# FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



# ANÁLISIS REAL 2 2021-1

## I. INFORMACIÓN GENERAL

CURSO ANÁLISIS REAL 2

CLAVE MAT232 CRÉDITOS 4.5

HORAS DE DICTADO CLASE: 4 Semanal

PRACTICA: 2 Quincenal

EXAMEN:

HORARIO TODOS

PROFESORES JOHEL VICTORINO BELTRAN RAMIREZ

#### II. PLANES CURRICULARES DONDE SE DICTA EL CURSO

| ESPECIALIDAD | ETAPA                   | NIVEL | CARÁCTER                                   | REQUISITOS |
|--------------|-------------------------|-------|--|------------|
| MATEMÁTICAS  | PREGRADO EN<br>FACULTAD | 6     | OBLIGATORIO 1MAT09 CÁLCUL<br>APLICADO 1071 |            |

#### Tipos de requisito

04 = Haber cursado o cursar simultáneamente

05 = Haber aprobado o cursar simultáneamente

06 = Promedio de notas no menor de 08

07 = Haber aprobado el curso

#### III. DESCRIPCIÓN DEL CURSO

La idea general de este curso es introducir los conceptos de medida e integración.

### IV. SUMILLA

Se formaliza el concepto de medición e integración abstracta. Los métodos y técnicas conocidos por el alumno con anterioridad son presentados como casos particulares de una teoría más rica y de mayor alcance.

#### V. OBJETIVOS

El objetivo fundamental es presentar al alumno una teoría y técnicas de integración abstracta para así poder extender los conceptos de integración de funciones sobre el espacio euclidiano a una clase más amplia que la constituida por las funciones continuas.

Esta teoría de integración es aplicable a la teoría de probabilidad, a los cálculos combinatorios y a cálculos de integración sobre grupos topológicos o superficies.

## VI. PROGRAMA ANALÍTICO

#### CAPÍTULO 1 ESPACIOS DE MEDIDA (4 semanas)

Sigma-álgebras. Teorema pi-lambda. Teorema de la clase monótona. Borelianos en el espacio euclidiano. Medidas. Compleción de espacios de medida. Medida exterior. Teorema de extensión de Caratheodory. Sigma-álgebra producto. Medida producto. Funciones medibles. Pushforward de medidas. Conjunto extendido de los números reales. Límite, límite superior y límite inferior de sucesiones de funciones medibles.

## CAPÍTULO 2 INTEGRACIÓN (3 semanas)

# FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA MAT232 - ANÁLISIS REAL 2

Integral de funciones medibles positivas. Teorema de la convergencia monótona. Lema de Fatou. Funciones integrables. Teorema de la convergencia dominada. Cambio de medida. Derivada de Radon-Nikodym. Teorema de Radon-Nikodym. Teorema de Fubini.

#### CAPÍTULO 3 INTEGRAL DE LEBESGUE Y DE RIEMANN EN LA RECTA (3 semanas)

Medida de Lebesgue Stieltjes. Medida de Lebesgue en R. Funciones semicontinuas superior e inferiormente. Caracterización de funciones Riemann-integrables sobre intervalos.

# CAPÍTULO 4 INTEGRAL DE LEBESGUE Y DE RIEMANN EN EL ESPACIO EUCLIDEANO (3 semanas)

Medida de Lebesgue en el espacio euclidiano. Invarianza de la medida de Lebesgue por isomorfismos lineales. Cambio de variable por difeomorfismos para la medida de Lebesgue. Regularidad de la medida de Lebesgue. Integral de Riemann sobre el espacio euclidiano. Diferenciabilidad en el espacio euclidiano. Funciones de variación limitada.

## CAPÍTULO 5 ESPACIOS LP (1 semanas)

Propiedades del espacio Lp. Desigualdades de Hölder y de Minkowski. El espacio dual de Lp.

#### VII. METODOLOGÍA

El curso será dictado en forma regular. La metodología de curso es de naturaleza expositiva en aula en la cual se requerirá la participación activa de los alumnos.

#### VIII. EVALUACIÓN

#### Sistema de evaluación

| N° | Codigo | Tipo de<br>Evaluación | Cant.<br>Eval. | Forma de aplicar los pesos | Pesos | Consideracion es adicionales | Observaciones |
|----|--------|-----------------------|----------------|----------------------------|-------|------------------------------|---------------|
| 1  | Nf     | Nota Unica            | 1              | Por<br>Evaluación          | Nf1=1 |                              |               |

Modalidad de evaluación: 4

Fórmula para el cálculo de la nota final

(1Nf1)/1

Aproximación de la nota final No definido

#### Consideraciones adicionales

IMPORTANTE: Conforme a los lineamientos establecidos por el Ministerio de Educación y la Superintendencia Nacional de Educación Superior Universitaria (SUNEDU) dictados en el marco de la emergencia sanitaria para prevenir y controlar el COVID-19, la universidad ha decidido iniciar las clases bajo la modalidad virtual hasta que por disposición del gobierno y las autoridades competentes se pueda retornar a las clases de modo presencial. Esto involucra que los docentes puedan hacer los ajustes que resulten pertinentes al sílabo atendiendo al contexto en el que se imparten las clases.

Se aplica la modalidad de evaluación 4 (nota única).

# IX. BIBLIOGRAFÍA

#### Referencia obligatoria

Libro

Folland, G.B.

1999

Real analysis: modern techniques and their applications

New York: Wiley, 1999

https://pucp.ent.sirsi.net/client/es\_ES/campus/search/detailnonmodal/ent:\$002f\$002f\$D\_ILS\$002f0\$002f\$D\_ILS:433997/one

- Libro

Royden, H.L.

# FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA MAT232 - ANÁLISIS REAL 2

1988

Real analysis

New York: Macmillan, 1988

 $https://pucp.ent.sirsi.net/client/es\_ES/campus/search/detailnonmodal/ent:\$002f\$002fSD\_ILS\$002f0\$002fSD\_ILS:190475/output/search/detailnonmodal/ent:\$002f\$002fSD\_ILS\$002f0\$002fSD\_ILS:190475/output/search/detailnonmodal/ent:\$002f\$002fSD\_ILS\$002f0\$002fSD\_ILS:190475/output/search/detailnonmodal/ent:\$002f\$002fSD\_ILS\$002fSD\_ILS:190475/output/search/detailnonmodal/ent:\$002f\$002fSD\_ILS\$002fSD\_ILS:190475/output/search/detailnonmodal/ent:\$002f$002fSD\_ILS:190475/output/search/detailnonmodal/ent:\$002f$002fSD\_ILS:190475/output/search/detailnonmodal/ent:\$002f$002fSD\_ILS:190475/output/search/detailnonmodal/ent:\$002f$002fSD\_ILS:190475/output/search/detailnonmodal/ent:\$002f$002fSD\_ILS:190475/output/search/detailnonmodal/ent:\$002f$002fSD\_ILS:190475/output/search/detailnonmodal/ent:\$002f$002fSD\_ILS:190475/output/search/detailnonmodal/ent:\$002f$002fSD\_ILS:$ 

ne

## Referencia complementaria

- Libro

Fernández, Pedro Jesús, 1940.

2007

Medida e integracao

Río de Janeiro : IMPA, 2007

 $https://pucp.ent.sirsi.net/client/es\_ES/campus/search/detailnonmodal/ent:\$002f\$002f\$D\_ILS\$002f\$002f\$D\_ILS:11547/on$ 

- Libro

Rudin, Walter.

1979

Real and complex analysis

New Delhi: Tata McGraw-Hill, 1979

 $https://pucp.ent.sirsi.net/client/es\_ES/campus/search/detailnonmodal/ent:\$002f\$002f\$D\_ILS\$002f0\$002f\$D\_ILS:11721/one$ 

е

## X. CRONOGRAMA

| SEMANA     | CONTENIDO POR SEMANA   |  |  |  |  |
|------------|--|--|--|--|--|
| CAPÍTULO 1 | ESPACIOS DE MEDIDA   |  |  |  |  |
| 1          | Sigma-álgebras. Teorema pi-lambda. Teorema de la clase monótona. Borelianos en el espacio euclidiano.                                      |  |  |  |  |
|            | Lectura: Familias de conjuntos.  |  |  |  |  |
| 2          | Medidas. Compleción de espacios de medida. Medida exterior. Teorema de extensión de Caratheodory. Sigma-álgebra producto. Medida producto. |  |  |  |  |
|            | Lectura: Medidas.  |  |  |  |  |
| 3          | Funciones medibles. Pushforward de medidas.  |  |  |  |  |
|            | Lectura: Funciones medibles.   |  |  |  |  |
| 4          | Conjunto extendido de los números reales. Límite, límite superior y límite inferior de sucesiones de funciones medibles.                   |  |  |  |  |
|            | Lectura: Sucesiones de funciones medibles.   |  |  |  |  |
| CAPÍTULO 2 | INTEGRACIÓN  |  |  |  |  |
| 5          | Integral de funciones medibles positivas. Teorema de la convergencia monótona.   |  |  |  |  |
|            | Lectura: Integral de funciones medibles positivas  |  |  |  |  |
| 6          | Lema de Fatou. Funciones integrables. Teorema de la convergencia dominada. Cambio de medida.   |  |  |  |  |
|            | Lectura: Funciones integrables   |  |  |  |  |
| 7          | Derivada de Radon-Nikodym. Teorema de Radon-Nikodym. Teorema de Tonelli. Teorema de Fubini.  |  |  |  |  |
|            | Lectura: Teoremas de Radon-Nikodym, Tonelli y Fubini.  |  |  |  |  |
| CAPÍTULO 3 | INTEGRAL DE LEBESGUE Y DE RIEMANN EN LA RECTA  |  |  |  |  |
| 8          | Medida de Lebesgue Stieltjes. Medida de Lebesgue en R.   |  |  |  |  |
|            | Lectura: Medida de Lebesgue en R.  |  |  |  |  |

# FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA MAT232 - ANÁLISIS REAL 2

| 9          | Funciones semicontinuas superior e inferiormente.   |
|------------|---|
|            | Lectura: Funciones semicontinuas.   |
| 10         | Caracterización de funciones Riemann-integrables sobre intervalos.  |
|            | Lectura: Funciones Riemann-integrables.   |
| CAPÍTULO 4 | INTEGRAL DE LEBESGUE Y DE RIEMANN EN EL ESPACIO EUCLIDEANO  |
| 11         | Medida de Lebesgue en el espacio euclidiano. Invarianza de la medida de Lebesgue por isomorfismos lineales.                   |
|            | Lectura: Medida de Lebesgue en el espacio euclidiano.   |
| 12         | Cambio de variable por difeomorfismos para la medida de Lebesgue. Regularidad de la medida de Lebesgue.                       |
|            | Lectura: Cambio de variable.  |
| 13         | Integral de Riemann sobre el espacio euclidiano. Diferenciabilidad en el espacio euclidiano. Funciones de variación limitada. |
|            | Lectura: Integración de Riemann y derivación en el espacio euclidiano.  |
| CAPÍTULO 5 | ESPACIOS LP   |
| 14         | Propiedades del espacio Lp. Desigualdades de Hölder y de Minkowski. El espacio dual de Lp.                                    |
|            | Lectura: Espacios Lp.   |

# XI. POLÍTICA CONTRA EL PLAGIO

Para la corrección y evaluación de todos los trabajos del curso se va a tomar en cuenta el debido respeto a los derechos de autor, castigando severamente cualquier indicio de plagio con la nota CERO (00). Estas medidas serán independientes del proceso administrativo de sanción que la facultad estime conveniente de acuerdo a cada caso en particular. Para obtener más información, referirse a los siguientes sitios en internet

www.pucp.edu.pe/documento/pucp/plagio.pdf