

★  
**Matemáticas I. Curso 2022-23**

---

**TERCERA CONVOCATORIA** Grado en Ing. Química Industrial **20-10-2022**

---

**Apellidos:** \_\_\_\_\_

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grupo:** \_\_\_\_\_

**PRIMERA PARTE**

**PROBLEMA 1**

Considérese el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + (4a^2 + 1)x_3 = b \\ x_2 + (3 - a)x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + (7 - a)x_3 = -2 \\ -x_1 + (a - 5)x_3 = 1 \end{cases}$$

- i) [3 ptos] Utilizando el método de Gauss y el teorema de Rouché-Frobenius, discuta la compatibilidad del sistema de ecuaciones lineales en función de los parámetros  $a, b \in \mathbb{R}$ .
- ii) [2 ptos] Determine, en función del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ , la dimensión y una base de los subespacios vectoriales  $N(A)$  y  $R(A)$ , donde  $A$  es la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones lineales anterior.
- iii) [1,5 ptos] Calcule unas ecuaciones implícitas del subespacio vectorial  $R(A)$  para  $a = 0$ .

**PROBLEMA 2**

A) [2 ptos] Sea la matriz

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Indique, justificando la respuesta, si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas:

- a) El espacio nulo de la matriz  $S$  es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^4$  de dimensión 2.
- b) Cualquier vector  $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4$  que pertenezca al espacio columna de la matriz  $S$ , debe verificar que  $2x_1 + x_2 + x_4 = 0$ .

B) [1,5 ptos] Calcule la inversa de la matriz

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

usando el método de Gauss-Jordan.



## Matemáticas I. Curso 2022-23

---

**TERCERA CONVOCATORIA** Grado en Ing. Química Industrial **20-10-2022**

---

Apellidos: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

### SEGUNDA PARTE A

#### PROBLEMA 3

A) [3 ptos] Sea el subespacio vectorial  $W = L(\{(1, -1, 0, 1), (1, 1, 1, 0), (0, 1, -1, 1)\})$ .

a) Obtenga una base de  $W^\perp$ .

b) Calcule la proyección ortogonal del vector  $u = (1, 1, 1, 1)$  sobre  $W$ .

c) ¿Pertenece el vector  $v = (-1, -1, 0, 0)$  al subespacio  $W$ ?

B) [2 ptos] Ajuste, en el sentido de los mínimos cuadrados, los puntos  $(-1, 3)$ ,  $(-2, 4)$ ,  $(1, 1)$  y  $(2, 2)$  a la parábola de ecuación  $y = ax^2 + b$ .



## Matemáticas I. Curso 2022-23

---

**TERCERA CONVOCATORIA** Grado en Ing. Química Industrial **20-10-2022**

---

**Apellidos:** \_\_\_\_\_

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grupo:** \_\_\_\_\_

### SEGUNDA PARTE B

#### PROBLEMA 4

Sea la matriz:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & t \end{bmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:

- a) [1,5 ptos] Determine los valores del parámetro  $t$  para los que la matriz  $M$  es diagonalizable.
- b) [1,5 ptos] Para  $t = 2$ , obtenga, si es posible, una matriz de paso  $P$  y una matriz diagonal  $D$  tales que se cumpla la relación  $M = PDP^{-1}$ .
- c) [1 pto] ¿Existen valores del parámetro  $t$  para los que el vector  $v = (1, 0, 1)$  es un autovector de  $M$ ?
- d) [1 pto] ¿Existen valores del parámetro  $t$  que permitan encontrar una matriz ortogonal  $Q$ , de forma que  $Q^T M Q$  sea diagonal?



## Matemáticas I. Curso 2022-23

---

**TERCERA CONVOCATORIA** Grado en Ing. Química Industrial **20-10-2022**

---

**Apellidos:** \_\_\_\_\_

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grupo:** \_\_\_\_\_

### TERCERA PARTE

#### PROBLEMA 5

Sea la ecuación

$$i^{33}z = 4\sqrt{3}i + 4, \quad \text{con } z \in \mathbb{C}$$

- a) [1,5 ptos] Calcule  $z^6$  y expréselo en forma exponencial.
- b) [2,5 ptos] Halle las raíces cúbicas de  $z$ . Representélas y expréselas en forma trigonométrica.

#### PROBLEMA 6

- A) [3 ptos] Sea la función  $f_1(x) = \sqrt{3+x}$ . Obtenga su polinomio de Taylor de grado 3 centrado en el punto  $c = 1$  y calcule una cota del error que se obtendría al utilizar este polinomio para aproximar el valor  $\sqrt{5}$ .
- B) [3 ptos] Demuestre que las funciones  $f_2(x) = e^{-x}$  y  $f_3(x) = 5 - 4x^3$  se cortan en un único punto en el intervalo  $[1, 2]$ . ¿Es cierto que, partiendo del valor inicial  $x_1 = 1$ , el método de Newton produce una sucesión convergente a dicha solución? Calcule  $x_2$  para esa estimación inicial.