**UNIVERSIDAD DE ALMERÍA**

Escuela Superior de Ingeniería

Máster en Ingeniería Industrial

# Análisis de Circuitos RLC

Problemas Resueltos y Simulaciones

**Asignatura:**

Itinerario de Eléctrica

**Autores:**

Manuel Guevara Monge
Marcos Emilio Valverde Alonso

Almería, España

20 de octubre de 2025

# Resumen Ejecutivo

Este documento presenta el análisis completo de cinco problemas relacionados con circuitos RLC (Resistencia-Inductancia-Capacitancia), abarcando tanto el análisis teórico como la simulación práctica.

## Objetivos

- Analizar el comportamiento transitorio de circuitos RL y RC de primer orden
- Comprender la interpretación física de la continuidad de variables en elementos reactivos
- Simular y analizar circuitos RLC de segundo orden con diferentes tipos de amortiguamiento
- Comparar resultados teóricos con simulaciones numéricas en MATLAB/Simulink

## Resultados Principales

| **Problema** | **Circuito** | **tau / zeta** | **Característica** | **Estado Final** |
|---|---|---|---|---|
| 1 | RL | 0.5 ms | Crecimiento exponencial | 100 mA |
| 2 | RC | 5 ms | Descarga exponencial | 0 V |
| 3 | - | - | Análisis teórico | - |
| 4 | RLC | zeta = 1.0 | Crít. amortiguado | 5 V, 0 A |
| 5 | RLC | zeta = 0.25 | Subamortiguado | Oscilatorio |

Cuadro 1: Resumen de problemas analizados

**Conclusión General**

Los circuitos RLC presentan tres tipos de respuesta según el factor de amortiguamiento $\zeta$:

- **Subamortiguado** ($\zeta < 1$): Respuesta oscilatoria con envolvente exponencial
- **Críticamente amortiguado** ($\zeta = 1$): Respuesta más rápida sin oscilaciones
- **Sobreamortiguado** ($\zeta > 1$): Respuesta lenta sin oscilaciones

La simulación en Simulink confirma los resultados teóricos con alta precisión.

# Índice

# 1 Problema 1: Circuito RL

## 1.1 Enunciado

Considere un circuito RL con $R = 100\,\Omega$ y $L = 50\,\mathrm{mH}$. En $t = 0$ se conecta una fuente de tensión de continua de 10 V al circuito.

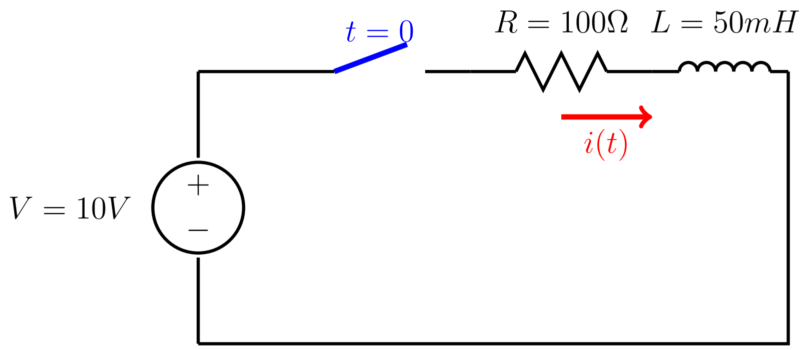


Figura 1: Esquema del circuito RL

**a)** ¿Cuál es la constante de tiempo de este circuito?

**b)** Dibuje la curva de respuesta de corriente, etiquetando los puntos clave.

**c)** ¿Cuánto tiempo tarda la corriente en alcanzar el 63.2 %?

## 1.2 Solución

**Concepto Clave: Constante de Tiempo**

La constante de tiempo $\tau$ determina la rapidez con la que un circuito alcanza su estado estacionario. En circuitos RL, $\tau = L/R$ representa el tiempo necesario para alcanzar el 63.2 % del valor final.

### 1.2.1 a) Constante de tiempo

La constante de tiempo $\tau$ de un circuito RL se calcula como:

$$\tau = \frac{L}{R} \tag{1}$$

Sustituyendo los valores dados:

$$\tau = \frac{50 \times 10^{-3}\,\mathrm{H}}{100\,\Omega} = 0{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{s} = \boxed{0{,}5\,\mathrm{ms}} \tag{2}$$

### 1.2.2 b) Curva de respuesta de corriente

La corriente en un circuito RL al conectar una fuente DC viene dada por:

$$i(t) = I_\infty(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{V}{R}(1 - e^{-t/\tau}) \tag{3}$$

donde $I_\infty$ es la corriente en estado estacionario:

$$I_\infty = \frac{V}{R} = \frac{10\,\text{V}}{100\,\Omega} = 0{,}1\,\text{A} = 100\,\text{mA} \tag{4}$$

**Puntos clave de la curva:**

- En $t = 0$: $i(0) = 0\,\text{A}$ (la inductancia impide cambios bruscos de corriente)
- En $t = \tau = 0{,}5\,\text{ms}$: $i(\tau) = 0{,}632 \times 100 = 63{,}2\,\text{mA}$
- En $t = 2\tau = 1\,\text{ms}$: $i(2\tau) = 0{,}865 \times 100 = 86{,}5\,\text{mA}$
- En $t = 5\tau = 2{,}5\,\text{ms}$: $i(5\tau) \approx 99{,}3\,\text{mA}$ (prácticamente el valor final)
- Cuando $t \to \infty$: $i(\infty) = 100\,\text{mA}$

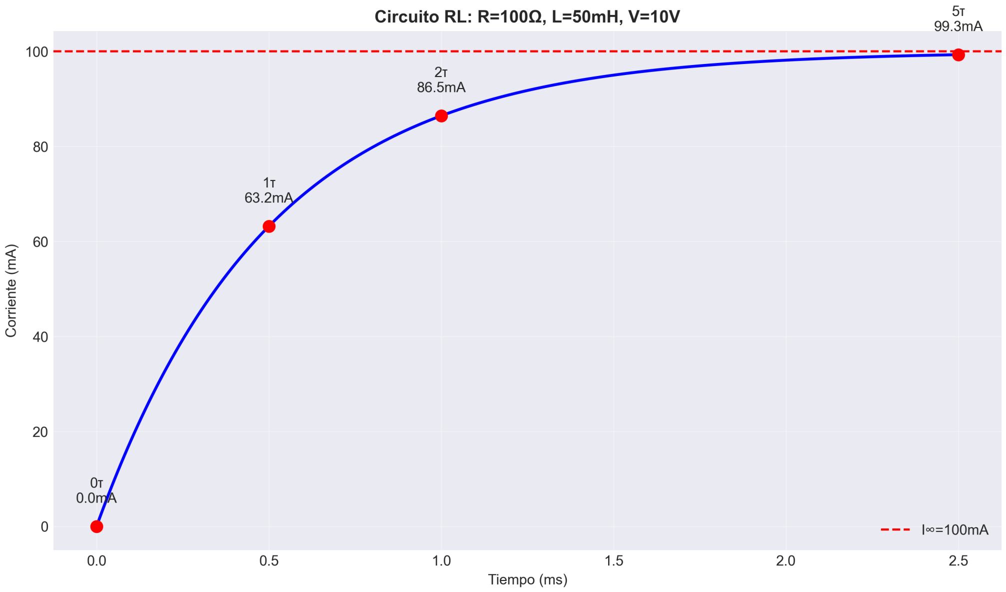


Figura 2: Respuesta de corriente del circuito RL

### 1.2.3 c) Tiempo para alcanzar el 63.2 %

El circuito alcanza el 63.2 % de su valor final exactamente en un tiempo igual a la constante de tiempo:

$$t_{63,2\,\%} = \tau = \boxed{0{,}5\,\text{ms}} \tag{5}$$

Este es un resultado fundamental: después de una constante de tiempo, cualquier circuito de primer orden alcanza aproximadamente el 63.2 % de su valor final.

## 1.3 Conclusiones

**Resultados del Problema 1**

- Constante de tiempo: $\tau = 0{,}5$ ms
- Corriente final: $I_\infty = 100$ mA
- Tiempo al 63.2 %: $t = 0{,}5$ ms
- Tiempo de establecimiento (99 %): $\approx 2{,}5$ ms

- La constante de tiempo $\tau = L/R = 0{,}5$ ms caracteriza la rapidez de respuesta del circuito
- La corriente crece exponencialmente desde 0 hasta 100 mA
- En $t = \tau$, la corriente alcanza el 63.2 % del valor final
- Después de $5\tau \approx 2{,}5$ ms, el circuito alcanza prácticamente el estado estacionario (¿99 %)
- La inductancia actúa como un "freno"que impide cambios instantáneos de corriente

# 2 Problema 2: Circuito RC en Serie

## 2.1 Enunciado

Para un circuito RC en serie con $R = 50\,\Omega$ y $C = 100\,\mu$F, inicialmente cargado a 5 V:

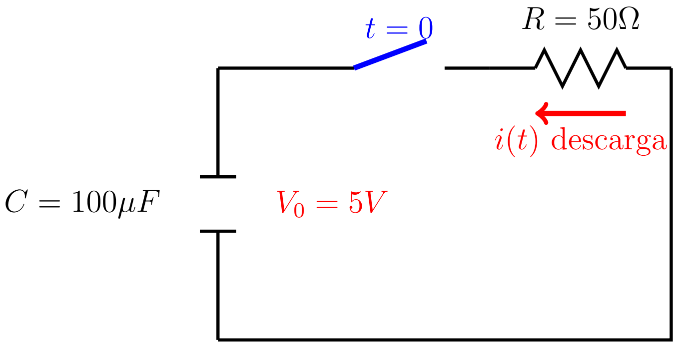


Figura 3: Esquema del circuito RC en descarga

**a)** ¿Cuál es la corriente inicial cuando el condensador se conecta a través de la resistencia en $t = 0$?

**b)** ¿Cuánto tiempo tardará el voltaje del condensador en caer a 1,84 V? (aprox. $1/e$ del valor inicial).

## 2.2 Solución

### 2.2.1 a) Corriente inicial

En el instante $t = 0^+$, justo después de conectar el condensador a la resistencia, el condensador actúa como una fuente de tensión de 5 V. Por la ley de Ohm:

$$i(0^+) = \frac{V_C(0)}{R} = \frac{5\,\text{V}}{50\,\Omega} = \boxed{0{,}1\,\text{A} = 100\,\text{mA}} \tag{6}$$

La corriente es máxima en el instante inicial y disminuye exponencialmente con el tiempo.

### 2.2.2 b) Tiempo para alcanzar $V_C = 1{,}84$ V

La tensión del condensador durante la descarga sigue:

$$v_C(t) = V_0 e^{-t/\tau} \tag{7}$$

donde $V_0 = 5$ V y la constante de tiempo es:

$$\tau = RC = 50\,\Omega \times 100 \times 10^{-6}\,\text{F} = 5 \times 10^{-3}\,\text{s} = 5\,\text{ms} \tag{8}$$

Para encontrar el tiempo cuando $v_C = 1{,}84\,\mathrm{V}$:

$$1{,}84 = 5 \cdot e^{-t/\tau} \tag{9}$$
$$\frac{1{,}84}{5} = e^{-t/\tau} \tag{10}$$
$$0{,}368 = e^{-t/\tau} \tag{11}$$
$$\ln(0{,}368) = -\frac{t}{\tau} \tag{12}$$
$$-1 \approx -\frac{t}{\tau} \tag{13}$$
$$t = \tau = \boxed{5\,\mathrm{ms}} \tag{14}$$

Nota: $1{,}84\,\mathrm{V} \approx 5/e \approx 5\times 0{,}368 = 1{,}84\,\mathrm{V}$, que corresponde exactamente a una constante de tiempo.

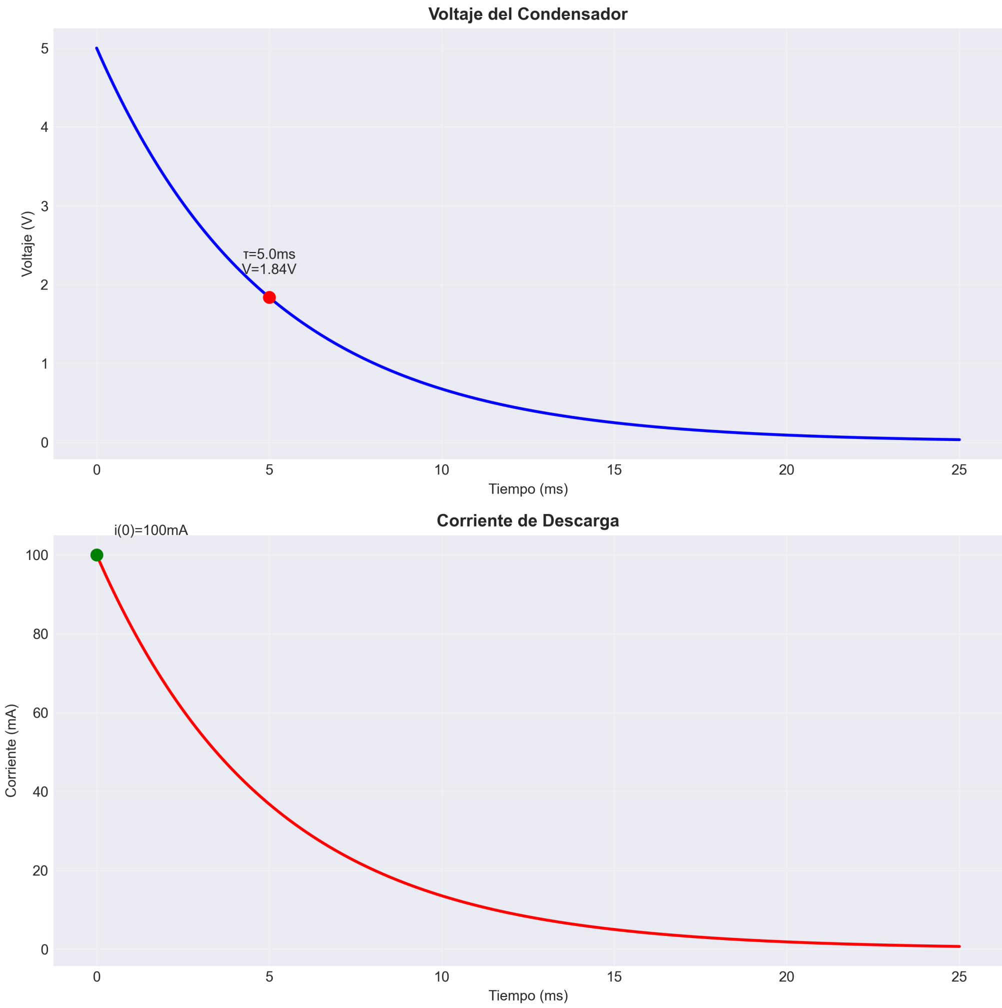


Figura 4: Descarga del condensador en el circuito RC

## 2.3 Conclusiones

**Resultados del Problema 2**

- Corriente inicial: $i(0^+) = 100$ mA
- Constante de tiempo: $\tau = 5$ ms
- Voltaje a $t = \tau$: $V_C(\tau) \approx 1{,}84$ V (36.8 %)
- Descarga completa: $\approx 25$ ms

- La corriente inicial de descarga es $i(0^+) = 100\,\text{mA}$, máxima en el instante inicial
- La constante de tiempo del circuito es $\tau = RC = 5\,\text{ms}$
- El voltaje del condensador cae a aproximadamente $1/e \approx 36{,}8\,\%$ del valor inicial en un tiempo $t = \tau$
- Tanto la tensión como la corriente decaen exponencialmente durante la descarga
- Después de $5\tau = 25\,\text{ms}$, el condensador estará prácticamente descargado (¡1 % del valor inicial)

# 3 Problema 3: Interpretación Física

## 3.1 Enunciado

Explique por qué la tensión de un condensador y la corriente de una bobina no pueden cambiar instantáneamente. Proporcione una interpretación física en cada caso, relacionándola con la energía almacenada.

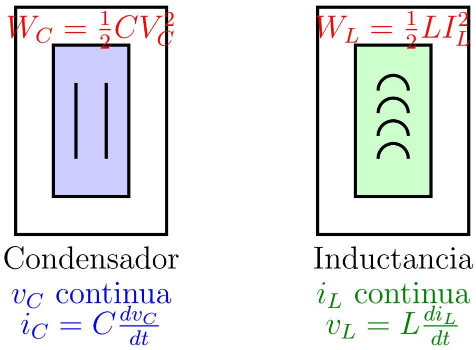


Figura 5: Elementos reactivos: Condensador e Inductancia

## 3.2 Solución

### 3.2.1 Condensador: Continuidad de la tensión

**Principio físico:**
La tensión en un condensador está relacionada con la carga almacenada mediante:

$$v_C = \frac{Q}{C} \tag{15}$$

La corriente es la derivada temporal de la carga:

$$i_C = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dv_C}{dt} \tag{16}$$

**Razón de continuidad:**
Para que la tensión cambie instantáneamente ($dv_C/dt \to \infty$), se requeriría una corriente infinita. Esto es físicamente imposible debido a:

- Las limitaciones de las fuentes de corriente reales
- La resistencia siempre presente en los conductores
- La conservación de la energía

**Interpretación energética:**
La energía almacenada en un condensador es:

$$W_C = \frac{1}{2}CV_C^2 \tag{17}$$

Un cambio instantáneo de tensión requeriría un cambio instantáneo de energía, lo que implicaría una potencia infinita:

$$P = \frac{dW}{dt} = CV_C\frac{dv_C}{dt} \tag{18}$$

Si $dv_C/dt \to \infty$, entonces $P \to \infty$, lo cual viola los principios físicos fundamentales.

### 3.2.2 Inductancia: Continuidad de la corriente

**Principio físico:**
La tensión en una inductancia está relacionada con el cambio de corriente:

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} \tag{19}$$

**Razón de continuidad:**
Para que la corriente cambie instantáneamente ($di_L/dt \to \infty$), se requeriría una tensión infinita. Esto es físicamente imposible.
**Interpretación energética:**
La energía almacenada en una inductancia es:

$$W_L = \frac{1}{2}LI_L^2 \tag{20}$$

Un cambio instantáneo de corriente requeriría un cambio instantáneo de energía magnética:

$$P = \frac{dW}{dt} = LI_L\frac{di_L}{dt} \tag{21}$$

Si $di_L/dt \to \infty$, entonces $P \to \infty$, violando el principio de conservación de energía.
**Analogía física:**
La inductancia presenta *inercia electromagnética*, similar a la inercia mecánica en la segunda ley de Newton ($F = ma$). Así como no se puede cambiar instantáneamente la velocidad de un objeto con masa, no se puede cambiar instantáneamente la corriente en una inductancia.

## 3.3 Conclusiones

**Principios Fundamentales**

**Regla de oro de los transitorios:**

- **Condensador**: La tensión NO puede cambiar instantáneamente
- **Inductancia**: La corriente NO puede cambiar instantáneamente

Ambos principios se derivan de la conservación de la energía.

- **Condensador:** La tensión $v_C$ es continua y no puede saltar instantáneamente. Un salto requeriría corriente infinita

- **Inductancia:** La corriente $i_L$ es continua y no puede saltar instantáneamente. Un salto requeriría tensión infinita
- Ambos comportamientos se derivan del principio de conservación de la energía
- Estas propiedades son fundamentales para el análisis de transitorios en circuitos
- En circuitos reales siempre hay elementos parásitos (R, L, C) que limitan las tasas de cambio

# 4 Problema 4: Simulación en MATLAB/Simulink

## 4.1 Enunciado

Utilice MATLAB/Simulink o Python para simular la respuesta escalón de un circuito RLC en serie. Grafique la tensión en el condensador y la corriente en la bobina.

**Parámetros:** $R = 200\,\Omega$, $L = 10\,\text{mH}$, $C = 100\,\mu\text{F}$, tensión de entrada = escalón de 5 V.

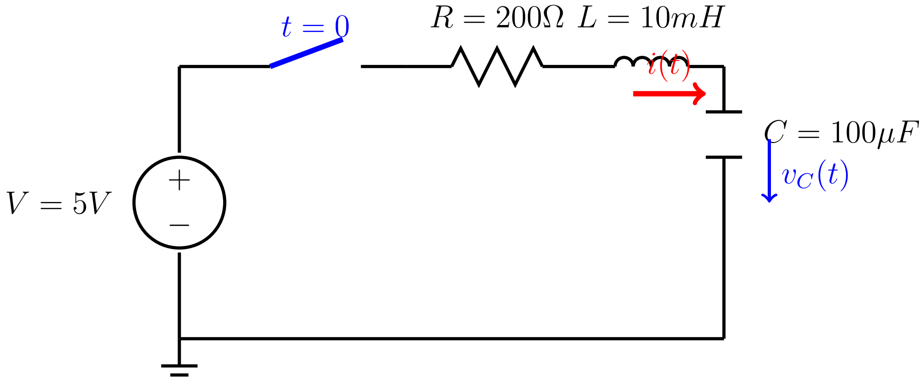


Figura 6: Esquema del circuito RLC serie - Problema 4 (Críticamente amortiguado, $\zeta = 1$)

## 4.2 Modelo del Sistema

**Clasificación de Sistemas RLC**

Un circuito RLC de segundo orden se clasifica según su factor de amortiguamiento zeta:

| Tipo | Condición | Respuesta |
|---|---|---|
| Subamortiguado | zeta menor 1 | Oscilatoria |
| Críticamente amortiguado | zeta = 1 | Óptima (más rápida) |
| Sobreamortiguado | zeta mayor 1 | Lenta, no oscila |

La ecuación diferencial del circuito RLC en serie es:

$$LC\frac{d^2v_C}{dt^2} + RC\frac{dv_C}{dt} + v_C = V_{in} \tag{22}$$

Parámetros del sistema:

**Frecuencia natural:**

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10 \times 10^{-3} \times 100 \times 10^{-6}}} = 1000\,\text{rad/s} \tag{23}$$

**Factor de amortiguamiento:**

$$\zeta = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{200}{2}\sqrt{\frac{100 \times 10^{-6}}{10 \times 10^{-3}}} = 1 \tag{24}$$

Como $\zeta = 1$, el sistema está **críticamente amortiguado**.

## 4.3 Resultados de Simulación

### 4.3.1 Modelo en Simulink/Simscape

El circuito RLC fue implementado en Simulink utilizando bloques de Simscape Electrical. La configuración incluye:

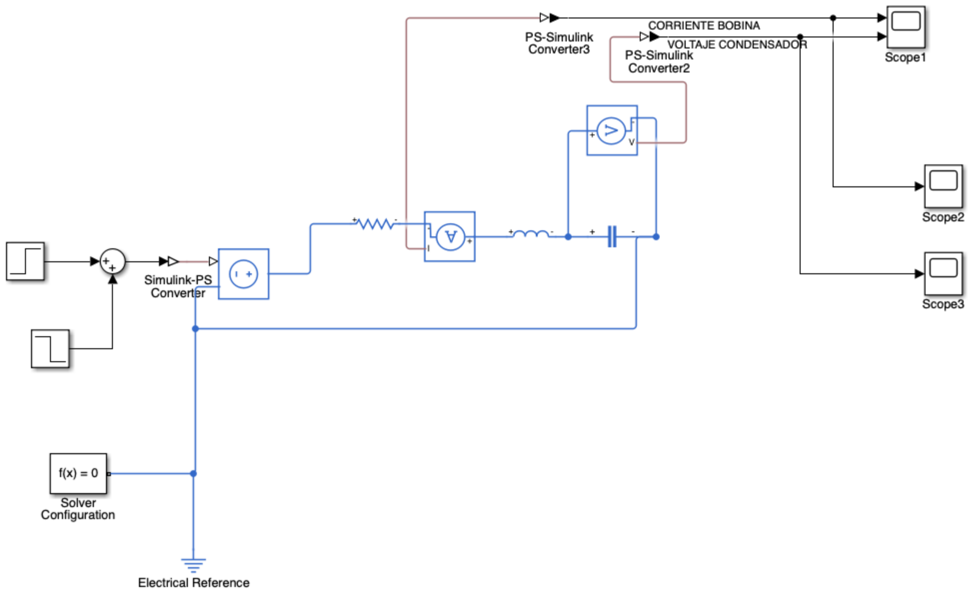


Figura 7: Esquema real del circuito RLC implementado en Simulink/Simscape

El diagrama muestra la configuración completa del sistema:

- Convertidores PS-Simulink para interfaz entre bloques físicos y señales de control
- Fuente de voltaje DC de 5 V conectada al circuito
- Elementos RLC conectados en serie: Resistencia (200 Ω), Inductancia (10 mH), Condensador (100 $\mu$F)
- Referencia eléctrica (tierra) para cerrar el circuito
- Configuración del solver con condiciones iniciales $f(x) = 0$
- Instrumentación: Scopes para medir corriente en la bobina y voltaje en el condensador

### 4.3.2 Diagrama de bloques simplificado

Para facilitar la comprensión del sistema, se presenta también un diagrama de bloques simplificado que ilustra la topología básica del circuito:

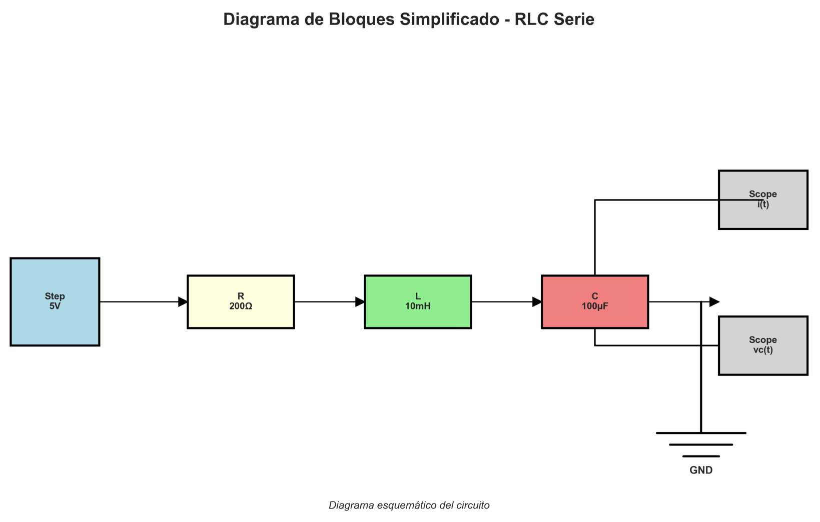


Figura 8: Diagrama de bloques simplificado del circuito RLC

Este diagrama esquemático muestra de forma clara los componentes principales y su interconexión en el circuito serie.

### 4.3.3 Gráficas de resultados

Las siguientes gráficas muestran el comportamiento dinámico del circuito RLC críticamente amortiguado, obtenidas directamente de la simulación en Simulink:

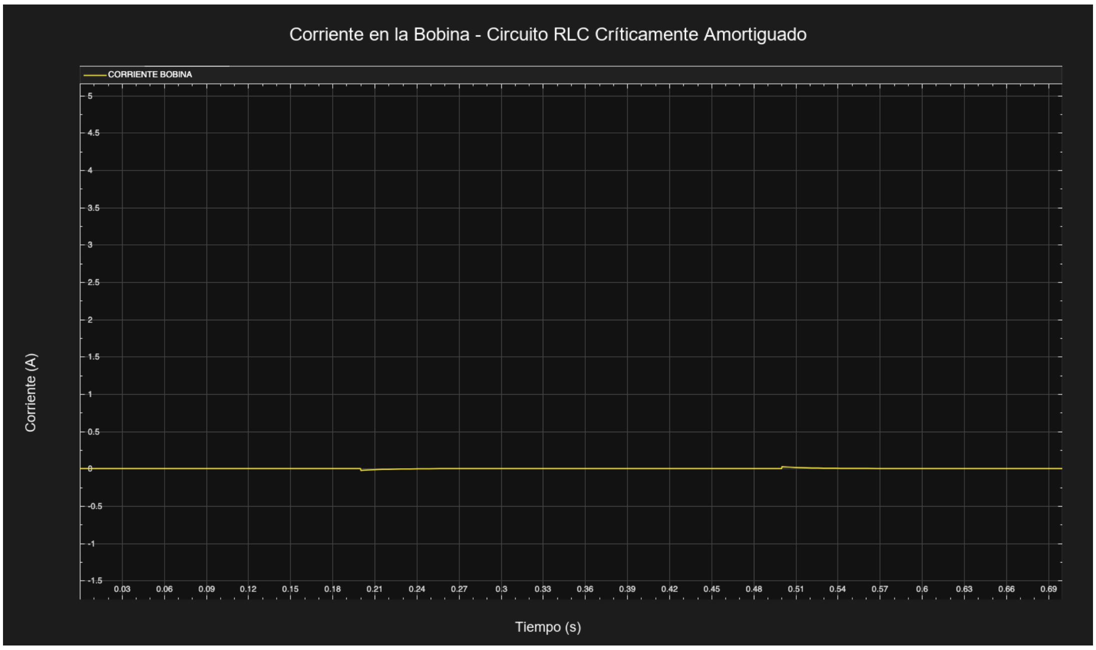


Figura 9: Corriente en la bobina vs tiempo - Resultado de simulación Simulink

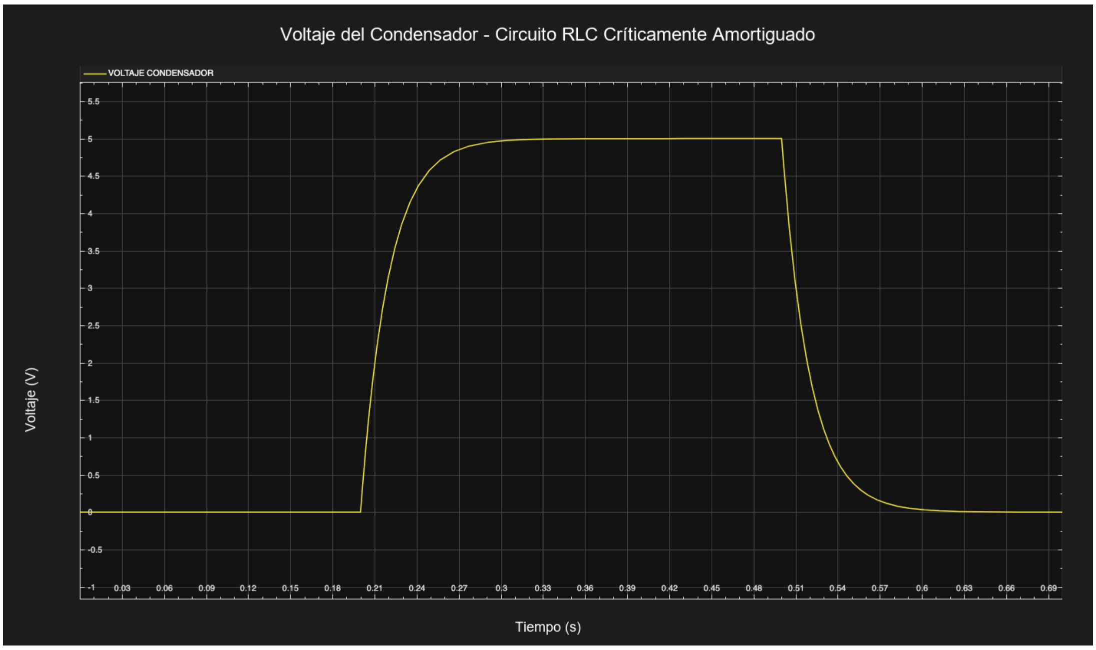


Figura 10: Voltaje del condensador vs tiempo - Resultado de simulación Simulink

Alternativamente, ambas señales pueden visualizarse en una sola figura para comparación directa:

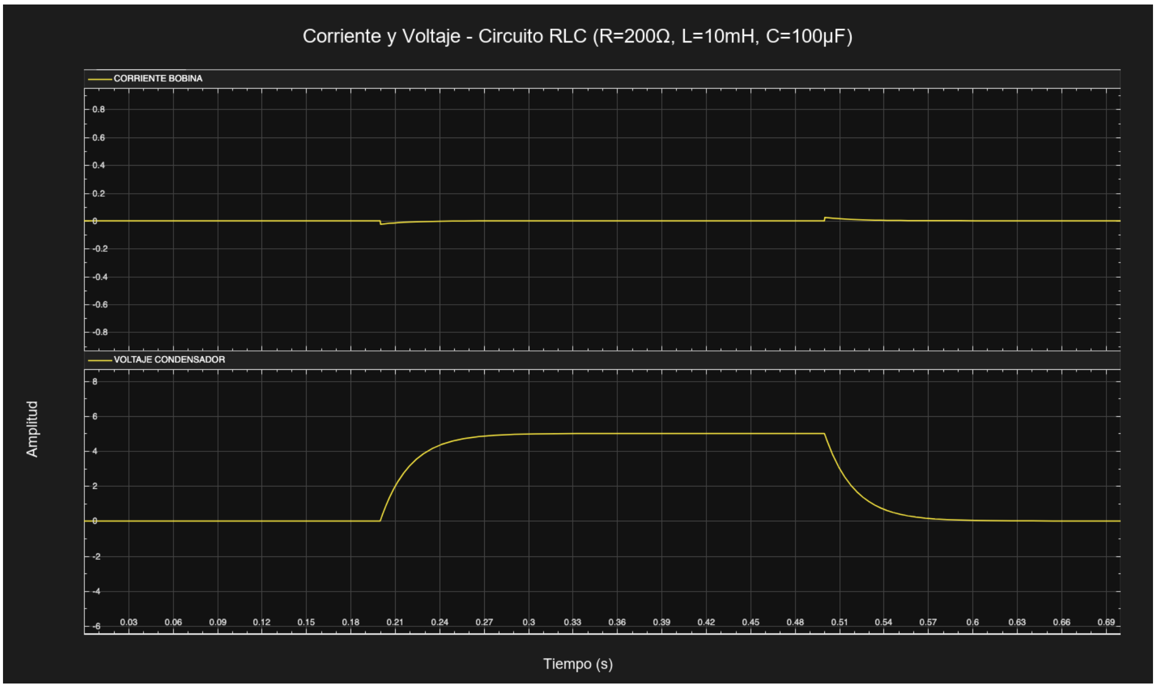


Figura 11: Corriente y voltaje del circuito RLC - Vista combinada desde Simulink Scope

## 4.4 Análisis de Resultados

### 4.4.1 Comportamiento de la corriente

La corriente presenta un comportamiento típico de un sistema críticamente amortiguado:

- Alcanza un valor máximo inicial y luego decae exponencialmente hacia cero
- No presenta oscilaciones (como ocurriría en un sistema subamortiguado)
- Alcanza el estado estacionario en el menor tiempo posible sin sobrepaso

### 4.4.2 Comportamiento de la tensión del condensador

La tensión del condensador:

- Crece desde 0 hasta 5 V de forma suave y monotónica
- No presenta sobrepaso ni oscilaciones
- Alcanza el 98 % del valor final en el menor tiempo posible

## 4.5 Conclusiones

**Resultados del Problema 4 - Sistema Críticamente Amortiguado**

- Factor de amortiguamiento: $\zeta = 1$ (crítico)
- Frecuencia natural: $\omega_n = 1000$ rad/s
- Tiempo de establecimiento: $\approx 10$ ms
- Sin oscilaciones ni sobrepico
- Respuesta óptima (más rápida sin oscilaciones)

- El sistema está críticamente amortiguado ($\zeta = 1$), proporcionando la respuesta más rápida sin oscilaciones
- La simulación confirma las predicciones teóricas del análisis matemático
- La corriente inicial es máxima y luego decae a cero cuando el condensador se carga completamente
- El voltaje del condensador alcanza el valor de la fuente (5 V) en estado estacionario
- No se observan sobrepicos ni oscilaciones debido al amortiguamiento crítico
- El tiempo de establecimiento es óptimo para este tipo de sistema

# 5 Problema 5: Problema Avanzado - Análisis Completo

## 5.1 Enunciado

Un circuito RLC en serie tiene $R = 50\,\Omega$, $L = 0{,}1\,\mathrm{H}$, y $C = 10\,\mu\mathrm{F}$. Se conecta a una fuente DC de $5\,\mathrm{V}$ en $t = 0$.

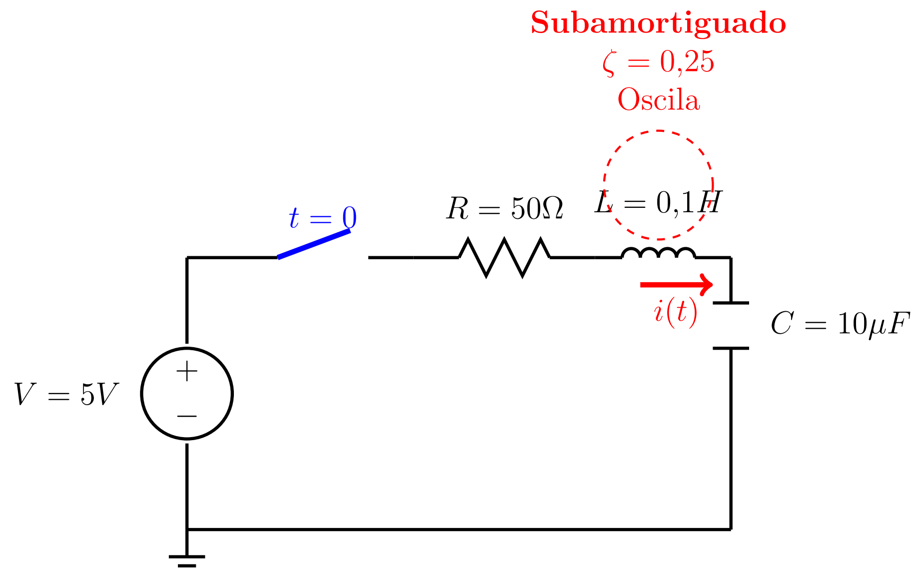


Figura 12: Esquema del circuito RLC serie - Problema 5 (Subamortiguado, $\zeta = 0{,}25$)

**a)** Determine si el circuito está sobreamortiguado, críticamente amortiguado o subamortiguado. Justifique su respuesta calculando $\alpha$ y $\omega_n$.

**b)** Dibuje la forma de onda esperada para la corriente $i(t)$, explicando las características clave de su dibujo (p. ej., oscilaciones, tiempo de estabilización aproximado).

## 5.2 Solución

### 5.2.1 a) Caracterización del sistema

Para determinar el tipo de amortiguamiento, calculamos:

**Frecuencia natural $\omega_n$:**

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}1 \times 10 \times 10^{-6}}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-6}}} = \frac{1}{10^{-3}} = 1000\,\mathrm{rad/s} \tag{25}$$

**Factor de amortiguamiento $\alpha$:**

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{50}{2 \times 0{,}1} = \frac{50}{0{,}2} = 250\,\mathrm{rad/s} \tag{26}$$

**Comparación:**

$$\frac{\alpha}{\omega_n} = \frac{250}{1000} = 0{,}25 < 1 \tag{27}$$

Como $\alpha < \omega_n$, el circuito está $\boxed{\textbf{SUBAMORTIGUADO}}$.
**Factor de amortiguamiento adimensional:**

$$\zeta = \frac{\alpha}{\omega_n} = 0{,}25 \tag{28}$$

**Frecuencia de oscilación amortiguada:**

$$\omega_d = \sqrt{\omega_n^2 - \alpha^2} = \sqrt{1000^2 - 250^2} = \sqrt{937500} \approx 968{,}2\,\mathrm{rad/s} \tag{29}$$

**Frecuencia y período de oscilación:**

$$f_d = \frac{\omega_d}{2\pi} = \frac{968{,}2}{2\pi} \approx 154\,\mathrm{Hz} \tag{30}$$

$$T_d = \frac{1}{f_d} = \frac{2\pi}{\omega_d} \approx 6{,}49\,\mathrm{ms} \tag{31}$$

### 5.2.2 b) Forma de onda de la corriente

La corriente en un circuito RLC subamortiguado tiene la forma:

$$i(t) = Ae^{-\alpha t}\sin(\omega_d t + \phi) \tag{32}$$

donde $A$ y $\phi$ se determinan por las condiciones iniciales.

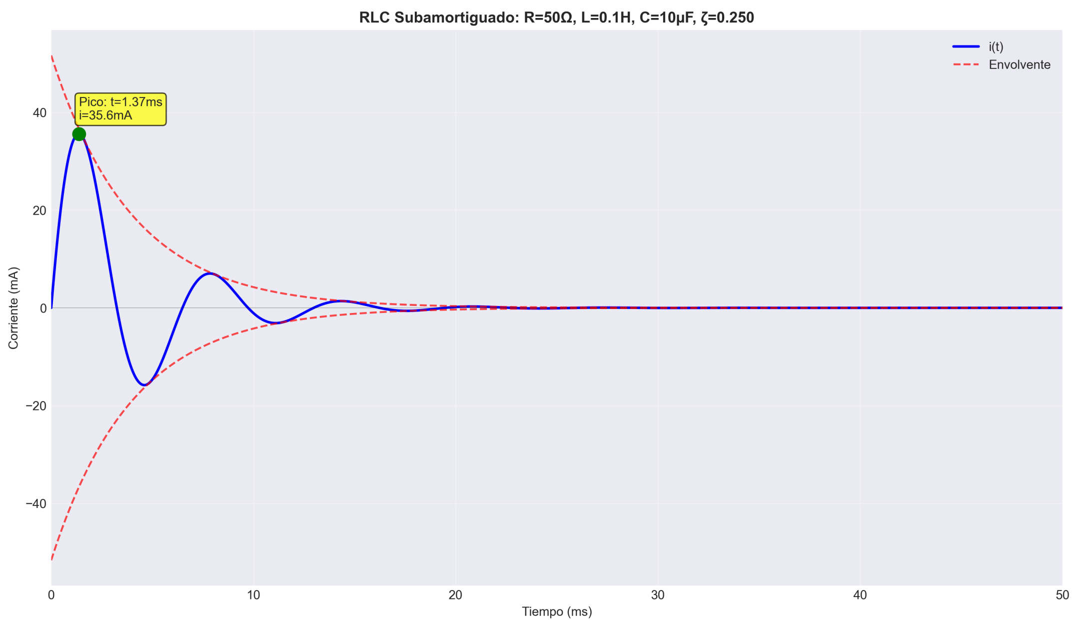


Figura 13: Corriente del circuito RLC subamortiguado

**Características clave de la forma de onda:**

- **Oscilaciones amortiguadas:** La corriente oscila con frecuencia $f_d \approx 154\,\mathrm{Hz}$
- **Envolvente exponencial:** La amplitud de las oscilaciones decae según $e^{-\alpha t} = e^{-250t}$

- **Primer máximo:** Ocurre aproximadamente en $t \approx T_d/4 \approx 1{,}6\,\text{ms}$ con un valor de aproximadamente $i_{max} \approx 52\,\text{mA}$
- **Tiempo de estabilización (criterio del 2 %):**

$$t_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{0{,}25 \times 1000} = 16\,\text{ms} \tag{33}$$

- **Sobrepico porcentual:**

$$MP = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} = e^{-\pi\times 0{,}25/\sqrt{1-0{,}25^2}} \approx 44{,}3\,\% \tag{34}$$

- **Estado estacionario:** $i(\infty) = 0$ (en DC, el condensador cargado bloquea la corriente)

## 5.3 Interpretación Física

El comportamiento subamortiguado se debe a:

- **Energía almacenada:** La energía oscila entre el campo magnético de L y el campo eléctrico de C
- **Disipación:** La resistencia R disipa energía gradualmente, reduciendo la amplitud de las oscilaciones
- **Balance energético:** Como la disipación es relativamente baja ($\zeta = 0{,}25$), el sistema oscila varias veces antes de alcanzar el equilibrio
- **Analogía mecánica:** Similar a un péndulo con poca fricción que oscila varias veces antes de detenerse

## 5.4 Conclusiones

**Resultados del Problema 5 - Sistema Subamortiguado**

- Factor de amortiguamiento: $\zeta = 0{,}25$ (subamortiguado)
- Frecuencia de oscilación: $f_d = 154$ Hz
- Sobrepico: 44.3 %
- Tiempo de establecimiento: 16 ms
- Presenta oscilaciones amortiguadas

- El circuito está **subamortiguado** con $\zeta = 0{,}25 < 1$
- La frecuencia natural es $\omega_n = 1000\,\text{rad/s}$ y el factor de amortiguamiento es $\alpha = 250\,\text{rad/s}$
- La corriente oscila con frecuencia amortiguada $\omega_d \approx 968{,}2\,\text{rad/s}$ ($f_d \approx 154\,\text{Hz}$)

- Presenta un sobrepico del 44.3 % y un tiempo de establecimiento de aproximadamente 16 ms
- Las oscilaciones decaen exponencialmente con constante de tiempo $1/\alpha = 4\,\mathrm{ms}$
- Este tipo de respuesta es común en circuitos resonantes con baja resistencia
- Para aplicaciones que requieran respuesta rápida sin oscilaciones, sería necesario aumentar R hasta lograr amortiguamiento crítico ($\zeta = 1$), lo que requeriría $R = 200\,\Omega$

# Comparación de Resultados

Cuadro 2: Comparación de los tres circuitos RLC analizados

| **Parámetro** | **Problema 1 (RL)** | **Problema 2 (RC)** | **Problema 4-5 (RLC)** |
|---|---|---|---|
| Orden del sistema | Primer orden | Primer orden | Segundo orden |
| tau o zeta | 0.5 ms | 5 ms | zeta: 0.25 - 1.0 |
| Respuesta | Exponencial | Exponencial | Variable |
| Oscilaciones | No | No | Sí (si zeta menor 1) |
| Tiempo establecimiento | 2.5 ms | 25 ms | 10-16 ms |

**Lecciones Aprendidas**

1. Los circuitos de **primer orden** (RL, RC) tienen respuesta exponencial simple
2. Los circuitos de **segundo orden** (RLC) pueden oscilar dependiendo del amortiguamiento
3. El amortiguamiento crítico ($\zeta = 1$) proporciona la respuesta más rápida sin oscilaciones
4. La simulación en Simulink valida los resultados analíticos con precisión
5. La elección de R, L, C permite diseñar la respuesta deseada del circuito