

## 09

# Los amigos de mis amigos son mis amigos

En esta ciudad viven  $N$  personas, y sabemos que algunas de ellas son amigas entre sí. De acuerdo con el refrán que dice “Los amigos de mis amigos son mis amigos”, sabemos que si  $A$  y  $B$  son amigos y  $B$  y  $C$  son amigos, entonces también son amigos  $A$  y  $C$ .

Tu misión consiste en contar las personas en el grupo de amigos más grande.



### Entrada

La entrada consta de varios casos de prueba. La primera línea contiene un número que indica el número de casos de prueba que vendrán a continuación.

La primera línea de cada caso contiene dos números: el número  $N$  de personas que viven en la ciudad ( $1 \leq N \leq 20.000$ ) y el número  $M$  de pares de personas que se conoce que son amigas ( $0 \leq M \leq 200.000$ ). A continuación aparecen  $M$  líneas cada una con dos enteros  $A$  y  $B$  ( $1 \leq A, B \leq N$ ;  $A \neq B$ ) que indican que  $A$  y  $B$  son amigos.

### Salida

Para cada caso de prueba se escribirá una línea con el número de personas en el grupo de amigos más grande.

### Entrada de ejemplo

```
2
3 2
1 2
2 3
10 10
1 2
3 1
3 4
5 4
3 5
4 6
5 2
7 10
9 10
8 9
```

### Salida de ejemplo

```
3
6
```

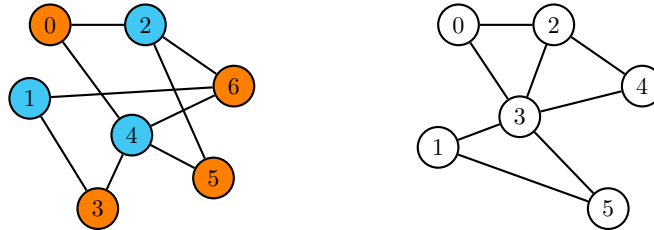
**Autor:** Alberto Verdejo.

# 10

## Grafo bipartito

Un grafo no dirigido es *bipartito* si sus vértices pueden repartirse en dos conjuntos disjuntos de tal forma que todas las aristas tengan un extremo en cada uno de esos conjuntos.

Dicho de otra forma, un grafo es bipartito si sus vértices pueden colorearse utilizando dos colores de tal forma que no exista ninguna arista que conecte dos vértices del mismo color. De los dos grafos no dirigidos siguientes, el de la izquierda es bipartito, pero el de la derecha no lo es.



### Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba. Para cada caso, la primera línea contiene el número de vértices del grafo,  $V$  (entre 1 y 100), y la segunda el número de aristas,  $A$ . A continuación aparecen  $A$  líneas, cada una con dos enteros que representan los extremos de cada una de las aristas (valores entre 0 y  $V - 1$ ). Los grafos no contienen aristas de un vértice a sí mismo ni más de una arista que conecte un mismo par de vértices.

### Salida

Para cada caso de prueba se escribirá en una línea independiente la palabra SI si el grafo es bipartito y NO en caso contrario.

### Entrada de ejemplo

```
7
9
0 2
0 4
1 6
1 3
2 6
2 5
4 6
4 5
4 3
6
8
0 2
0 3
2 3
2 4
4 3
3 1
3 5
1 5
```

### Salida de ejemplo

SI
NO

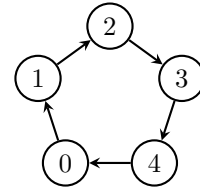
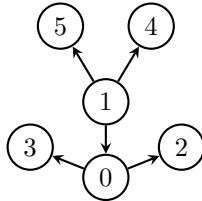
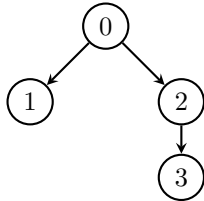
**Autor:** Alberto Verdejo.

# 11

## Arborescencias

Un grafo dirigido es una *arborescencia* si existe un vértice, llamado *raíz*, desde el que se puede alcanzar cualquier otro vértice a través de un camino único.

De los siguientes grafos, el de la izquierda es arborescencia con raíz en el vértice 0; el del centro también es arborescencia con raíz en el vértice 1; y el grafo de la derecha no es arborescencia.



El problema consiste en, dado un grafo dirigido, determinar si es arborescencia o no, y en caso de serlo, indicar qué vértice es la raíz.

### Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba. Para cada caso, la primera línea contiene el número de vértices del grafo,  $V$  (entre 1 y 10.000), y la segunda el número de aristas dirigidas,  $A$  (entre 0 y 100.000). A continuación aparecen  $A$  líneas, cada una con dos enteros que representan el origen y el destino de cada una de las aristas (valores entre 0 y  $V - 1$ ). Los grafos no contienen aristas de un vértice a sí mismo ni aristas repetidas.

### Salida

Para cada caso de prueba se escribirá **SI** seguido del vértice raíz, si el grafo es arborescencia, y se escribirá **NO** en caso contrario.

### Entrada de ejemplo

```
4
3
0 1
0 2
2 3
6
5
0 2
0 3
1 0
1 4
1 5
5
5
0 1
1 2
2 3
3 4
4 0
```

### Salida de ejemplo

SI 0
SI 1
NO

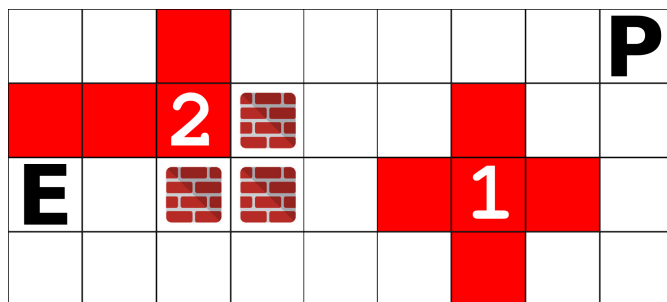
**Autor:** Alberto Verdejo.

# 12

## La ronda de la noche

En Ciudad Decoro les preocupa que los jóvenes se reúnan con sus parejas en la noche, a espaldas de sus padres. Por ello en la última Ordenanza Municipal se ha obligado a que todas las casas tengan un jardín-laberinto para acceder a su puerta principal y que (opcionalmente) se instalen sensores de movimiento en los mismos. Conscientes de la posible dificultad de implantación de la Ordenanza, se ha decidido que todos los jardines-laberinto estén organizados en cuadrículas donde cada casilla está libre, tiene un muro o alberga un sensor de movimiento.

Como no podría ser de otra forma, la plataforma activista *#FreeLove* va a hacer todo lo posible para evitar que estas nuevas medidas supongan un obstáculo real para el amor. Durante las últimas semanas ha ido investigando y realizando mapas de todos los jardines-laberinto, anotando la posición de los sensores de movimiento. *#FreeLove* ha detectado que únicamente hay 10 tipos diferentes de sensores de movimiento, etiquetados como *CAT-k* donde  $k$  es un número natural entre 0 y 9. Los sensores captan movimiento en línea recta en las 4 direcciones (norte, sur, este y oeste) y la  $k$  de su categoría indica el número de casillas que cubren en cada dirección. De esta manera, un sensor *CAT-0* únicamente capta movimiento en la casilla en la que está instalado, mientras que un sensor *CAT-2* capta movimiento en su casilla y en 2 casillas en cada una de las 4 direcciones (en total cubre 9 casillas). Sin embargo, lo más interesante que ha descubierto *#FreeLove* es que los sensores no pueden traspasar los muros del laberinto, así que en ocasiones su alcance en alguna dirección se ve limitado.



*#FreeLove* necesita descubrir cuáles de los jardines-laberinto permiten que un amante vaya de la entrada del jardín a la puerta principal de la casa sin ser descubierto por ningún sensor. ¿Podrías ayudarles a diferenciar los jardines-laberinto impenetrables de aquellos favorables al amor, y en esos casos calcular el mínimo número de casillas que hay que atravesar para llegar de la entrada del jardín a la puerta principal?

### Entrada

La entrada comienza con una línea conteniendo el número de jardines a analizar. Cada jardín comienza con dos números  $0 < ancho, alto \leq 1000$  con el ancho y alto del jardín-laberinto en una línea. Le sigue la descripción del jardín en *alto* líneas de *ancho* caracteres cada una. Estos caracteres son:

- '#': Una pared.
- '.': Una casilla libre.
- 'E': La casilla donde está la entrada al jardín-laberinto.
- 'P': La casilla donde está la puerta principal de la casa.
- $k$ , con  $0 \leq k \leq 9$ : Casilla que alberga un sensor *CAT-k*.

La entrada al jardín y la puerta principal de la casa pueden estar en cualquier parte del jardín, incluidas casillas interiores. Además, nada impide que algún sensor vigile la casilla donde está la entrada al jardín o la puerta principal de la casa, por lo que en esos casos no será posible recorrer el jardín sin ser descubiertos.

## Salida

Por cada jardín-laberinto la salida será una línea con el mínimo número de casillas del jardín que hay que atravesar para llegar de la entrada a la puerta principal de la casa sin ser descubierto, o la palabra NO en caso de que sea imposible.

## Entrada de ejemplo

```
3
9 4
.....P
..2#.....
E.##..1..
.....
6 4
....#P
..#...
.####.
E....1
10 5
E.....
.....
....2.....
.....
.....P
```

## Salida de ejemplo

```
12
10
NO
```

**Autor:** Enrique Martín Martín.

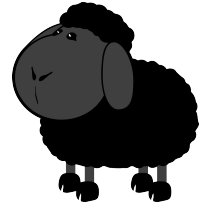
# 13

## Ovejas negras

Parece ser que en cierta ocasión estaban de viaje por Escocia un abogado, un físico y un matemático. Por la ventanilla del tren en el que viajaban vieron un campo con ovejas negras. Ninguno de los tres había visto ovejas negras nunca, por lo que se estableció un curioso diálogo entre ellos:

— ¡Vaya! ¡En Escocia las ovejas son negras! —dijo el abogado.  
— Querrás decir que en Escocia *algunas* ovejas son negras... —corrigió el físico.  
— Bueno, —no pudo evitar decir el matemático— con lo que hemos visto lo único que podemos decir es que en Escocia algunas ovejas son negras... *¡por un lado!*

Para comprobar si el abogado tenía razón o no, se han tomado fotografías a todas las ovejas de Escocia, y ahora hay que analizarlas para ver si aparecen ovejas blancas (al menos por un lado).



### Entrada

La entrada estará compuesta por distintos casos de prueba, cada uno siendo una instantánea de una o más ovejas escocesas. Cada foto comienza con una línea con dos números indicando el ancho y el alto (en píxeles) de la imagen. A continuación viene la imagen en blanco y negro en donde el carácter ‘.’ representa el color blanco y ‘X’ el negro.

Se puede asumir que:

- El fondo de la imagen es siempre blanco.
- Todas las ovejas tienen la silueta negra. Las ovejas blancas tienen todo blanco en su interior.
- Las ovejas nunca se solapan (es decir, en las fotos las ovejas nunca se tocan).
- Ninguna oveja entra en contacto con los bordes de la foto (es decir, en todas las fotos la primera y última fila y la primera y última columna son ‘.’).
- En la foto solo aparecen ovejas.

### Salida

Para cada caso de prueba se escribirá el número de ovejas blancas que aparecen en la foto.

### Entrada de ejemplo

```
16 8
.....
.....XXX...
....XXXXXXXX...
....XXXXXX....
....XXXXX.....
....X...X.....
....X...X.....
.....
22 8
.....
.....XXX..XXX.....
..XXXXXXXX..XXXXXXXX..
.X....X....XXXXXXX.
..XXXXX.....XXXXX..
..X...X.....X...X..
..X...X.....X...X..
.....
```



## Salida de ejemplo

0
1

**Autores:** Marco Antonio Gómez Martín y Pedro Pablo Gómez Martín.

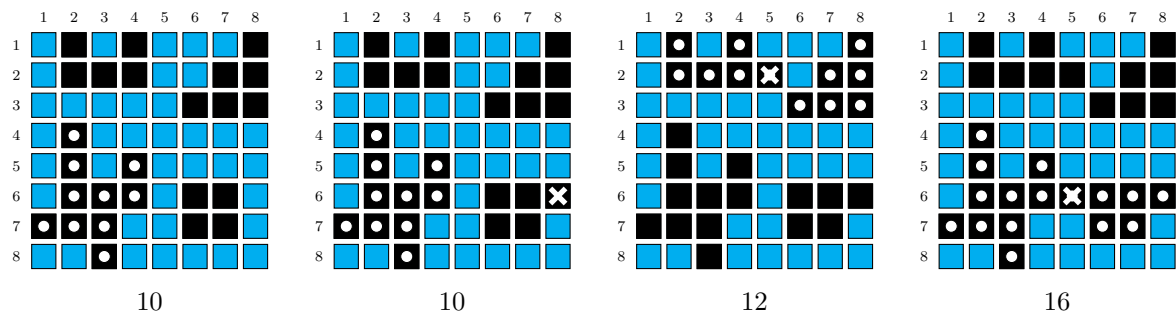
# Petroleros hundidos

Desgraciadamente, las asociaciones ecologistas se ven obligadas a hacer frente, periódicamente, a las llamadas “mareas negras”. En ellas, grandes cantidades de crudo son vertidas al mar, dejando enormes superficies de agua con petróleo flotando a la deriva.



Para estimar los daños medioambientales, se realizan fotografías de las zonas afectadas utilizando satélites geoestacionarios. La superficie del mar queda dividida en una rejilla de celdas, cada una marcada como zona contaminada o como zona limpia (al menos de momento). Las imágenes obtenidas son también usadas para organizar los trabajos de limpieza, para los que no es importante la superficie total contaminada, sino la superficie *contigua* más grande (*mancha* más grande). Dada una fotografía del satélite, dos celdas contaminadas de petróleo (negras) se consideran pertenecientes a la misma mancha si se puede llegar de una a otra atravesando solo celdas contaminadas realizando desplazamientos en cualquiera de las 8 direcciones (horizontal, vertical, y dos diagonales).

Cuando el petrolero se hunde, muchas veces sigue derramando crudo que, al emerger, aumenta la zona contaminada y puede hacer que cambie cual es la mayor mancha. Por ejemplo, en el siguiente esquema se muestra la primera imagen que se tomó, y la evolución horaria al ir subiendo más crudo desde las profundidades del mar. En cada una, se marca con puntos blancos las celdas de la mancha más grande (con su tamaño en el pie de la imagen), y con una cruz la última celda que ha pasado a estar contaminada.



## Entrada

La entrada estará compuesta por diversos casos de prueba. Para cada caso, la primera línea contendrá el número  $F$  de filas y el número  $C$  de columnas de la rejilla (números entre 1 y 1.000). A continuación aparecerán  $F$  líneas, cada una con  $C$  caracteres. El espacio en blanco representa una celda azul (mar) y el carácter # representa una celda contaminada de negro petróleo. En la siguiente línea aparecerá un número no negativo  $N$  (no mayor de 100.000) indicando el número de imágenes adicionales tomadas (en cada una aparece una nueva celda de petróleo), seguido de  $N$  líneas cada una con dos enteros que indicarán la fila (entre 1 y  $F$ ) y columna (entre 1 y  $C$ ) donde aparecerá esa celda contaminada.

## Salida

Para cada caso de prueba se escribirá una línea con el tamaño de la mancha de petróleo más grande inicialmente, seguido de los tamaños tras añadir cada una de las nuevas celdas contaminadas, separados por espacios. Las superficies se miden en número de celdas.

### Entrada de ejemplo

```
8 8
# #  #
### ##
    ###
#
# #
### ##
### ##
#
3
6 8
2 5
6 5
```

### Salida de ejemplo

```
10 10 12 16
```

**Autores:** Alberto Verdejo y Pedro Pablo Gómez Martín.

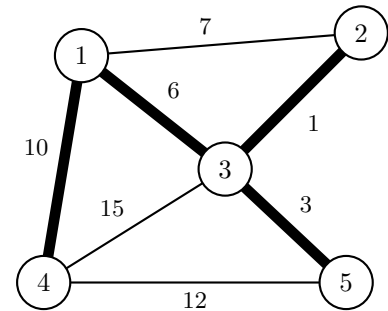
# 15

## Pavimentar Barro City

Los residentes de Barro City son demasiado tacaños para pavimentar las calles de la ciudad; después de todo, a nadie le gusta pagar impuestos. Sin embargo, tras varios meses de lluvias intensas empiezan a estar cansados de enfangarse los pies cada vez que salen a la calle.

Debido a su gran tacañería, en vez de pavimentar todas las calles de la ciudad, quieren pavimentar solamente las suficientes para poder ir de una intersección a otra cualquiera de la ciudad siguiendo una ruta pavimentada y, además, quieren gastarse tan poco dinero como sea posible en la realización de esta obra. Y es que a los residentes de Barro City no les importa caminar mucho, si ello les permite ahorrar algún dinero. El alcalde tiene interés en saber cuál es el mínimo presupuesto que tiene que reservar de las arcas públicas para pavimentar la ciudad.

Por ejemplo, en una ciudad como la del dibujo con 5 intersecciones y 7 calles, donde el número que aparece al lado de cada calle representa lo que costaría pavimentarla, convendría pavimentar las calles que aparecen más gruesas.



### Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba, ocupando cada uno de ellos varias líneas.

En la primera línea aparece el número  $N$  (entre 1 y 10.000) de intersecciones en la ciudad, y en la segunda línea aparece el número  $C$  (entre 0 y 100.000) de calles (entre intersecciones). A continuación, aparece una línea por cada calle con tres enteros, que indican los números de las intersecciones que une la calle (números entre 1 y  $N$ ) y lo que costaría pavimentarla (un valor entre 1 y 100.000). Nunca hay una calle que conecte una intersección consigo misma, ni dos calles que conecten el mismo par de intersecciones.

### Salida

Para cada caso de prueba se escribirá una línea con el coste mínimo necesario para pavimentar la ciudad de tal forma que se pueda viajar de cualquier intersección a cualquier otra por calles pavimentadas. Si tal pavimentación no es posible, se escribirá **Imposible**.

### Entrada de ejemplo

```
5
7
1 2 7
1 3 6
3 2 1
1 4 10
3 4 15
3 5 3
4 5 12
4
3
1 3 2
1 4 3
3 4 5
```

## Salida de ejemplo

20 Imposible
-----------------

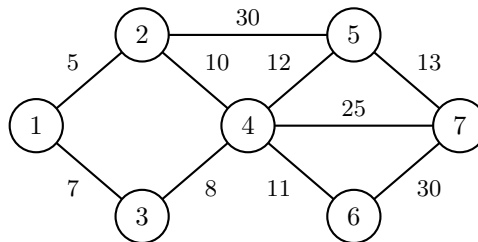
**Autor:** Alberto Verdejo.

# 16

## Camino al cole

Lucas va todos los días en bici al cole. Como le cuesta una barbaridad levantarse por las mañanas, siempre lleva prisa y tiene que ir por el camino más corto. Pero le aburre ir siempre por el mismo camino, por lo que va alternando, eso sí, recorriendo siempre la misma distancia mínima, para no llegar tarde. Como es un poco temerario, no respeta el sentido de circulación de las calles por lo que es capaz de recorrer cualquiera de ellas en ambos sentidos. Ahora se pregunta de cuántas formas distintas puede ir de su casa al colegio sin recorrer ni un centímetro de más.

Por ejemplo, si el siguiente esquema representara el pueblo de Lucas, con 7 intersecciones y 10 calles, donde junto a cada calle aparece su longitud, Lucas viviera en la intersección número 1 y su colegio se encontrara en la intersección 7, entonces Lucas podría ir al colegio de 4 formas distintas recorriendo una distancia de 40 ( $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7$ ,  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 7$ ,  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 7$  y  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 7$ ).



### Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba, ocupando cada uno de ellos varias líneas.

En la primera línea aparece el número  $N$  (entre 1 y 10.000) de intersecciones en el pueblo de Lucas, y en la segunda línea aparece el número  $C$  (entre 0 y 100.000) de calles (entre intersecciones). A continuación, aparece una línea por cada calle con tres enteros, que indican los números de las intersecciones que une la calle (números entre 1 y  $N$ ) y su longitud (un valor entre 1 y 100.000). Nunca hay una calle que conecte una intersección consigo misma, ni dos calles que conecten el mismo par de intersecciones.

La casa de Lucas siempre se encuentra en la intersección número 1 y su colegio está situado en la intersección número  $N$ .

### Salida

Para cada caso de prueba se escribirá una línea con el número de formas distintas de ir desde la casa de Lucas al colegio recorriendo la mínima distancia posible. Este número siempre será menor que  $2^{31}$ .

### Entrada de ejemplo

```
7
10
1 2 5
1 3 7
2 4 10
3 4 8
2 5 30
4 5 12
4 7 25
4 6 11
5 7 13
6 7 30
```

## Salida de ejemplo

4
---

**Autor:** Alberto Verdejo.

## Repartiendo paquetes

La comarca de *Dispersión de Arriba* está formada por multitud de bonitas casas repartidas por laderas y colinas. Las casas están conectadas por carreteras, carreterillas, caminos o senderos, dependiendo de las zonas y de la importancia de sus dueños. Las características de estas conexiones son muy variadas, desde anchas carreteras prácticamente planas a empinados senderos en ocasiones embarrados y muy poco transitables, sobre todo cuesta arriba.



La oficina de la empresa de transportes que atiende a la comarca está situada en una de estas casas. Cada día, un único repartidor debe entregar los paquetes recibidos, y para ello cuenta con una moto cuyo compartimento de carga es tan pequeño que solamente puede llevar un paquete cada vez. Con estas restricciones, la rutina del sufrido repartidor consiste en tomar uno de los paquetes, llevarlo hasta la casa del destinatario, y volver a la oficina a por el siguiente paquete. Debido a las condiciones de las vías, hay ocasiones en las que interesa, o es incluso inevitable, que el camino de vuelta siga una ruta distinta al de ida.

Conociendo el esfuerzo que supone para el repartidor viajar por las distintas vías en cada sentido transitable, y las casas donde debe entregar paquetes un día concreto, ¿puedes ayudarle a decidir la mejor forma (la de menor esfuerzo total) de repartir los paquetes? El repartidor tiene total libertad para elegir en qué orden reparte los paquetes y qué rutas sigue, tanto para ir como para volver.

### Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba, ocupando cada uno de ellos varias líneas.

La primera línea contiene el número  $N$  de casas en la comarca (entre 1 y 10.000) y la segunda el número  $C$  de conexiones directas entre casas (entre 1 y 100.000). A continuación, aparecen  $C$  líneas cada una con tres enteros, *origen destino esfuerzo*, que indican que se puede ir directamente desde la casa *origen* hasta la casa *destino* (las casas están numeradas desde 1 hasta  $N$ ) con el consiguiente *esfuerzo* (un valor entre 1 y 10.000). Ten en cuenta que si una conexión es transitable en ambos sentidos aparecerá dos veces, con el origen y el destino intercambiados y con un esfuerzo posiblemente distinto para cada sentido (al fin y al cabo, no es lo mismo subir que bajar).

Tras la descripción de la comarca, aparece una línea con dos enteros:  $O$  es el número de la casa donde se encuentra la oficina (el repartidor debe comenzar y terminar su jornada laboral en esta casa) y  $P$  (entre 1 y  $N$ ) es el número de paquetes a repartir. A continuación, aparece otra línea con los  $P$  números de las casas donde viven los destinatarios.

### Salida

Para cada caso de prueba el programa debe escribir una línea con el esfuerzo mínimo necesario para repartir todos los paquetes de ese día. Se garantiza que este valor nunca será mayor que  $10^9$ . Si para un día el reparto es imposible porque no existen suficientes conexiones para construir las rutas necesarias, el programa escribirá **Imposible**.



### Entrada de ejemplo

```
4
5
1 2 5
2 3 2
3 1 8
1 4 2
4 1 3
1 3
2 3 4
4
3
1 3 2
3 1 3
3 4 5
1 2
2 3
```

### Salida de ejemplo

```
35
Imposible
```

**Autor:** Alberto Verdejo.

# 18

## La ardilla viajera

La leyenda popular dice que en el libro *Geografía* escrito en el siglo I A.C., el geógrafo griego Estrabón dijo de la península ibérica que era tan frondosa que una ardilla podía cruzarla de sur a norte saltando de árbol en árbol sin tocar el suelo.

Parece ser que, en realidad, el bueno de Estrabón nunca aseguró tal cosa en su libro y, de hecho, hoy en día se cree que ni siquiera en aquellos tiempos la hazaña de la ardilla pudo ser cierta.

No obstante dejemos volar la imaginación por un momento y pensemos que en algún instante del pasado el número de árboles en el territorio de la península permitiera la aventura. Dado que hoy día no es posible realizarla, está claro que en algún momento del pasado se cortó el árbol que provocó la separación de la región del norte y la del sur en lo que a saltos de rama en rama se refiere.

Para simplificar un poco el problema, asumamos que el territorio es una región cuadrada de tamaño  $N \times M$  en la que se sitúan árboles (que consideraremos de grosor 0) en posiciones  $(x, y)$ . La tarea de la ardilla consiste en ir desde el árbol situado en la posición  $(0, 0)$  hasta el árbol en la posición  $(N, M)$  (en ambas posiciones hay siempre un árbol). La ardilla es capaz de saltar de un árbol a otro si la distancia entre ambos no supera  $K$  unidades.

Los datos que tenemos del territorio son las posiciones de todos los árboles al principio de los tiempos y el orden en el que fueron cortados y debemos determinar la posición del árbol que, al ser cortado, hizo que la ardilla no pudiera atravesar la península de parte a parte sin pisar el suelo.



### Entrada

Cada caso de prueba se compone de varias líneas. La primera de ellas tiene los números  $N$ ,  $M$ ,  $K$  y  $n$  ( $1 \leq N, M \leq 1.000$ ;  $1 \leq K \leq 10$ ;  $1 \leq n \leq 100.000$ ), donde los tres primeros tienen el significado descrito más arriba y el último indica el número de árboles en el territorio (sin contar los situados en la esquina origen y destino de la ardilla que siempre están presentes).

A continuación aparece una línea por cada árbol con dos enteros  $x, y$  con la posición de cada uno. El orden en el que se dan es el mismo en el que después fueron cortados. Se garantiza que todas las posiciones están dentro del territorio y que no hay dos árboles en la misma ubicación.

### Salida

Por cada caso de prueba se escribirá una única línea con la posición dentro del territorio del árbol que, cuando se cortó, provocó que las dos esquinas del territorio no fueran alcanzables para la ardilla.

Si la ardilla nunca pudo atravesar la península de parte a parte, se escribirá **NUNCA SE PUDO**.

### Entrada de ejemplo

```
3 3 2 4
1 1
2 2
2 0
3 1
3 3 2 2
3 0
0 3
```

### Salida de ejemplo

```
2 0
NUNCA SE PUDO
```

**Autor:** Marco Antonio Gómez Martín.