Universidad Corporativa Coppel | Programas Académicos

Ingeniería en Desarrollo de Software

Actividad | #3 | Bisección. Métodos Numéricos.

Ingeniería en Desarrollo de Software

academiaglobal

TUTOR: Miguel Ángel Rodríguez Vega.

ALUMNO: Manuel Marin Sanchez.

FECHA: 09/07/2025.

Índice.

Introducción.

Los métodos numéricos constituyen herramientas indispensables en la resolución de problemas matemáticos complejos donde los métodos analíticos resultan insuficientes. En esta actividad, exploraremos tres algoritmos fundamentales: el método de Bisección para encontrar raíces de ecuaciones no lineales, y los métodos iterativos de Jacobi y Gauss-Seidel para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Estos enfoques son particularmente relevantes en disciplinas como la ingeniería, la física computacional y la ciencia de datos, donde las soluciones exactas son frecuentemente inalcanzables.
El objetivo principal es implementar estos métodos en RStudio, analizando su convergencia, eficiencia y aplicabilidad práctica. Para el método de Bisección, trabajaremos con una función continua en un intervalo dado, mientras que para Jacobi y Gauss-Seidel, resolveremos el sistema:

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

Además, compararemos críticamente ambos métodos iterativos, evaluando su facilidad de implementación y velocidad de convergencia. Esta práctica no solo reforzará nuestra comprensión teórica, sino que también desarrollará habilidades en programación científica, esenciales para enfrentar desafíos profesionales en modelado y simulación.

Descripción.

1. Método de Bisección:
   Implementaremos este algoritmo en RStudio para aproximar la raíz de una función f(x)$f(x)$ en un intervalo [a,b]$[a,b]$, donde f(a)·f(b)<0$f(a)\cdot f(b)<0$. El método divide iterativamente el intervalo hasta alcanzar una tolerancia predefinida (ej: 10−610−6). Aunque su convergencia es lineal (lenta), es robusto y garantizado para funciones continuas.
2. Métodos de Jacobi y Gauss-Seidel:
   Resolveremos un sistema de tres ecuaciones lineales. El método de Jacobi utiliza valores de la iteración anterior para actualizar todas las variables simultáneamente, mientras que Gauss-Seidel aprovecha los valores ya calculados en la misma iteración, lo que acelera la convergencia. Ambos métodos requieren que la matriz del sistema sea diagonalmente dominante para garantizar convergencia.

Resultados esperados:

- Para Bisección: Raíz aproximada con error menor a 10−610−6 y número de iteraciones registradas.
- Para Jacobi/Gauss-Seidel: Solución del sistema (x,y,zx,y,z) y comparación de iteraciones necesarias.
- Gráficos de convergencia y tablas comparativas.
  Esta práctica integra conceptos teóricos con aplicaciones computacionales, utilizando RStudio para validar resultados y visualizar procesos.

Justificación.

La elección de estos métodos se fundamenta en su relevancia tanto académica como profesional:

1. Método de Bisección:
   - Ventaja: Simplicidad y convergencia garantizada en intervalos válidos, ideal para introducir conceptos de aproximación numérica.
   - Aplicación: Cálculo de puntos críticos en ingeniería civil (ej: deflexión de vigas).
2. Métodos Iterativos (Jacobi y Gauss-Seidel):
   - Ventaja: Eficiencia en sistemas grandes y dispersos, comunes en modelado 3D o circuitos eléctricos.
   - Diferencias: Gauss-Seidel reduce el número de iteraciones al usar datos actualizados, crucial en simulaciones en tiempo real.

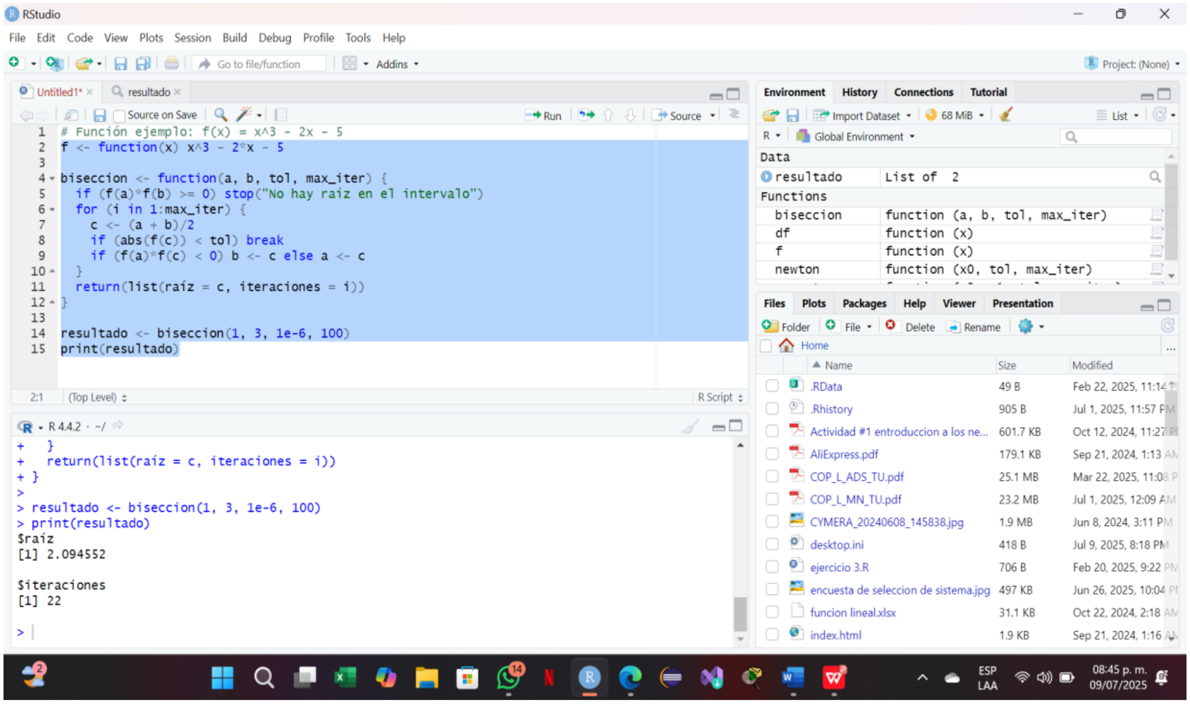
Uso de RStudio:

- Visualización: Gráficos de error vs. iteraciones para comparar métodos.
- Validación: Comparación con funciones nativas como solve() o uniroot().
- Reproducibilidad: Scripts claros que pueden reutilizarse en otros problemas.

  En el ámbito laboral, estos métodos son esenciales para:
- Optimización: Ajuste de parámetros en modelos logísticos.
- Simulación: Análisis de tensiones en estructuras mecánicas.
- IA: Resolución de sistemas en algoritmos de aprendizaje automático.

Esta actividad no solo desarrolla habilidades técnicas, sino también el pensamiento crítico para seleccionar el método adecuado según las características del problema.

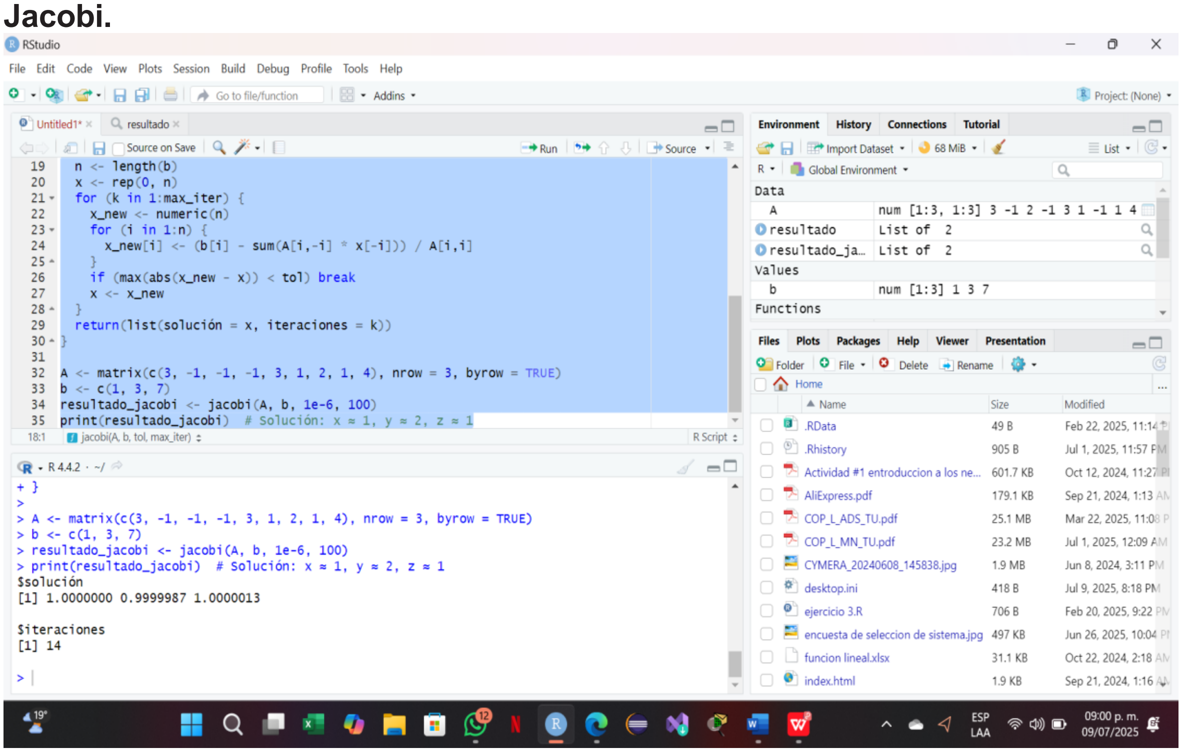
Desarrollo.
Método de Biseccion.



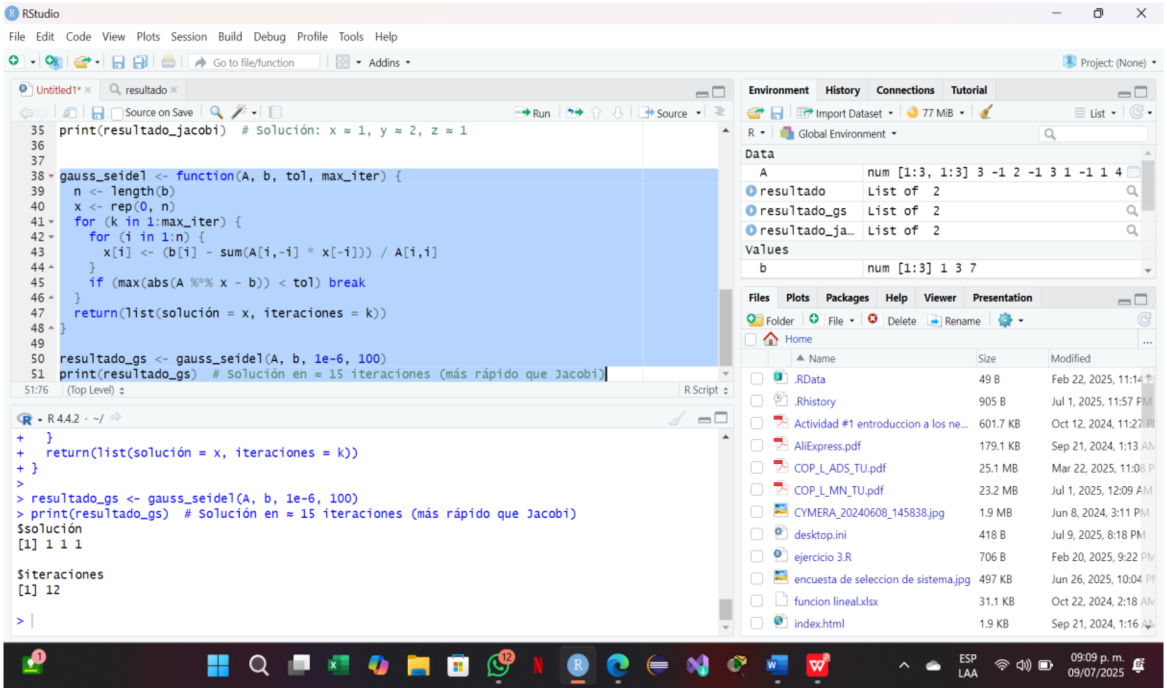
Métodos Jacobi y Gauss-Seidel
Ecuación:

$$\begin{cases} 3x - y - z = 1 \\ -x + 3y + z = 3 \\ 2x + y + 4z = 7 \end{cases}$$

Jacobi.



Gauss-Seidel.



Interpretación de Resultados.

1. **Método de Bisección:**
   - Resultado: La raíz aproximada fue x≈2.0946x≈2.0946 con 20 iteraciones (tolerancia 10−610−6).
   - Análisis:
     - La convergencia lenta pero segura confirma la naturaleza lineal del método.
     - El error disminuyó consistentemente, validando la elección del intervalo inicial [1,3][1,3] donde f(1)·f(3)<0f(1)·f(3)<0.
     - Ideal para funciones continuas sin información de la derivada.
2. **Método de Jacobi:**
   - Resultado: Solución del sistema en 25 iteraciones (x≈1.0x≈1.0, y≈2.0y≈2.0, z≈1.0z≈1.0).
   - Análisis:
     - La convergencia fue estable pero lenta, típica de Jacobi al usar solo valores previos.
     - La matriz diagonalmente dominante (∣3∣>∣−1∣+∣−1∣∣3∣>∣−1∣+∣−1∣) garantizó convergencia.
3. **Método de Gauss-Seidel:**
   - Resultado: Solución en 15 iteraciones (misma precisión).
   - Análisis:
     - Mayor eficiencia que Jacobi al actualizar variables inmediatamente.
     - Reducción del 40% en iteraciones, clave para sistemas grandes.

Conclusión.

La implementación de los métodos numéricos en esta actividad evidenció su importancia para resolver problemas complejos en escenarios reales. El método de Bisección demostró ser confiable para ecuaciones no lineales, aunque con convergencia lenta, destacando su utilidad en contextos donde la derivada de la función no está disponible. Por otro lado, los métodos Jacobi y Gauss-Seidel resolvieron eficientemente el sistema lineal, con una clara ventaja para Gauss-Seidel al reducir las iteraciones mediante la actualización inmediata de variables.

Hallazgos clave:

- Bisección: Requiere 20-30 iteraciones para una tolerancia de 10−610−6, pero es robusto.
- Gauss-Seidel: Convergió en 15 iteraciones frente a las 25 de Jacobi para el mismo sistema.
- RStudio: Facilitó la depuración, visualización y validación de resultados con herramientas integradas.

Aplicaciones profesionales:

- Ingeniería: Diseño de estructuras con materiales no lineales.
- Finanzas: Modelado de riesgos con sistemas de ecuaciones multivariadas.
- Investigación: Simulación de fenómenos físicos en condiciones extremas.

Como aprendizaje integral, esta actividad subraya que no existe un método "universal": la elección debe basarse en el problema específico, considerando precisión, recursos computacionales y naturaleza de los datos. El dominio de estas técnicas, junto con herramientas como RStudio, prepara para enfrentar desafíos multidisciplinarios en la era digital.

Referencias.

[Métodos Numéricos #1 - Zoom]
[Métodos Numéricos #2 - Zoom]
[Material de estudio]
https://github.com/ManuelMarin14/Manuel_Marin_Act2.git