo.

9. Una bombilla P cuelga del techo de la habitación como se indica en la figura 2. Calcule el vector de posición P
   a) con respecto al sistema de referencia A. b) con respecto al sistema de referencia B.

10. Hallar el ángulo β del acodado de la tubería que baja por la rampa de la figura 3.

11. Hallar la proyección del vector $\vec{v} = \vec{i} - 2\,\vec{j} + \vec{k}$ sobre la recta que pasa por los puntos A$(1, 4, 1)$ y B$(5, 2, 8)$.

12. La placa triangular de la figura 4, gira alrededor de un eje perpendicular a ella, en el sentido indicado, siendo el módulo de su velocidad angular 4 rad/s. Halle la expresión del vector que representa a $\vec{\omega}$ en el sistema de referencia indicado (el vector velocidad angular es un vector de módulo la velocidad angular, dirección la del eje de giro y sentido dado por el giro).

13. ¿Qué vector debe sumarse a $\vec{a} = \vec{i} + 2\,\vec{j} + \vec{k}$ para que dicha suma sea paralela al vector $\vec{b} = \vec{i} + 2\,\vec{j} + 2\vec{k}$ y tenga módulo 6?

14. Dado los vectores $\vec{A} = \mathrm{sen(t)}\vec{\mathrm{i}} + \cos(\mathrm{t})\,\vec{\mathrm{j}} + \mathrm{t}\,\vec{\mathrm{k}}$ y $\vec{B} = 5t\,\vec{i} + t\,\vec{j} - t^3\,\vec{k}$. Calcular: $\dfrac{d\vec{A}}{dt}$, $\dfrac{d\vec{B}}{dt}$, $\dfrac{d|\vec{A}|}{dt}$, $\dfrac{d(\vec{A}\cdot\vec{B})}{dt}$, $\dfrac{d(\vec{A}\times\vec{B})}{dt}$, $\dfrac{d(\vec{A}\cdot\vec{A})}{dt}$.

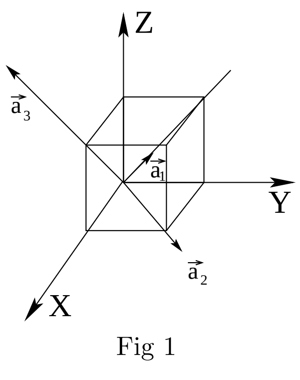

Fig 1

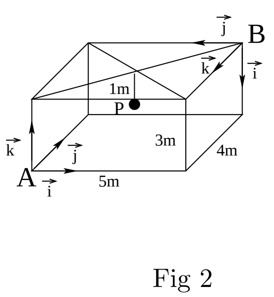

Fig 2

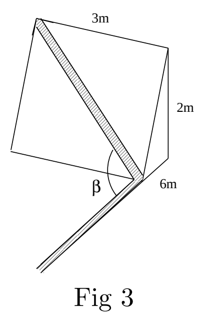

Fig 3

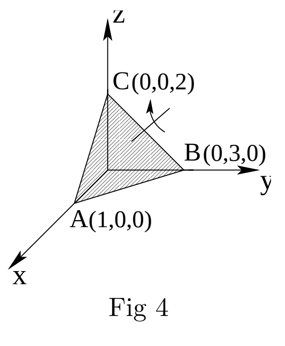

Fig 4

SOLUCIONES

1. c
2. d
3. a
4. a) 35.316 km/min^2; b) 0.921 atm; c) 1 kg/m^3.
5.

Magnitudes	¿Escalar o Vector?	Ecuación de dimensión	Unidad de medida
fuerza $\vec{F} = m\,\vec{a}$	vector	$[M]\,[L]\,[T^{-2}]$	N (Newton)
volumen	escalar	$[L^3]$	$1\,m^3$
trabajo $dW = \vec{F}\,\vec{s}$	escalar	$[M]\,[L^2]\,[T^{-2}]$	$N\,m$ = J (Julio)
superficie	escalar	$[L^2]$	$1\,m^2$
densidad $\rho = \dfrac{m}{V}$	escalar	$[M]\,[L^{-3}]$	$1\,m^3$
presión $P = \dfrac{F}{S}$	escalar	$[M]\,[L^{-1}]\,[T^2]$	$\frac{N}{m^2}$ = Pa (Pascal)

Las dimensiones y unidades de las energía cinética, elástica, electrostática y potencial gravitatoria son las mismas que las del trabajo.

6. v^2/R
7. $\vec{F} = (23,33\vec{i} + 61,36\vec{j})\,N$, $|\vec{F}| = 65,65N$, $\vec{F}$ forma un ángulo con la horizontal de 69,18$^{\text{o}}$
8. Resultante: $\vec{R} = a\frac{\sqrt{2}}{2}\,(5\vec{i} + 3\vec{j} + 4\,\vec{k})$.

   Vector unitario en la dirección de la diagonal del cubo $\vec{u}_d = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\,(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$.
9. a) $\vec{OP} = (2,5\vec{i} + 2\,\vec{j} + 2\,\vec{k})\,m$; b) $\vec{OP} = (\vec{i} + 2{,}5\,\vec{j} + 2\,\vec{k})\,m$
10. 149$^{\text{o}}$
11. $1,8$
12. $\vec{\omega} = -\dfrac{4}{7}\,(6\vec{i} + 2\,\vec{j} + 3\,\vec{k})$ rad/s
13. $\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$
14. $\dfrac{d\vec{A}}{dt} = (\cos(t), -\sin(t), 1)$

    $\dfrac{d\vec{B}}{dt} = (5, 1, -3\,t^2)$

    $\dfrac{d|\vec{A}|}{dt} = \dfrac{t}{\sqrt{1+t^2}}$

    $\dfrac{d}{dt}\,(\vec{A}\cdot\vec{B}) = 5\,\sin(t) + 5t\cos(t) + \cos(t) - t\,\sin(t) - 4\,t^3$

    $\dfrac{d}{dt}(\vec{A}\times\vec{B}) = [-2t - 3t^2\cos t + t^3\sin t]\vec{i} + [10t + t^3\cos t + 3t^2\sin t]\vec{j} + [\sin t - 5\cos t + t\cos t + 5t\sin t]\vec{k}$

    $\dfrac{d}{dt}\,(\vec{A}\cdot\vec{A}) = 2\,t.$