ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Matemáticas II, Grado en Ingeniería Eléctrica

PRIMERA CONVOCATORIA, SEGUNDA PARTE **07-06-2024**

NOMBRE y APELLIDOS:	**Grupo:**

PROBLEMA 1:

1.A) [**1 punto**] Sea $\mathcal{R}$ la región del plano limitada por la gráfica de la curva $y = x^2$ y las rectas $y = 1$ y $x = 2$. Expresar la integral iterada

$$\iint_{\mathcal{R}} \operatorname{sen}\left(2y - \frac{2}{3}y^{3/2}\right)\, dA$$

en los dos órdenes de integración posibles y calcular el valor de dicha integral.

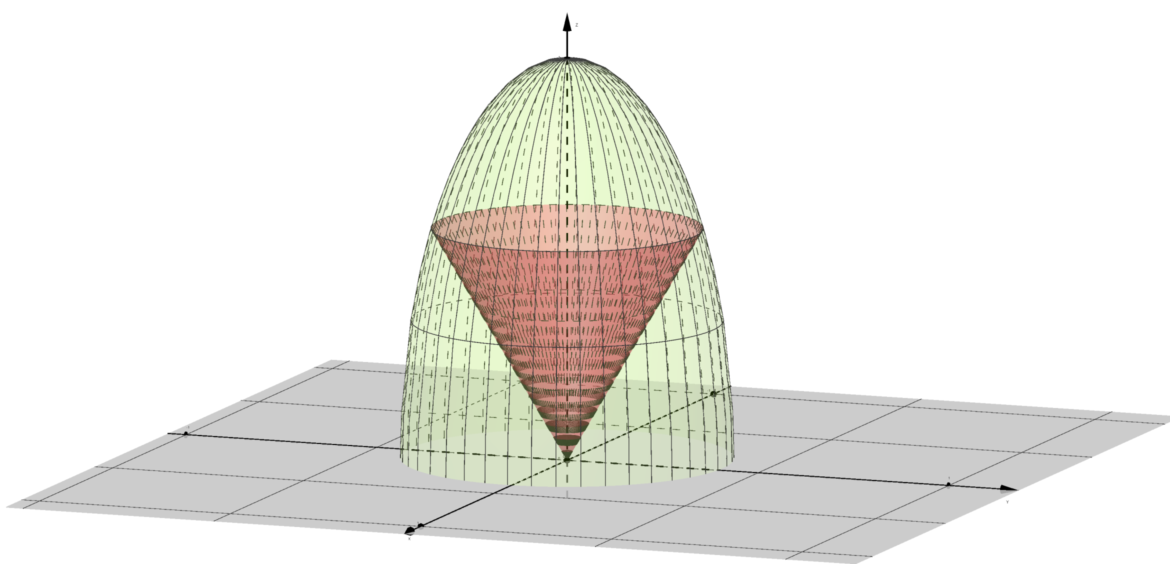
1.B) [**1.5 puntos**] Utilizando coordenadas cilíndricas, hallar la integral

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_{x^2+y^2}^{\sqrt{x^2+y^2}} xyz^2 dzdydx.$$

1.C) [**1.5 puntos**] Sea $\mathcal{Q}$ el sólido limitado por el semielipsoide $z = \sqrt{1 - 6x^2 - 6y^2}$ y el semicono $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$. Considerar la integral $\iiint_{\mathcal{Q}} xz\, dV$

C.1) Expresar la integral como integral iterada en coordenadas cilíndricas.

C.2) Expresar la integral como integral iterada en coordenadas esféricas.



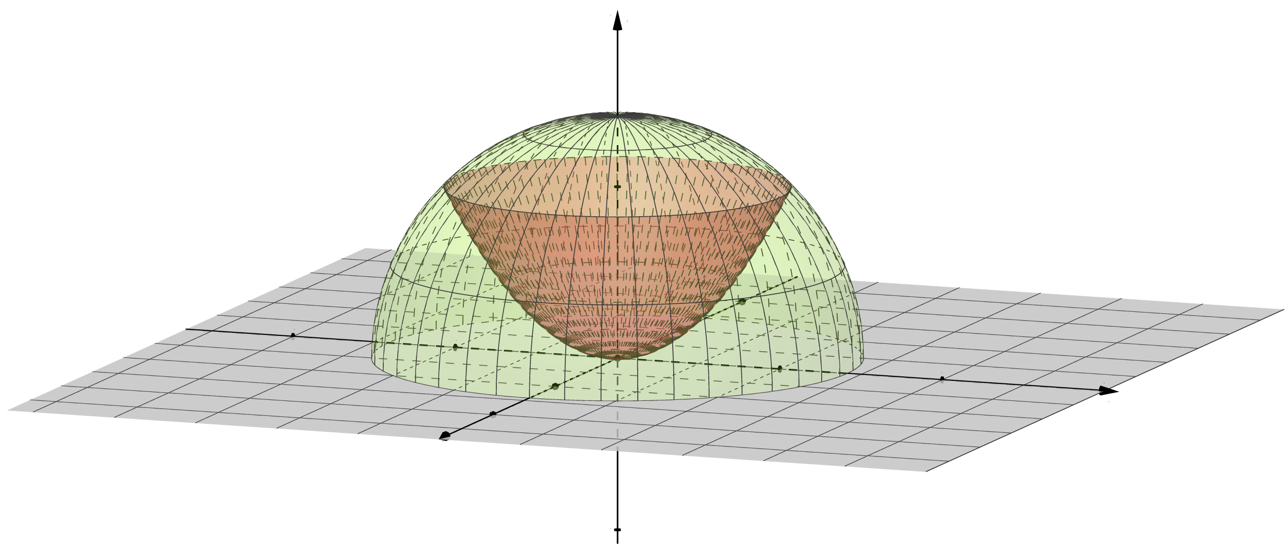
- **Problemas distintos se escribirán en grupos de hojas distintos.**
- **Todas las respuestas deberán estar debidamente razonadas.**

PROBLEMA 2:

2.A) [2 puntos] Considerar el sólido $\mathcal{Q} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{2 - x^2 - y^2}\}$

A.1) Calcular el volumen del sólido $\mathcal{Q}$

A.2) Si S es la superficie exterior del sólido $\mathcal{Q}$, calcular el área de S.



2.B) [1 punto] Hallar $\displaystyle\int_C x ds$ siendo C la curva parametrizada por $\mathbf{r}(t) = (t, 1 - 2t^2)$ con $t \in [0, 1]$.

2.C) [1.5 puntos] Obtener una función potencial del campo vectorial conservativo

$$\mathbf{F}(x, y) = (2xy + y)\,\mathbf{i} + \left(x^2 + x + \cos y \,\mathrm{sen}^3 y\right)\mathbf{j},$$

y calcular la integral de línea $\displaystyle\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ donde C viene dada por $\mathbf{r}(t) = \left(t, \dfrac{\pi}{2}(t^2 + 1)\right)$ con $t \in [0, 1]$.

2.D) [1.5 puntos] Aplicando el teorema de Green, calcular

$$\oint_C (e^x - y)\, dx + (\cos\, y + x)\; dy$$

siendo C la curva contorno, orientada en sentido antihorario, de la región del primer cuadrante limitada por la circunferencia $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ y la recta $y = x$.

▶ **Problemas distintos se escribirán en grupos de hojas distintos.**

▶ **Todas las respuestas deberán estar debidamente razonadas.**