Escuela Politécnica Superior

Departamento de Matemática Aplicada II

Matemáticas II. Curso 2021-22

PRIMERA CONVOCATORIA - PRIMERA PARTE

Grado en Ingeniería Eléctrica **23-06-2022**

Nombre y Apellidos NOTA

EJERCICIO 1:

A) [**1.5 puntos**] Calcular la integral

$$\int \frac{\cos x}{(1+\operatorname{sen}x)\,(2-\cos^2 x)}dx.$$

B) [**1.5 puntos**] Obtener el valor aproximado que proporciona la Regla de Simpson con $n=4$ de la integral

$$\int_0^{2\pi} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos^3 x + 2}\,dx.$$

C) [**2 puntos**] Sea $\mathcal{R}$ la región del plano del primer cuadrante acotada por la gráfica de $y=4-x^2$ y las rectas $y=1$, $x=1$. Sea Q el sólido de revolución que se obtiene cuando $\mathcal{R}$ gira alrededor de la recta $y=5$.

C.1) Expresar el volumen de Q utilizando el método de los discos.

C.2) Expresar el volumen de Q utilizando el método de las capas.

Nota: No hay que calcular las integrales

EJERCICIO 2:

A) [**2 puntos**] Estudiar la convergencia de las siguientes integrales:

A.1) $\displaystyle\int_0^2 \frac{1}{(x-1)^{1/3}}\,dx$ **A.2)** $\displaystyle\int_0^{+\infty} x^5 e^{-x^3}\,dx$

B) [**2 puntos**] Sea $f(x,y)=2x^2+y^2-x^4$.

B.1) Calcular la derivada direccional de f en el punto $(1,2)$, en la dirección del vector $(3,-1)$. Obtener el vector unitario en cuya dirección se obtenga la máxima derivada direccional de f en dicho punto.

B.2) Calcular los extremos relativos de f.

C) [**1 punto**] Calcular el plano tangente en el punto $(2,1,1)$ a la superficie $z=f(x,y)$ dada implícitamente por la ecuación

$$x^2\ln y + y^2 z + z^2 = 2.$$

► **Problemas distintos se escribirán en grupos de hojas distintos.**

► **Todas las respuestas deberán estar debidamente razonadas.**

Escuela Politécnica Superior
Departamento de Matemática Aplicada II
Matemáticas II. Curso 2021-22

PRIMERA CONVOCATORIA - SEGUNDA PARTE

Grado en Ingeniería Eléctrica **23-06-2022**

Nombre y Apellidos NOTA

EJERCICIO 1.

A) [**1.5 puntos**] Calcular los extremos absolutos de la función $f(x,y) = 2x^2 + y^2 - x^4$ en la región

$$\mathcal{R}_1 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 - 2 \leq \ y \leq 7\right\}.$$

B) [**1.5 puntos**] Evaluar la siguiente integral iterada cambiando previamente el orden de integración

$$\int_0^2 \int_y^2 x e^{x^3}\, dx\, dy$$

C) [**2 puntos**] Dada la integral triple

$$\iiint_{\mathcal{Q}} (x+z)\, dV$$

donde $\mathcal{Q}$ es la región interior al cilindro $x^2 + y^2 = 4$, exterior al cono $z = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}}$, y por encima del plano $z = 0$.

C.1) Expresar la integral como una integral iterada en coordenadas cilíndricas.

C.2) Expresar la integral como una integral iterada en coordenadas esféricas.

Nota: No hay que calcular las integrales

EJERCICIO 2:

A) [**2 puntos**] Calcular la integral $\displaystyle\iint_{\mathcal{R}} (x^2+y^2)\, dA$, donde $\mathcal{R}_2$ es la región del plano definida por

$$\mathcal{R}_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \sqrt{2}, 0 \leq y \leq \sqrt{2-x^2}\}.$$

B) [**1 punto**] Calcular $\int_C y^2 dx + x^2 dy$, donde C es la curva contorno del triángulo de vértices $(0,0)$, $(2,0)$, $(2,2)$ recorrida en sentido antihorario.

C) [**2 puntos**] Dado el campo vectorial $\mathbf{F}(x,y) = (x + \operatorname{sen} y - y \operatorname{sen} x)\,\mathbf{i} + (y + \cos x + x\cos y)\,\mathbf{j}$, calcular

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

donde C es la curva dada por $\mathbf{r}(t) = t\,\mathbf{i} + \left(\dfrac{2}{\pi}t^2 - 2t + \pi\right)\mathbf{j}$ con $t \in [0,\pi]$.

► **Problemas distintos se escribirán en grupos de hojas distintos.**

► **Todas las respuestas deberán estar debidamente razonadas.**