

Grado en Ingeniería Química Industrial

TERCERA CONVOCATORIA. PRIMERA PARTE

2-11-2023

Nombre y Apellidos

NOTA

--

EJERCICIO 1.

(A) [3 puntos] Calcular la integral

$$\int \frac{\sin^3 x}{(1 + \cos^2 x) \cos x} dx.$$

(B) [2 puntos] Obtener el valor aproximado que proporciona la Regla de Simpson con $n = 2$ de la integral $\int_0^2 \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^4 + 1} dx$.

(C) [5 puntos] Sea \mathcal{R} la región del plano del primer cuadrante acotada por la gráfica de $y = \sqrt{1 - x^2}$ y las rectas $y = \sqrt{3}x$, $x = 0$. Expresar, mediante integrales, el volumen del sólido que se obtiene al girar la región \mathcal{R}

a) Alrededor de la recta $y = 2$.

b) Alrededor de la recta $x = -1$.

EJERCICIO 2.

(A) [6 puntos] Siendo $f(x, y) = 2x^2 - x^4 - 10y^2$, se pide:

a) Calcular la derivada direccional de f en el punto $(-1, 2)$, en la dirección del vector $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

b) Calcular los extremos relativos de f .

c) Calcular los extremos absolutos de la función f en la región

$$\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2 + x^2 \leq y \leq 3\}.$$

(B) [2.5 puntos] Calcular el plano tangente en el punto $(3, 1, -3)$ a la superficie $z = f(x, y)$ dada implícitamente por la ecuación

$$x \ln y + y^2 z + z^2 = 6.$$

(C) [1.5 puntos] Estudiar la convergencia de la integral impropia $\int_2^{+\infty} e^{-x}(1 - x) dx$ y, en caso de que sea convergente, calcular su valor.