Bloque I: Electricidad | **Bloque II: Magnetismo** | **Bloque III: Ondas y Óptica**

Tema 1. Electrostática en el vacío

1.1. Carga eléctrica
1.2. Ley de Coulomb
1.3. Campo eléctrico
1.4. Energía electrostática y potencial eléctrico
1.5. Campo y potencial creado por una distribución de carga
1.6. Flujo eléctrico. Teorema de Gauss

Tema 2. Electrostática en la materia

2.1. Conductores en equilibrio electrostático
2.2. Condensadores. Capacidad y energía electrostática
2.3. Dieléctricos. Polarización. Teorema de Gauss generalizado

Tema 3. Corriente eléctrica

3.1. Intensidad de corriente
3.2. Ley de Ohm. Resistencia eléctrica
3.3. Potencia. Ley de Joule
3.4. Fuerza electromotriz
3.5. Asociación de resistencias
3.6. Leyes de Kirchhoff
3.7. Circuitos RC. Transitorios

Universidad de Sevilla. Escuela Politécnica Superior FÍSICA II

Experimentos de electrostática

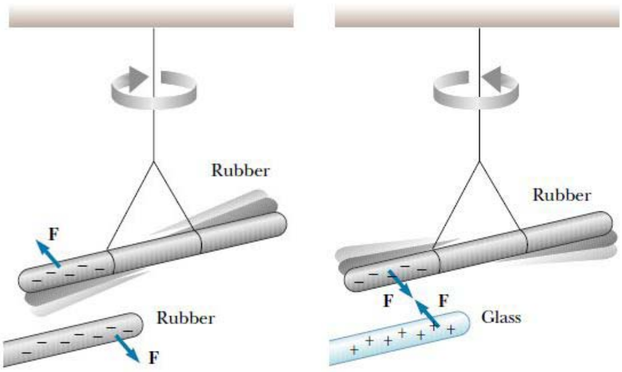
PREGUNTA: ¿QUÉ ESTÁ PASANDO AHÍ?
PROPUESTA DE HIPÓTESIS

- Historia ¿De dónde viene la palabra "electrón"? Ámbar en griego



S XVI: No solo el ámbar, otros materiales también.

Pero, al frotarlos, no todos los materiales se comportan de la misma forma



Se repelen con algunos materiales y se atraen con otros

Se pueden organizar en **dos categorías**

Misma categoría → Se repelen

Diferente categoría → Se atraen

¿Qué ocurre al frotar un material con otro?

Ceder electrones

Piel humana
Cuero
Vidrio
Pelo humano
Lana
Ámbar
Globo de goma
Poliéster
Espuma de poliestireno
Vinilo (PVC)

Tomar electrones

¿Qué le ha pasado al gato?

¿Cómo funciona una impresora láser?

- Propiedades
  - Hay dos tipos de carga: **Positiva** y **Negativa**
    - Diferente signo: Se atraen
    - Mismo signo: Se repelen
  - La carga está cuantizada

$$\boxed{q = \pm Ne}$$

Una carga cualquiera *q* siempre va a ser un múltiplo de la unidad fundamental de carga, *e*

Carga del electrón = -*e*   Carga del protón = *e*

  - Conservación de la carga

En un sistema aislado la carga neta se conserva. Los objetos se cargan por transferencia de carga de unos a otros (e.g. frotamiento).

  - Unidad de carga en el S.I.: Culombio (C)

Definición: 1 C es la carga que pasa por un conductor en 1 s cuando la corriente es 1 A.

$$\boxed{e = 1,602177 \times 10^{-19}\,\mathrm{C} \approx 1,60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}}$$

FÍSICA II Universidad de Sevilla. Escuela Politécnica Superior

- Definición: Conducción eléctrica: Desplazamiento de carga de una posición a otra dentro de un objeto
  - Dos tipos de materiales según su comportamiento frente a la conducción eléctrica

Conductores	Dieléctricos (Aislantes)
La carga PUEDE moverse dentro de ellos de manera relativamente libre	La carga NO PUEDE moverse dentro de ellos de manera relativamente libre
• Metales: Cobre, plata, aluminio,… • Agua • Cuerpo humano	• Vidrio, ámbar, poliuretano, PVC, teflón, madera…

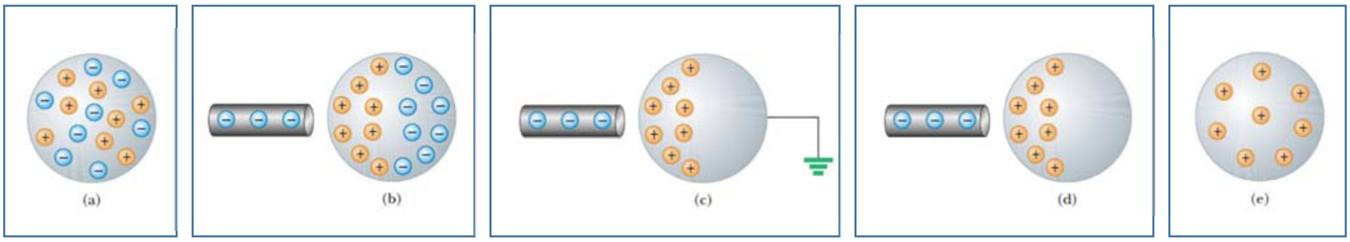
¿qué carga se mueve en un metal?
¿Y en el agua?

Pero, ¿qué ocurre cuando acercamos una carga a un material conductor?
¿Y a un aislante?

Carga externa cerca de un material conductor: (Ej. Lata de aluminio)

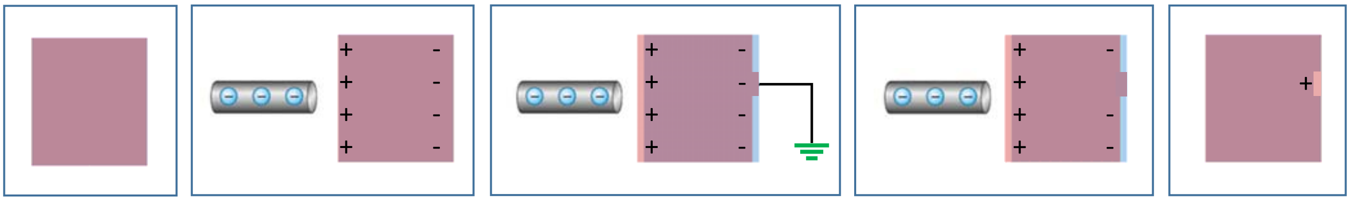
Dentro del conductor
- Cargas de signo igual a la externa se alejan
- Cargas de signo contrario a la externa se acercan

- Carga por inducción electrostática



Carga externa cerca de un material dieléctrico: (Ej. Papelitos)

Dentro del dieléctrico
- Cargas de signo igual a la externa se alejan **levemente**
- Cargas de signo contrario a la externa se acercan **levemente**



PENSAR qué pasa si: 1) Cargo conductor, y acerco otro. 2) Dejo que se toquen

Experimentos de electrostática

REVISIÓN DE LA PREGUNTA: ¿QUÉ ESTÁ PASANDO AHÍ?
EXPLICAR EXPERIMENTOS

Bloque I: Electricidad | **Bloque II: Magnetismo** | **Bloque III: Ondas y Óptica**

Tema 1. Electrostática en el vacío

1.1. Carga eléctrica
1.2. Ley de Coulomb
1.3. Campo eléctrico
1.4. Energía electrostática y potencial eléctrico
1.5. Campo y potencial creado por una distribución de carga
1.6. Flujo eléctrico. Teorema de Gauss

Tema 2. Electrostática en la materia

2.1. Conductores en equilibrio electrostático
2.2. Condensadores. Capacidad y energía electrostática
2.3. Dieléctricos. Polarización. Teorema de Gauss generalizado

Tema 3. Corriente eléctrica

3.1. Intensidad de corriente
3.2. Ley de Ohm. Resistencia eléctrica
3.3. Potencia. Ley de Joule
3.4. Fuerza electromotriz
3.5. Asociación de resistencias
3.6. Leyes de Kirchhoff
3.7. Circuitos RC. Transitorios

FÍSICA II
Universidad de Sevilla. Escuela Politécnica Superior

Se expresa mucho mejor de forma matemática (el lenguaje de la naturaleza)

LEY DE COULOMB

- La fuerza ejercida por una carga puntual sobre otra está dirigida **a lo largo de la línea que las une**.
- La fuerza varía **inversamente con el cuadrado de la distancia** que separa las cargas y es **proporcional al producto de las mismas**.
- Es **repulsiva** si las cargas tienen el mismo signo, y **atractiva** si las cargas tienen signos opuestos.

IMPORTANTE!! Fuerza eléctrica es magnitud **vectorial**

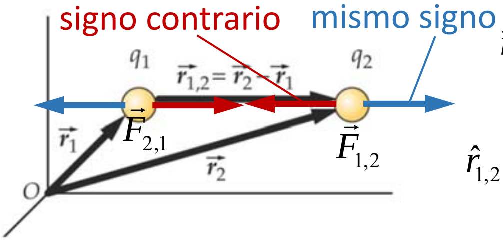
MÓDULO

$$\boxed{\left|\vec{F}\right| = F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}}$$

$$\begin{cases} k = 8{,}99\times10^9\ \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \approx 9\times10^9\ \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} & \text{Cte. De Coulomb} \\ k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} & \\ \varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi k} = 8{,}85\times10^{-12}\ \dfrac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} & \text{Cte. dieléctrica del vacío} \end{cases}$$

DIRECCIÓN: La define un **vector unitario**

SENTIDO: El **signo** de las cargas



$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ Vector distancia entre q_1 y q_2

$\hat{r}_{1,2} = \dfrac{\vec{r}_{1,2}}{\left|\vec{r}_{1,2}\right|} = \dfrac{\vec{r}_{1,2}}{r_{1,2}}$ Vector unitario en la dirección de $\vec{r}_{1,2}$

VECTOR FUERZA ELÉCTRICA

Fuerza eléctrica ejercida por q_1 sobre q_2 $\boxed{\vec{F}_{1,2} = k\dfrac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2}\hat{r}_{1,2}}$

Fuerza eléctrica ejercida por q_2 sobre q_1 $\boxed{\vec{F}_{2,1} = k\dfrac{q_1 q_2}{r_{2,1}^2}\hat{r}_{2,1} = k\dfrac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2}\left(-\hat{r}_{1,2}\right) = -\vec{F}_{1,2}}$ $\left|\vec{F}_{2,1}\right| = \left|\vec{F}_{1,2}\right|$

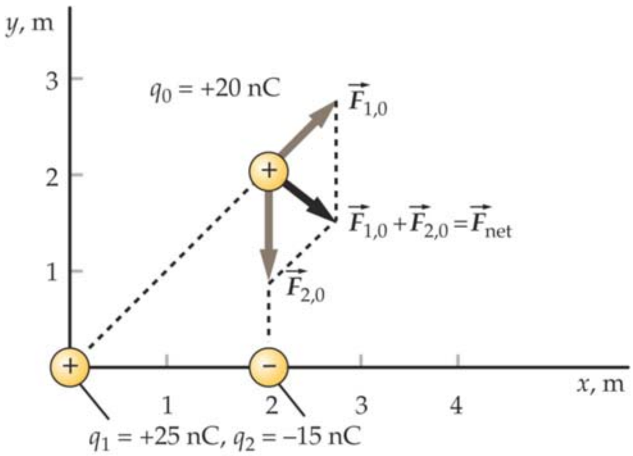
Ya se puede hacer el problema 1.1. Lo vamos a hacer en forma de **FICHA 1**

¿Y qué pasa cuando hay más de dos cargas?

En un sistema de cargas, cada carga ejerce una fuerza de Coulomb sobre cada una de las demás

¿Cuál es entonces la fuerza eléctrica neta sobre una carga?

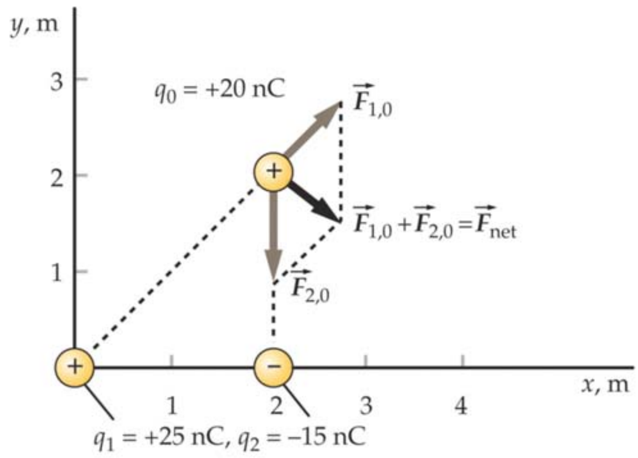
Por el **Principio de Superposición**: La fuerza neta sobre cada carga es la **suma vectorial** de las fuerzas individuales ejercidas sobre dicha carga por las restantes cargas del sistema.



$$\boxed{\vec{F}_{Neta,0} = \sum_i \vec{F}_{i,0}}$$

Ejemplo 2 **Fuerza neta** Dada la distribución de cargas de la figura, calcular la fuerza neta sobre la carga q_0

Ejercicio 1.2



$$\vec{F}_{Neta,0} = \vec{F}_{1,0} + \vec{F}_{2,0}$$

Estrategia de resolución:

1. Obtener los vectores $\vec{F}_{1,0}$ y $\vec{F}_{2,0}$
2. Sumarlos (**por componentes!**)

Procedimiento:

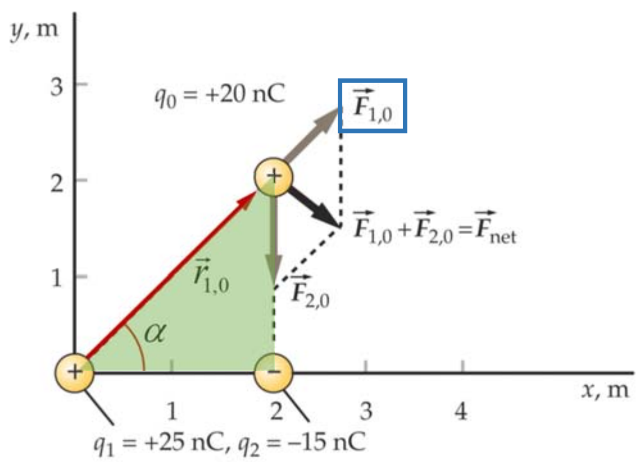
$$\vec{F}_{Neta,0} = \vec{F}_{1,0} + \vec{F}_{2,0}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{F}_{1,0} &= F_{1,0x}\hat{i} + F_{1,0y}\hat{j} \\ \vec{F}_{2,0} &= F_{2,0x}\hat{i} + F_{2,0y}\hat{j} \end{aligned} \right\}$$

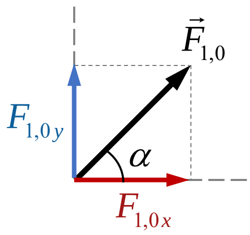
$$\vec{F}_{Neta,0} = \left(F_{1,0x} + F_{2,0x}\right)\hat{i} + \left(F_{1,0y} + F_{2,0y}\right)\hat{j}$$

Descomponer vectores: **ESENCIAL EN FÍSICA II** (y en Física I)

Ejemplo 2 **Fuerza neta** Dada la distribución de cargas de la figura, calcular la fuerza neta sobre la carga q_0



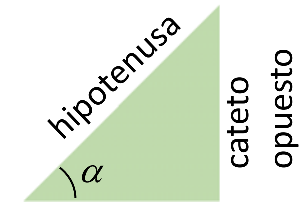
$\boxed{\vec{F}_{1,0}}$



$$\vec{F}_{1,0} = F_{1,0x}\hat{i} + F_{1,0y}\hat{j} = F_{1,0}\cos\alpha\ \hat{i} + F_{1,0}\sin\alpha\ \hat{j}$$

$$\text{con} \quad F_{1,0} = k\frac{q_1 q_0}{r_{1,0}^2}$$

NO HACE FALTA α PARA CALCULAR cos α



$$\left\{ \begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{c.c.}{h.} = \frac{2}{r_{1,0}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \text{sen}\,\alpha &= \frac{c.o.}{h.} = \frac{2}{r_{1,0}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right.$$

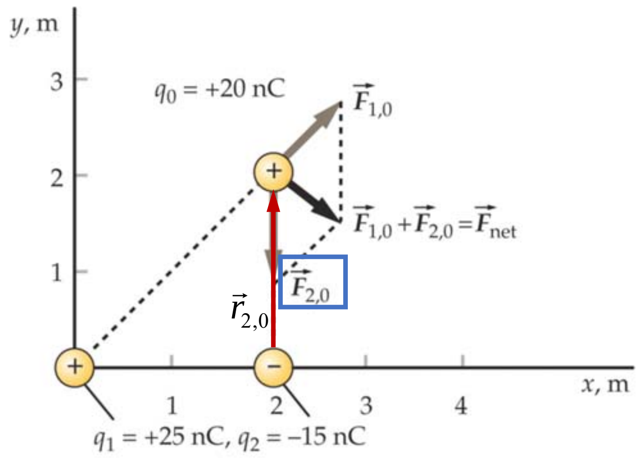
$$\left\{ \begin{aligned} F_{1,0x} &= \frac{F_{1,0}}{\sqrt{2}} \\ F_{1,0y} &= \frac{F_{1,0}}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right.$$

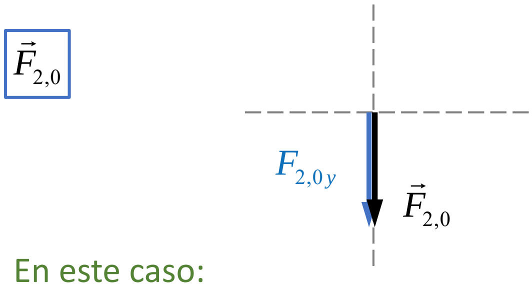
- Cateto contiguo = $c.c.$ = 2
- Cateto opuesto = $c.o.$ = 2
- Hipotenusa = $h.$ = $r_{1,0} = \left|\vec{r}_{1,0}\right| = \sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}$

$$\vec{F}_{1,0} = \frac{F_{1,0}}{\sqrt{2}}\hat{i} + \frac{F_{1,0}}{\sqrt{2}}\hat{j} = k\frac{q_1 q_0}{\sqrt{2}r_{1,0}^2}\left(\hat{i}+\hat{j}\right)$$

$$\vec{F}_{1,0} = (3{,}97\times10^{-7}\,\text{N})\,\hat{i} + (3{,}97\times10^{-7}\,\text{N})\,\hat{j}$$

Ejemplo 2 **Fuerza neta** Dada la distribución de cargas de la figura, calcular la fuerza neta sobre la carga q_0





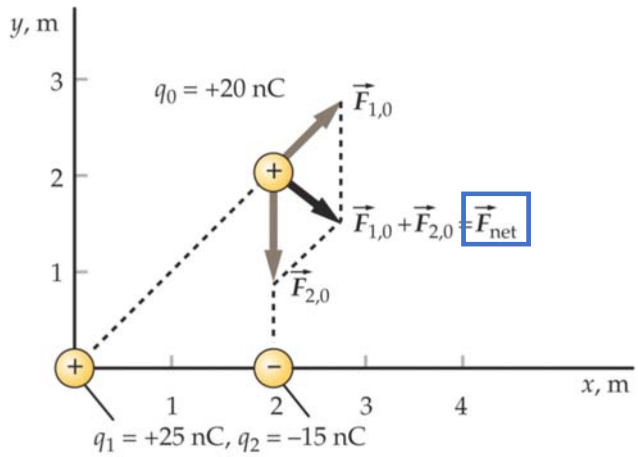
En este caso:

$$\vec{F}_{2,0} = F_{2,0y}\,\hat{j} = -\left|F_{2,0}\right|\hat{j} \quad \text{con} \quad F_{2,0} = k\frac{q_2 q_0}{r_{2,0}^2}$$

$$\rightarrow \vec{F}_{2,0} = -k\frac{|q_2 q_0|}{r_{2,0}^2}\hat{j}$$

$$\rightarrow \vec{F}_{2,0} = (-6,74\times10^{-7}\,\mathrm{N})\,\hat{j}$$

Ejemplo 2 **Fuerza neta** Dada la distribución de cargas de la figura, calcular la fuerza neta sobre la carga q_0



$$\begin{aligned}\vec{F}_{Neta,0} &= \vec{F}_{1,0} + \vec{F}_{2,0} = \left(F_{1,0x} + F_{2,0x}\right)\hat{i} + \left(F_{1,0y} + F_{2,0y}\right)\hat{j} = \\ &= \left(3,97\times10^{-7}\,\mathrm{N} + 0\right)\hat{i} + \left(3,97\times10^{-7}\,\mathrm{N} - 6,74\times10^{-7}\,\mathrm{N}\right)\hat{j} = \\ &= \left(3,97\times10^{-7}\,\mathrm{N}\right)\hat{i} - \left(2,77\times10^{-7}\,\mathrm{N}\right)\hat{j}\end{aligned}$$

Ejercicio: Calcular el módulo y el ángulo respecto a la horizontal para la fuerza neta

Bloque I: Electricidad	Bloque II: Magnetismo	Bloque III: Ondas y Óptica

Tema 1. Electrostática en el vacío

1.1. Carga eléctrica
1.2. Ley de Coulomb
1.3. Campo eléctrico
1.4. Energía electrostática y potencial eléctrico
1.5. Campo y potencial creado por una distribución de carga
1.6. Flujo eléctrico. Teorema de Gauss

Tema 2. Electrostática en la materia

2.1. Conductores en equilibrio electrostático
2.2. Condensadores. Capacidad y energía electrostática
2.3. Dieléctricos. Polarización. Teorema de Gauss generalizado

Tema 3. Corriente eléctrica

3.1. Intensidad de corriente
3.2. Ley de Ohm. Resistencia eléctrica
3.3. Potencia. Ley de Joule
3.4. Fuerza electromotriz
3.5. Asociación de resistencias
3.6. Leyes de Kirchhoff
3.7. Circuitos RC. Transitorios

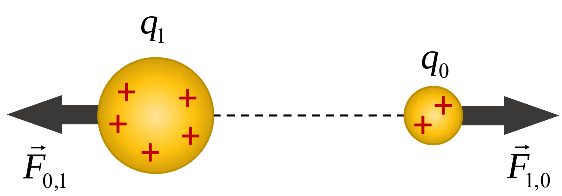
PREGUNTA: ¿Qué es un campo?

FÍSICA II — Universidad de Sevilla. Escuela Politécnica Superior

Fuerza eléctrica es una **fuerza a distancia** ⇒ Problema conceptual

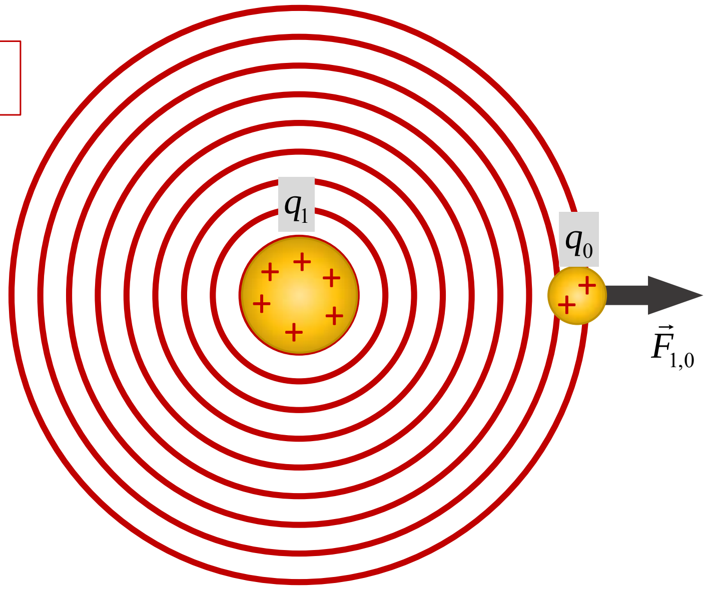
¿CÓMO / **¿CUÁNDO** } se aplica la fuerza?

¿Es inmediata?



Nuevo concepto: **CAMPO**

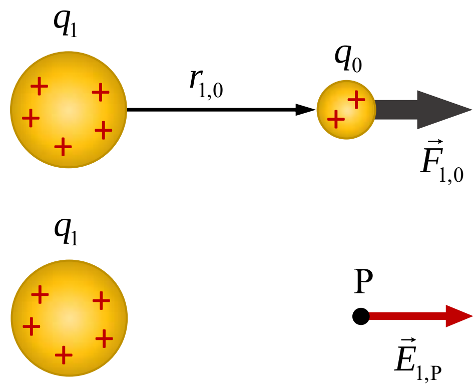
Carga
↓
CAMPO
↓
Fuerza eléctrica
↓
Carga



- Propiedad del **espacio**
- Al moverse una carga, el cambio en el campo se va propagando (nunca más rápido que c)

El campo se define de forma natural a partir de la expresión de la fuerza:

$$\vec{F}_{1,0} = \boxed{k\frac{\boxed{q_1}q_0}{r_{1,0}^2}\hat{r}_{1,0}} = q_0\boxed{\vec{E}_{1,\mathrm{P}}}$$



El campo producido por la carga q_1 en el punto P del espacio es:

$$\boxed{\vec{E}_{1,\mathrm{P}} = k\frac{q_1}{r_{1,0}^2}\hat{r}_{1,0}}$$

Magnitud **VECTORIAL**, al igual que la fuerza

- No depende de la carga que se ponga en P
- Es una propiedad del espacio en el punto P, causada por la carga q_1
- Conocido el campo en un punto, podemos calcular la fuerza que sufriría una carga q_0 que se colocara en ese punto:

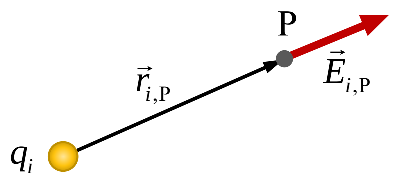
$$\vec{F}_{1,0} = q_0\vec{E}_{1,\mathrm{P}}$$

El concepto de campo de fuerza ya se vio en el anterior cuatrimestre:

$$\vec{F}_{1,0} = \boxed{-G\frac{\boxed{mM_T}}{R_T^2}\hat{k}} = m\boxed{\vec{g}}$$

Campo gravitatorio

Campo eléctrico generado por una distribución de cargas puntuales



El **campo** producido por la carga q_i en el punto P del espacio es:

$$\vec{E}_{i,\mathrm{P}} = k\frac{q_i}{r_{i,\mathrm{P}}^2}\hat{r}_{i,\mathrm{P}}$$

La fuerza producida por la carga q_i sobre una carga q_0 situada en el punto P del espacio es:

$$\vec{F}_{i,0} = q_0\vec{E}_{i,\mathrm{P}} = k\frac{q_0 q_i}{r_{i,\mathrm{P}}^2}\hat{r}_{i,\mathrm{P}}$$

De igual forma que se hace con las fuerzas, se puede aplicar el principio de superposición a los campos:

$$\vec{F}_{Neta,0} = \sum_i \vec{F}_{i,0}$$

$$q_0\vec{E}_\mathrm{P} = q_0\sum_i \vec{E}_{i,\mathrm{P}}$$

$$\boxed{\vec{E}_\mathrm{P} = \sum_i \vec{E}_{i,\mathrm{P}} = k\sum_i \frac{q_i}{r_{i,\mathrm{P}}^2}\hat{r}_{i,\mathrm{P}}}$$

El **campo neto** en P es la **suma vectorial** de los campos producidos por todas las cargas del sistema

Ya se puede hacer el problema 1.3 y los apartados a) de los problemas 1.4. y 1.5.

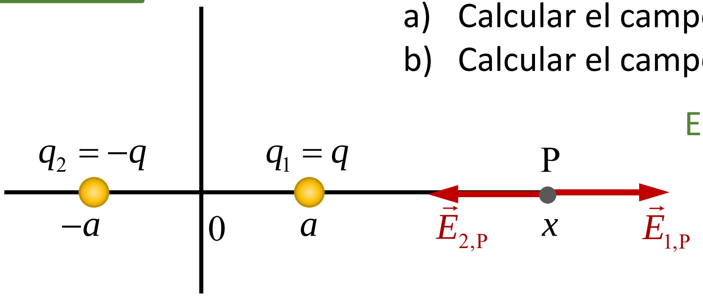
Ejemplo 3 **Campo neto**

En x=a hay una carga *q*, y en x=-a una carga -*q*.

Ejercicio 1.3

a) Calcular el campo eléctrico sobre el eje x, para x>a.

b) Calcular el campo en el límite x>>a.



Estrategia de resolución:

1. Obtener los **vectores** $\vec{E}_{1,\mathrm{P}}$ y $\vec{E}_{2,\mathrm{P}}$
2. Sumarlos (**por componentes!**)

Procedimiento: $\vec{E}_{Neto} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \left(E_{1,x} + E_{2,x}\right)\hat{\imath} + \cancel{\left(E_{1,y} + E_{2,y}\right)\hat{\jmath}} = \left(E_{1,x} + E_{2,x}\right)\hat{\imath}$

$$\boxed{\vec{E}_1} = k\frac{|q_1|}{r_{1,P}^2}\hat{\imath} \qquad r_{1,\mathrm{P}} = \left|\vec{r}_{1,\mathrm{P}}\right| = x - a \qquad \boxed{\vec{E}_1 = k\frac{q}{\left(x-a\right)^2}\hat{\imath}}$$

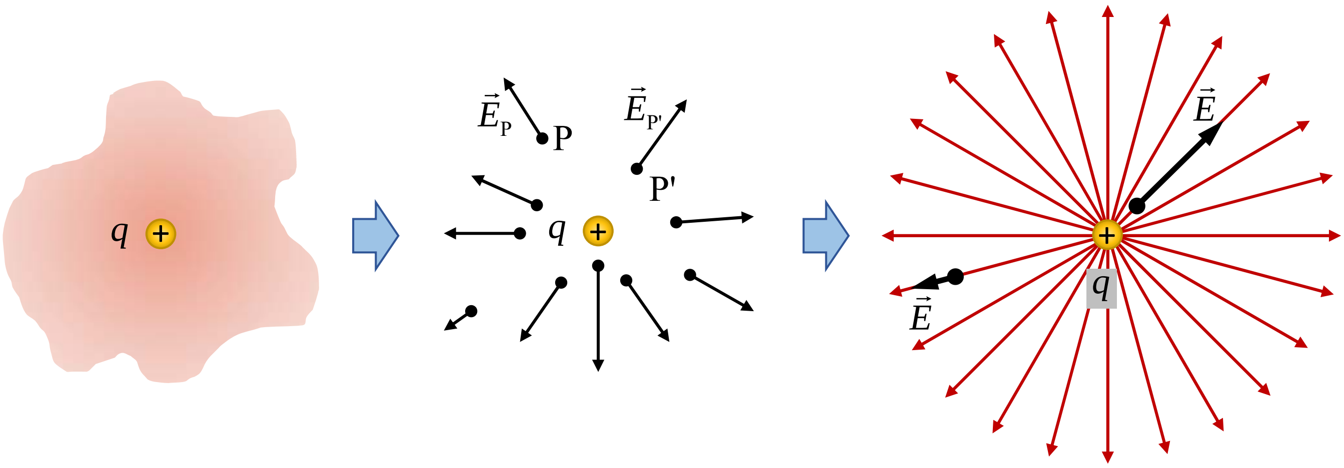
$$\boxed{\vec{E}_2} = -k\frac{|q_2|}{r_{1,P}^2}\hat{\imath} \qquad r_{2,\mathrm{P}} = \left|\vec{r}_{2,\mathrm{P}}\right| = x + a \qquad \boxed{\vec{E}_2 = -k\frac{q}{\left(x+a\right)^2}\hat{\imath}}$$

$$\boxed{\vec{E}_{Neto}} = kq\left(\frac{1}{\left(x-a\right)^2} - \frac{1}{\left(x+a\right)^2}\right)\hat{\imath} = kq\frac{\left(x+a\right)^2 - \left(x-a\right)^2}{\left(x-a\right)^2\left(x+a\right)^2}\hat{\imath} = \boxed{kq\frac{4ax}{\left(x^2-a^2\right)^2}\hat{\imath}} \xrightarrow[x>>a]{} \boxed{kq\frac{4a}{x^3}\hat{\imath}}$$

Y ahora el problema 1.4 a): **FICHA 2**

Líneas de campo (eléctrico)

Una forma de representación gráfica de un **campo vectorial**

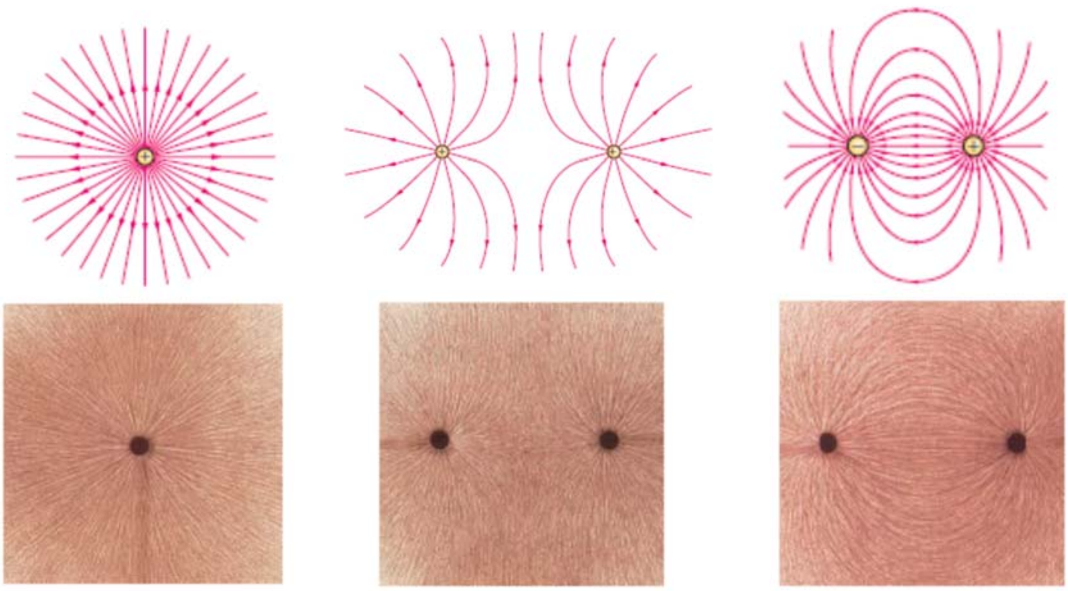


- **Dirección** del campo: Tangente a las líneas de campo.
- **Módulo** del campo: Mayor cuanto más líneas y más cercanas estén.

Hay otras formas de representar un campo vectorial gráficamente, pero ya no son líneas de campo (EJEMPLO)

Líneas de campo de una distribución de cargas

- Líneas de campo salen de cargas positivas y entran en las negativas (o se pierden en el infinito)
- Número de líneas que salen (o entran) de una carga positiva (o negativa) son proporcionales al valor de la misma
- Las líneas de campo nunca se cortan! ¿Por qué?



Bloque I: Electricidad | **Bloque II: Magnetismo** | **Bloque III: Ondas y Óptica**

Tema 1. Electrostática en el vacío

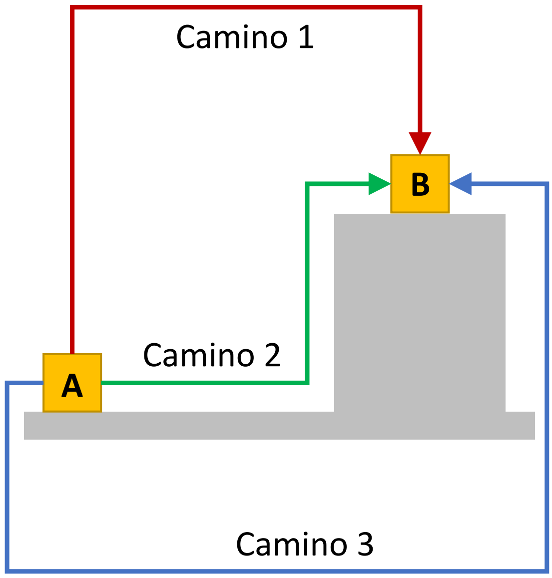
1.1. Carga eléctrica
1.2. Ley de Coulomb
1.3. Campo eléctrico
1.4. Energía electrostática y potencial eléctrico
1.5. Campo y potencial creado por una distribución de carga
1.6. Flujo eléctrico. Teorema de Gauss

Tema 2. Electrostática en la materia

2.1. Conductores en equilibrio electrostático
2.2. Condensadores. Capacidad y energía electrostática
2.3. Dieléctricos. Polarización. Teorema de Gauss generalizado

Tema 3. Corriente eléctrica

3.1. Intensidad de corriente
3.2. Ley de Ohm. Resistencia eléctrica
3.3. Potencia. Ley de Joule
3.4. Fuerza electromotriz
3.5. Asociación de resistencias
3.6. Leyes de Kirchhoff
3.7. Circuitos RC. Transitorios



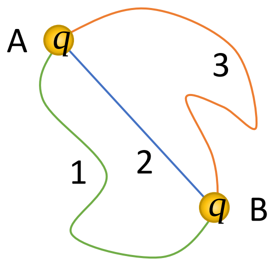
Estando la caja en A,
¿qué camino hará que la caja tenga más energía gravitatoria al llegar a B?

Energía potencial eléctrica, U

- Consideramos campo eléctrico **conservativo**

Gravitatorio lo es, y depende de la posición de la misma forma

El trabajo realizado por una carga al desplazarse de un punto a otro de un campo no depende del camino que se escoja



$$W_{A\to B,1} = W_{A\to B,2} = W_{A\to B,3} = \boxed{W_{A\to B} = -\left(U_B - U_A\right) = -\Delta U}$$

Podemos definir una **energía potencial eléctrica**, de forma similar a como se hizo para la gravitatoria

$$dU = -\vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \boxed{-q_0}\boxed{\vec{E}\cdot d\vec{\ell}}$$

La variación de energía potencial eléctrica de una carga q_0 al desplazarse dentro de un campo eléctrico $\vec{E}$

¿Podemos definir una propiedad que solo dependa de la posición en el espacio, y no de lo que ponga en ella?

$$dV = \frac{dU}{q_0} = -\vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

Diferencia de potencial eléctrico

Definición: Variación de energía potencial eléctrica por unidad de carga

$$\mathrm{d}V = \frac{\mathrm{d}U}{q_0} = -\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$$

Para desplazamiento finito de A a B:

$$\boxed{\Delta V = V_\mathrm{B} - V_\mathrm{A} = -\int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell}}$$

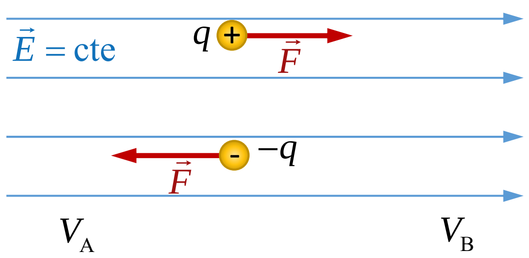
Potencial eléctrico, V
- **Magnitud ESCALAR**
- Unidades en el S.I.: Voltios (V)(J/C)
- ΔV también se le dice Voltaje

ΔV y ΔU están bien definidos, pero V y U no (hay que dar un valor para un punto)

Si elegimos para un mismo punto P que $\begin{cases} V_\mathrm{P} = 0 \\ U_\mathrm{P} = 0 \end{cases}$ Suele tomarse P = ∞

Entonces, como $\Delta U = q_0 \Delta V$ tendremos que $\boxed{U = q_0 V}$

Dirección de movimiento de cargas en campo eléctrico



$\boxed{V_\mathrm{A} > V_\mathrm{B}}$

$\vec{F} = q_0\vec{E} = q\vec{E}$ Para cargas positivas, la fuerza va en la misma dirección que el campo

$\vec{F} = q_0\vec{E} = -q\vec{E}$ Para cargas negativas, la fuerza va en la dirección opuesta al campo

Al dejar actuar la fuerza
- aumenta la energía cinética
- se reduce la energía potencial

Como $\Delta U = q_0 \Delta V$, tenemos que
- Las cargas **positivas** se desplazan hacia potenciales **menores** “Cuesta abajo”
- Las cargas **negativas** se desplazan hacia potenciales **mayores** “Cuesta arriba”

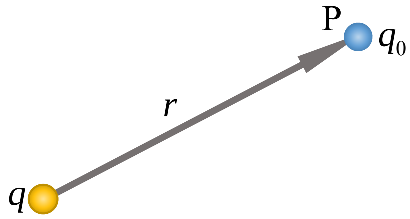
Potencial creado por un sistema de cargas puntuales

$$\boxed{V_P = \frac{kq}{r_P}}$$

FÍSICA II Universidad de Sevilla. Escuela Politécnica Superior

Energía potencial de una carga q_0 en un campo producido por una sola carga puntual

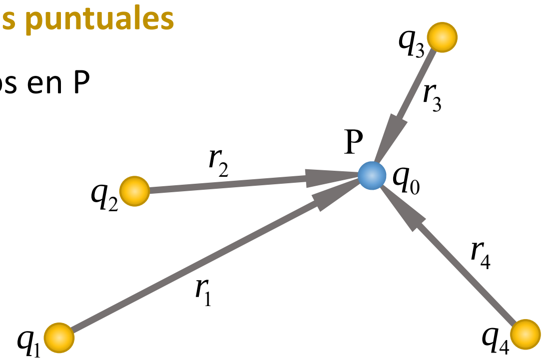
$$U = q_0 V = k\frac{q_0 q}{r}$$



Potencial producido por un sistema de cargas puntuales

Suma **escalar** de los potenciales producidos en P por las diferentes cargas

$$V = \sum_{i=1}^{N} V_i = \sum_{i=1}^{N} k\frac{q_i}{r_i}$$



Energía potencial de una carga q_0 en un campo producido por un sistema de cargas puntuales

$$U = q_0 V = q_0 \sum_{i=1}^{N} V_i = q_0 \sum_{i=1}^{N} k\frac{q_i}{r_i}$$

Ya se pueden hacer los problemas 1.4. b), 1.5. b,c), 1.6 a)

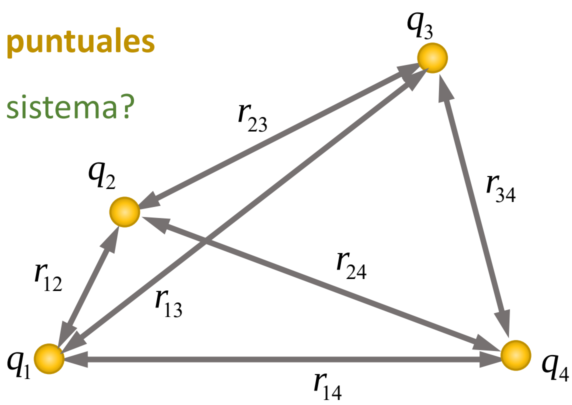
Y ahora, el problema 1.4. b): **FICHA 3**

FÍSICA II Universidad de Sevilla. Escuela Politécnica Superior

Energía potencial de un sistema de cargas puntuales

¿Qué energía es necesaria para formar el sistema?

Ejemplo: Sistema de 3 cargas



- Carga q_1 empieza sola en el punto 1
- Traemos carga q_2 desde el infinito

La carga q_1 crea un campo eléctrico y un potencial en el punto 2

$$U_2 = q_2 V_{P2} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

- Traemos carga q_3 desde el infinito

Las cargas q_1 y q_2 crean un campo eléctrico y un potencial en el punto 3

$$U_3 = q_3 V_{P3} = q_3\left(V_1 + V_2\right) = k\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k\frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$

- Sumando todo:

$$U_{Total} = U_2 + U_3 = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + k\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k\frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$

Ejemplo: Sistema de 4 cargas

$$U_{Total} = U_2 + U_3 + U_4 = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + k\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k\frac{q_1 q_4}{r_{14}} + k\frac{q_2 q_3}{r_{23}} + k\frac{q_2 q_4}{r_{24}} + k\frac{q_3 q_4}{r_{34}}$$

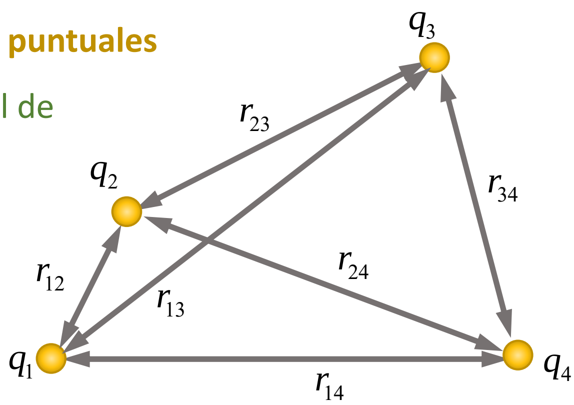
Energía potencial de un sistema de cargas puntuales

En general: sumamos la energía potencial de todas las posibles parejas de cargas

$$\boxed{U_{Sistema} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j>i} k\frac{q_i q_j}{r_{ij}}}$$

O también:

$$U_{Sistema} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} k\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$



Ya se pueden hacer los problemas 1.6 b)

Error muy común: cuando el campo o el potencial valen 0

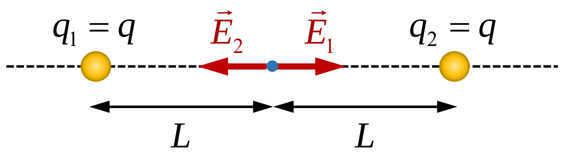
Si en un punto el campo vale 0, ¿cuánto vale el potencial?

Si en un punto el potencial vale 0, ¿cuánto vale el campo?

No se puede saber!

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

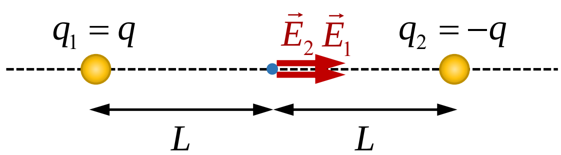
Ejemplo 1 Campo y potencial en **punto medio** entre dos cargas iguales



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = k\frac{q}{L^2}\hat{\imath} - k\frac{q}{L^2}\hat{\imath} = 0$$

$$V = V_1 + V_2 = k\frac{q}{L} + k\frac{q}{L} = 2k\frac{q}{L} \neq 0$$

Ejemplo 2 Campo y potencial en **punto medio** entre dos cargas opuestas



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = k\frac{q}{L^2}\hat{\imath} + k\frac{q}{L^2}\hat{\imath} = 2k\frac{q}{L^2}\hat{\imath} \neq 0$$

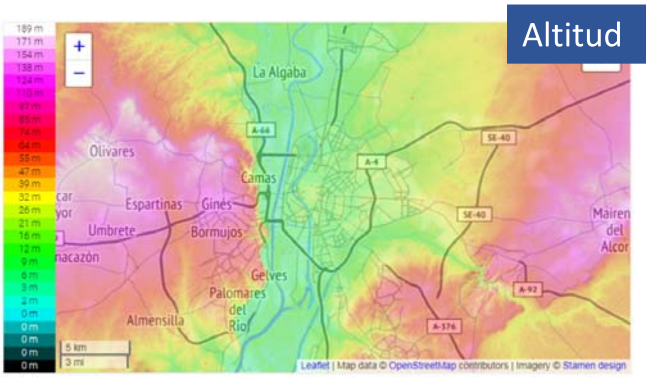
$$V = V_1 + V_2 = k\frac{q}{L} - k\frac{q}{L} = 0$$

Superficies equipotenciales

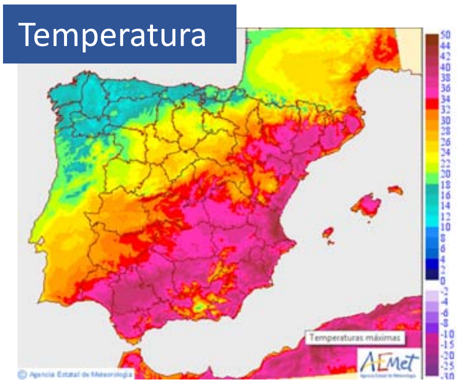
Una forma de representación gráfica de un **campo escalar**

Ejemplos de representación de campos escalares

Altitud

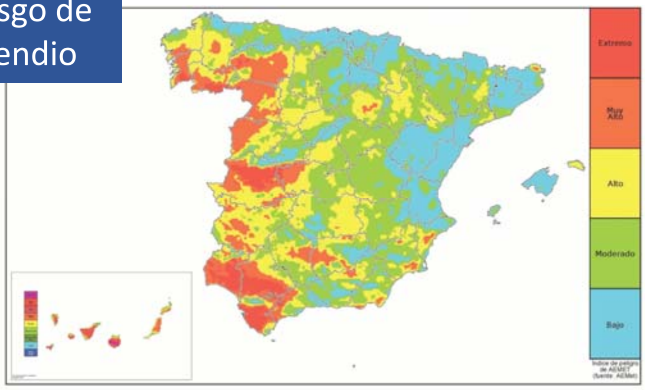


Temperatura

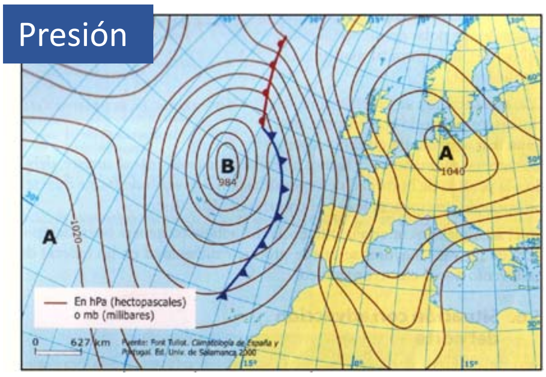


[Más campos escalares (y vectoriales)]

Riesgo de incendio



Presión



Superficies equipotenciales

¿y para varias cargas?

Una forma de representación gráfica de un **campo escalar**

Superficies que unen todos los puntos del espacio con el mismo potencial

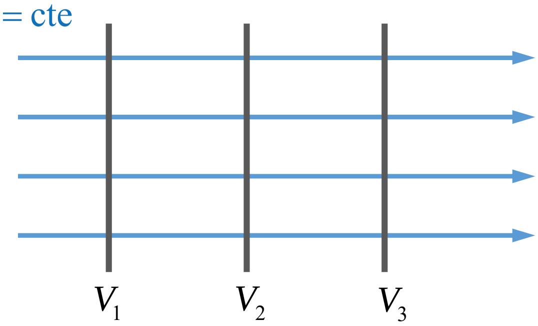
¿Cuál es la **diferencia** de potencial entre dos puntos con **el mismo** potencial?

$$\mathrm{d}V = -\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = 0 \longrightarrow \mathrm{d}\vec{\ell} \perp \vec{E}$$

Por lo tanto, las líneas de campo son perpendiculares a las superficies equipotenciales

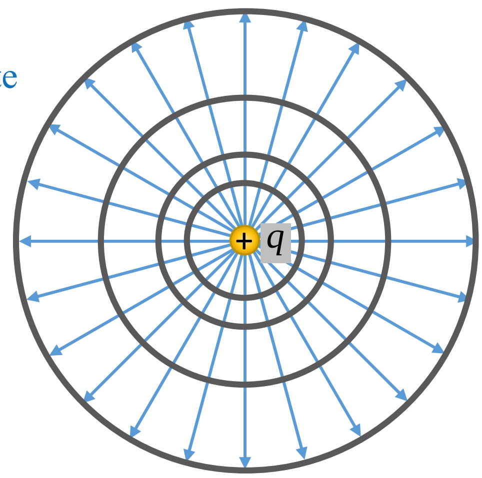
Ejemplos:

$\vec{E} = \text{cte}$



V varía de forma constante

$\vec{E} \neq \text{cte}$



V varía más rápidamente cerca de la carga

Bloque I: Electricidad | **Bloque II: Magnetismo** | **Bloque III: Ondas y Óptica**

Tema 1. Electrostática en el vacío

1.1. Carga eléctrica. Ley de Coulomb
1.2. Campo eléctrico
1.3. Energía electrostática y potencial eléctrico
1.4. Campo a partir del potencial. Superficies equipotenciales.
1.5. Campo y potencial creado por una distribución continua de carga
1.6. Flujo eléctrico. Teorema de Gauss

Tema 2. Electrostática en la materia

2.1. Conductores en equilibrio electrostático
2.2. Condensadores. Capacidad y energía electrostática
2.3. Dieléctricos. Polarización. Teorema de Gauss generalizado

Tema 3. Corriente eléctrica

3.1. Intensidad de corriente
3.2. Ley de Ohm. Resistencia eléctrica
3.3. Potencia. Ley de Joule
3.4. Fuerza electromotriz
3.5. Asociación de resistencias
3.6. Leyes de Kirchhoff
3.7. Circuitos RC. Transitorios

Distribución continua (de carga)

Las cargas no se ven independientes, sino como un continuo.

Ejemplo: La masa en un objeto con volumen → Hablamos de **densidad**

Densidad de carga

Concepto útil cuando la carga, Q, no es puntual, sino que está distribuida **uniformemente**

(Ejemplo: Distribución de masa en un material homogéneo)

- En un volumen: **Densidad volumétrica de carga**, ρ $\boxed{\rho \equiv \frac{Q}{V}}$

ATENCIÓN: Es volumen!!

- En una superficie: **Densidad superficial de carga**, σ $\boxed{\sigma \equiv \frac{Q}{S}}$

- En una línea: **Densidad lineal de carga**, λ $\boxed{\lambda \equiv \frac{Q}{L}}$

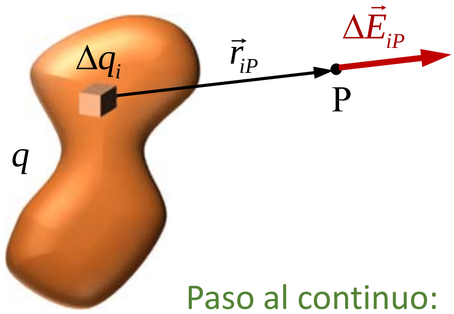
Ejemplo: ¿Cuál es la carga de una esfera de radio R con densidad volumétrica de carga ρ?

$$Q = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$$

Campo eléctrico de una distribución continua de carga

Descripción conceptual del proceso de cálculo

- Dividimos la distribución en elementos pequeños Δq_i
- Suponemos que cada Δq_i se comporta como una carga puntual
- Calculamos la contribución de Δq_i al campo total en el punto P: $\Delta\vec{E}_{iP}$



$$\Delta\vec{E}_{iP} = k\frac{\Delta q_i}{r_{iP}^2}\hat{r}_{iP}$$

Sumamos todas las contribuciones

$$\vec{E}_P = \sum_{i=1}^{N}\Delta\vec{E}_{iP} = k\sum_{i=1}^{N}\frac{\Delta q_i}{r_{iP}^2}\hat{r}_{iP}$$

Paso al continuo: Δq_i es infinitesimal

$\Delta q_i \rightarrow \mathrm{d}q$

$\Delta\vec{E}_{iP} \rightarrow \mathrm{d}\vec{E}_P$

$$\sum_{i=1}^{N}\Delta\vec{E}_{iP} \rightarrow \int \mathrm{d}\vec{E}_P$$

$$\boxed{\vec{E}_P = \int \mathrm{d}\vec{E}_P = k\int\frac{\mathrm{d}q}{r_P^2}\hat{r}_P}$$

Integramos en toda la distribución de carga

Integral **vectorial**

Estrategia de integración: volverla una integral escalar

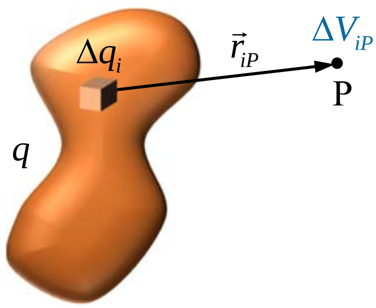
- Descomponer por coordenadas (x, y, z)
- Reducir a escalar con argumentos de **simetría**

Potencial de una distribución continua de carga

Se calcula de forma análoga al campo eléctrico:

- Dividimos la distribución en elementos pequeños Δq_i
- Suponemos que cada Δq_i se comporta como una carga puntual
- Calculamos la contribución de Δq_i al potencial total en el punto P: ΔV_{iP}

$$\Delta V_{iP} = k\frac{\Delta q_i}{r_{iP}}$$



- Sumamos todas las contribuciones

$$V_P = \sum_{i=1}^{N}\Delta V_{iP} = k\sum_{i=1}^{N}\frac{\Delta q_i}{r_{iP}}$$

- Paso al continuo: Δq_i es infinitesimal

Integramos en toda la distribución de carga

$$\boxed{V_P = \int \mathrm{d}V_P = k\int\frac{\mathrm{d}q}{r_P}}$$

Integral **escalar**

Bloque I: Electricidad | **Bloque II: Magnetismo** | **Bloque III: Ondas y Óptica**

Tema 1. Electrostática en el vacío

1.1. Carga eléctrica
1.2. Ley de Coulomb
1.3. Campo eléctrico
1.4. Energía electrostática y potencial eléctrico
1.5. Campo y potencial creado por una distribución de carga
1.6. Flujo eléctrico. Teorema de Gauss

Tema 2. Electrostática en la materia

2.1. Conductores en equilibrio electrostático
2.2. Condensadores. Capacidad y energía electrostática
2.3. Dieléctricos. Polarización. Teorema de Gauss generalizado

Tema 3. Corriente eléctrica

3.1. Intensidad de corriente
3.2. Ley de Ohm. Resistencia eléctrica
3.3. Potencia. Ley de Joule
3.4. Fuerza electromotriz
3.5. Asociación de resistencias
3.6. Leyes de Kirchhoff
3.7. Circuitos RC. Transitorios

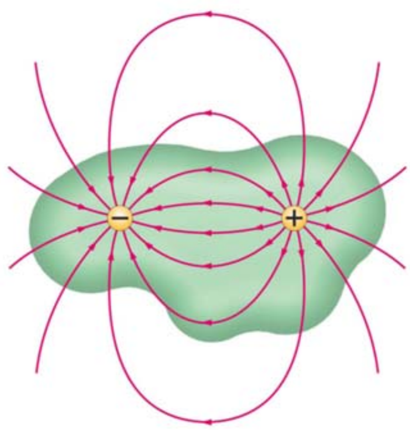
Experimento mental: Caja transparente con bombilla

Teorema de Gauss de forma cualitativa

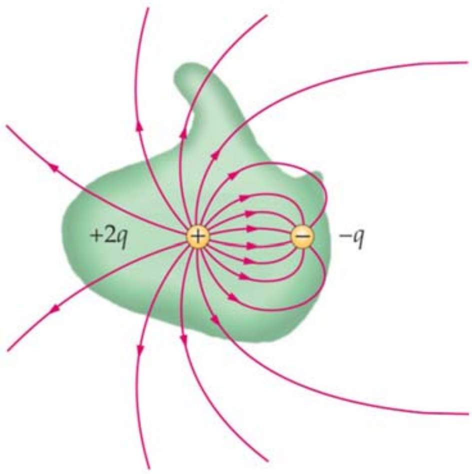
Teorema muy útil para calcular el campo eléctrico cuando existe cierta simetría

Definición: Superficie cerrada: Superficie que divide el espacio en dos zonas, la interior a la superficie y la exterior a la misma

- El **Teorema de Gauss** relaciona la **carga neta** dentro de una superficie cerrada con el **número neto de líneas de campo** que la atraviesan



Carga neta = 0
Nº neto de líneas = 0



Carga neta = q
Nº neto de líneas = El mismo que si hubiera una sola carga q

IMPORTANTE: No depende de la forma de la superficie!

Y ahora: **FICHA 5**

Flujo del campo eléctrico

$\vec{A}$: Vector perpendicular a una superficie, con módulo el valor de esa superficie

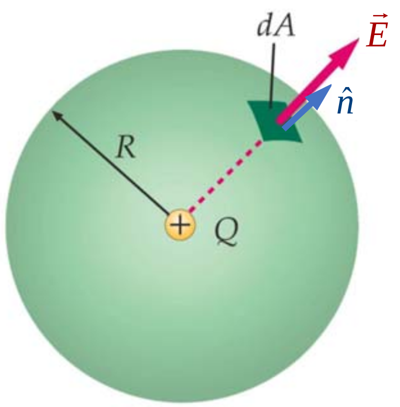
$$\phi = \int_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} \xrightarrow[\text{Área plana}]{\vec{E}\text{ constante}} \phi = \vec{E}\cdot\vec{A} = EA\cos\theta$$

Para superficies cerradas se habla de **flujo neto**

$$\boxed{\phi_{neto} = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = \oint_S \vec{E}\cdot\hat{n}\,\mathrm{d}A = \oint_S E_n\,\mathrm{d}A}$$

En superficies cerradas, $\hat{n}$ siempre se toma apuntando hacia fuera

Flujo neto para una carga puntual



Tomamos una superficie esférica, con la carga en el centro

$$\phi = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{E} = E\hat{r} = \dfrac{kQ}{R^2}\hat{r} \\ \mathrm{d}\vec{A} = \mathrm{d}A\hat{n} = \mathrm{d}A\hat{r} \end{array} \right\} \quad \phi = \oint_S E\hat{r}\cdot\mathrm{d}A\,\hat{r} = \oint_S E\,\mathrm{d}A$$

El módulo del campo, E , es el mismo en todos los puntos de la superficie $\longrightarrow$ Sale de la integral

$$\phi = \oint_S E\,\mathrm{d}A = E\oint_S \mathrm{d}A = ES = E4\pi R^2$$

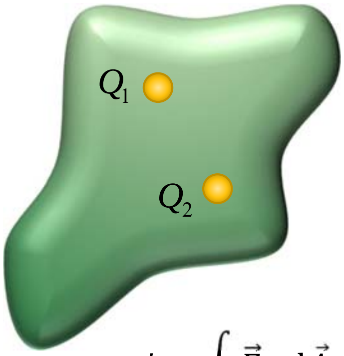
Superficie de una esfera de radio R

Sustituyendo el valor de E

$$\boxed{\phi = E4\pi R^2 = \frac{kQ}{R^2}4\pi R^2 = 4\pi kQ = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

- Importante: $\left\{ \begin{array}{l} \text{No depende de } R \\ \text{Es proporcional a } Q \end{array} \right.$ (pensad en líneas de campo)

Generalización del flujo neto para una carga puntual



- Superficie **NO** esférica, con carga **NO** en el centro

Mismo resultado (mismo número de líneas de campo)

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q_1}{\varepsilon_0}$$

- Más de una carga

Aplicando el principio de superposición para el campo eléctrico:

$$\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \oint_S (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \oint_S \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{A} + \oint_S \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q_1}{\varepsilon_0} + \frac{Q_2}{\varepsilon_0} = \frac{Q_{Interior}}{\varepsilon_0}$$

¿Y si la carga está fuera de la superficie? **PENSAR**

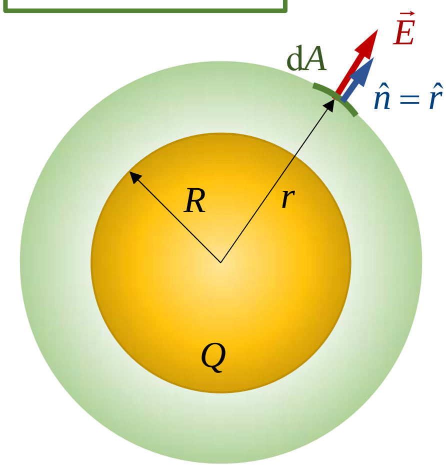
Teorema de Gauss

El flujo neto a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga neta en el interior de la superficie dividida por ε_0:

$$\boxed{\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q_{Interior}}{\varepsilon_0}}$$

Herramienta muy valiosa para el **cálculo del campo $\vec{E}$** **(y a partir de él, el potencial *V*)** en algunas situaciones

Ejemplo Gauss 1 **Distribución de carga con simetría ESFÉRICA** Ejercicio 1.10



Sea una esfera maciza, de radio R, con carga Q distribuida de forma homogénea por todo su volumen

Calcular el campo y el potencial eléctricos producidos por dicha esfera en todos los puntos del espacio

$$\boxed{\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q_{Interior}}{\varepsilon_0}}$$

Campo eléctrico En vez de calcularlo usando la Ley de Coulomb (ver ejemplo del campo producido por un anillo cargado), vamos a usar el **Teorema de Gauss**

$r > R$

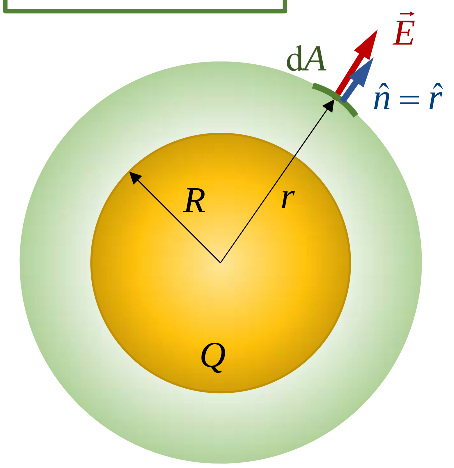
Para un punto de **fuera** de la esfera

Elegimos una superficie Gaussiana que pase por el punto donde queremos calcular el campo $\longrightarrow$ Esfera concéntrica

Buscamos simetría para poder calcular la integral!

Por simetría
$$\begin{cases} \vec{E} = E\hat{r} \longrightarrow \vec{E} \parallel \hat{n} \\ |\vec{E}| = E = f(r) \longrightarrow |\vec{E}| = E = \text{cte en } S \end{cases}$$

Ejemplo Gauss 1 **Distribución de carga con simetría ESFÉRICA** $\vec{E}$ $r > R$



Por simetría
$$\begin{cases} \vec{E} = E\hat{r} \longrightarrow \vec{E} \parallel \hat{n} \\ \left|\vec{E}\right| = E = f(r) \longrightarrow \left|\vec{E}\right| = E = \text{cte en } S \end{cases}$$

Ahora podemos calcular la integral del flujo:

$$\phi_{neto} = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \underset{\vec{E}\parallel\hat{n}}{\oint_S} E\, dA = \underset{E=\text{cte en }S}{E\oint_S} dA = \boxed{E4\pi r^2}$$

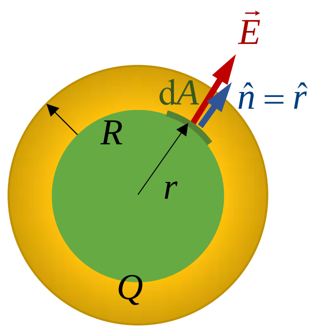
Por el Teorema de Gauss: $\phi_{neto} = \dfrac{Q_{Interior}}{\varepsilon_0} = \boxed{\dfrac{Q}{\varepsilon_0}}$

Igualando: $E4\pi r^2 = \dfrac{Q}{\varepsilon_0} \longrightarrow E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 4\pi r^2} = k\dfrac{Q}{r^2}$

Finalmente: $\boxed{\vec{E} = E\hat{r} = k\dfrac{Q}{r^2}\hat{r}}$

Ejemplo Gauss 1 **Distribución de carga con simetría ESFÉRICA** $\vec{E}$ $r < R$

Para un punto de **dentro** de la esfera



De nuevo, por simetría
$$\begin{cases} \vec{E} = E\hat{r} \longrightarrow \vec{E} \parallel \hat{n} \\ \left|\vec{E}\right| = E = f(r) \longrightarrow \left|\vec{E}\right| = E = \text{cte en } S \end{cases}$$

Calculamos la integral del flujo:

$$\phi_{neto} = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \underset{\vec{E}\parallel\hat{n}}{\oint_S} E\, dA = \underset{E=\text{cte en }S}{E\oint_S} dA = \boxed{E4\pi r^2}$$

Por el Teorema de Gauss: $\phi_{neto} = \dfrac{Q_{Interior}}{\varepsilon_0}$

¿Cuánto vale la **carga del interior** de la esfera de Gauss de radio r?

$$Q_{Interior} = \rho V_{Interior} \longleftarrow \boxed{\rho = \frac{Q}{V}} \longrightarrow Q_{Interior} = \frac{Q}{V}V_{Interior} = \frac{Q}{\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = Q\frac{r^3}{R^3}$$

Teorema de Gauss: $\phi_{neto} = \dfrac{Q_{Interior}}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}\dfrac{r^3}{R^3}$

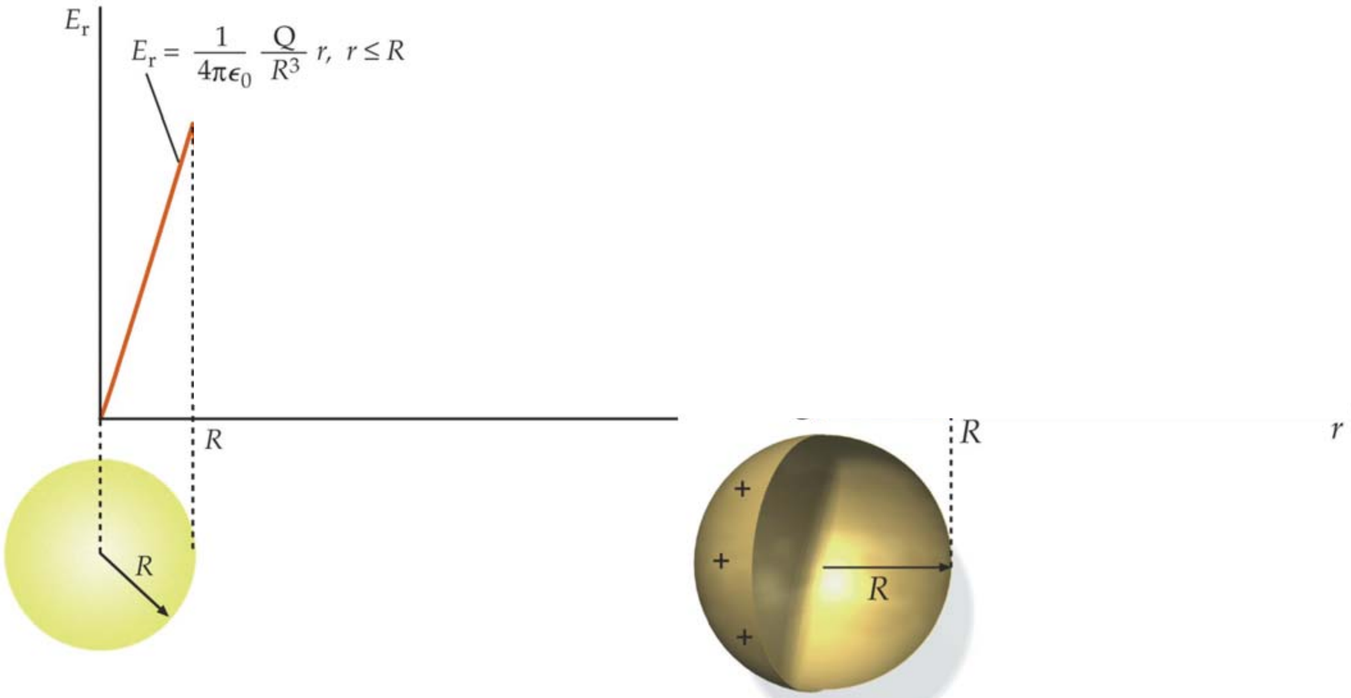
Igualando:

$$E4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}\frac{r^3}{R^3} \longrightarrow E = \frac{Q}{\varepsilon_0 4\pi r^2}\frac{r^3}{R^3} = k\frac{Qr}{R^3}$$

Finalmente: $\boxed{\vec{E} = E\hat{r} = k\dfrac{Qr}{R^3}\hat{r}}$

Ejemplo Gauss 1 **Distribución de carga con simetría ESFÉRICA** $\vec{E}$

Representación gráfica del campo



Esfera con carga homogénea

Corteza esférica con carga homogénea

Y ahora: **FICHA 6**

Ejemplo Gauss 1 **Distribución de carga con simetría ESFÉRICA**

Potencial eléctrico

Lo calculamos a partir del campo, integrando:

$r > R$

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

Integramos desde un punto de referencia hasta el punto donde queremos conocer el valor del potencial

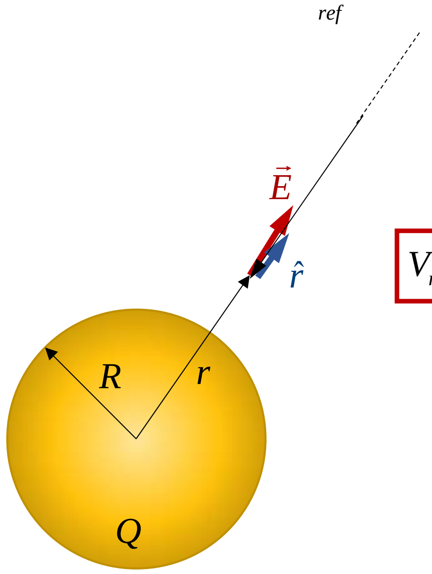
$$\Delta V = V_r - V_{ref} = -\int_{ref}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

Tomamos

$$\boxed{\begin{array}{l} r_{ref} = \infty \\ V_{ref} = V_\infty = 0 \end{array}}$$

Y nos movemos por una línea que pasa por el centro de la esfera

$$\boxed{d\vec{\ell} = dr \; \hat{r}}$$



$$V_r = -\int_\infty^r E \; dr = -\int_\infty^r \frac{kQ}{r^2} dr = -kQ\left[\frac{-1}{r}\right]_\infty^r = -kQ\left(\frac{-1}{r} - 0\right) = \frac{kQ}{r}$$

Además $\quad V_R = \dfrac{kQ}{R}$

Ejemplo Gauss 1 **Distribución de carga con simetría ESFÉRICA**

Potencial eléctrico

Lo calculamos a partir del campo, integrando:

$r < R$

$$\Delta V = V_{\mathrm{B}} - V_{\mathrm{A}} = -\int_A^B \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$$

Integramos desde un punto de referencia hasta el punto donde queremos conocer el valor del potencial

$$\Delta V = V_r - V_{ref} = -\int_{ref}^{r} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell}$$

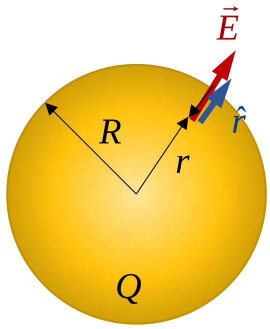
Tomamos

$$\boxed{\begin{aligned} r_{ref} &= R \\ V_{ref} &= V_R = \frac{kQ}{R} \end{aligned}}$$

Y nos movemos por una línea que pasa por el centro de la esfera

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{\ell} = \mathrm{d}r\ \hat{r}}$$

$$V_r - V_R = V_r - \frac{kQ}{R} = -\int_R^r E\ \mathrm{d}r = -\int_R^r \frac{kQr}{R^3}\mathrm{d}r = -\frac{kQ}{R^3}\left[\frac{r^2}{2}\right]_R^r = -\frac{kQ}{R^3}\left(\frac{r^2}{2} - \frac{R^2}{2}\right)$$

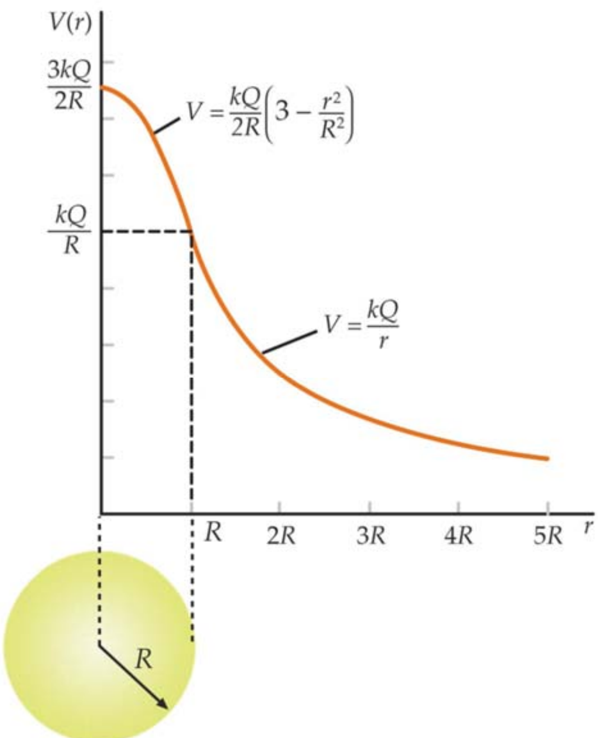


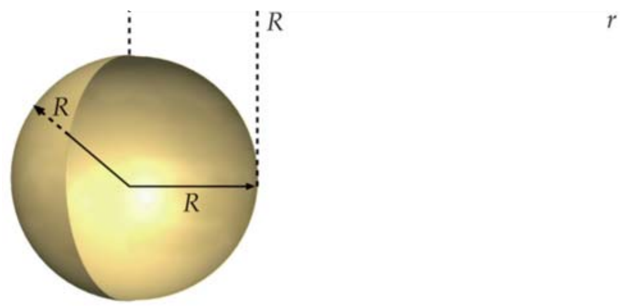
Finalmente

$$\boxed{V_r} = -\frac{kQ}{2R^3}r^2 + \frac{kQ}{2R} + \frac{kQ}{R} = \boxed{\frac{kQ}{2R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right)}$$

Ejemplo Gauss 1 **Distribución de carga con simetría ESFÉRICA**

Representación gráfica del potencial





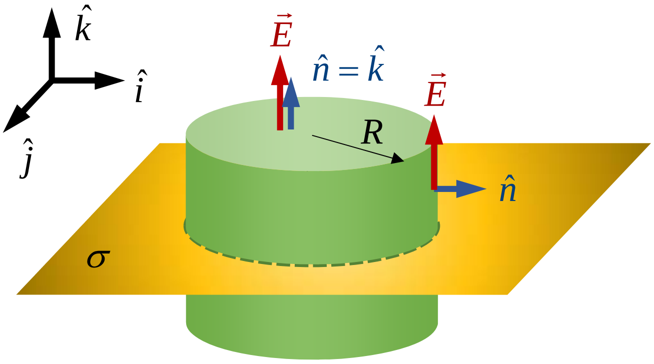
Esfera con carga homogénea

Corteza esférica con carga homogénea

Y ahora: **FICHA 7**

Ejemplo Gauss 2 — Distribución de carga con simetría PLANA

Ejercicio 1.12



Sea una lámina infinita, con densidad superficial de carga σ

$$\boxed{\sigma = \frac{Q}{S}}$$

Calcular el campo producido por dicha lámina en todos los puntos del espacio

Importante resultado que aplicaremos al estudiar condensadores en el tema 2

Campo eléctrico

Vamos a usar el **Teorema de Gauss**

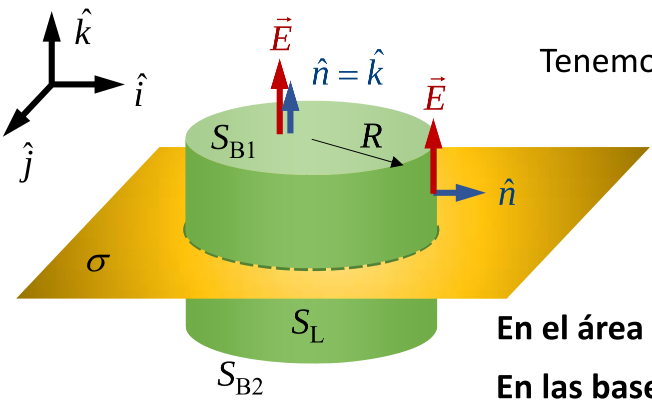
$$\boxed{\phi = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q_{Interior}}{\varepsilon_0}}$$

Elegimos una superficie Gaussiana que pase por el punto donde queremos calcular el campo → Cilindro perpendicular a la superficie "Pastillero de Gauss"

Buscamos simetría!

Por simetría
$$\begin{cases} \vec{E} = E\hat{k} \\ |\vec{E}| = E = f(z) \end{cases}$$

Ejemplo Gauss 2 — Distribución de carga con simetría PLANA



Tenemos 3 superficies:
- 2 bases circulares (S_{B1} y S_{B2})
- 1 área lateral (S_L)

El flujo neto será la suma de los flujos a través de esas 3 superficies:

$$\phi_{neto} = \phi_{S_{B1}} + \phi_{S_{B2}} + \phi_{S_L}$$

En el área lateral S_L el flujo es nulo $\vec{E} \perp \hat{n} \rightarrow \phi_{S_L} = 0$

En las bases S_{B1} y S_{B2} se cumple que $\vec{E} \parallel \hat{n}$

Ahora podemos calcular la integral del flujo: $\vec{E} \parallel \hat{n}$ $\quad E = \text{cte en } S$

$$\phi_{neto} = \phi_{S_{B1}} + \phi_{S_{B2}} + 0 = 2\phi_{S_{B1}} = 2\int_{S_{B1}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 2\int_{S_{B1}} E \; \mathrm{d}A = 2E\int_{S_{B1}} \mathrm{d}A = \boxed{2E\pi R^2}$$

Por el Teorema de Gauss:

¿Cuánto vale $Q_{Interior}$?

$$\phi_{neto} = \frac{Q_{Interior}}{\varepsilon_0} \; \text{—} \; \boxed{Q_{Interior} = \sigma S_{Int} = \sigma\pi R^2} \rightarrow \phi_{neto} = \boxed{\frac{\sigma\pi R^2}{\varepsilon_0}}$$

Igualando: $2E\pi R^2 = \dfrac{\sigma\pi R^2}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

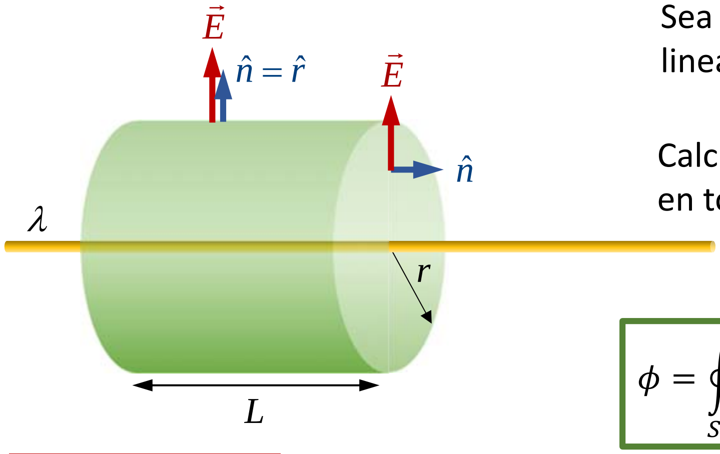
Finalmente: $\boxed{\vec{E} = E\hat{k} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{k}}$

ATENCIÓN: Independiente de z!! (y de x) (y de y)

Campo constante en todo el espacio

Ejemplo Gauss 3 **Distribución de carga con simetría CILÍNDRICA**

Ejercicio 1.11



Sea un hilo infinito, con densidad lineal de carga λ

$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

Calcular el campo producido por dicho hilo en todos los puntos del espacio

$$\boxed{\phi = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q_{Interior}}{\varepsilon_0}}$$

Haremos problemas con cilindros infinitos, veremos el potencial también

Campo eléctrico

Vamos a usar el **Teorema de Gauss**

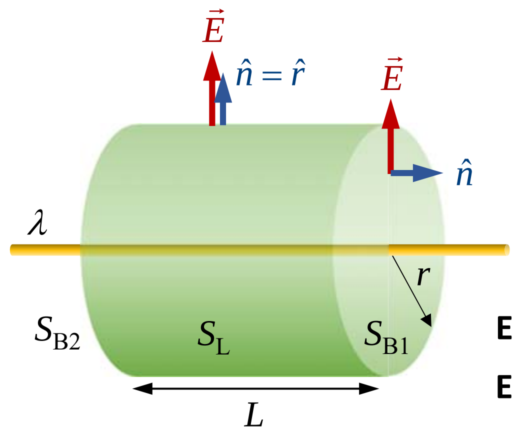
Calculamos solamente para posiciones fuera del hilo (hilo es 1D)

Elegimos una superficie Gaussiana que pase por el punto donde queremos calcular el campo → Cilindro concéntrico al hilo

Buscamos simetría!

Por simetría
$$\begin{cases} \vec{E} = E\hat{r} \\ \left|\vec{E}\right| = E = f\left(r\right) \end{cases}$$

Ejemplo Gauss 3 **Distribución de carga con simetría CILÍNDRICA**



Tenemos 3 superficies:
- 2 bases circulares (S_{B1} y S_{B2})
- 1 área lateral (S_L)

El flujo neto será la suma de los flujos a través de esas 3 superficies: $\phi_{neto} = \phi_{S_{B1}} + \phi_{S_{B2}} + \phi_{S_L}$

En las bases S_{B1} y S_{B2} el flujo es nulo $\vec{E}\perp\hat{n}$ → $\begin{cases} \phi_{S_{B1}} = 0 \\ \phi_{S_{B2}} = 0 \end{cases}$

En el área lateral S_L se cumple que $\vec{E}\parallel\hat{n}$

Ahora podemos calcular la integral del flujo:

$$\phi_{neto} = 0 + 0 + \phi_{S_L} = \int_{S_L} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} \underset{\vec{E}\parallel\hat{n}}{=} \int_{S_L} E\ \mathrm{d}A \underset{E=\text{cte en } S_L}{=} E\int_{S_L}\mathrm{d}A = \boxed{E2\pi rL}$$

¿Cuánto vale $Q_{Interior}$?

Por el Teorema de Gauss: $\phi_{neto} = \dfrac{Q_{Interior}}{\varepsilon_0}$ → $\boxed{Q_{Interior} = \lambda L}$ → $\phi_{neto} = \boxed{\dfrac{\lambda L}{\varepsilon_0}}$

Igualando: $E2\pi rL = \dfrac{\lambda L}{\varepsilon_0}$ → $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

Finalmente: $\boxed{\vec{E} = E\hat{r} = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lambda}{r}\hat{r}}$