

Trabajo Práctico Nro. 2: 'Autómatas Celulares'

Alumnos:

De Simone, Franco
Dizenhaus, Manuel

61100
61101

Índice

1. Introducción	2
1.1. Sistema Real	2
1.2. Modelo Matemático	2
2. Implementación	2
2.1. Estructura del proyecto	2
2.2. Algoritmo	3
3. Simulaciones	4
4. Resultados	4
4.1. Variación de parámetro de orden a densidad 5	4
4.2. Variación de parámetro de orden a densidad 1	6
4.3. Variación de densidad a ruido constante	9
5. Conclusiones	11

1. Introducción

Este informe busca explicar, detallar y analizar el funcionamiento de la implementación del modelo *Off Lattice*, cuyo objetivo es la representación del comportamiento de sistemas de partículas autopropulsadas.

1.1. Sistema Real

El modelo busca simular el comportamiento de las partículas en relación a sus partículas vecinas, en algunos casos produciendo el fenómeno de argupamiento como ocurre en varios sistemas biológicos reales como el flocado de aves, enjambres de insectos, cardúmenes de peces, entre otras.

1.2. Modelo Matemático

El sistema se encuentra basado en dos ecuaciones centrales, planteadas para la posición y la dirección de las partículas:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t)\Delta t \quad (1)$$

$$\theta(t+1) = \langle\theta(t)\rangle_r + \Delta\theta \quad (2)$$

En (1), $x_i(t)$ corresponde a la posición de la partícula identificada por el índice i en el tiempo t . A su vez, $v_i(t)$ representa la *velocidad* de la partícula en ese tiempo t .

En (2), $\theta(t+1)$ es el ángulo de la partícula en el instante $t+1$. $\langle\theta(t)\rangle_r$ corresponde a el promedio de los ángulos de las partículas que se encuentran dentro del radio de interacción r . $\Delta\theta$ corresponde a un valor de *ruido* uniforme que tiene un valor de entre $-\frac{\eta}{2}$ y $\frac{\eta}{2}$ (donde η se define como la amplitud del ruido).

2. Implementación

2.1. Estructura del proyecto

En cuanto a la implementación técnica del trabajo, se trabajó con el lenguaje de programación *Java*. Para el modelo, se realizó una clase *Particle*, que incluyó toda la lógica detrás del funcionamiento de una partícula individual.

Luego, se utilizó la clase *Neighbours*, cuya funcionalidad es aquella utilizada en el 1er trabajo práctico, que abarcó la implementación del método de búsqueda de vecinos denominado *Cell Index Method*.

Finalmente, la clase *OffLattice* abarcó la lógica detrás del modelo matemático en si, implementando el algoritmo en el cuál se basa el sistema.

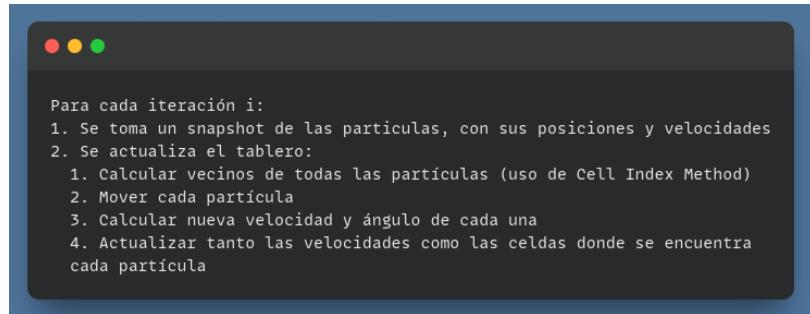
A continuación, se observa el diagrama UML de las clases del proyecto:



Figura 1: Diagrama UML del proyecto

2.2. Algoritmo

El sistema se basa en el modelo matemático estudiado en clase para partículas autopropulsadas. Descrito en pseudocódigo, el algoritmo sigue los siguientes pasos:



3. Simulaciones

Las simulaciones tomaron como input la cantidad de partículas N , el largo de los lados L (de estos dos parámetros, se deriva la densidad del sistema ρ), y el valor de ruido η . Con estos parámetros, el sistema genera una disposición inicial aleatoria de las partículas, y se simula la evolución temporal del mismo. El output del mismo es la disposición final de todas las partículas, cuyo resultado se mide con la métrica definida como parámetro de orden v_a , definida de la siguiente manera:

$$v_a = \frac{1}{Nv} \left| \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i \right| \quad (3)$$

Para las simulaciones, se decidió definir ciertos parámetros como fijos: La velocidad v fue fijada en un valor de 0.03, el radio de interacción r_c fue tomado con un valor de 1, el paso temporal t fue igual a 1. A su vez, en la práctica se llegó a la conclusión de que un número apropiado de iteraciones para el experimento era 1000, para asegurarnos de alcanzar el estado estacionario para toda combinación de parámetros.

En cuanto a parámetros variables, se buscó estudiar el efecto del ruido η sobre el parámetro de orden. Con una densidad constante de 5 (tomando $N=500$ y $L=10$), se varió η entre 0 y 4, con paso de 0,5. Luego, se buscó repetir el ejercicio pero con densidad 1, para observar el efecto del ruido en el parámetro de orden para sistemas de menor densidad. Por último, se buscó generalizar el impacto de la densidad ρ en el parámetro de orden, fijando un η de 1 y un L de 10, y variando N entre 100 y 1000 de a pasos de 100.

4. Resultados

4.1. Variación de parámetro de orden a densidad 5

En primera instancia, se estudió la variación del ruido manteniendo un valor de densidad constante en 5. En la Figura 2 se observa la distribución de partículas en el estado estacionario para un η de 0,5.

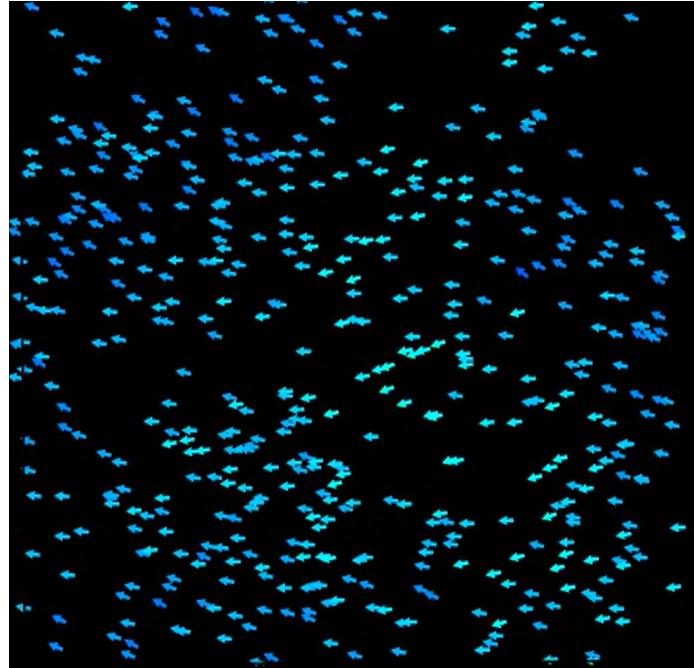


Figura 2: Captura de animación con 500 partículas, $L = 10$ ($\rho = 5$), y $\eta = 0,5$

En la Figura 3, se muestra un fotograma del estado estacionario de una animación con un ruido significativamente mayor. Se observa que no ocurre una polarización en la dirección de las partículas.

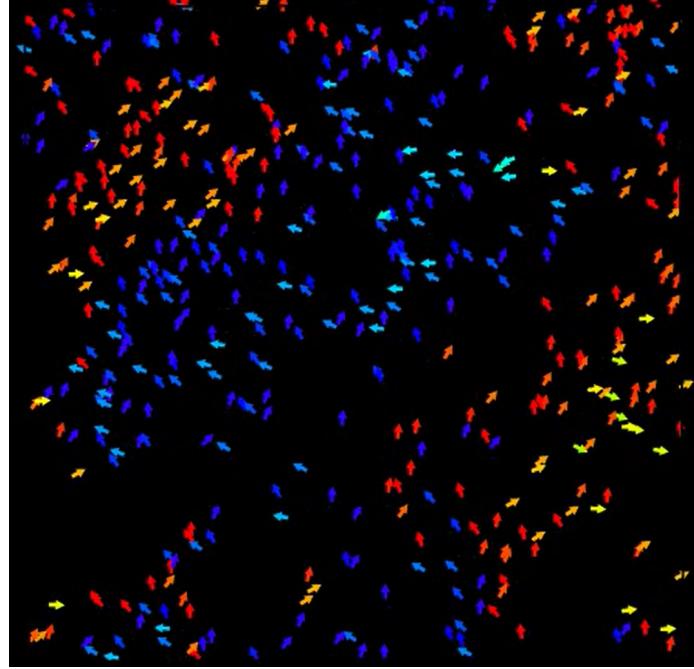


Figura 2: Captura de animación con 500 partículas, $L = 10$ ($\rho = 5$), y $\eta = 2$

Tomando algunos valores de η de los estudiados, se confeccionó el siguiente gráfico (Figura 4), en el cual se aprecia la evolución del parámetro de orden con el correr de las iteraciones para distintos valores de ruido.

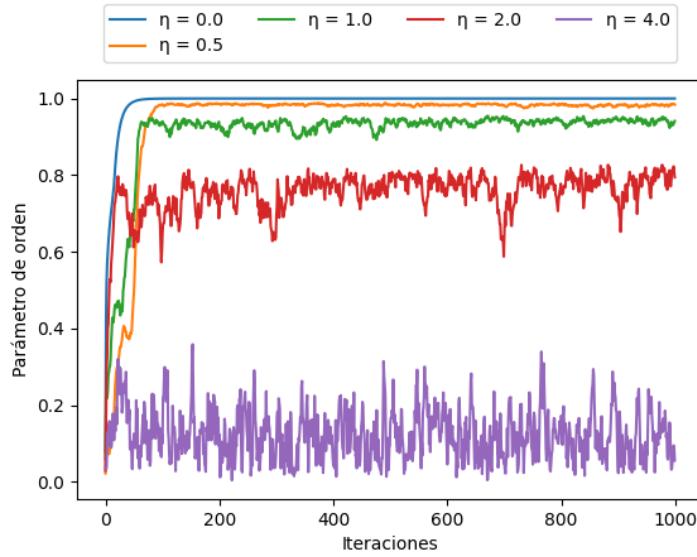


Figura 4: Evolución del parámetro de orden a lo largo de 1000 iteraciones ($N = 500$, $L = 10$; $\rho = 5$)

En la Figura se aprecia como, en el estado estacionario, el parámetro de orden fluctúa entre un máximo y un mínimo. A mayor nivel de ruido, menor es el promedio en parámetro de orden en dicho estado. Además, se observa que, ante un mayor η , la variación del parámetro de orden se produce con una amplitud mayor, proporcionando valores con una menor uniformidad.

Luego, se tomó el promedio del parámetro de orden en el estado estacionario para cada valor de ruido, y se produjo la Figura 5:

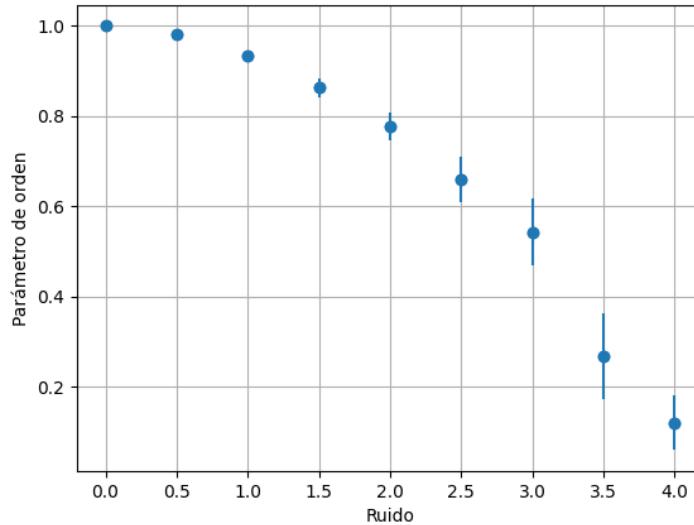


Figura 5: Parámetro de orden en función del ruido, para densidad constante ($N = 500$, $L = 10$; $\rho = 5$)

4.2. Variación de parámetro de orden a densidad 1

A continuación, se repitió el estudio anterior pero para un número de partículas menor, con el objetivo de analizar la incidencia del ruido en configuraciones de una menor densidad. Se muestran los fotogramas de las animaciones, para η 0,5 y 2, respectivamente:

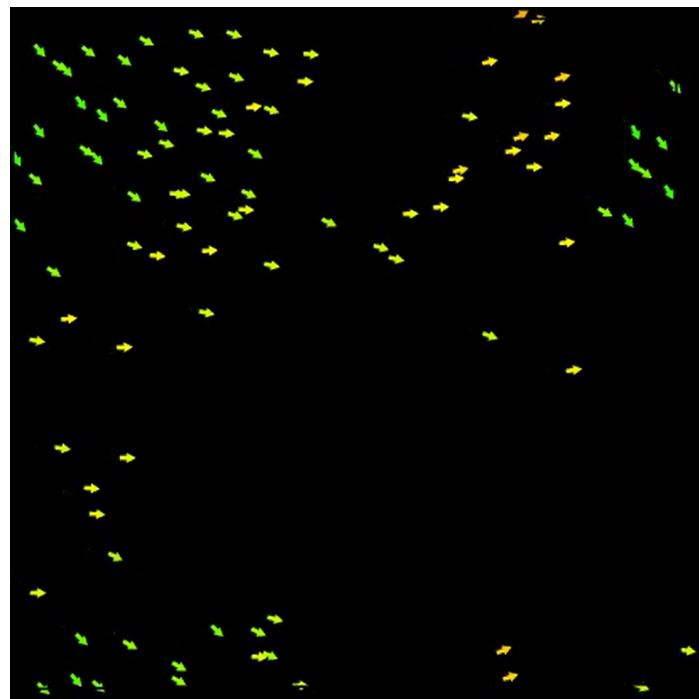


Figura 6: Captura de animación con 100 partículas, $L = 10$ ($\rho = 1$), y $\eta = 0,5$

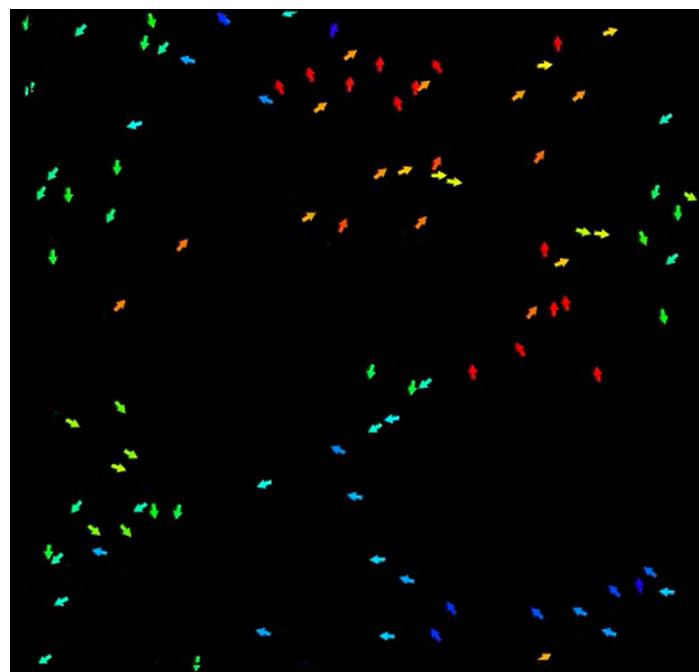


Figura 7: Captura de animación con 100 partículas, $L = 10$ ($\rho = 1$), y $\eta = 2$

Se generan los mismos gráficos que para la sección anterior:

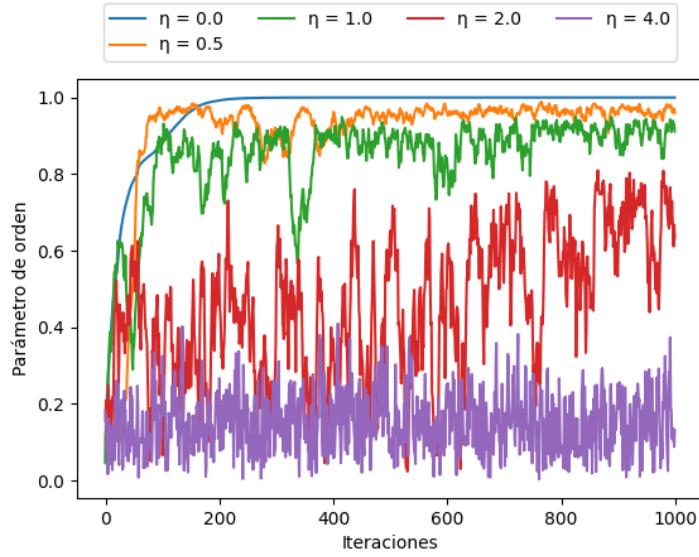


Figura 8: Evolución del parámetro de orden a lo largo de 1000 iteraciones ($N = 500$, $L = 10$; $\rho = 5$)

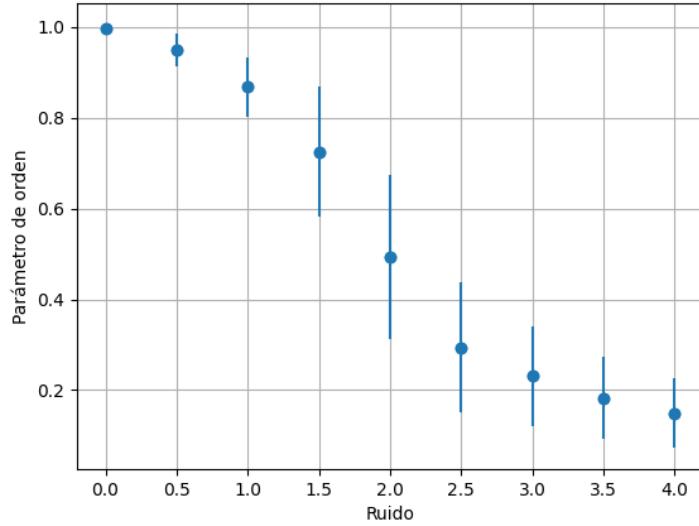


Figura 9: Parámetro de orden en función del ruido, para densidad constante ($N = 500$, $L = 10$; $\rho = 5$)

Lo que se observa en las figuras 8 y 9, en comparación con las 4 y 5, es que el promedio de parámetro de orden en el estado estacionario para menores densidades se muestra ligeramente menor para cada nivel de ruido. Asimismo, la oscilación de este observable muestra una amplitud mayor a menor densidad, a causa de sus resultados más irregulares a través de las iteraciones (esto se ve representado en una mayor desviación estándar, sobre todo a mayores valores de ruido).

4.3. Variación de densidad a ruido constante

En esta sección, se estudia la incidencia en el parámetro de orden de los cambios de densidad, a valores de ruido constante. En este caso, el η se fijó en 1.

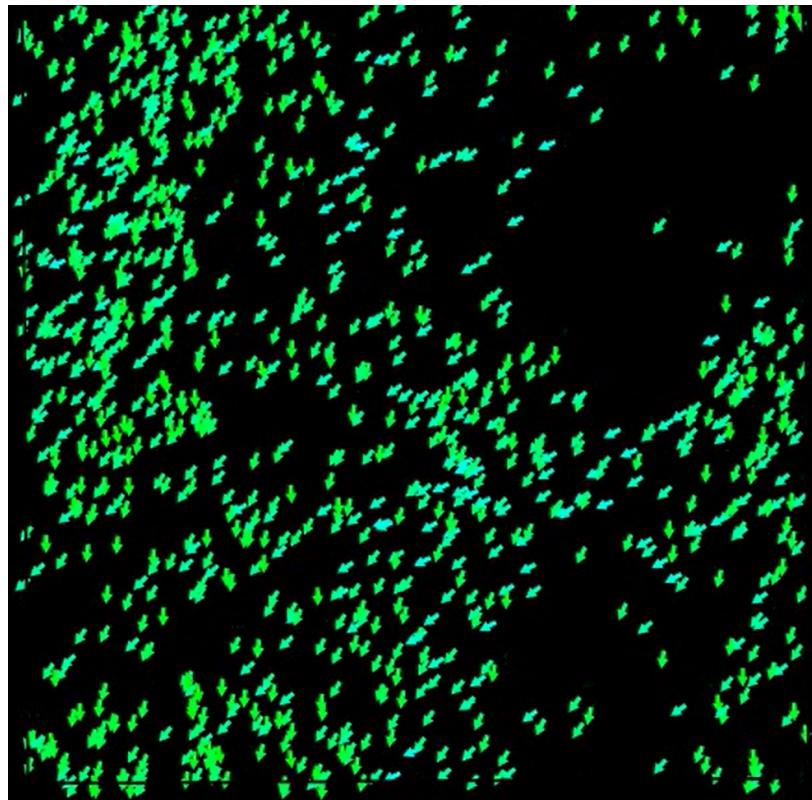


Figura 10: Captura de animación con 1000 partículas, $L = 10$ ($\rho = 10$), y $\eta = 1$

En este fotograma, se observa el estado estacionario de una configuración de alta densidad, a un valor de ruido significativo. Como se observa, el sistema se polariza.

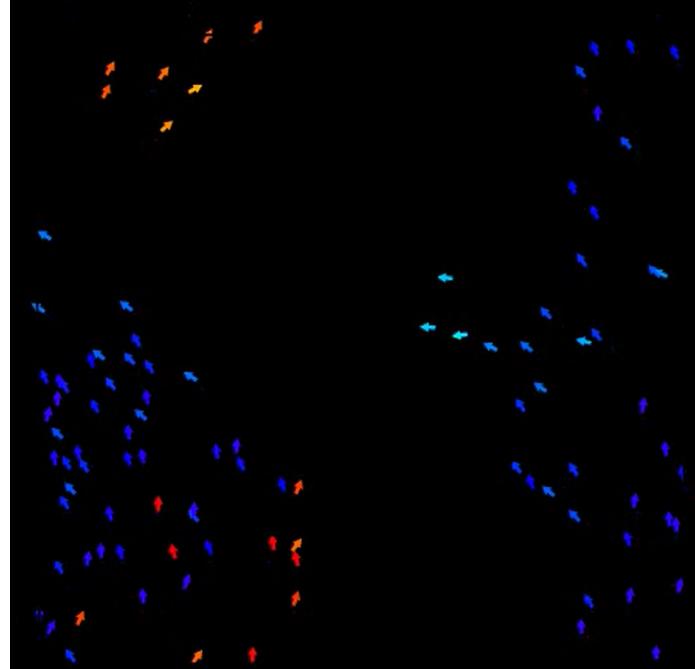


Figura 11: Captura de animación con 100 partículas, $L = 10$ ($\rho = 1$), y $\eta = 1$

Por otro lado, aquí se aprecia como, a mismo nivel de ruido, la baja densidad provoca un menor grado de polarización en el estado estacionario.

Se tomaron valores representativos de densidad para observar su evolución con el correr de las iteraciones:

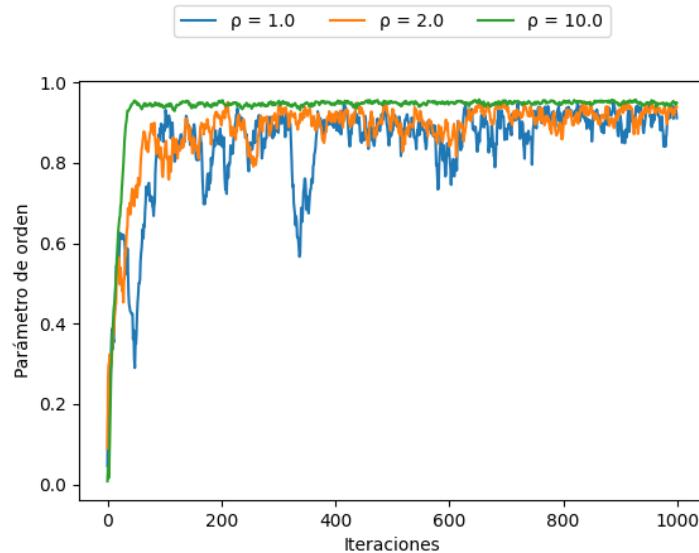


Figura 12: Evolución del parámetro de orden a lo largo de 1000 iteraciones ($L = 10$, $\eta = 1$)

En la Figura 12, se puede ver como una mayor densidad provoca una mayor polarización en el estado estacionario, así como una mayor uniformidad en los valores de parámetro de orden a lo largo de las iteraciones. Por otro lado, a menor densidad el promedio de parámetro de orden resulta menor, y su distribución es más irregular. Esto se observa en el próximo gráfico:

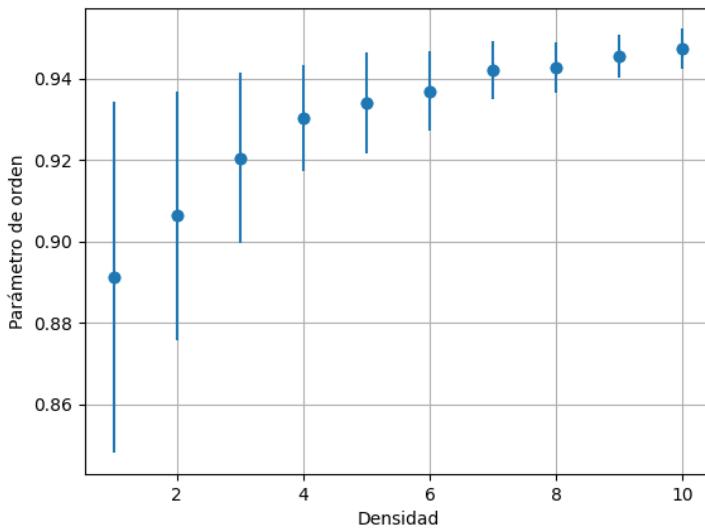


Figura 13: Parámetro de orden en función de la densidad, para ruido constante ($L = 10, \eta = 1$)

A menores densidades, el promedio del parámetro de orden es menor y la desviación estándar, mayor.

5. Conclusiones

El estudio del observable ante distintas combinaciones de parámetros conduce a algunas conclusiones respecto del comportamiento de las partículas en el sistema *Off-Lattice*:

- En primer lugar, se concluye que un mayor nivel de ruido genera una menor polarización de las partículas en el estado estacionario. Si el ruido oscila en un intervalo menor, el peso que este tendrá en el cálculo del nuevo ángulo de trayectoria para cada partícula (ecuación (2), sección 1.2) será menor; ergo, las partículas tendrán una mayor influencia en la trayectoria de sus vecinas, produciendo con mayor facilidad el efecto "bandada".
- Ante una menor densidad, el efecto de un cambio en el nivel de ruido es mayor; esto se aprecia principalmente en la desviación estándar que presentan los valores del observable a lo largo de las iteraciones. Ocurre que hay partículas con una cantidad muy baja de vecinas a la hora de recalcular su trayectoria, viéndose sujetas en mayor medida a la aleatoriedad del ruido.
- Finalmente, se generaliza la incidencia de la densidad en el parámetro de orden, a nivel de ruido constante; de forma similar a lo anterior, mayores densidades facilitan el efecto "bandada", dado que las partículas influyen en mayor medida entre ellas. En el estado estacionario, las configuraciones de densidad mayor muestran uniformidad en los valores del observable; el sistema está polarizado. Por otro lado, menores densidades pueden provocar una configuración en la cual las partículas forman pequeños grupos, cuyos miembros se influyen entre sí, y que pueden mostrar una polarización local hasta que su trayectoria se cruce con la de otro grupo.
- Adicionalmente se aprecia que, para los sistemas que alcanzan un mayor grado de polarización (menor ruido, mayor densidad) el estado estacionario se alcanza más rápidamente.