ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR. UNIVERSIDAD DE SEVILLA

EJERCICIOS.

1. Determinar los intervalos de crecimiento/decrecimiento, y los extremos relativos de la función $f(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{4}{1-x}$. Hallar el mínimo absoluto de $f(x)$ en el intervalo $[-2, -1/2]$.

2. Determinar los intervalos de crecimiento/decrecimiento, y los intervalos de concavidad de la función $f(x) = xe^x$. Hallar los extremos absolutos de $f(x)$ en el intervalo $[-2, 2]$.

3. Determinar los intervalos de crecimiento/decrecimiento, y los intervalos de concavidad de la función $f(x) = 5 - \sqrt[3]{(\frac{x}{2} - 1)^2}$. Hallar los extremos absolutos de $f(x)$ en el intervalo $[-14, 4]$.

4. Determinar los intervalos de concavidad de la función $f(x) = \dfrac{2x-1}{(x+1)^2}$. Hallar los extremos absolutos de $f(x)$ en el intervalo $[0, 3]$.

5. Hallar los extremos absolutos de la función en el intervalo que se indica:

   a) $f(x) = 2x + 4\cos x$, en el intervalo $[0, 2\pi]$, b) $g(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, en el intervalo $[0, 2]$.

   c) $f(x) = 2\operatorname{sen} x - \cos 2x$, en el intervalo $[0, 2\pi]$, d) $f(x) = \dfrac{1}{2}x\sqrt{16 - \dfrac{x^2}{4}}$, en el intervalo $[0, 8]$.

   e) $f(x) = 2\sqrt{x}\,(3-x)$, en el intervalo $[0, 2]$, f) $h(x) = \ln\sqrt{\dfrac{3+\cos x}{3-\cos x}}$, en el intervalo $[-\pi/4, \pi/4]$.

6. Calcular el dominio, los extremos relativos y puntos de inflexión de las siguientes funciones:

   a) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$, b) $f(x) = x + \cos x$, en el intervalo $[0, 2]$,

   c) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2-1}$, d) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$, e) $f(x) = \sqrt[3]{x^2(1-x)}$

7. Dada la función $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

   a) Determina los extremos relativos y los puntos de inflexión de $f(x)$.

   b) Halla el punto de la gráfica de $f(x)$ en el que la recta tangente tiene máxima pendiente, y el punto en el que tiene pendiente mínima.

8. Determina los intervalos de crecimiento y de concavidad de las siguientes funciones:

   a) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2-1}$ b) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+4}$

9. Un móvil situado en el eje OY 4m por debajo del origen se desplaza por dicho eje hacia arriba con una velocidad de 5m/s. Al mismo tiempo, un móvil situado en el eje OX 5m a la izquierda del origen se desplaza por el eje OX hacia la derecha a una velocidad de 4m/s. Determinar el instante en que la distancia entre ambos móviles es mínima y las posiciones que ocupan en dicho instante.

   Sugerencia: Utilizar que la distancia es mínima cuando su cuadrado en mínimo.

10. Hallar las dimensiones del cilindro de mayor volumen que puede inscribirse en una esfera de 10cm de radio.

11. Un ganadero desea vallar un prado rectangular adyacente a un rio. El prado ha de tener 180.000m^2 con el fin de que proporcione suficiente pasto al ganado. ¿Que dimensiones debe tener para que requiera la menor cantidad de valla posible, teniendo en cuenta que no hay que poner valla en el lado que da al rio?

12. Se llama ventana de Norman a la formada por un semicírculo unido a una ventana rectangular ordinaria. Hallar las dimensiones de una ventana de Norman de 16m de perímetro y área máxima.

13. Suponiendo que la ecuación dada define a y como función implícita de x, calcular $\dfrac{dy}{dx}$.

    a) $\cos(xy) = x - 1$. b) $(x^2 + y^2)^2 = \dfrac{25}{4}xy^2$.

    c) $\operatorname{arctg}(\dfrac{y}{x}) = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$.

14. Suponiendo que la ecuación dada define a y como función implícita de x, calcular $\dfrac{dy}{dx}, \dfrac{d^2y}{dx^2}$ en el punto indicado. Obtener también, en cada caso, la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto indicado.

    a) $2x^3y - y^3 - 1 = 0,\ A = (1, 1)$. b) $\operatorname{tg}(x + y) = x,\ B = (0, 0)$.

    c) $x^2y^3 + 3xy - y = -9,\ C = (2, -1)$.

15. Comprobar que el punto $(1, \pi/2)$ es un punto de la curva de ecuación $2xy + \pi \operatorname{sen} y = 2\pi$, y determinar en dicho punto las ecuaciones de las rectas tangente y normal.

16. Una partícula se mueve en sentido contrario a las agujas del reloj a lo largo de la elipse $\dfrac{x^2}{100} + \dfrac{y^2}{25} = 1$. La partícula abandona la elipse en el punto $(-8, 3)$ y sale con movimiento rectilíneo en la dirección de la recta tangente. ¿En qué punto cruzará la partícula el eje y?