

$$1. \int \frac{x}{\sqrt{(x^2 + 3)^3}} dx$$

$$2. \int \frac{1}{x^2(x-1)^2} dx$$

$$3. \int \frac{\cos x}{\sqrt{9 - 4 \sec^2 x}} dx$$

$$4. \int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$$

$$5. \int \frac{1}{x + x(\ln x)^2} dx$$

$$6. \int x^2 \ln x dx$$

$$7. \int \frac{1}{x^3 - 1} dx$$

$$8. \int \frac{1 + e^x}{e^x - 4 + 4e^{-x}} dx$$

$$9. \int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$$

$$10. \int \frac{2x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 10x + 7}{x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 6x + 2} dx$$

$$11. \int \frac{1}{\lg x} dx$$

$$12. \int (\ln x)^2 dx$$

$$13. \int \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} dx$$

$$14. \int \frac{\sec x \cos x}{(1 + \cos x)^3} dx$$

$$15. \int \frac{1}{5 \cos^2 x + 3 \sec^2 x} dx$$

$$16. \int \frac{1}{3 - 2 \cos x} dx$$

$$17. \int \frac{2 - \sec x}{2 + \sec x} dx$$

$$18. \int \frac{1}{1 + \lg x} dx$$

$$19. \int \frac{\cos^3 x \sec x}{1 + \sec^2 x} dx$$

$$20. \int \sec(9x) \cos(4x) dx$$

$$21. \int \sec(8x + 3) \sec(5x - 4) dx$$

$$22. \int \cos(5x + 9) \cos(7x - 2) dx$$

$$23. \int x(x^2 + 1)^8 dx$$

$$24. \int \frac{1 + x}{1 - x} dx$$

$$25. \int \frac{x + 1}{\sqrt{x}} dx$$

$$26. \int \sec(3x + 2) dx$$

$$27. \int \sec x \ln(\cos x) dx$$

$$28. \int x \cos x dx$$

$$29. \int \ln x dx$$

$$30. \int \frac{1 + 2x}{1 + x^2} dx$$

$$31. \int x e^{-x^2} dx$$

$$32. \int x^2 \sec x^3 dx$$

$$33. \int \frac{2x}{1 + x^4} dx$$

$$34. \int x^3 e^{x^2} dx$$

$$35. \int \frac{x - 2}{(x - 1)^2(x^2 + 1)} dx$$

$$36. \int \sec^3 x dx$$

$$37. \int x \sec x \cos x dx$$

$$38. \int \frac{x^3 + x + 1}{x(x^2 - 1)} dx$$

$$39. \int \frac{\ln x}{x^3} dx$$

$$40. \int \frac{1}{x(x + 1)^2} dx$$

$$41. \int \frac{\sec^3 x}{\cos x} dx$$

$$42. \int \frac{x^3 + x - 2}{x^4 - x^3 - 2x^2} dx$$

$$43. \int \frac{2x^2 - 8x + 1}{2x^3 - 7x + 3} dx$$

$$44. \int \frac{\sec^2 x + \cos^2 x}{\sec x \cos x} dx$$

$$45. \int \frac{\sec x + \cos x}{\cos^3 x} dx$$

$$46. \int \frac{1 + \lg x}{1 - \cos x} dx$$

$$47. \int \frac{3 \cos x}{\sec^3 x} dx$$

$$48. \int x^2 \operatorname{arctg} x dx$$

49.  $\int \frac{\cos^4 x}{\sin^3 x} dx$

50.  $\int \frac{1}{x^4 - 1} dx$

51.  $\int \frac{x^4}{(x+1)^2} dx$

52.  $\int \frac{x^2 - 5}{\sqrt{9 - x^2}} dx$

53.  $\int \frac{3x + 5}{x^3 - x^2 - x + 1} dx$

54.  $\int \frac{x^2 + 1}{(x-1)(x^2 + 2)} dx$

55.  $\int \frac{1}{3 + 5 \cos x} dx$

56.  $\int (3x^2 + 1) \operatorname{arctg}(2x) dx$

57.  $\int \frac{7x^3 + 3}{\sqrt{4 - x^2}} dx$

58.  $\int x^2 \ln(x^2 + 3) dx$

59.  $\int \frac{x^4 - x^2 - 2x - 6}{x^2(2 + x^2)} dx$

60.  $\int e^{2x} \cos(5x) dx$

61.  $\int \frac{\cos^3 x}{(\sin^2 x - 4)^2} dx$

62.  $\int \frac{x + 3}{(x^2 - 6x + 5)^2} dx$

63.  $\int \sin^2(4 - x) dx$

64.  $\int \frac{1}{x \ln x} dx$

65.  $\int x \sqrt{9 - x^2} dx$

66.  $\int \cos^2(5 - 3x) dx$

67.  $\int \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx$

68.  $\int \cos^3 3x dx$

69.  $\int \sin^5 2x \cos 2x dx$

**SOLUCIONES:**

1. Integral inmediata.

$$-\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} + C$$

2. Integral de una función racional.

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} = 2 \ln|x-1| + 2 \ln|x| + C$$

3. Integral inmediata.

$$\frac{1}{2} \arcsen\left(\frac{2 \operatorname{sen} x}{3}\right) + C$$

4. Integral inmediata.

$$\operatorname{arctg}(e^x) + C$$

5. Integral inmediata.

$$\operatorname{arctg}(\ln x) + C$$

6. Integración por partes siendo
- $u = \ln x$
- .

$$\frac{1}{3} x^3 \ln x - \frac{x^3}{9} + C$$

7. Integral de una función racional.

$$\frac{1}{3} \ln|x-1| - \frac{1}{6} \ln(x^2+x+1) - \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + C$$

8. Hacer la sustitución
- $t = e^x$
- . Se obtendrá la integral de una función racional.

$$\ln(e^x - 2) = \frac{3}{e^x - 2} + C$$

9. Integral inmediata.

$$\operatorname{sen}(\ln x) + C$$

10. Integral de una función racional. Primero hay que escribir la función como

$$\frac{2x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 10x + 7}{x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 6x + 2} = 2 + \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2-2x+2}$$

El resultado de la integral es

$$\ln(x^2 - 2x + 2) + 2x - \frac{3}{x-1} + \ln|x-1| - \operatorname{arctg}(1-x) + K$$

11. Integral inmediata.

$$\ln|\operatorname{sen} x| + C$$

12. Integrar por partes dos veces.

$$x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x + C$$

13. Integral racional en senos y cosenos. Cambio universal.

$$-x - 2 \cotg\left(\frac{x}{2}\right) + C$$

14. Integral racional en senos y cosenos. Impar en seno.

$$\frac{\frac{1}{2} + \cos x}{(1 + \cos x)^2} + C$$

15. Integral racional en senos y cosenos. Par en seno y coseno.

$$\frac{1}{\sqrt{15}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \operatorname{tg} x \right) + C$$

16. Integral racional en senos y cosenos. Cambio universal.

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \left( \sqrt{5} \operatorname{tg} \left( \frac{x}{2} \right) \right) + C$$

17. Integral racional en senos y cosenos. Cambio universal.

$$-x - \frac{8}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \left( \frac{x}{2} \right) \right) + C$$

18. Integral racional en senos y cosenos. Par en seno y coseno.

$$\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \ln |\sin x + \cos x| + C$$

19. Integral racional en senos y cosenos. Impar en coseno.

$$-\frac{\sec^2 x}{2} + \ln(1 + \sec^2 x) + C$$

20. Integral trigonométrica. Aplicar fórmula.

$$-\frac{1}{10} \cos(5x) - \frac{1}{26} \cos(13x) + C$$

21. Integral trigonométrica.

$$-\frac{1}{26} \sin(13x - 1) + \frac{1}{6} \sin(3x + 7) + C$$

22. Integral trigonométrica.

$$\frac{1}{24} \sin(12x + 7) + \frac{1}{4} \sin(2x - 11) + C$$

23. Integral inmediata.

$$\frac{1}{18}(x^2 + 1)^9 + C$$

24. Integral racional.

$$-x + 2 \ln |1 - x| + C$$

25. Integral inmediata. Descomponer en suma de dos fracciones.

$$\frac{2}{3} x^{3/2} + 2x^{1/2} + C$$

26. Integral inmediata.

$$\frac{-1}{3} \cos(3x + 2) + C$$

27. Integral por sustitución y por partes

$$-\cos x \ln(\cos x) + \cos x + C$$

28. Integral por partes.

$$\cos x + x \sin x + C$$

29. Integral por partes.

$$x(\ln x - 1) + C$$

30. Descomponer en dos sumandos.

$$\operatorname{arctg} x + \ln(1 + x^2) + C$$

31. Integral inmediata.

$$-\frac{1}{2}e^{-x^2} + C$$

32. Integral inmediata.

$$-\frac{1}{3}\cos x^3 + C$$

33. Integral inmediata.

$$\operatorname{arctg} x^2 + C$$

34. Integral por partes.

$$e^{x^2} \left( \frac{x^2 - 1}{2} \right) + C$$

35. Integral racional.

$$\ln \left| \frac{(x-1)}{(x^2+1)^{1/2}} \right| + \frac{1}{2} \frac{1}{x-1} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C$$

36. Integral por sustitución. Impar en seno.

$$-\cos x + \frac{1}{3} \cos^3 x + C$$

37. Integral por partes.

$$-\frac{1}{4}x \cos 2x + \frac{1}{8} \sin 2x + C$$

38. Integral racional. Efectuar la división de polinomios y descomposición en fracciones simples.

$$x - \ln|x| - \frac{1}{2} \ln|x+1| + \frac{3}{2} \ln|x-1| + C$$

39. Integral por partes.

$$-\frac{\ln x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2} + C$$

40. Integral racional. Descomposición en fracciones simples.

$$\left| \frac{x}{x+1} \right| + \frac{1}{x+1} + C$$

41. Integral por sustitución. Impar en seno. Impar en coseno.

$$-\ln|\cos x| + \frac{\cos^2 x}{2} + C$$

42. Integral racional.

$$-\frac{1}{x} + \ln \left| \frac{(x-2)^{2/3} (x+1)^{4/3}}{x} \right| + C$$

43. Integral racional.  $x - \ln|x-3| + \ln|x-\frac{1}{2}| + C$

44. Integral por sustitución. Impar en seno.

$$-\ln|\cos x| + \cos x + \ln|\operatorname{cosec} x - \cotg x| + C$$

45. Integral por sustitución. Par en seno y coseno.

$$\frac{1}{2} \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} + C$$

46. Integral por sustitución. Cambio universal.

$$-\frac{1}{\operatorname{tg}(\frac{x}{2})} + 2 \ln \left| \operatorname{tg}(\frac{x}{2}) \right| - \ln \left| \operatorname{tg}(\frac{x}{2}) - 1 \right| - \ln \left| \operatorname{tg}(\frac{x}{2}) + 1 \right| + C$$

47. Integral por sustitución. Impar en seno. Impar en coseno.

$$-\frac{3}{2} \frac{1}{\sec^2 x} + C$$

48. Integral por partes.

$$\frac{1}{3} x^3 \operatorname{arctg} x - \frac{1}{6} x^2 + \frac{1}{6} \ln(x^2 + 1) + C$$

49. Integral por sustitución. Impar en seno.

$$-\frac{1}{2} \frac{\cos^5 x}{\sec^2 x} - \frac{1}{2} \cos^3 x - \frac{3}{2} \cos x - \frac{3}{2} \ln |\sec x - \cotg x| + C$$

50. Integral racional. Descomposición en fracciones simples.

$$\frac{1}{4} \ln|x-1| - \frac{1}{4} \ln|x+1| - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C$$

51. Integral racional. División de polinomios y descomposición en fracciones simples.

$$\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x - 4 \ln|x+1| - \frac{1}{x+1} + C$$

52. Integral por sustitución.

$$-\frac{1}{2} \operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{3}x\right) - \frac{1}{2} x \sqrt{9-x^2} + C$$

53. Integral racional. Descomposición en fracciones simples.

$$-\frac{4}{x-1} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| + C$$

54. Integral racional. Descomposición en fracciones simples.

$$\frac{2}{3} \ln|x-1| + \frac{1}{6} \ln|x^2+2| + \frac{\sqrt{2}}{6} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{6}\right) + C$$

55. Integral racional en senos y cosenos. Cambio universal.

$$\frac{1}{4} \ln \left| \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) + 2}{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) - 2} \right| + C$$

56. Integral por partes.

$$-\frac{3}{16} \ln(4x^2 + 1) + (x^3 + x) \operatorname{arctg}(2x) - \frac{x^2}{4} + C$$

57. Integral por sustitución.

$$3 \operatorname{arcsen}\left(\frac{x}{2}\right) + 2 \left( \frac{-7}{6} x^2 - \frac{28}{3} \right) \sqrt{4-x^2} + C$$

58. Integral por partes.

$$\frac{1}{3} [(x^3 + 3) \ln|x^3 + 3| - x^3 - 3] + C$$

59. Integral racional. División de polinomios y descomposición en fracciones simples.

$$x + \frac{3}{x} - \ln|x| + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2) + C$$

60. Integral por partes (dos veces).

$$e^{2x} \left( \frac{2}{29} \cos 5x + \frac{5}{29} \operatorname{sen} 5x \right) + C$$

61. Integral por sustitución. Impar en coseno.

$$-\frac{5}{32} \ln|2 - \operatorname{sen} x| + \frac{5}{32} \ln|2 + \operatorname{sen} x| + \frac{3}{8} \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen}^2 x - 4} + C$$

62. Integral racional. Descomposición en fracciones simples.

$$\frac{3}{16} \ln|x-1| - \frac{3}{16} \ln|x-5| + \frac{1}{4} \frac{-3x+7}{x^2-6x+5} + C$$

63. Integral trigonométrica.

$$-\frac{1}{4} \operatorname{sen}(2x-8) + \frac{x}{2} + C$$

64. Integral inmediata.

$$\ln|\ln x| + C$$

65. Integral inmediata.

$$-\frac{1}{3} \sqrt{(9-x^2)^3} + C$$

66. Integral trigonométrica.

$$\frac{1}{12} \operatorname{sen}(6x-10) + \frac{x}{2} + C$$

67. Integral trigonométrica.

$$\frac{-1}{4} \operatorname{sen} 2x$$

68. Integral por sustitución. Impar en coseno.

$$\frac{1}{3} \operatorname{sen} 3x - \frac{1}{9} \operatorname{sen}^3 3x + C$$

69. Integral inmediata.

$$\frac{1}{12} \operatorname{sen}^6 2x + C$$