ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Matemáticas I. Curso 2023-24

PRIMERA CONVOCATORIA - PRUEBA 2 Grado en Ingeniería Eléctrica **25-01-2024**

NOMBRE y APELLIDOS:

DNI/Pasaporte: **Grupo:**

EJERCICIO 1: Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}, \qquad \text{con } a, b \in \mathbb{R}.$$

1.A) [**0.5 puntos**] Calcular los valores de a y b para los cuales $\lambda = 3$ es un autovalor de la matriz A.

1.B) [**0.25 puntos**] Calcular los valores de a y b para los cuales el vector $(0, 1, 1)$ es un autovector de la matriz A asociado al autovalor $\lambda = 2$.

1.C) [**1 punto**] Estudiar para qué valores de a y b la matriz A es diagonalizable.

1.D) [**1.25 puntos**] Para $a = 0$, calcular los subespacios propios asociados a $\lambda = 0$. ¿Es diagonalizable la matriz A para $a = 0$? En caso afirmativo, calcular A^n, con $n \in \mathbb{N}$.

EJERCICIO 2: [**3 puntos**]

2.A) Resolver y expresar en forma binómica la solución de la ecuación $i^{33} z = 4\sqrt{3}\, i + 4$. Calcular z^6 y las raíces cúbicas de z, expresando los resultados en forma polar.

2.B) Encontrar y expresar en forma exponencial todas las soluciones del sistema

$$\begin{cases} 2x + 3iy = 1 + 3i \\ x - (1+i)y = 4 + 3i \end{cases}$$

2.C) Dada la curva definida implícitamente por $x^2 \operatorname{sen}^2 y + \cos(xy) = 1$, obtener la ecuación de la recta tangente en el punto $\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$.

EJERCICIO 3:

3.A) [**1.5 puntos**] Dada $f(x) = (2 + x)(2 - x)^{1/3}$

A.1) Determinar los extremos relativos de $f(x)$ y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

A.2) Calcular los extremos absolutos de la función $f(x)$ en el intervalo $[-5, 5]$.

3.B) [**1 punto**] Obtener el polinomio de MacLaurin de segundo grado de la función $g(x) = \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ y utilizar dicho polinomio para calcular el valor aproximado de $\ln(1.5)$.

3.C) [**1.5 puntos**] Justificar que las gráficas de las funciones $y = \operatorname{arctg} x$ e $y = 1 - x$ se cortan en un único punto con abscisa en el intervalo $[0, 1]$. Estimar dicho punto de corte, utilizando el método de Newton con $x_1 = 1$ y realizando una iteración. ¿Se puede asegurar la convergencia del método de Newton a partir del punto inicial anterior? Justifica la respuesta aplicando el Teorema de la Convergencia del Método de Newton-Raphson.

- ▶ **Problemas distintos se escribirán en grupos de hojas distintos.**
- ▶ **Todas las respuestas deberán estar debidamente razonadas.**