Escuela Politécnica Superior
Departamento de Matemática Aplicada II

Matemáticas I. Curso 2022-23

PRIMERA CONVOCATORIA Grado en Ing. Química Industrial **26-01-2023**

Apellidos: ______________________________

Nombre: ______________________________ **Grupo:** ______________

PRIMERA PARTE

PROBLEMA 1

Sea el sistema de ecuaciones $Ax = b$ dado por:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & m-1 & 2 \\ a & 0 & -1 \\ 4 & m-1 & 2 \end{pmatrix}, \text{ con } m, a \in \mathbb{R} \text{ y } b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

a) [**2 ptos**] Utilizando el método de Gauss y el teorema de Rouché-Frobenius, estudie en función de los parámetros m y a la compatibilidad del sistema.

b) [**1,5 ptos**] Determine, en función del parámetro $m \in \mathbb{R}$ las ecuaciones implícitas del espacio nulo de A.

c) [**1,5 ptos**] Calcule el determinante de la matriz B, utilizando transformaciones elementales y siendo

$$B = \begin{pmatrix} 1 & m-1 & 2 & 1 \\ a & 0 & -1 & 1 \\ 4 & m-1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

PROBLEMA 2

Sea H el espacio generado por los vectores $v_1 = (1, 2, 0)$, $v_2 = (-3, 0, 2)$ y $v_3 = (0, 1, 1/3)$.

a) [**1,5 ptos**] ¿Qué condiciones deben cumplir las componentes de un vector $v = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ para que v no pertenezca a H?

b) [**2 ptos**] Demuestre que H es un subespacio vectorial utilizando la correspondiente definición.

c) [**1,5 ptos**] Calcule una base $\mathcal{B}$ del espacio vectorial H y obtenga las coordenadas del vector $w = (24, 6, -14)$ en la base $\mathcal{B}$.

► **Todas las respuestas deberán estar debidamente razonadas.**

Escuela Politécnica Superior
Departamento de Matemática Aplicada II

Matemáticas I. Curso 2021-22

PRIMERA CONVOCATORIA Grado en Ing. Química Industrial **26-01-2023**

Apellidos: ____________________

Nombre: ____________________ **Grupo:** __________

SEGUNDA PARTE

PROBLEMA 3

Considérense las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a^2 \\ 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ a > 0 \text{ y } b \in \mathbb{R}, \qquad H = \begin{pmatrix} t & 0 & 1 \\ 0 & t & 0 \\ 1 & 0 & t \end{pmatrix},\ t \in \mathbb{R},$$

$$\text{y}\ \ \mathrm{M} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ c & -8 & -c \\ d & c & d \end{pmatrix},\ c, d \in \mathbb{R}$$

a) [**2,5 ptos**] Determine, si existen, valores de a y b para los que la matriz A es diagonalizable.

b) [**3 ptos**] Utilice el concepto de diagonalización ortogonal para calcular H^n, $n \in \mathbb{N}$.

c) [**1,5 ptos**] Calcule c y d para que $(2, 1, -2) \in \mathbb{R}^3$ sea un autovector de la matriz M asociado al autovalor $\lambda = 0$.

PROBLEMA 4

a) [**1,5 ptos**] Sea V el espacio generado por los vectores $u_1 = (1, a, 4)$ y $u_2 = (2, -1, 2)$, con $a \in \mathbb{R}$. Determine, en función del parámetro a, una base del complemento ortogonal de V.

b) [**1,5 ptos**] Calcule, en función de $a \in \mathbb{R}$, la proyección ortogonal de $v = (1, 1, 2)$ sobre el espacio vectorial V.

► **Todas las respuestas deberán estar debidamente razonadas.**

Escuela Politécnica Superior
Departamento de Matemática Aplicada II

★

Matemáticas I. Curso 2021-22

PRIMERA CONVOCATORIA Grado en Ing. Química Industrial **26-01-2023**

Apellidos: ______________________________

Nombre: ______________________________ **Grupo:** ______________

TERCERA PARTE

PROBLEMA 5

a) [**2 ptos**] Una raíz cúbica del número complejo z es $1+i$. Halle z y el resto de sus raíces cúbicas.

b) [**1 pto**] Obtenga dos números complejos tales que la parte imaginaria de la suma de ambos sea 1, la diferencia entre ellos sea un número imaginario puro, y su producto sea igual al número complejo $1-7i$.

c) [**2 ptos**] Determine el valor de m que cumple $1_{3m-\pi} \cdot 2_{2m-15} = -2$.

PROBLEMA 6

a) [**1,5 ptos**] Obtenga el polinomio de Taylor de grado 3 de la función $f(x) = \ln(\cos(2x))$, centrado en $c = -\pi$.

b) [**2,5 ptos**] Calcule una cota del error que se obtendría al utilizar el polinomio de Maclaurin de grado 3 de la función $f(x) = 3\ln(\sqrt[3]{(1-x)^2})$, para aproximar el valor $ln(4)$.

c) [**1 pto**] Sea $y = f(x)$ la función dada implícitamente por la ecuación $y^3 + cos(xy) = 2$, cuya gráfica pasa por el punto $(0,1)$. Obtenga $f'(x)$ y determine la recta tangente a la gráfica de $y = f(x)$ en el punto $(0,1)$.

► **Todas las respuestas deberán estar debidamente razonadas.**