Estensione di banda di un accelerometro magnetoelettrico

Manuel Iurissevich

Sommario

Un altoparlante magnetoelettrico è sensibile al movimento, in quanto la forza elettromotrice indotta ai capi della bobina è proporzionale alla velocità relativa della bobina rispetto al magnete. La risposta in frequenza mostra un taglio sia alle alte che alle basse frequenze.

Utilizzando la retroazione e un dispositivo a resistenza negativa, si può far scorrere nella bobina una corrente abbastanza alta da forzarla a ritornare nella posizione iniziale. La forza di Lorentz è quindi uguale e contraria alla forza impressa e la corrente è proporzionale all'accelerazione. È inoltre possibile estendere la banda passante alle basse frequenze.

Questo documento è la relazione sul progetto di laboratorio per l'esame di Strumentazione Elettronica –Università degli Studi di Trieste, prof. A. Boscolo.

Abstract

A dynamic loudspeaker is sensitive to movements, an electromotive force being induced between the ends of the coil proportional to the relative velocity of coil and magnet. Frequency response has both high and low cutoff.

By means of feedback and a negative resistance device, the current flowing in the coil can be high enough to force it to go back into zero-position. The Lorentz force is therefore equal end opposing to the impressed force, and current is proportional to acceleration. It is furthermore accomplished to extend the passband to low frequencies.

This report is for the Electronic Instrumentation exam – University of Triest, prof. A. Boscolo.

Istruzioni per la versione elettronica

Il documento è un ipertesto e contiene pertanto dei collegamenti cliccabili. Sono cliccabili le voci dell'indice, i rimandi alle note a piè di pagina, le citazioni dei riferimenti bibliografici, gli elenchi di figure, tavole e codici. Il programma di lettura dovrebbe fornire un pulsante Indietro, con cui ritornare rapidamente al punto di testo in cui si leggeva prima di cliccare sul collegamento.

La quasi totalità delle immagini sono create o importate in un formato vettoriale che permette di ingrandirle più die dieci volte.

La numerazione delle pagine inizia dal primo capitolo. Le precedenti sono numerate in romano minuscolo da 'i' (la pagina del titolo) a 'v' (quella dell'indice). La funzione Vai alla pagina dovrebbe riconoscere correttamente questa numerazione ma alcuni software (anche le stampanti!) potrebbero iniziare a numerare le pagine direttamente dal titolo.

Instructions for the electronic version

Table of contents, footnotes, references, lists of figures, tables and codes have clickable links. The text reader should provide a Back button. Images are more than ten times zoomable.

Pages are numbered lowercase roman in the front matter from 'i' (title page) to 'v' (table of contents). Function Go to page should correctly work with these pages too, but some readers (and print utilities!) could start arabic numbering from title page without resetting at the first chapter.

Indice

1.	Intro	roduzione 1						
	1.1.	Studio preliminare	4					
		1.1.1. Principio fisico	2					
		1.1.2. Smorzamento	4					
		1.1.3. Fissaggio e centraggio	4					
	1.2.	Modello	Ę					
		1.2.1. Sistema dinamico	Ę					
		1.2.2. Funzione di trasferimento	6					
	1.3.	L'accelerometro come doppio bipolo	Ć					
		1.3.1. Dal punto di vista dell'uscita	10					
		1.3.2. Cause ed effetti	11					
		1.3.3. Ricerca dei parametri	11					
		1.3.4. Modello completo	14					
	1.4.	Analogie	16					
		1.4.1. Cenni generali	16					
		1.4.2. Analogie elettromeccaniche	16					
		1.4.3. Utilità	17					
2.			19					
	2.1.	Resistenza negativa	20					
		2.1.1. Correnti e osservabilità	20					
	2.2.	Schema elettrico	22					
		2.2.1. Amplificatore di corrente	23					
	2.3.	Realizzazione	26					
	2.4.	Prove di laboratorio	26					
		2.4.1. Esperimento n.1	27					
		2.4.2. Esperimento n.2	28					
		2.4.3. Esperimento n.3	29					
		2.4.4. Esperimento n.4	30					
3.	Con	clusioni	31					
		Risultati degli esperimenti	32					
		3.1.1. Esperimento n.2 a vuoto	32					
		3.1.2. Esperimento n.3 a vuoto	32					
	3.2.	Ulteriori svilupi	32					
	3.3.	•	32					
_								
Α.	Dim	ensioni delle grandezze considerate	35					
Lis	ta de	elle figure, delle tabelle e dei codici	36					
Rif	Riferimenti hibliografici							

1. Introduzione

Si studierà in questo capitolo il principio fisico che permette la trasduzione di un moto in un segnale elettrico mediante un sistema magnetoelettrico.

Si affronteranno i problemi di smorzamento, fissaggio e centraggio, che porteranno oscillazioni nel sistema.

Dalle equazioni del moto si otterrà la descrizione del sistema lineare dinamico a coefficienti costanti.

Dalle equazioni di stato si ricaverà la funzione di trasferimento che lega la tensione d'uscita all'accelerazione.

Si cercheranno quindi i parametri su cui è possibile agire per ottenere *l'estensione* di banda desiderata, in particolare alle basse frequenze.

Si osserverà il sistema dal punto di vista elettrico, come lo vede il circuito di condizionamento. A questo scopo si analizzerà l'accelerometro come un doppio bipolo, con una porta meccanica e l'altra elettrica.

Il quadro delle interazioni elettro-magneto-meccaniche sarà allora completo e la comprensione del fenomeno (e del controllo che bisogna progettare) sarà al tempo stesso più intuitiva e più rigorosa.

Cenni sulle analogie, in particolare elettro-meccaniche, e del loro utilizzo nello studio dei fenomeni.

1. Introduzione

1.1. Studio preliminare

Ciò che si sta per fare è prendere un piccolo altoparlante, alzarlo, scuoterlo, colpire la bobina e il magnete con una bacchetta; metterlo cono-a-cono con un suo simile, uno collegato al generatore di segnale, l'altro all'oscilloscopio, e osservare come vengono distorti gli impulsi elettrici.

Tutte attività che costituiscono un uso improprio dell'oggetto in questione. Si vuole infatti farlo diventare un accelerometro per applicazioni biomedicali.

Prima di fare tutto questo è necessario però osservare com'è costruito questo strumento, cosa ne determina le caratteristiche in ampiezza e soprattutto in frequenza.

Il magnete è formato da due cilindri concentrici, all'interno il polo Nord e all'esterno il polo Sud. Nell'interstizio trai due è avvolta la bobina di rame.

Il cono rigido è fissato sul lato esterno del magnete. La membrana è appesa al cono e regge la bobina, mantenendola centrata rispetto alla fessura nel magnete.

La costruzione di altoparlanti e microfoni magnetoelettrici è identica in linea di principio.

1.1.1. Principio fisico

Si può quindi iniziare a scrivere di fisica e matematica.

Bastano tre nozioni di elettromagnetismo per ottenere la formula che lega la tensione ai capi della bobina con il moto relativo di questa rispetto al magnete.

La prima è la definizione di campo elettrico, rapporto tra la forza impressa e la carica spostata; la seconda è la forza di Lorentz, esercitata su una carica in moto in un campo magnetico; la terza è la definizione di forza elettromotrice, circuitazione del campo elettrico.

$$\vec{E} = \vec{F}/q \tag{1.1}$$

$$\vec{F_L} = q\vec{v} \times \vec{B} \tag{1.2}$$

$$fem = cir_{\Gamma}\vec{E} \tag{1.3}$$

Pochi passaggi...

$$\begin{split} fem &= cir_{\Gamma}\vec{E} \\ &= \oint_{\Gamma} \frac{\vec{F}}{q} \cdot \hat{l} \, dl \\ &= \oint_{\Gamma} \vec{v} \times \vec{B} \cdot \hat{l} \, dl \\ &= -v_{\perp}B\Gamma \end{split}$$

...e si ricava la formula cercata

$$fem = -v_{\perp}B\Gamma \tag{1.4}$$

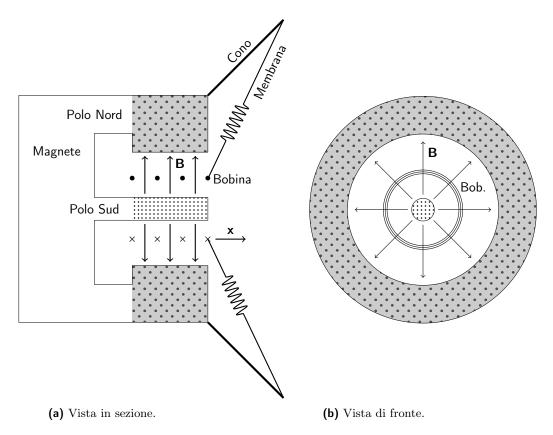


Figura 1.1.: Schema elementare di microfoni e altoparlanti magnetoelettrici.

Se il campo \vec{B} non è uniforme si avranno linee con una componente non nulla parallela a \vec{x} , quindi a $\dot{\vec{x}} \Longrightarrow$ la forza di Lorentz sarà $F_L = q\dot{\vec{x}} \times \vec{B} = 0$, come il campo elettrico e la fem indotta in questo modo. Resta quella dovuta alla prima equazione di Maxwell: $\vec{rot}\vec{E} = \frac{d}{dt}\vec{B}$.

$$fem = cir_{\Gamma}\vec{E} = \frac{d}{dt}\Phi_{\Sigma}(\vec{B}) = \frac{d}{dt}\int_{\Sigma}\vec{B}\cdot\hat{n}dS.$$

1. Introduzione

1.1.2. Smorzamento

Lo spostamento di una spira in un campo magnetico causa una corrente, che a sua volta cerca di opporsi al moto. Prendendo in considerazione soltanto il caso di \vec{B} uniforme (o solo la componente radiale di \vec{B}) questa forza resistente dovrà essere:

$$\vec{F_R} = i\vec{l} \times \vec{B} = \frac{fem}{R}\vec{l} \times B = -\frac{B^2\Gamma^2}{R}\vec{x}$$

essendo R la resistenza sulla quale insiste la forza elettro motrice indotta.

La forza risultante è quindi:

$$\vec{F}_{ris} = \vec{F}_i + \vec{F}_R = \vec{F} - \frac{B^2 \Gamma^2}{R} \vec{x}$$

Spostando una spira in un campo magnetico, si trova effettivamente questa forza resistente ¹.

1.1.3. Fissaggio e centraggio

Si può modellizzare in prima approssimazione il **fissaggio** della membrana con due molle verticali, che se sono uguali e la forzante (e le condizioni iniziali) rimangono in asse, dovrebbero essere equivalenti ad una sola molla orizzontale.

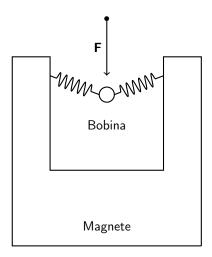
Si darà per scontato che la spira si muova soltanto lungo l'asse, trascurando tutti i problemi di **centraggio**.

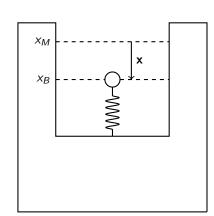
La membrana è un trasduttore pressione-spostamento e non è indispensabile in questo discorso. I possibili effetti elastici delle sue deformazioni saranno inclusi nel modella del fissaggio oppure, se possibile, trascurati.

La forza risultante nel modello completo è

$$\vec{F}_{ris} = \vec{F}_i + \vec{F}_R + \vec{F}_E = \vec{F}_i - \frac{B^2 \Gamma^2}{R} \vec{x} - k \vec{x}$$
 (1.5)

¹ Si può realizzare un esperimento in cui un magnete è lasciato cadere in dei tubi di materiali con diversa conducibilità elettrica. Il magnete sarà soggetto a una forza di attrito viscoso che frenerà la sua caduta, proporzionale alla conducibilità dei tubi, proprio come se fosse immerso in un fluido.





Il magnete è considerato fisso ($x_M := 0$). L'accelerazione di gravità, essendo costante, è ininfluente.



Figura 1.2.: Schema della parte meccanica del dispositivo e diagramma delle forze.

1.2. Modello

1.2.1. Sistema dinamico

Riscriviamo le equazioni del moto e della forza elettromotrice indotta

$$\begin{cases} m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f \\ fem = B\Gamma\dot{x} \end{cases}$$
 (1.6)

siano le variabili di stato $x_1 \coloneqq x$ e $x_2 \coloneqq \dot{x}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1=x_2\\\\ m\dot{x}_2+bx_2+kx_1=f\\\\ fem=B\,\Gamma\,x_2. \end{array} \right.$$

Dividendo inoltre per m e ponendo

$$u := a_F = f/m$$

$$y := fem$$

$$\omega_N := \sqrt{k/m}$$

$$\omega_S := b/m = \frac{B^2\Gamma^2}{mR}$$

$$K = B\Gamma$$

1. Introduzione

si può scrivere

$$\begin{cases}
\frac{\dot{x}}{\dot{x}} = \mathcal{A}\underline{x} + \mathcal{B}u \\
y = \mathcal{C}\underline{x} + \mathcal{D}u
\end{cases} \qquad \text{quindi} \qquad \begin{cases}
\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_N^2 & -\omega_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u \\
y = \begin{pmatrix} 0 & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} u.
\end{cases} \tag{1.7}$$

Non si sta tenendo conto di eventuali dispersioni di energia nel meccanismo di fissaggio.

1.2.2. Funzione di trasferimento

Passando al dominio della trasformata di Laplace

$$Y(s) = \left(\mathcal{D} + \mathcal{C}(s\mathcal{I} - \mathcal{A})^{-1}\mathcal{B}\right)U(s) \tag{1.8}$$

nel caso in esame

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = 0 + \begin{pmatrix} 0 & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s - 0 & -1 \\ \omega_N^2 & s + \omega_S \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = K \frac{s}{s^2 + s \, \omega_S + \omega_N^2} = T(s).$$

Formula per esteso con tutte le grandezze fisiche:

$$T(s) = B\Gamma \frac{s}{s^2 + \frac{B^2\Gamma^2}{Rm}s + \frac{k}{m}} \Longrightarrow T(j\omega) = B\Gamma \frac{j\omega}{-\omega^2 + \frac{k}{m} + j\frac{B^2\Gamma^2}{Rm}\omega}.$$

Lo schema a blocchi di Figura 1.3 ne dà una visione grafica.

Di tutti i parametri del sistema $(B, \Gamma, k, m \text{ ed } R)$, quello su cui sembra possibile o più semplice agire è R. Questa è la resistenza sulla quale circola la corrente causata dalla forza elettromotrice indotta e si dovrebbe poter modificare collegando resistenze note esternamente al sistema bobina-magnete.

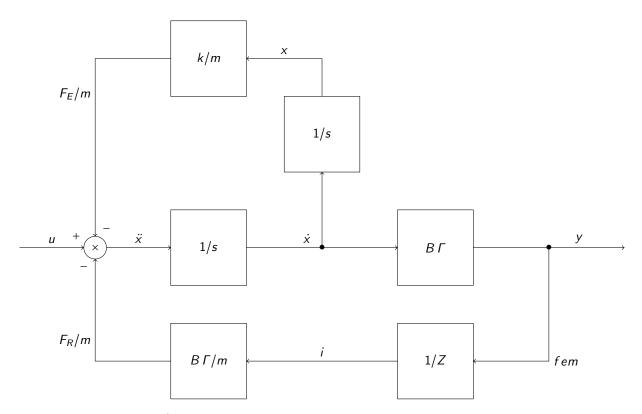


Figura 1.3.: Schema a blocchi della funzione diretta

1. Introduzione

Studio del determinante

$$\Delta = \omega_S^2 - 4\,\omega_N^2 \colon$$

$$\frac{B^4\Gamma^4}{m^2R^2} - 4\frac{k}{m} \ge 0$$

dev'essere

$$R \le \sqrt{\frac{B^4 \Gamma^4}{m^2} \cdot \frac{m}{4k}} = \frac{B^2 \Gamma^2}{2\sqrt{mk}}$$

Controllo dimensionale ².

Studio dei poli

Si vuole studiare come si spostano i poli al variare del parametro R e quali vincoli si possono porre. Si desidera fissare una pulsazione $\bar{\omega}$ piccola a piacere, ad esempio 0.1 o 0.01Hz, e calcolare la resistenza R tale che alla pulsazione $\bar{\omega}$ non si abbia attenuazione, cioè $\omega_{polo} < \bar{\omega}$.

$$_2s_1 = -\frac{\omega_S}{2} \pm \frac{\sqrt{\omega_S^2 - 4\omega_N^2}}{2}$$

Si cercano le condizioni in cui

$$\exists s_1 \in \mathbb{R} : |s_1| < \bar{\omega}.$$

Si scrive quindi

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| -\frac{\omega_S}{2} + \frac{\sqrt{\omega_S^2 - 4\,\omega_N^2}}{2} \right| \leq \bar{\omega} \\ \\ \omega_S^2 - 4\,\omega_N^2 > 0 \end{array} \right.$$

e si trova

$$R \le B^2 \Gamma^2 \frac{\bar{\omega}}{k + m \bar{\omega}^2} = \bar{R}$$

$$R < \frac{B^2 \Gamma^2}{2\sqrt{mk}}.$$

$$(1.9)$$

$$R < \frac{B^2 \Gamma^2}{2\sqrt{mk}}. (1.10)$$

Ciò significa: Si può porre $R = \bar{R}$, se $\bar{\omega}$ rispetta la condizione

$$\frac{B^2\Gamma^2\bar{\omega}}{k+m\,\bar{\omega}^2} \leq \frac{B^2\Gamma^2}{2\sqrt{mk}}$$

che si semplifica in

$$m\,\bar{\omega}^2 - 2\sqrt{m\,k}\,\bar{\omega} + k \le 0$$

² Controllo dimensionale:

la cui soluzione è $\bar{\omega}=\omega_N.$ In pratica è sempre verificata ³ Concludendo

$$R < \frac{B^2 \Gamma^2}{m} \frac{\bar{\omega}}{\omega_N^2 - \bar{\omega}^2} = \bar{R} \tag{1.11}$$

Controllo dimensionale ⁴.

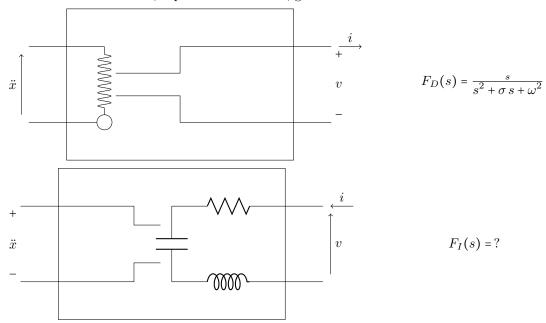
1.3. L'accelerometro come doppio bipolo

Per avere un'idea più chiara e più completa di quello che accade nel sistema analizzato, si può cercare di trattarlo come un doppio bipolo, giungendo alla rappresentazione matriciale tipica dell'elettrotecnica.

Si ha quindi la porta d'ingresso, meccanica, dove i due terminali sono i capi della molla: lì si osservano forze, accelerazioni, velocità e spostamenti.

Dall'altro lato la porta d'uscita è quella elettrica, con i due capi della bobina sui quali si misurano o si applicano tensioni e correnti.

Nel mezzo c'è il sistema molla-magnete-bobina che si manifesta a seconda del punto di vista come forza elastica e attrito, capacità e induttanza, generatori controllati.



 $^{^3~}$ La 1.10 si può usare solo se la pulsazione desiderata è $\bar{\omega}$ = $\omega_N;$ la 1.9 si può usare sempre.

$$R = \frac{B^2 \Gamma^2 \omega_N}{k + m \omega_N^2}$$

$$controllo dimensionale$$

$$[R] = [B^2 \Gamma^2][\omega] ([k] + [M \omega^2])^{-1}$$

$$[M L^2 T^{-3} I^{-2}] = [M T^{-2} I^{-1}]^2 [L]^2 [T^{-1}] ([M T^{-2}] + [M T^{-2}])^{-1}$$

$$= [M^{2-1} L^2 T^{-2\cdot 2-1+2} I^{-2}]$$

$$= [M L^2 T^{-3} I^{-2}]$$

⁴ Controllo dimensionale:

1.3.1. Dal punto di vista dell'uscita

Il sistema che si vuole ottenere è un trasduttore di energia meccanica (accelerazione) in energia elettrica (forza elettromotrice indotta) per mezzo di un campo magnetostatico.

Lo strumento utilizzato è però reversibile, capace cioè di trasformare un segnale elettrico in vibrazione 5 . Applicando una differenza di potenziale ai capi della bobina ci si aspetta di misurare un qualche spostamento di questa, come anche una corrente che vi circoli 6 .

Quando si è studiato il sistema meccanico, si è supposto di applicare una forza e che a questa si opponessero forze di tipo viscoso ed elastico. La natura di queste forze è stata studiata separatamente.

Si ha ora l'intenzione di procedere in modo analogo, studiando il moto armonico forzato e smorzato delle cariche elettriche all'interno del circuito. Si indagherà in un secondo momento la natura delle impedenze incontrate.

$$\begin{cases} v = L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q \\ m\ddot{x} = iB\Gamma \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{LC}x_1 - \frac{R}{L}x_2 + u \\ y = \frac{B\Gamma}{m}x_2 \end{cases}$$

$$F_I(s) = \frac{B\Gamma}{m} \frac{s}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

Dalle equazioni di stato si è ricavata la funzione di trasferimento inversa e non resta che esplicitare le costanti elettriche R, L, C.

 $^{^{5}}$ Di fatto il sensore è un altoparlante usato impropriamente, quindi nasce per questo secondo scopo.

⁶ Oppure introdurre una corrente e misurare la ddp.

1.3.2. Cause ed effetti

Si cerca ora di analizzare le reazioni che il sistema ha sugli stimoli d'ingresso.

Si è già visto nello studio preliminare che la forza applicata è contrastata da un attrito di tipo viscoso (vedi Figura (1.4a)):

si applica una **forza** che causa **velocità** che induce **tensione** che causa una **corrente** tale da opporsi alla **forza** applicata.

La situazione può essere ribaltata usando il trasduttore al contrario, entrando con una tensione e uscendo con spostamento (vedi FIGURA (1.4b)):

si applica una **tensione** che causa **corrente** che induce **forza** che causa una **velocità** tale da opporsi alla **tensione** applicata.

Controllando il quadrupolo in corrente si ha invece il processo di Figura (1.4c):

si applica una corrente che induce forza che causa una velocità che induce una tensione tale da opporsi alla corrente applicata.

1.3.3. Ricerca dei parametri

I diagrammi delle FIGURE(1.4a, 1.4b) possono appunto essere usati per determinare i coefficienti delle equazioni differenziali e quindi delle funzioni di trasferimento, esplicitati in funzione delle grandezze progettuali.

Diretta

$$F_{Totale} = F_{Applicata} - F_{Reazione} - F_{Elastica} \tag{1.12}$$

Per trovare la forza di attrito nell'EQUAZIONE (1.12) si segue a ritroso il processo di FIGURA (1.4a):

$$F_R = B \Gamma i \qquad i = fem/R$$

$$= B \Gamma fem/R \qquad fem = B \Gamma \dot{x}$$

$$= \frac{B\Gamma}{R} B \Gamma \dot{x}$$

$$= b \dot{x} \qquad b := \frac{B^2 \Gamma^2}{R}$$

$1. \ Introduzione$

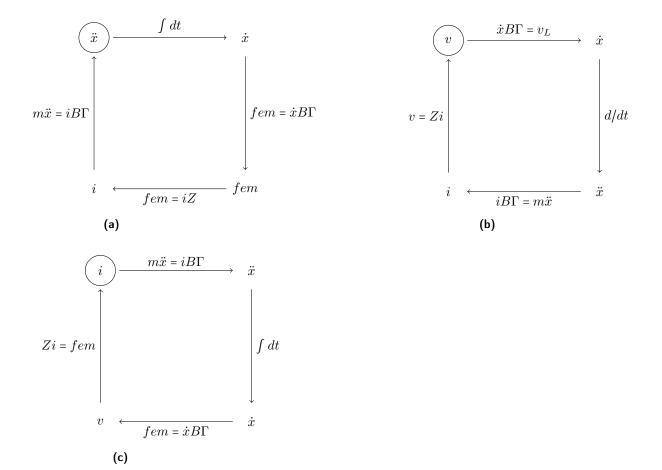


Figura 1.4.: Cause ed effetti. La grandezza impressa è cerchiata

Osservazione La forza dovuta all'interazione magnetoelettrica è di tipo viscoso, proporzionale cioè alla velocità. Si osserva inoltre fin dal primo passaggio che la forza è dovuta al passaggio di corrente: niente corrente, niente attrito. Questo fatto è riportato nell'espressione della viscosità b che è inversamente proporzionale alla resistenza R sulla quale si applica la forza elettromotrice indotta: a vuoto, col circuito d'uscita aperto, non circola corrente e non si ha attrito, infatti:

$$\lim_{R\to\infty} b = 0$$

mentre in cortocircuito non c'è essere alcuno spostamento della bobina rispetto al magnete

$$\lim_{R\to 0}b=\infty.$$

Inversa

$$v_{Totale} = v_{Applicata} - v_{Reazione} - v_{Elastica}$$
 (1.13)

Si supponga ora di mettersi all'uscita del quadrupolo, dalla parte del circuito di elaborazione del segnale. Collegando una sorgente di tensione e un amperometro si vogliono studiare le proprietà elettriche del sistema.

Ci si aspetta sì di notare spostamenti alla porta d'ingresso ma anche che la corrente misurata sia sfasata rispetto alla tensione applicata.

In generale si vedrà una serie RLC, di cui si conosce l'equazione differenziale

$$v_{Applicata} = L\ddot{q} + R\dot{q} + q/C.$$

Tensione reattiva

$$\begin{split} v_{Reazione} &= B \, \Gamma \, \dot{x} & \dot{x} &= \int F/m \, dt \\ &= B \, \Gamma \int F/m \, dt & F &= i \, \Gamma \, B \\ &= \frac{B \, \Gamma}{m} \int B \, \Gamma \, i \, dt & \\ &= \frac{1}{C} \, q & C &\coloneqq \frac{m}{B^2 \, \Gamma^2} \end{split}$$

Tensione elastica

$$\begin{split} v_{Elastica} &= B \, \Gamma \, \dot{x} & \dot{x} &= dx/dt \\ &= B \, \Gamma dx/dt & x &= F/k \\ &= \frac{B \, \Gamma}{k} dF/dt & F &= \dot{q} \, B \, \Gamma \\ &= L \, \ddot{q} & L &\coloneqq \frac{B^2 \, \Gamma^2}{k} \end{split}$$

1. Introduzione

Conclusioni

$$v_{Applicata} = \frac{B^2 \Gamma^2}{k} \ddot{q} + R \dot{q} + \frac{B^2 \Gamma^2}{m} q.$$

Se si permette lo spostamento relativo alla porta d'ingresso del sistema, il circuito d'uscita vede un'elastanza ⁷ inversamente proporzionale alla massa appesa e direttamente proporzionale alla velocità (quindi alla libertà di movimento) del corpo.

Vede inoltre un'induttanza inversamente proporzionale alla rigidità della molla.

Si introducono quindi i concetti di capacità e induttanza apparenti:

$$C = \frac{m}{B^2 \Gamma^2} \tag{1.14}$$

$$L = \frac{B^2 \Gamma^2}{k} \tag{1.15}$$

Dall'Equazione 1.14 si può ricavare il concetto di massa apparente

$$\hat{m} = B^2 \, \Gamma^2 \, \hat{C}$$

proporzionale quindi alla capacità.

Il parallelismo tra grandezze meccaniche ed elettriche sarà spiegato meglio nell'apposita SE-ZIONE 1.4.

1.3.4. Modello completo

Apportando poche modifiche allo schema a blocchi di FIGURA 1.3 si può facilmente ricavare le funzioni di trasferimento del doppio bipolo delle EQUAZIONI 1.16a e 1.16b.

$$\begin{cases} V(s) = B\Gamma \frac{s}{s^2 + \frac{B^2\Gamma^2}{mZ}s + \frac{k}{m}} A(s) - \frac{B^2\Gamma^2}{m} \frac{s}{s^2 + \frac{B^2\Gamma^2}{mZ}s + \frac{k}{m}} I(s) & (1.16a) \\ X(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{B^2\Gamma^2}{mZ}s + \frac{k}{m}} A(s) - \frac{B\Gamma}{m} \frac{s}{s^2 + \frac{B^2\Gamma^2}{mZ}s + \frac{k}{m}} I(s) & (1.16b) \end{cases}$$

$$X(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{B^2 \Gamma^2}{mZ} s + \frac{k}{m}} A(s) - \frac{B\Gamma}{m} \frac{s}{s^2 + \frac{B^2 \Gamma^2}{mZ} s + \frac{k}{m}} I(s)$$
 (1.16b)

$$\left[\,C\,\right] = \left[\,M^{-1}\,L^{-2}\,T^4\,I^2\,\right] = ?\,\,\frac{\left[\,M\,\right]}{\left[\,B\,\right]^2\left[\,\Gamma\,\right]^2} = \frac{\left[\,\mathcal{M}\,\right]}{\left[\,M^{\frac{4}{7}}\,T^{-4}\,I^{-2}\,L^2\,\right]} = \left[\,M^{-1}\,L^{-2}\,T^4\,I^2\,\right]$$

⁷ Controllo dimensionale:

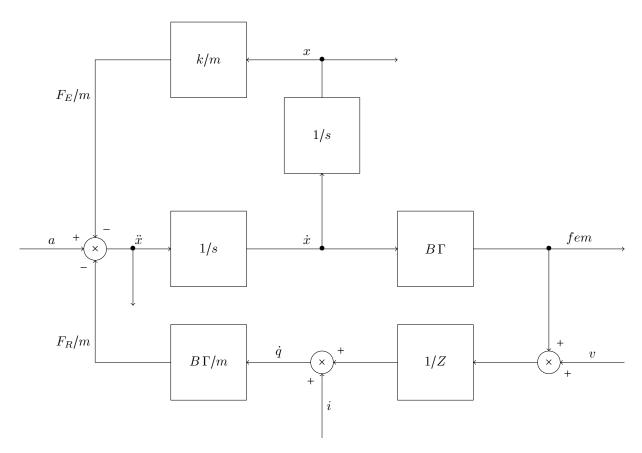


Figura 1.5.: Schema a blocchi completo del doppio bipolo

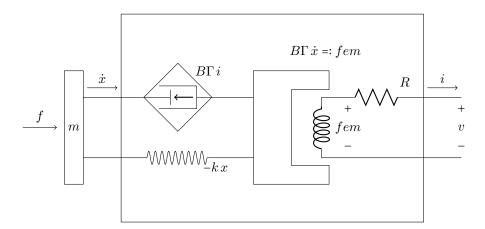


Figura 1.6.: Schema dell'accelerometro come doppio bipolo. Il sistema di riferimento è solidale col magnete.

1.4. Analogie

L'analogia è un procedimento logico con cui si cerca di estendere le proprietà e le regole di un campo noto, ad un caso sconosciuto che presenti col primo una ragionevole somiglianza. In fisica è un metodo d'indagine teorica proposto da W.Thomson ⁸ (meglio conosciuto come Lord Kelvin) valorizzato in particolare da J.C.Maxwell ⁹.

In principio la si è utilizzata per spiegare i fenomeni elettrici e termodinamici come fossero meccanici o fluidodinamici. Un'ulteriore applicazione moderna usata soprattutto coi calcolatori analogici è, all'opposto, trattare i fenomeni meccanici come fossero elettrici per poterli simulare. L'analogia è indispensabile nel campo delle misure, dei motori e in generale dei trasduttori, in cui l'energia effettivamente cambia forma, passando ad esempio da meccanica ad elettrica.

In un recente articolo ¹⁰ Annamaria Testa fornisce esempi interessanti che riguardano la creatività sia nei campi della scoperta scientifica e dell'invenzione che altrove.

1.4.1. Cenni generali

Durante lo studio dei fenomeni fisici di ambiti diversi (meccanica, termodinamica, elettronica, fluidodinamica) si notano delle somiglianze tra le formule matematiche che li descrivono. È ad esempio il caso dell'espressione dell'energia nelle sue varie forme:

cinetica
$$\frac{1}{2} m v^2$$

elastica $\frac{1}{2} k x^2$
elettrica $\frac{1}{2} r i^2$

delle leggi di attrazione:

gravitazionale
$$G \frac{m_1 m_2}{q_1^r q_2}$$
 elettrostatica $K \frac{q_1^r q_2}{r^2}$

oppure della legge oraria dei sistemi di secondo grado:

meccanica
$$f = m \ddot{x} + b \dot{x} + k x$$

elettrica $v = L \ddot{q} + R \dot{q} + \frac{1}{C} q$.

1.4.2. Analogie elettromeccaniche

Le equazioni differenziali che descrivono il moto oscillatorio smorzato e il circuito risonante sono le stesse.

In Tabella 1.1 sono schematizzate le analogie di Firestone e Maxwell ¹¹.

Generalizzando si possono definire variabili di *sforzo* e variabili di *flusso*, tali che il loro prodotto dia una potenza. Si può allora definire l'*impedenza generalizzata* come il loro quoziente ¹²:

$$Z_g \coloneqq \frac{sforzo}{flusso} \tag{1.17}$$

Al solito

$$Z_e \coloneqq \frac{tensione}{corrente}$$

⁸ Thomson (1842), Maxwell (1872)

⁹ Maxwell (1856a), Maxwell (1856b), Maxwell (1856c), Maxwell (1864)

¹⁰ Testa (2015)

¹¹ Calafiore (2007)

¹² Neubert (1963), Doebelin (2005)

Meccanica Serie Parallelo Elemento Descrizione Elemento Descrizione Elemento Descrizione Corrente Forza Tensione Velocità \dot{x} Corrente $i = \dot{q}$ Tensione $\Phi = \int v \, dt$ Spostamento \boldsymbol{x} Carica Flusso magn. Quantità di moto $\Phi = L i$ Caricam vFlusso magn. Massa $f = m \ddot{x}$ Induttanza $v = L\ddot{q}$ Capacità $f = b \dot{x}$ Conduttanza Viscosità Resistenza Elastanza $v = \frac{1}{C} q$ Trasformatore $\frac{v_2}{v_1} = \frac{i_1}{i_2} = \frac{n_1}{n_2}$ Rigidità SuscettanzaLeva

Tabella 1.1.: Analogie elettromeccaniche di Firestone e Maxwell

e generalizzando

$$Z_m \coloneqq \frac{forza}{velocit\grave{a}}.$$

Se il sistema è fermo, la variabile di flusso è nulla e l'impedenza (statica) risulta infinita. Occorre allora definire la *rigidezza generalizzata* prendendo, al posto della variabile di flusso, il suo integrale nel tempo:

$$K_g \coloneqq \frac{sforzo}{\int flusso \, dt} \tag{1.18}$$

quindi

$$K_e \coloneqq \frac{tensione}{carica}$$

e al solito

$$K_m \coloneqq \frac{forza}{spostamento}.$$

Il prodotto tra le grandezze considerate ora è un'energia.

Quando la variabile di primario interesse è una variabile di flusso (Es: corrente) conviene utilizzare i concetti di ammettenza e acquiescenza, definite come segue:

$$Y_g \coloneqq \frac{flusso}{sforzo} \tag{1.19}$$

$$C_g \coloneqq \frac{flusso}{\int sforzo\,dt} \tag{1.20}$$

I termini inglesi per rigidezza e acquiescenza sono stiffnesse compliance (cedevolezza) da cui derivano i simboli S_g 13 e C_g $^{14}.$

1.4.3. Utilità

Questi concetti servono a calcolare e minimizzare l'errore commesso durante una misura.

 $^{^{13}}$ ma ho preferito lasciare K_q (NdA

¹⁴ che nulla ha a che vedere con la capacità; il suo analogo elettrico è anzi la suscettanza

1. Introduzione

Es: misura di tensione Il generatore ha impedenza d'uscita $Z_{u\,s}=50\Omega$ e il voltmetro ha impedenza d'ingresso $Z_{i\,m}=1M\Omega$. Il segnale ha ampiezza $v_s=1V$.

La tensione misurata dal voltmetro è

$$v_m$$
 = (partitore di tensione) = $v_s \frac{Z_{im}}{Z_{im} + Z_{us}}$

dove si vede che $v_m \approx v_s$ se $Z_{im} >> Z_{us}$.

Questo porta a desiderare per i misuratori di sforzo un'impedenza d'ingresso infinita. Nel caso d'esempio l'errore percentuale è 5×10^{-5} :

$$v_m = 1V \ \frac{10^6}{10^6 + 50} \frac{\Omega}{\Omega} = 0.9999500025V$$

Si faccia riferimento al libro di testo per quanto riguarda le tecniche di miglioramento delle prestazioni dei sistemi di misura.

Nel capitolo precedente si è visto come il circuito elettrico a valle influisce sull'impedenza meccanica a monte.

2. Progettazione e realizzazione

La progettazione del circuito di condizionamento inizia con la resistenza negativa per diminuire la resistenza complessiva sulla quale può scorrere la corrente.

Questa corrente dovrà poi essere sostenuta da uno stadio amplificatore.

Saranno forniti gli schemi elettrici usati per le simulazioni.

Si illustreranno infine le prove condotte in laboratorio per determinare i parametri del sistema.

2.1. Resistenza negativa

Richiamiamo la funzione di trasferimento diretta dello strumento

$$T(s) = B\Gamma \frac{s}{s^2 + \frac{B^2\Gamma^2}{Rm}s + \frac{k}{m}}$$
(2.1)

Al fine di aumentare la banda passante, bisogna aumentare il termine di primo grado, riducendo al minimo la resistenza R sulla quale insiste la forza elettromotrice indotta.

Questa resistenza è costituita soltanto dal rame della bobina e dei collegamenti ed è quindi dell'ordine degli $8 \div 10\Omega$.

Ci si serve di un dispositivo a resistenza negativa, che consiste in un operazionale con doppia retroazione.

Le equazioni che descrivono il circuito sono

$$v_{+} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_u$$
$$v_{-} = v_u + i_i R$$

per il cortocircuito virtuale si ha $v_+ = v_-$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} v_u = v_u + i_i R$$

da cui si ricavano la tensione e la corrente d'ingresso

$$\begin{split} \dot{i}_i &= -\frac{1}{R} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \, v_u \\ v_i &= v_- = v_+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \, v_u. \end{split}$$

L'impedenza d'ingresso del dispositivo è quindi

$$R_i \coloneqq \frac{v_i}{i_i} = -R \frac{R_2}{R_1}. \tag{2.2}$$

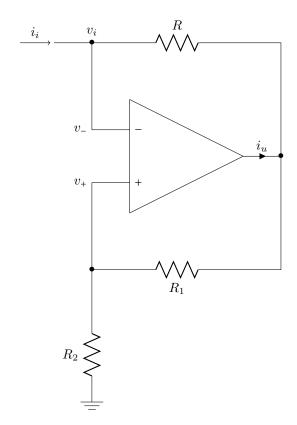
Scegliendo R_1 = R_2 e R = R_{Cu} si può annullare la resistenza complessiva.

2.1.1. Correnti e osservabilità

Il dispositivo appena descritto dovrà fornire la corrente che indurrà il campo magnetico che farà rimanere la bobina ferma rispetto al magnete.

Sorge quindi il problema reale di quanta corrente può fornire in realtà un operazionale ed essendo questa tipicamente qualche decina di milliampere, si sarà costretti, in fase di realizzazione, a inserire un buffer di corrente all'uscita dell'amplificatore.

Un altro problema, stavolta teorico, è che se magnete e bobina sono solidali, spostamento e velocità relativi sono nulli, e nulla è quindi la tensione ai capi della bobina. Il problema si risolve osservando la corrente, oppure le cadute di tensione che questa corrente provoca sulle resistenze attorno all'amplificatore operazionale.



 $\textbf{Figura 2.1.:} \ \ \text{Dispositivo ideale con resistenza d'ingresso negativa}$

2. Progettazione e realizzazione

Le EQUAZIONI 1.2 e 1.3 mostravano fin da subito l'analogia elettromeccanica di Maxwell di TABELLA 1.1 (circuito RLC parallelo). Richiamandole per facilità di lettura, si nota che la corrente è già proporzionale a una qualche forza: *non* alla forza applicata *ma* alla forza di Lorentz che vi si oppone.

$$v = B\Gamma \dot{x} \tag{2.3}$$

$$f_L = B\Gamma \dot{q}. \tag{2.4}$$

Se si riesce a fare in modo che queste due forze si equivalgano perfettamente, si ottiene che la corrente è direttamente proporzionale all'accelerazione; d'altra parte non c'è spostamento, quindi neanche tensione ai capi della bobina.

$$i = \frac{m}{B\Gamma}a\tag{2.5}$$

$$v = 0. (2.6)$$

All'interno dei dispositivo a resistenza positiva, si possono -come detto- leggere comunque delle tensioni proporzionali a questa corrente.

2.2. Schema elettrico

Sia vuole finalmente iniziare le simulazioni per vedere se e come funziona questa resistenza negativa.

Occorre prima però disegnare il modello soltanto elettrico dell'altoparlante. Ai componenti saranno dati innanzitutto valori *verosimili* che saranno corretti dopo le prove di laboratorio.

I risultati di queste prime simulazioni hanno perciò un significato puramente qualitativo.

Il circuito realizzato con Multisim che segue è lo schema a blocchi di FIGURA 1.3 ridisegnato come calcolatore analogico 1 .

I componenti di tutto il ramo da acc_in a fem e dell'anello superiore da veloc a elastica sono componenti ideali.

All'amplificatore nel ramo della resistenza negativa, dal nodo *uscita* alla massa, deve essere invece sostituito da un operazionale reale con un amplificatore di corrente, come accennato alla Sottosezione 2.1.1.

¹Hyndman (1970)

2.2.1. Amplificatore di corrente

Progetto e analisi del buffer, Figure 2.3 e 2.2.

Codice 2.1: Amplificatore di corrente in MacSpice.

```
corrente.cir
 2
        vcc cc 00 dc 15v
 3
         vee ee 00 dc -15v
        vpu u 0 dc 0v
        * ingresso
        vi i 0 dc 0ma
        * qx c b e model
q1 ee i 1 BC327_25
q2 cc i 2 QBC337-25
q3 cc 1 3 QBC337-25
10
12
13
                   u 2 ee BC327_25
14
        q4
15
16
        **
.MODEL QBC337-25 NPN( IS = 4.13E-14 NF = 0.9822 ISE = 3.534E-15 NE = 1.35
+ BF = 292.4 IKF = 0.9 VAF = 145.7 NR = 0.982 ISC = 1.957E-13 NC = 1.3
+ BR = 23.68 IKR = 0.1 VAR = 20 RB = 60 IRB = 0.0002 RBM = 8 RE = 0.1129
+ RC = 0.25 XTB = 0 EG = 1.11 XTI = 3 CJE = 3.799E-11 VJE = 0.6752
+ MJE = 0.3488 TF = 5.4E-10 XTF = 4 VTF = 4.448 ITF = 0.665 PTF = 90
+ CJC = 1.355E-11 VJC = 0.3523 MJC = 0.3831 XCJC = 0.455 TR = 3E-08
+ CJS = 0 VJS = 0.75 MJS = 0.333 FC = 0.643)
19
20
21
        .MODEL BC327_25 PNP (IS=10.0029F BF=307.467 NF=994.875M VAF=100 IKF=1.02438 + ISE=2.093469E-020 NE=1.17204 BR=101.222M IKR=1.00524 ISC=1.762216E-020 + RE=360.928M RC=743.144M CJE=2P MJE=500M CJC=50.3851P VJC=700M MJC=558.066M
25
27
        + TF=501.007P XTF=499.987M VTF=10 ITF=10.0724M TR=10N)
28
        r1 cc 1 10k
31
        r2 2 ee 10k
        r3 3 u 10
r4 u 4 10
32
33
34
        .control
37
       print i(vpu)/i(vi)
38
39
        * .dc srcnam start stop incr dc vi -20\,\text{mv} 20mv 1mv
40
        plot i(vpu), i(vi)
44
         .endc
        .end
```

```
Circuit: corrente.cir
i(vpu)/i(vi) = -1.00000e+00
```

2. Progettazione e realizzazione

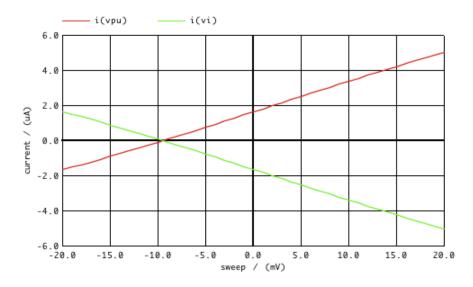


Figura 2.2.: Simulazione MacSpice dell'amplificatore di corrente

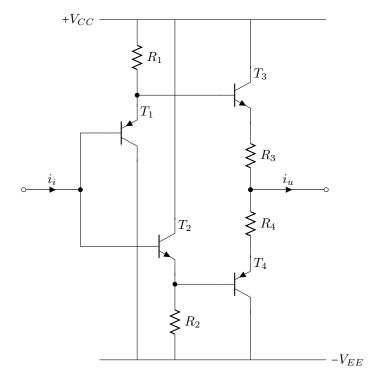
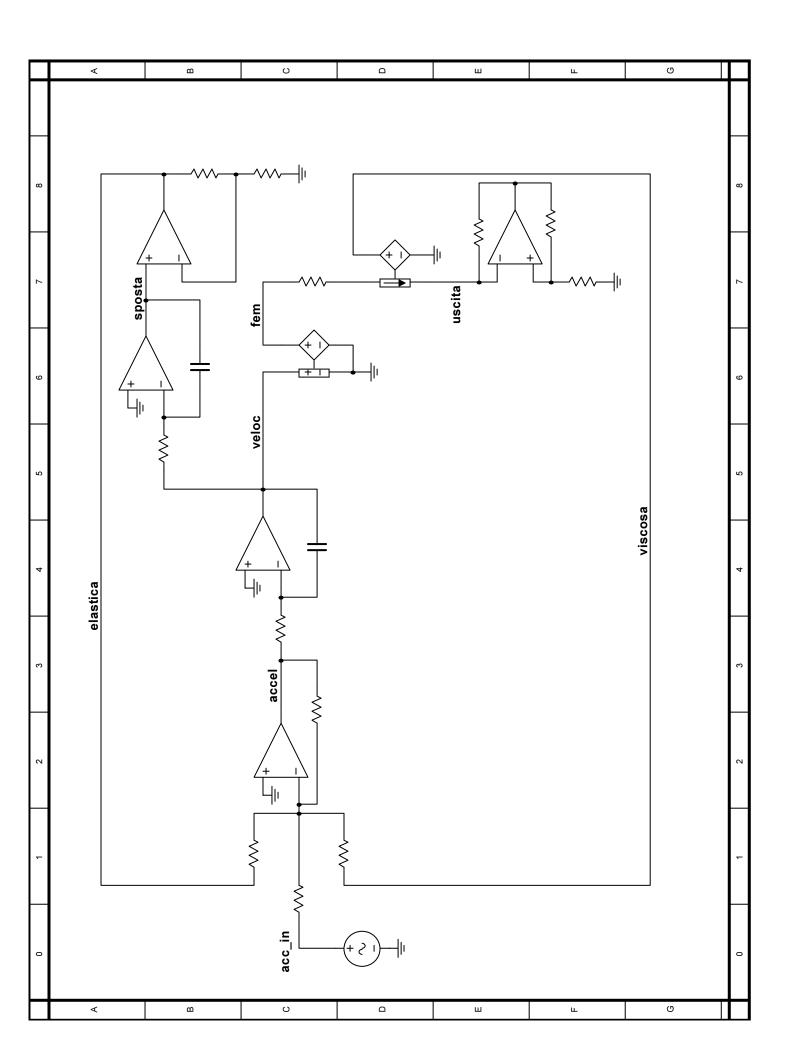


Figura 2.3.: Amplificatore di corrente a BJT



2.3. Realizzazione

Fotografia, schema circuitale effettivo, descrizione dei componenti. Magari allegare i datasheet in appendice.

2.4. Prove di laboratorio

Si propongo qui alcuni esperimenti utili a determinare i coefficienti pulsazione naturale ω_N e $smorzamento~\omega_S$ della funzione di trasferimento diretta.

Si ricordano le definizioni di questi

$$\omega_{N} := \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega_{S} := \frac{B^{2} \Gamma^{2}}{m R}$$

$$\omega = 2 \pi f.$$
(2.7)
$$(2.8)$$

$$(2.8)$$

$$\omega_S \coloneqq \frac{B^2 \, \Gamma^2}{m \, R} \tag{2.8}$$

$$\omega = 2\pi f. \tag{2.9}$$

Ogni esperimento può essere effettuato a vuoto, collegando l'altoparlante direttamente all'oscilloscopio, oppure con il carico attivo, cioè la resistenza negativa. Mettendo a confronto le due modalità si conosce l'estensione di banda ottenuta.

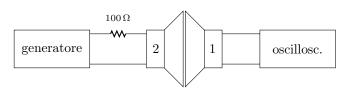


Figura 2.4.: Altoparlanti accoppiati.

Tensione - spostamento - pressione - spostamento - tensione. Bisogna vincolare le due membrane (non è stato fatto).

2.4.1. Esperimento n.1

Obiettivo

Determinare ω_N tramite sweep (modulazione?) di frequenza con gli altoparlanti accoppiati.

Strumentazione necesaria

- l'altoparlante (1) in esame
- un secondo altoparlante (2) identico
- generatore di segnale
- oscilloscopio
- $\bullet\,$ resistenza da 100 $\Omega\,$
- nastro adesivo.

Preparazione

Vedi Figura 2.4;

- collegare l'altoparlante (2) al generatore di segnale, in serie con la resistenza da 100Ω
- vincolare gli altroparlanti (1) e (2) con i due coni uno di fronte all'altro
- collegare l'altoparlante (1) all'oscilloscopio.

Svolgimento

- \bullet accendere gli strumenti e impostare sul generatore un segnale sinusoidale a frequenza bassa (100Hz)
- aumentare la frequenza della sorgente correggendo, se necessario, le impostazioni dell'oscilloscopio
- \bullet l'ampiezza del segnale rappresentato sull'oscilloscopio aumenterà finché non si raggiungerà $\bar{f},$ per poi calare.

Risultato

Usando l'EQUAZIONE 2.9 si trova la pulsazione propria del sistema. Se i due altoparlanti sono abbastanza uguali, questa sarà la ω_N cercata.

2.4.2. Esperimento n.2

Obiettivo

Determinare ω_N tramite la risposta all'impulso elettrico con gli altoparlanti accoppiati.

Strumentazione necesaria

Vedi Sottosezione 2.4.1.

Preparazione

Vedi Sottosezione 2.4.1.

Svolgimento

- accendere gli strumenti e impostare sul generatore un segnale a onda quadra a frequenza 1Hz con *duty cicle* al minimo, così da ottenere un impulso di tensione
- \bullet impostare il trigger dell'oscilloscopio affinché rilevi e salvi soltanto la risposta ad un impulso
- esportare i dati sul calcolatore e calcolare la FFT (oppure farla calcolare direttamente all'oscilloscopio
- calcolare per quale frequenza si ha il massimo della trasformata.

Risultato

Vedi Sottosezione 2.4.1.

2.4.3. Esperimento n.3

Obiettivo

Determinare ω_N tramite la risposta all'impulso meccanico.

Strumentazione necesaria

- l'altoparlante in esame
- $\bullet\,$ una bacchetta
- oscilloscopio.

Preparazione

• collegare l'altoparlante all'oscilloscopio, con il cono verso l'alto.

Svolgimento

- accendere gli strumenti e impostare il *trigger* dell'oscilloscopio affinché rilevi e salvi soltanto la risposta ad un impulso
- colpire il centro del cono con la bacchetta
- esportare i dati sul calcolatore e calcolare la FFT (oppure farla calcolare direttamente all'oscilloscopio)
- calcolare per quale frequenza si ha il massimo della trasformata.

Risultato

Vedi Sottosezione 2.4.1.

Critiche

Senza una strumentazione appropriata non si può conoscere l'intensità e l'evoluzione nel tempo dell'impulso meccanico, e garantirne la ripetibilità.

2.4.4. Esperimento n.4

Obiettivo

Determinare ω_N e ω_S tramite la risposta alla rampa fino a un regime.

Strumentazione necesaria

- l'altoparlante in esame
- una bacchetta
- oscilloscopio.

Preparazione

• collegare l'altoparlante all'oscilloscopio, con il cono verso l'alto.

Svolgimento

- \bullet accendere gli strumenti e impostare il trigger dell'oscilloscopio affinché rilevi e salvi soltanto la risposta alla rampa
- premere il centro della membrana con la bacchetta e tenere la posizione
- esportare i dati sul calcolatore e calcolare la FFT (oppure farla calcolare direttamente all'oscilloscopio)
- usare le tavole per calcolare sperimentalmente ω_N e ω_S .

Risultato

Vedi Sottosezione 2.4.1.

Osservazione

Si potrebbe usare un'asta graduata e una telecamera per registrare le caratteristiche della rampa in ingresso, invece che uno strumento di taratura apposito.

Le funzioni della rampa che cresce da 0 a x_r in un tempo t_r sono:

$$x(t) = \frac{x_r}{t_r}u(t) + \left(x_r - \frac{x_r}{t_r}t\right)u(t - t_r)$$
$$X(s) = \frac{x_r}{t_r}\frac{1 - e^{-t_r s}}{s^2}$$

3. Conclusioni

Saranno esposti, analizzati e commentati i risultati delle prove di laboratorio. Da questi si cercherà di estrarre le specifiche dell'accelerometro come strumento di misura: dinamica, sensibilità e soprattutto risposta in frequenza.

Da questi risultati si dovrà capire che tipo di movimenti lo strumento è in grado di misurare: nel campo dei movimenti umani, animali, dei veicoli di terra, di mare, dei mezzi aerospaziali; attività cardiaca e respiratoria, terremoti, vibrazione di motori.

In ogni caso fino a questo momento è stato realizzato soltanto il circuito di condizionamento, l'estremità più prossima al sensore primario. L'uscita del sistema è una tensione che dovrà almeno essere scalata (taratura) per visualizzare sul voltmetro il valore dell'accelerazione in m/s^2 o altre unità di misura opportune.

Si vedranno altri metodi di visualizzazione e trattamento del segnale per applicazioni nei vari campi.

La presentazione del lavoro terminerà con un infografica che avrà lo scopo di illustrare in maniera sintetica, chiara e intuitiva, tutte le fasi della progettazione, i risultati ottenuti e le caratteristiche dell'accelerometro.

3.1. Risultati degli esperimenti

Nelle Figure 3.1a e 3.1b sono rappresentati due segnali tipici ottenuti durante gli esperimenti.

3.1.1. Esperimento n.2 a vuoto

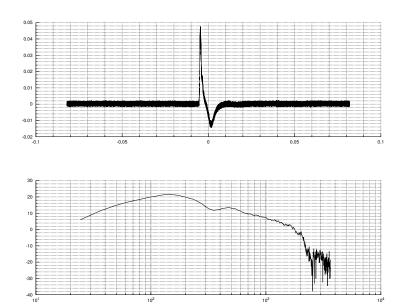
La frequenza alla quale il modulo della trasformata è massimo è $\bar{f} = [109.86, 134.28, 134.28] Hz$ quindi si può dire che la pulsazione naturale è $\omega_N = 843.69 r/s$. I risultati delle tre prove sono illustrati in FIGURA 3.2.

3.1.2. Esperimento n.3 a vuoto

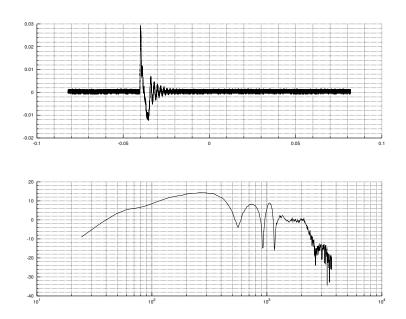
I risultati di questo esperimento non sono di facile lettura. I massimi per le tre prove si hanno per $\bar{f}=[415.04,329.59,268.55]Hz$ quindi $\bar{\omega}=[2607.8,2070.9,1687.4]r/s$ ma si notano altri due picchi nei grafici delle trasformate, nell'intervallo $700 \div 2000Hz$. FIGURA 3.3.

3.2. Ulteriori svilupi

3.3. Infografica



(a) Tipico segnale ricavato dall'esperimento n.2 e sua trasformata di Fourier



 $\ensuremath{(b)}$ Tipico segnale ricavato dall'esperimento n.3 e sua trasformata di Fourier

Figura 3.1.: Segnali tipici ricavati dagli esperimenti n.2 e n.3 e loro trasformata di Fourier

3. Conclusioni

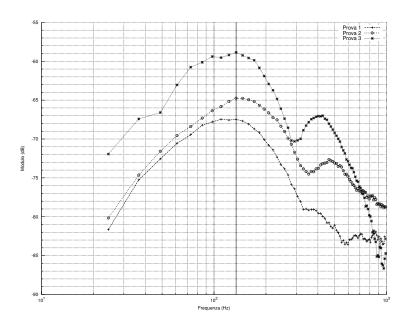


Figura 3.2.: Risultati dell'esperimento ${\rm n.2}$

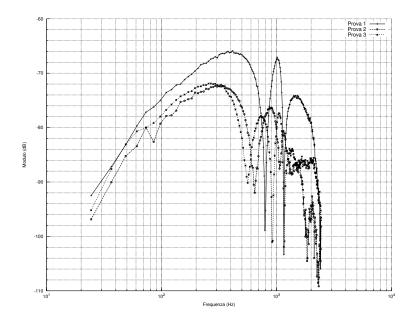


Figura 3.3.: Risultati dell'esperimento ${\rm n.3}$

A. Dimensioni delle grandezze considerate

Viscosità
$$\begin{bmatrix} b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} MT^{-1} \end{bmatrix}$$
Campo magnetico $\begin{bmatrix} B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} MT^{-2}I^{-1} \end{bmatrix}$
Capacità $\begin{bmatrix} C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M^{-1}L^{-2}T^{4}I^{2} \end{bmatrix}$
Campo elettrico $\begin{bmatrix} E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} MLT^{-3}I^{-1} \end{bmatrix}$
Forza $\begin{bmatrix} F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} MLT^{-2} \end{bmatrix}$
Elasticità $\begin{bmatrix} k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} MLT^{-2} \end{bmatrix}$
Induttanza $\begin{bmatrix} L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ML^{2}T^{-2}I^{-2} \end{bmatrix}$
Carica $\begin{bmatrix} Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} IT \end{bmatrix}$
Resistenza $\begin{bmatrix} R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ML^{2}T^{-3}I^{-2} \end{bmatrix}$
Energia $\begin{bmatrix} U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ML^{2}T^{-3}I^{-2} \end{bmatrix}$
Tensione $\begin{bmatrix} V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ML^{2}T^{-3}I^{-1} \end{bmatrix}$
Lunghezza $\begin{bmatrix} \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \end{bmatrix}$
Pulsazione $\begin{bmatrix} \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^{-1} \end{bmatrix}$

Elenco delle figure

1.1. 1.2. 1.3. 1.4. 1.5. 1.6.	Schema elementare di microfoni e altoparlanti magnetoelettrici	3 5 7 12 15 15
2.1. 2.2. 2.3. 2.4.	Dispositivo ideale con resistenza d'ingresso negativa	21 24 24 26
3.1. 3.2. 3.3.	Segnali tipici degli esperimenti e loro FFT	33 34 34
	nco delle tabelle Analogie elettromeccaniche	17
Ele	nco dei codici	
2.1.	Amplificatore di corrente in MacSpice	23

Bibliografia

- Calafiore G. (2007). Elementi di Automatica. Clut.
- Doebelin E. O. (2005). Strumenti e metodi di misura. McGraw-Hill.
- Hyndman D. E. (1970). Analog and Hybrid Computing. Pergamon Press.
- Maxwell J. C. (1856a). Are there real analogies in nature? In *The life of James Clerk Maxwell*. A cura di Campbell L., Garnett W., saggio 8. MacMillan and Co.
- Maxwell J. C. (1856b). On faraday's lines of force In *The Scientific Papers of James Clerk Maxwell*. A cura di C. J. Clay M. A. e. f., volume 1. University Press.
- Maxwell J. C. (1856c). On physical lines of force In *The Scientific Papers of James Clerk Maxwell*. A cura di W. D. Niven, M.A F., volume 1. Dover, New York.
- Maxwell J. C. (1864). A dynamical theory of the electromagnetic field In *The Scientific Papers* of James Clerk Maxwell. A cura di W. D. Niven, M.A F., volume 1. Dover, New York.
- Maxwell J. C. (1872). Reprint of papers on electrostatics and magnetism In *The Scientific Papers of James Clerk Maxwell*. A cura di C. J. Clay M. A. e. f., volume 2. University Press, Cambridge.
- Neubert H. P. (1963). Instrument Transducers. Oxford University Press.
- Testa A. (2015). Metodo 75. il potere creativo delle analogie. Nuovoeutile.it.
- Thomson P. Q. R. W. (1842). On the uniform motion of heat and its connection with the mathematical theory of electricity. *Cambridge Mathematical Journal*.