
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR
Matemáticas II. Curso 2022-23
Grado en Ingeniería Eléctrica

PRIMERA CONVOCATORIA. SEGUNDA PARTE

09-06-2023

NOMBRE y APELLIDOS:

DNI/Pasaporte:

Grupo:

PROBLEMA 1:

1.A) [1.5 puntos] Dada la integral doble $\iint_{\mathcal{R}} \sqrt{1-x^3} dA$, donde \mathcal{R} es la región del plano situada en el primer cuadrante, limitada por la gráfica de $y = x^2$ y las rectas $x = 1$ e $y = 0$.

A.1) Expresar la integral en los dos órdenes de integración posibles.

A.2) Calcular el valor de dicha integral.

1.B) [1.5 puntos] Utilizar coordenadas polares para calcular la integral iterada

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \sqrt{x^2+y^2} dy dx$$

1.C) [2 puntos] Sea \mathcal{Q} el sólido interior al cilindro $x^2 + y^2 = 1$, que está limitado superiormente por la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e inferiormente por el plano $z = 0$.

C.1) Usando integrales dobles, describir el volumen del sólido \mathcal{Q} en coordenadas rectangulares y en coordenadas polares.

C.2) Evaluar aquella integral que resulte más sencilla.

1.D) [2 puntos] Expresar utilizando coordenadas cilíndricas y esféricas el volumen de la región del espacio que, en el primer octante, está acotada superiormente por la esfera $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ e inferiormente por el cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. (No es necesario calcular ninguna integral)

PROBLEMA 2:

2.A) [1 punto] Usando una integral de línea, determinar la longitud de arco de la curva parametrizada por

$$\mathbf{r}(t) = 2 \cos^3 t \mathbf{i} + 2 \sin^3 t \mathbf{j} \quad \text{con } t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

2.B) [2 puntos] Calcular la integral $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ considerando el campo vectorial

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2xyz + \sin x, x^2z, x^2y)$$

y la curva suave a trozos \mathcal{C} que va desde el punto $(0, 0, 0)$ al punto $\left(\frac{\pi}{2}, 1, 1\right)$

► Problemas distintos se escribirán en grupos de hojas distintos.

► Todas las respuestas deberán estar debidamente razonadas.