



# Aerodinámica y Mecánica de Vuelo (ATA)

## Práctica 4 Alas y Estabi<mark>lidad</mark>



AUTORES			
Apellidos	Nombre	DNI	Especialidad
López Arcas	Aitor Román	49144400R	ATA
Sichangwa Cobo	Isaac	51556926B	АТА
Fecha de entrega: 10/05/2024			

# Índice de Contenido Práctica 4: Alas y Estabilidad.

#### Introducción

#### Características de las Alas

- a. Dimensiones, superficies, del ala y del estabilizador horizontal.
- b. Calcular  $C_{L0}$ ,  $C_{L\infty}$ ,  $\alpha_0$  (Xfoil con viscosidad). Dibujar Cl en función de  $\alpha$ .
- c. Determinar el Clmáx y Cmca del perfil (Xfoil con viscosidad).
- d. Calcular la polar del perfil alar (Xfoil para aproximar polar a Cd=Cd0+aCl+b $C_L^2$ )
- e. Dibujar Cd en función de  $\alpha$  del perfil del ala.
- f. Calcular  $C_{L0}$ ,  $C_{L\infty}$ ,  $\alpha_0$ , y Cmca del perfil del estabilizador horizontal (utilizar Xfoil con viscosidad).

#### Estudio aerodinámico del Ala en configuración limpia en incompresible.

- a. Ángulo de ataque (geométrico) de sustentación nula del ala.
- b. Calcular CLα, CL0 y CD0.
- c. Calcular el CLmáx y  $\alpha$ máx del ala.
- d. Dibujar CL en función de  $\alpha$ .
- e. Calcular CDi para ángulo de ataque nulo (geométrico) del ala.
- f. Dibujar CD en función de  $\alpha$ .
- g. Calcular coeficiente de momento de cabeceo del ala alrededor centro aerodinámico
- h. Calcular la longitud de la cuerda media aerodinámica del ala real del avión, y la posición del centro aerodinámico del ala real en el avión, xca.

#### Estudio aerodinámico del Ala con flaps.

- Distribución del coeficiente de sustentación para ángulo de ataque nulo del ala.
- b. Calcular  $\mathit{C}_{L0}$ ,  $\mathit{C}_{L\propto}$ ,  $lpha_0$  ,
- c. Dibujar el coeficiente de sustentación en función del ángulo de ataque.

#### Estudio aerodinámico del Ala en condiciones de crucero.

- a. Calcular Si, bi, Ai, del ala a estudiar en incompresible.
- b. Calcular el ángulo de ataque de sustentación nula  $(\alpha 0)i$ , la pendiente de sustentación del ala  $(CL\alpha)i$ , y el coeficiente de sustentación para ángulo de ataque nulo (CL0)i de ese nuevo ala.
- c. Calcular  $\alpha$ 0, CL0 y CL del ala en condiciones de crucero.
- d. Dibujar CL en función de del ala en condiciones de crucero.
- e. Estimar CL del ala en condiciones crucero. Calcular ángulo de incidencia del ala, iW.
- f. Calcular la fuerza cortante, FC, y el momento flector, MF, producidos por ala elíptica.

#### Estudio aerodinámico del Estabilizador Horizontal en configuración limpia.

- a. Ángulo de ataque (geométrico) de sustentación nula del estabilizador horizontal,  $\alpha_0$ .
- b. Calcular  $C_{L\alpha}$  y  $C_{L0}$ .
- c. Dibujar coeficiente de sustentación del perfil y del estabilizador horizontal en función ángulo de ataque.
- d. Calcular coeficiente de momento de cabeceo alrededor del centro aerodinámico, C<sub>Mca</sub>.
- e. Calcular longitud de la cuerda media aerodinámica estabilizador horizontal real y la posición de su centro aerodinámico.

#### Estudio aerodinámico del Estabilizador Horizontal con timón de profundidad.

- a. Calcular  $C_{L0}$ ,  $C_{L\alpha}$ , y  $\alpha_0$  para una deflexión del timón de profundidad,  $\delta_e$ , de  $10^\circ$ .
- b. Dibujar el coeficiente de sustentación en función del ángulo de ataque.
- c. Calcular el coeficiente momento de charnela,  $C_h$ , a ángulo de ataque nulo y  $\delta_e$  de  $10^\circ$ .

#### Estudio de la Estabilidad Longitudinal del Avión en Condiciones de Aproximación.

- a. Calcular  $C_{L\delta}$  del estabilizador horizontal.
- b. Calcular el coeficiente de momento de charnela del timón, C<sub>h</sub>
- c. Calcular el ángulo de estela producido por el ala,  $\varepsilon$ .
- d. Calcular el coeficiente de sustentación del avión en función de  $\alpha$  y  $\delta_{\rm e}$ .
- e. Dibujar CL del ala, del estabilizador y del avión (para  $\delta_e$  =0) en función de  $\alpha$ .
- f. Calcular la posición del punto neutro  $x_{PN}$ , con palanca fija y con palanca libre  $x'_{PN}$

- g. Imponiendo un margen estático del 15%, calcular:
  - g.1. Posición del centro de gravedad,  $x_{cg}$
  - g.2. Calcular y dibujar  $\delta_T$  en función de  $c_{\scriptscriptstyle 
    m LT}$
  - g.3. Ángulo de ataque del avión, del estabilizador y la deflexión del timón, con palanca fija.
  - g.4. Margen estático, ángulo de ataque del avión, del estabilizador y la deflexión del timón, con palanca libre.
  - g.5. Margen de maniobra con palanca fija y con palanca libre.
  - g.6. Coeficiente de momento del avión en función de  $\alpha$  y  $\delta_{\rm e}$ , con palanca fija y con palanca libre.
- h. Valor máximo y mínimo de la posición del centro de gravedad del avión en % de la cuerda media aerodinámica.
- i. Dibujar posiciones centro aerodinámico del ala, puntos neutros y de maniobra y posición más retrasada y más adelantada posible del centro de gravedad avión.

#### Introducción

El avión Airbus A220-100 es una aeronave para transporte de pasajeros de tamaño mediano especialmente diseñada para trayectos regionales y de corto alcance. Su producción recae en Airbus Canada Limited Partnership, antes conocida como Bombardier CSeries Aircraft Limited Partnership, hasta que Airbus se hizo con la mayor parte del programa en 2018.

Con capacidad para alojar entre 100 y 135 pasajeros, según la disposición de la cabina, se destaca por su eficiencia en el consumo de combustible y su diseño contemporáneo. La comodidad es un punto fuerte gracias a su cabina espaciosa y asientos diseñados para ofrecer un viaje más confortable.

Además, está equipado con tecnología avanzada, que incluye sistemas de navegación y aviónica de última generación. Su alcance permite cubrir trayectos regionales y de corta distancia de forma eficiente, siendo una elección popular para aerolíneas que operan en estas rutas.

Está dotado con dos motores PW1519G, fabricado por Pratt & Whitney, siendo estos un motor turbofán de alto rendimiento diseñado para ofrecer eficiencia en el consumo de combustible y cumplir con regulaciones ambientales. Utiliza una arquitectura de doble eje con engranajes reductores para mejorar su eficiencia y reducir el impacto ambiental. Además, tiene una especie de "cerebro" que controla cómo trabaja el motor y se asegura de que esté en buen estado todo el tiempo. Este motor proporciona un empuje significativo y es compatible con una variedad de aeronaves, mientras que también incorpora características de reducción de ruido y mantenimiento mejoradas. Por tanto, el PW1519G es una opción avanzada y versátil para aplicaciones comerciales y de carga.

En conclusión, el Airbus A220-100 representa un avance en la aviación moderna, combinando comodidad y eficiencia para vuelos regionales y de corta distancia.

En este trabajo específicamente se pretende realizar un estudio del comportamiento de las alas de la aeronave. En primera instancia, realizaremos un estudio aerodinámico del ala mediante la Teoría del Ala Larga de Prandtl.

En la segunda parte se estudiará la estabilidad estática longitudinal de la aeronave. Para ello, utilizaremos las características del estabilizador horizontal calculadas en actuaciones básicas del avión. Este estudio se realizará en condiciones de aproximación y en régimen incompresible.

#### Características de las Alas

#### a. Dimensiones, superficies del ala y del estabilizador horizontal.

Contamos con un avión cuyas alas del avión serán elíptica sin torsión ni flecha con la misma envergadura y superficie en planta que la del ala del Airbus A220-100, características que previamente estudiadas en el trabajo de actuaciones básicas, junto con el alargamiento y la flecha.

Envergadura (b)	35 m
Superficie Alar	112,3 m <sup>2</sup>
Alargamiento	11 m
$oldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{ba}}$	25⁰

El ala elíptica en la que basamos nuestro estudio se sitúa tal que la x del centro aerodinámico coincida con la del ala real. Sabemos de teoría que el centro aerodinámico del ala se encuentra en el punto  $\frac{1}{4}$  de sección con la longitud de la cuerda media aerodinámica. Es decir,  $x_{ca\ Ala} = x_{ca\ Perfil}$  de  $\bar{c}$ .

Utilizaremos esta información posteriormente para calcular el centro aerodinámico del ala, sabiendo que la cuerda media aerodinámica es:  $M. A. C. = \bar{c} = 3,781 m$ 

Este dato, obtenido del WEIGHT AND BALANCE MANUAL de Czeck Airlanes (<a href="https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/95619/F6-DP-2021-Wagnerova-Lucie-priloha-WBM">https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/95619/F6-DP-2021-Wagnerova-Lucie-priloha-WBM</a> A220.pdf?sequence=-1&isAllowed=y) el cual nos ahorrará una serie de cálculos descritos.

La distribución de cuerda del ala elíptica se aproxima como:  $c(y) = c_r \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2}\right)^2}$  siendo  $c_r = \frac{4b}{\pi R}$ 

Sin embargo, para referirnos al estabilizador horizontal del A220-100, sus características nominales (obtenidas en el proyecto de actuaciones) son:

Envergadura (b)	9 m
Superficie	$36 m^2$
Alargamiento	2,3 m
$oldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{ba}}$	35⁰

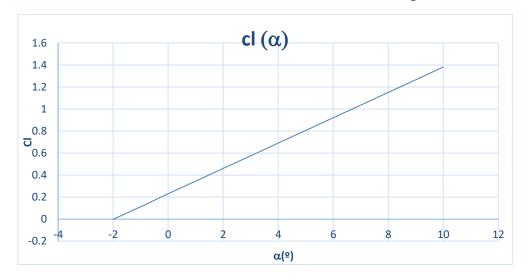
Hemos considerado que el perfil aerodinámico que lo compone es un NACA 0010 que, tras desarrollarlo (aunque intuitivamente podría determinarse por su nomenclatura), constatamos que es un perfil simétrico, implicando que su curvatura sea 0. Además, su espesor es del 10%

b. Cálculo 
$$C_{L0}$$
,  $C_{L\infty}$ ,  $\alpha_0$ .

El perfil constitutivo del ala es un NACA 2315, dotado con un flap simple como el estudiado anteriormente y ocupando la misma zona que los flaps del avión real. Para el estudio de este perfil tomaremos los datos de XFOIL, cuya obtención se describe en el trabajo de perfiles, realizado y desarrollado anteriormente.

NACA	2315
$C_{L0}$	0,229
$C_{L^{\infty}}[1/rad]$	6,6
$\alpha_0$	-2º

Posteriormente y, con los datos anteriormente obtenidos, representamos el  $\mathcal{C}_L$  en función de  $\alpha$ .



#### c. Determinar el Clmáx y Cmca del perfil.

De la misma manera, el coeficiente de sustentación máximo lo obtenemos trivialmente de los datos de XFOIL, mientras que el coeficiente de momentos en el punto ¼ se obtiene promediando todos los valores obtenidos.

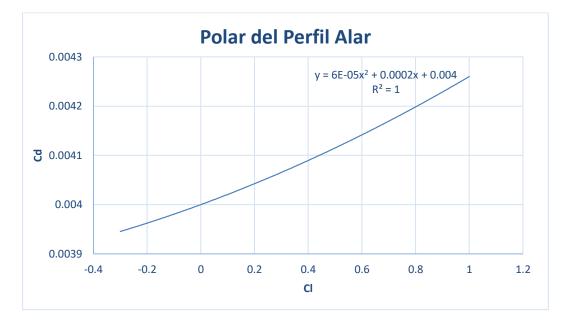
Clmáx	1,909
Cmca	-0,043

#### d. Calcular la polar del perfil alar.

La polar del perfil se obtiene a partir de la relación entre los coeficientes de sustentación y de resistencia. Una vez más, obtendremos todos los valores del trabajo de perfiles mediante Xfoil, siendo:

a=0,0002 b= 0,00006 
$$C_{d0.}$$
=0,004

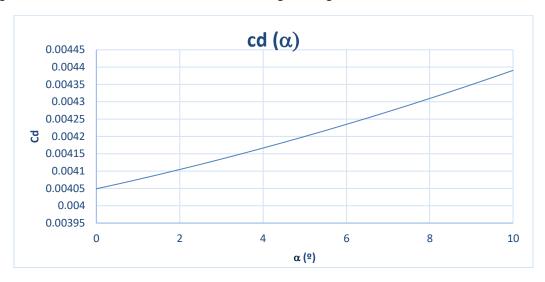
De forma que tenemos la siguiente expresión: cd = 0,004 +0,0002·Cl + 0,00006 · Cl2



#### e. Dibujar Cd en función de $\alpha$ del perfil del ala.

La metodología seguida es la sustitución del CI de esta expresión: cd = 0,004 +0,0002·Cl + 0,00006 · Cl2

Por la siguiente: cl = 0,229 + 6,6 ·  $\alpha$ , resultando en la siguiente gráfica:



Independientemente de lo anteriormente mencionado, otra resolución también empleada es que, para obtener la gráfica que relaciona la resistencia aerodinámica del perfil con el ángulo de ataque, bastará con representar los valores obtenidos en XFOIL del perfil, tal y como se hizo con el coeficiente de sustentación.

#### f. Calcular $C_{L0}$ , $C_{L\infty}$ , $\alpha_0$ , y Cmca del perfil del estabilizador horizontal.

Sabemos que, por ser un perfil simétrico, la sustentación va a ser nula para ángulo de ataque nulo por lo que Cl0 = 0 y  $\alpha 0 = 0$ . Para hallar  $Cl\alpha$  procedemos del mismo modo que para el perfil alar, obteniendo que  $Cl\alpha = 6.41 \ rad-1$ .

Para obtener el coeficiente de momentos en el centro aerodinámico simplemente tomamos el valor que da XFOIL, que lógicamente será cero para un perfil de estas características.

NACA	10
t [%]	10
C <sub>IO</sub>	0
C <sub>Iα</sub> [1/rad]	6,41
αο <b>[</b> <sup>0</sup> ]	0,0
C <sub>mca</sub>	0,000

#### Estudio aerodinámico del Ala en configuración limpia en incompresible.

#### a. Ángulo de ataque (geométrico) de sustentación nula del ala.

Se pide calcular el ángulo de ataque cuando el coeficiente de sustentación se anula. El ala objeto de nuestro estudio es un ala elíptica y sin torsión, por lo que de teoría extraemos directamente que la distribución de sustentación a lo largo del ala es constante e igual al coeficiente total de sustentación:

$$Cl(\theta) = CL0 + CL\alpha \cdot \alpha = cte = CL$$

Además, por teoría, también conocemos que  $Cl(\theta)=0$ , incluido el perfil de la sección central, es decir que  $\alpha 0$  del ala es igual que  $\alpha 0$  del perfil, por lo tanto, de trabajo de perfiles tenemos que  $\alpha 0$  es  $-2^{\circ}$ 

#### b. Calcular $CL\alpha$ , CL0 y CD0.

Como se trata de un ala con forma en planta elíptica y sin torsión la distribución de circulación adimensional también es elíptica, por lo que  $CL\alpha$  es el que le corresponde a este tipo de alas, lo calculamos a partir de la siguiente expresión:  $a\infty$ 

$$_{CL\alpha} = \frac{\alpha}{1 + \frac{a_{\infty}}{\pi A}} (1 - \tau)$$

Siendo  $\tau$  es una función que depende de los coeficientes An de la distribución de circulación adimensional. Como el ala es elíptica, se anula  $\tau$  que implica que no hay torsión y los demás parámetros datos conocidos, pues  $a\infty = Cl\alpha$ , calculado durante el estudio del perfil alar. Sustituyendo obtenemos:  $CL\alpha = 5,5 \ rad-1$ 

Para el cálculo de CL0, coeficiente de sustentación del ala para ángulo de ataque nulo, se utiliza la siguiente expresión:  $CL(\alpha) = CL0 + \alpha \cdot CL\alpha \rightarrow CL0 = CL - \alpha \cdot CL\alpha$ 

Como conocemos el ángulo de ataque para sustentación nula, así como la pendiente de dicha curva, podemos sustituir directamente y obtenemos: CL0 = 0.1927

El cálculo de CD0 se lleva a cabo mediante la polar del perfil, ya conocida. Para ello, se utiliza la siguiente expresión:

$$C_{D0} = \frac{2}{S} \int_{0}^{\infty} C_d(C_{lb}(y)) \cdot c(y) \, dy$$

Obteniendo  $C_{D0} = C_{d0} = 0.004$ 

#### c. Cálculo de $C_{Lm\acute{a}x}$ y $\alpha_{max}$ del ala.

Siguiendo el mismo razonamiento que en el apartado b, legamos a la conclusión de que el coeficiente de sustentación máximo del perfil alar coincide con el del ala.

$$CLm\acute{a}x = Clm\acute{a}x = 1,909$$

Y, recurriendo a la expresión del coeficiente de sustentación en función del ángulo de ataque:

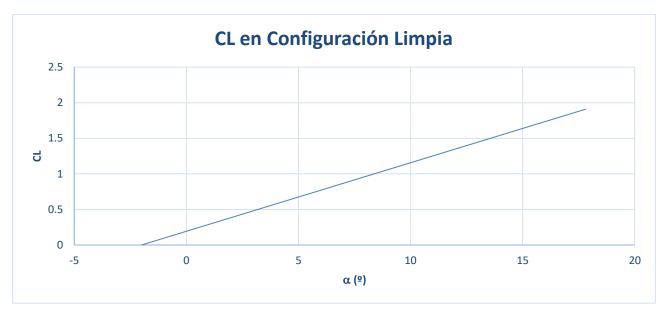
$$CL(\alpha) = CL0 + \alpha \cdot CL\alpha \rightarrow \alpha m \acute{a}x = 17,813^{\circ}$$

#### d. Obtención del gráfico $C_L = f(\alpha)$ .

Con los valores obtenidos expresamos el coeficiente de sustentación como:

$$CL(\alpha) = CL0 + \alpha \cdot CL\alpha$$
.

Representamos la función en la zona lineal, hasta llegar al coeficiente de sustentación máximo, quedándonos:



### e. Cálculo del coeficiente de momento de cabeceo del ala alrededor del centro aerodinámico ( $C_{Mca}$ ).

Según la teoría de Prandtl, el momento de cabeceo del ala alrededor del centro aerodinámico coincide con el del perfil que la forma, el cual ya se ha obtenido anteriormente mediante XFOIL. Por tanto,

$$C_{Mca} = C_{mca} = -0.043$$

f. Cálculo longitud de cuerda media aerodinámica del ala real del avión,  $\hat{c}$ , y de la posición centro aerodinámico del ala real en el avión,  $x_{ca}$ , medido desde el morro.

Como mencionamos anteriormente, el dato de la cuerda media aerodinámica del ala real del avión la hemos definido mediante el WEIGHT AND BALANCE MANUAL de Czeck Airlanes, siendo  $M.A.C.=\bar{c}=3,781~m$ 

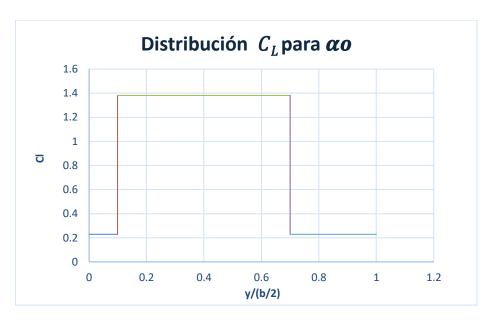
Para determinar el centro aerodinámico, trazamos la línea de c/4 y donde corte a la cuerda media aerodinámica, ahí estará el centro aerodinámico del ala. Ya sólo nos quedaría calcular X<sub>CB</sub> desde el morro del avión hasta el centro aerodinámico.

Estos valores los hemos determinado gráficamente mediante Autocad, representando en planta el avión y determinando, así, el centro aerodinámico del mismo:  $x_{ca} = 17,754 \text{ m}$ 

#### Estudio aerodinámico del ala con flaps.

a. Distribución del coeficiente de sustentación para ángulo de ataque nulo del ala.

Representamos CL a lo largo de la envergadura del avión



#### b. Cálculo de $CL\alpha$ , CL0 y $\alpha o$ .

El  $C_{L\alpha}$  del ala con flaps es igual que el del ala sin flaps ya que los flaps afectan al valor de  $C_L$ , pero no al valor de la pendiente, por lo que  $C_{L\alpha}$  sigue siendo 5,52  $rad^{-1}$ 

Para el cálculo de usaremos los resultados determinados del apartado anterior dividiendo claramente en tres partes descritas gráficamente en el apartado a, yendo de 0 a 0,0992; posteriormente desde este valor 0,0992 a 0,7 y finalmente desde 0,7 hasta la unidad.

$$C_L = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} C_I(y) c(y) dy$$

Los valores resultantes son, respectivamente, 0,229; 1,3814 y finalmente 0,229 nuevamente.

Sumando los resultados de las tres integrales definidas nos resulta que el coeficiente con flaps  $C_{L0}'=1,3814$ Sin embargo, el coeficiente sin flaps es  $C_{L0}'$  (sin flaps) = 0,229.

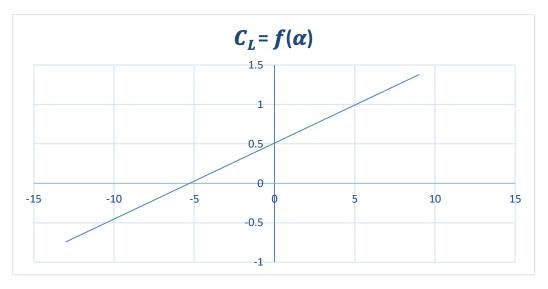
Tras desarrollar rodo lo anterior, obtenemos el ángulo de ataque para sustentación nula de la forma:

$$\alpha_{\rm o}$$
 =  $-\frac{c_{L_0}}{c_{L_{\alpha}}}$ 
Por tanto  $\alpha_0$  =-5, 294°

#### c. Obtención del gráfico $C_L = f(\alpha)$ .

El coeficiente de sustentación se define en función del ángulo de ataque de la siguiente manera:

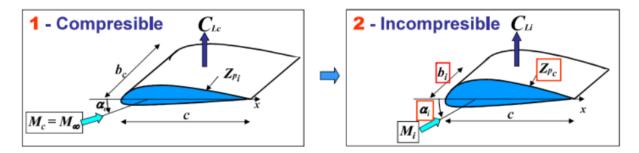
$$C_L(\alpha) = C_{L0} + C_{L\alpha} \cdot \alpha$$
.



#### Estudio aerodinámico del ala en condiciones de crucero

#### a. Cálculo de $S_i$ , $b_i$ y $A_i$ del ala en incompresible.

Para resolver el problema en condiciones de crucero, donde aparecen efectos por compresibilidad debido a la altitud y a la velocidad de vuelo de crucero elevada, debemos obtener un ala "equivalente" para poder estudiarla en incompresible con las teorías que ya hemos empleado anteriormente. En actuaciones básicas del avión se obtuvo que el Mach en crucero para alcance máximo es M=0,733.



Se pueden hallar fácilmente las nuevas características geométricas del ala que debemos estudiar, las cuales deberán ser menores que las del ala original, como ya se estudió en teoría:

$$S_{i} = S_{c} \sqrt{1 - M_{\infty}^{2}} = 76.8 \text{ m}^{2}$$

$$b_{i} = b_{c} \sqrt{1 - M_{\infty}^{2}} = 23.9 \text{ m}^{2}$$

$$A_{i} = A_{c} \sqrt{1 - M_{\infty}^{2}} = 7.6$$

b. Calcular ángulo de ataque de sustentación nula  $(\alpha 0)$ i ,pendiente sustentación del ala (CLa)i , y el coeficiente de sustentación para ángulo de ataque nulo (CL0)i de ese nuevo ala.

El nuevo perfil en incompresible tiene una mayor curvatura y espesor. De forma que dividimos los valores de curvatura y espesor de nuestra ala en compresible entre beta, siendo beta:  $\beta=\sqrt{1-M_{\infty}^2}$ 

Y determinados lo anterior mediante Yukovski determinamos los valores:

$$C_{l_{\alpha}} = 2\pi (1+0.77t/c)$$
  
 $C_{l_0} = 4\pi (1+0.77t/c)f/c$   
 $\alpha_{C_{l=0}} = -2f/c$ 

 $C_{l\alpha} = 7,345$ 

 $C_{l0}$ =0,4299

 $\alpha_0 = -3 \ 35^{\circ}$ 

c. Cálculo de  $c_{L\alpha}$ ,  $c_{L0}$  y  $\alpha_0$  del ala en condiciones de crucero.

Previamente hemos obtenido por Yukowski el valor de  $\alpha 0$  en incompresible, de forma que con la siguiente expresión lo obtendremos en compresible.

$$\alpha i = \frac{1}{\sqrt{1 - M_{\infty}^2}} \cdot \alpha c$$

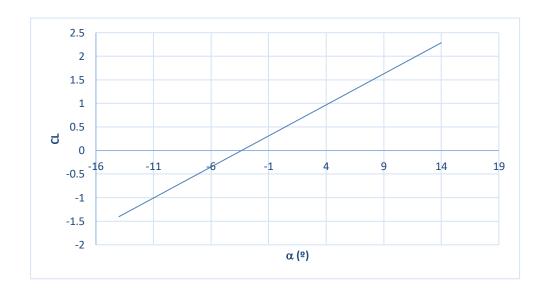
Como bien hemos comentado en el apartado anterior, el CL obtenido corresponde al valor de CLO. De esta forma, al tener el  $\alpha$ 0 y el CLO en compresible, podemos obtener el valor de CL $\alpha$  en compresible despejándolo de la siguiente ecuación, introduciendo el valor de  $\alpha$ 0 de manera que el CL=0.  $C_L(\alpha) = C_{L0} + C_{L\alpha} \cdot \alpha$ 

Resolviendo, queda de la forma:  $\alpha_0 = -3.35^{\circ}$ 

 $C_{l0} = 0.4417$ 

 $C_{l\alpha} = 7.5477$ 

d. Dibujar CL en función del ala en condiciones de crucero.



e. Estimar CL del ala en condiciones crucero. Calcular ángulo de incidencia del ala, iW. Para estimar el coeficiente de sustentación simplemente se recurre a su definición:

$$CL = \frac{W}{\frac{1}{2} \cdot \rho V_{\infty 2}S}$$

Sabemos que volamos a una altitud de 10 000 m y a una velocidad M=0.733. A partir de las ecuaciones de la Atmósfera Estándar Internacional (ISA) obtenemos la densidad a dicha altitud y la velocidad a la que volamos en unidades del SI, ya que también podemos calcular la velocidad del aire. De este modo,

$$\rho (10\ 000\ m) = 0.413\ kg/m^3$$
  $V_{\infty} = M \cdot a$ 

Estamos volando con  $W_2 = L$ , de modo que obtenemos que el coeficiente de sustentación del avión debe ser:  $C_L = 0.46$ .

No obstante, la sustentación que proporcionan las alas debe ser mayor debido a la resistencia producida por el resto de los componentes de la aeronave. Nos indican que el ala proporciona el 110% de la sustentación del avión, con lo cual:

$$CL$$
  $ala = 1.1 \cdot CL$   $avión = 0.51$ .

Conocido el valor del coeficiente de sustentación del ala, se puede despejar el ángulo de ataque al cual estará volando en crucero en la expresión de  $C_L(\alpha)$ . Como se busca que el fuselaje del avión esté horizontal durante la mayor parte del vuelo, este ángulo de ataque coincidirá con la incidencia del ala.

$$i_w = -0.9955957^\circ$$

f. Calcular la fuerza cortante, FC, y el momento flector, MF, producidos por ala elíptica.

Como el ala objeto de nuestro estudio es elíptica y sin torsión, y se puede despreciar el efecto del fuselaje, la distribución de sustentación es constante a lo largo del ala, de modo que:

$$F_{C}(y_{0}) = \int_{y_{0}}^{b/2} l(y) dy$$

$$l(y) = \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^{2} c(y) C_{l}(y)$$

$$M_F(y_0) = \int_{y_0}^{b/2} l(y)(y - y_0) dy$$

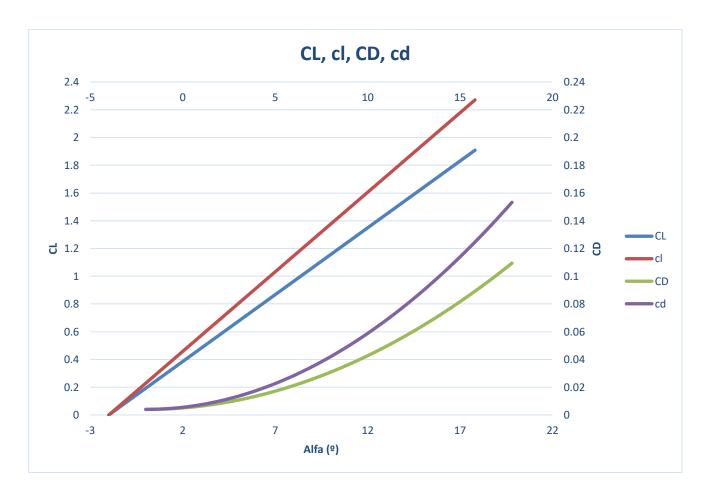
Todos los términos de la integral salen de ésta por ser constantes a excepción de la cuerda. Al integrar la cuerda del ala entre y=0 e y=b/2 lo que vamos a obtener es la superficie de medio ala. Además, sabemos que la distribución de sustentación es constante a lo largo del ala, y de valor el de  $C_L$ , como ya se había explicado anteriormente, con lo cual conocemos todos los términos de la integral.

$$C_l(\theta) = cte = C_L(\alpha = i_w) = 0.51$$

Se obtiene que el valor de la fuerza cortante y el momento en  $y_0 = 0$  son:

$$F_C = 282309,8706 \text{ N}$$
  $M_F = 1663441,152Nm$ 

*Anejo*: Comparativa coeficiente de sustentación y resistencia alar y de perfil:



#### Estudio aerodinámico del Estabilizador Horizontal en configuración limpia.

a. Ángulo de ataque (geométrico) de sustentación nula del estabilizador horizontal,  $\alpha_0$ . El ángulo de ataque de sustentación nula del ala coincide con el del perfil que la forma:

$$lpha$$
0 Ala $=lpha$ 0 Perfil $=0^\circ$ 

b. Calcular  $C_{L\alpha}$  y  $C_{L0}$ .

Este apartado es igual que el 2.2 pero aplicado al estabilizador de forma que  $C_{L\alpha}$  del estabilizador queda 6,4143  $rad^{-1}$  y  $C_{L0}$  queda 0.

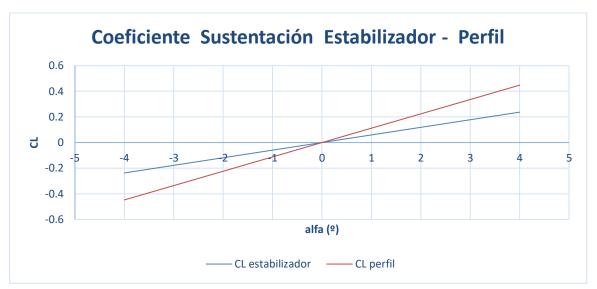
$$C_{L\alpha} = \frac{1}{1 + \frac{a_{\infty}}{\pi A}} (1 - \tau)$$

$$C_{L0} = C_L (\alpha = 0) - \alpha_0 \cdot C_{L\alpha} = 0$$

De modo que la expresión del coeficiente de sustentación total es:  $C_L(\alpha) = 6.4143\alpha$ .

c. Dibujar coeficiente de sustentación del perfil y del estabilizador horizontal en función ángulo de ataque.

Con los datos calculados en el apartado anterior podemos representar los coeficientes de sustentación tanto del estabilizador como del perfil que lo forma. Para el primero utilizamos la ecuación obtenida anteriormente y para el perfil los datos obtenidos de XFOIL. La conclusión a la que se llega, y la cual esperábamos, es que el coeficiente de sustentación del ala siempre es algo menor que la de su perfil.



d. Calcular coeficiente de momento de cabeceo alrededor del centro aerodinámico, C<sub>Mca</sub>.

El coeficiente de momento del ala coincide con el del perfil, el cual se anula por ser un perfil simétrico.

$$C_{Mca} = C_{mca} = 0$$

e. Calcular longitud de la cuerda media aerodinámica estabilizador horizontal real y la posición de su centro aerodinámico.

Para el estabilizador horizontal, sacaremos el valor de la cuerda media aerodinámica aplicando la fórmula de la teoría:

$$\bar{c} = \frac{2}{S_t} \int_0^{b/2} c(y)^2 dy$$

Integrando, obtenemos un valor para  $\bar{c}$  de 1,8734 m

Para la resolución de la posición del centro aerodinámico desde el morro del avión, realizaremos la misma estructura de cálculos que en el apartado 2.8 pero ahora la distancia total no llega hasta el borde de salida del ala, sino del estabilizador horizontal.

Por otra parte, como ya se mencionó, el centro aerodinámico se encuentra en la posición c/4 de la sección.

Para completar la distancia a calcular, hallaremos la posición debida a la flecha del estabilizador a través del cambio de variable de Glauert a partir de la distribución de la cuerda.

Aplicando la relación con la tangente de la flecha y sumando estos datos, obtenemos la posición del centro aerodinámico  $x_{ca} = 33,023 \text{ m}$ 

Estudio aerodinámico del Estabilizador Horizontal con timón de profundidad.

a. Calcular  $C_{L0}$ ,  $C_{L\alpha}$ , y  $\alpha_0$  para una deflexión del timón de profundidad,  $\delta_e$ , de  $10^\circ$ .

Para calcular el  $C_{L0}$  hemos seguido el mismo procedimiento que en el 3.2 pero con las dimensiones del estabilizador, ahora los flaps ocupan todo el estabilizador por lo que solo hay un tramo de integral donde el  $C_{L0}$  del perfil del estabilizador, 0,6642 (obtenido con xfoil).

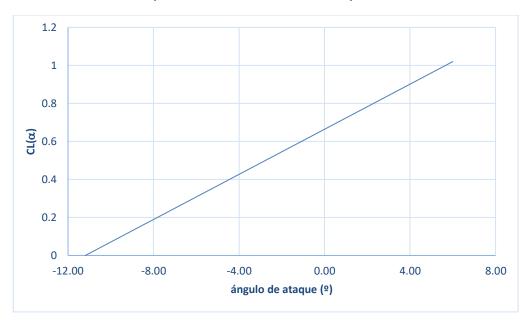
Por lo que  $CL_0$  del estabilizador queda 0,6642.  $CL_{\alpha}$  es igual que la del estabilizador sin flaps, siendo 3,4  $rad^{-1}$ 

Una vez conocido  $CL\alpha$  y  $CL_0$ ,  $\alpha_0$  queda:

$$\alpha_0 = -\frac{C_{L0}}{C_{L\alpha}} = -11, 19289^{\circ}$$

b. Dibujar el coeficiente de sustentación en función del ángulo de ataque.

Una vez conocidos los valores del apartado 6.1, CL en función de  $\alpha$  queda:



c. Calcular el coeficiente momento de charnela,  $C_{\rm h}$ , a ángulo de ataque nulo y  $\delta_{\rm e}$  de  $10^{\rm o}$ .

Haremos uso del programa XFOIL para el perfil del estabilizador, NACA 0010. Los coeficientes se integrarán a lo largo del borde de salida y el resultado final será el propio coeficiente de momento de charnela del perfil.

Teniendo esto en cuenta, obtenemos los siguientes coeficientes:

$\delta_e$	$C_h$
05	0
10º	0,008034

#### Estudio de la Estabilidad Longitudinal del Avión en Condiciones de Aproximación.

Es crucial estudiar la estabilidad del avión tanto en su diseño como en su operación. La tarea de cargar y centrar el avión, que es responsabilidad del comandante aunque la oficina de operaciones de la aerolínea lo organiza, es esencial para garantizar la estabilidad y el control durante el vuelo. Se emplean gráficos proporcionados por el fabricante para esta labor. Si el centro de gravedad está muy atrás, la aeronave será menos eficiente y los controles serán más sensibles, lo que la hace más inestable. Por otro lado, si el centro de gravedad está muy adelante, la aeronave será más estable pero los controles requerirán más fuerza. Un mal centrado podría tener consecuencias trágicas. Este apartado tiene como objetivo analizar la estabilidad longitudinal del avión durante la aproximación, utilizando las teorías aprendidas en clase.

#### a. Calcular $C_{L\delta}$ del estabilizador horizontal.

Para poder hacer el gráfico  $CL\alpha$  del estabilizador ya lo conocemos de apartados anteriores.

Para calcular  $CL\delta$  conocemos  $CL_0$  con una deflexión de 10 grados del apartado 6.1, lo volvemos a calcular, pero con una deflexión de 0 grados y obtenemos la pendiente entre estos puntos.

Vamos a reescribir estas dos funciones con la nomenclatura que utilizaremos en estabilidad:

$$C_{Lt}$$
 ( $\alpha_t$ ,  $\delta e = 0^\circ$ ) = 3,4  $\alpha_t$ 

$$C_{Lt} (\alpha_t, \delta e = 10^\circ) = 0,6642 + 3,4 \alpha_t$$

donde

$$\alpha_t = (i_t - i_w - \varepsilon_0) + (1 - \varepsilon_\alpha) \alpha$$

Buscamos una expresión de la forma:

$$CLt = CL0t + CL\alpha t\alpha t + CL\delta t\delta e$$

Sustituimos en los dos puntos de la curva que conocemos para el mismo  $\alpha$ , que por comodidad lo tomaremos nulo.

Una vez que conocemos las dos pendientes el grafico queda:



#### b. Calcular el coeficiente de momento de charnela del timón, C<sub>h</sub>

Por teoría, conocemos la ecuación general del coeficiente del momento de charnela para estabilidad estática longitudinal.

$$Che = Ch0 + Ch\alpha t \cdot \alpha t + Ch\delta \cdot \delta e$$

Siendo  $\alpha_t$  el ángulo de ataque del timón del estabilizador. Como estamos suponiendo el timón equilibrado, el valor de  $C_{h0}$  será nulo.

Utilizaremos el programa XFOIL para el perfil NACA 0010, a partir del cual daremos diversos valores para ángulo de ataque y de deflexión para luego obtener  $C_{hat}$  y  $C_{h\delta}$  (la pendiente del coeficiente del momento de charnela del estabilizador y el coeficiente del momento de charnela del ángulo de deflexión, respectivamente).

En primer lugar, realizaremos los cálculos para la obtención de  $C_{hat}$ . Para ello, daremos un valor cualquiera al ángulo de ataque, mientras que para el ángulo de deflexión pondremos uno bastante próximo al 0. No le daremos directamente el valor nulo, ya que XFOIL trabajaría sin tener en cuenta el timón y daría un resultado distinto.

Por lo tanto, para  $\alpha_t = 1^{\circ}$  y  $\delta_e = 0.0001^{\circ}$ , obtenemos en XFOIL que  $C_{he} = 0.000385$ . Sustituyendo estos valores en la ecuación, se tiene que  $C_{hat} = 0.0214$ .

En segundo lugar, para los cálculos de  $C_{h\delta}$  diremos que  $\alpha_t=0^{\circ}$  y  $\delta_e=1^{\circ}$ , leyendo en XFOIL que  $C_{he}=0,000875$ .

Y, de la misma manera que antes, despejamos de la ecuación que  $C_{h\delta} = 0.050134$ .

Con todo esto, podemos concluir que el coeficiente del momento de charnela para el estabilizador quedará en función de  $\alpha_t$  y  $\delta_e$  de la siguiente manera:

$$C_{he} = 0.0214 \cdot \alpha_t + 0.050134 \cdot \delta_e$$

#### c. Calcular el ángulo de estela producido por el ala, $\varepsilon$ .

El aire que llega al estabilizador horizontal no es aire "limpio", sino que llega perturbado tras su paso por el ala. Esta perturbación se puede cuantificar mediante el coeficiente de estela. Para calcular el ángulo de estela del ala, utilizaremos la aproximación:

$$\varepsilon(\alpha) = \frac{2C_{Lwb}}{\pi A_{w}}$$

En la cual desarrollaremos el término CLwb y nos quedará:

$$\varepsilon(\alpha) = \frac{2 C_{L0_{wb}}}{\pi A_w} + \frac{2 C_{L\alpha_{wb}}}{\pi A_w} \alpha$$

Resolviéndolo:  $\epsilon_0=0,01$  y  $\epsilon_{\alpha}=0,3195$ .

#### d. Calcular el coeficiente de sustentación del avión en función de $\alpha$ y $\delta_{\rho}$ .

Para calcular el coeficiente de sustentación del avión, sumaremos los coeficientes de sustentación del ala y del estabilizador horizontal. Usaremos la fórmula:

$$C_L = \left(C_{L0_{\text{Wb}}} + \eta_q \frac{S_t}{S} \alpha_{t_0} a_t\right) + \left(a_{\text{Wb}} + \eta_q \frac{S_t}{S} a_t \left(1 - \varepsilon_\alpha\right)\right) \alpha + \left(\eta_q \frac{S_t}{S} C_{L\delta}\right) \delta_e$$

Definiendo el coeficiente de sustentación del avión como:  $CL = CL0 + CL\alpha\alpha + CL\delta\delta e$ 

Por tanto, tras operar:  $C_{L\alpha} = 6,2469$ 

$$C_{L\delta} = 1,1956$$

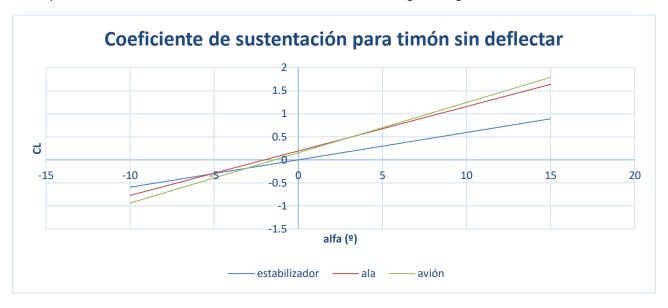
 $C_{L0} = 0,1531$ 

e. Dibujar CL del ala, del estabilizador y del avión (para  $\delta_{\rm e}$  =0) en función de  $\alpha$ .

Con los datos obtenidos anteriormente, la curva de sustentación del avión completo es:

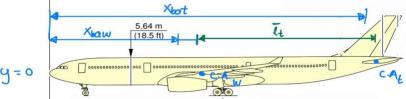
$$C_L(\alpha) = 0.1531 + 6.25\alpha + 1.196\delta_e$$
.

Para representar todos estos valores, debemos tener en cuenta que el ala y el estabilizador no vuelan al mismo ángulo de ataque. No obstante, conocemos la relación entre ellos. Se dan valores a  $\alpha$  entre  $-4^{\circ}$  y el máximo ángulo de ataque del ala. A continuación, se halla  $\alpha_t$  en función de  $\alpha$  y se entra con los valores correspondientes a cada una de las ecuaciones, obteniéndose la siguiente gráfica:



f. Calcular la posición del punto neutro  $x_{PN}$ , con palanca fija y con palanca libre  $x'_{PN}$ 

La posición del punto neutro se calcula mediante las ecuaciones deducidas en la teoría. No obstante, antes de poder emplearlas, es conveniente dejar definidos ciertos parámetros que se obtienen de la geometría de la aeronave:



Usaremos las siguientes fórmulas, calculando primero los parámetros que aparecen que no hemos calculado aún: Siendo  $V_H = \frac{S_t \cdot I_t}{S \cdot C}$ 

Fórmulas para palanca fija:

$$h_n = h_{wb} + \frac{\eta_q \, \overline{V}_H \, \frac{a_t}{a_{wb}} (1 - \varepsilon_\alpha)}{1 + \eta_q \, \frac{S_t}{S} \, \frac{a_t}{a_{wb}} (1 - \varepsilon_\alpha)} \qquad H_n = h_n - h = \frac{x_{PN} - x_{CG}}{\overline{C}}$$

$$h_{n=\frac{X_{PN}}{\bar{C}}}$$

Primeramente, calculamos hn y con esto ya determinamos finalmente el valor de XPN = 19,496

Fórmulas para palanca libre:

$$h'_{n} \approx h_{n} - \eta_{q} V_{H} \frac{a_{t}}{a_{Wb}} (1 - \varepsilon_{\alpha}) F$$

$$H'_{n} = h'_{n} - h = \frac{x'_{PN} - x_{CG}}{\overline{c}}$$

$$h'_n = \frac{X'_{PN}}{\bar{C}}$$

$$F = \frac{CL\delta t}{CL\alpha t} \quad \frac{Ch\alpha t}{Ch\delta}$$

$$CL\alpha t \quad Ch\delta$$

$$h'_{n} = h_{wb} + \frac{\eta_{q} \overline{V}_{H} \frac{a_{t}}{a_{wb}} (1 - \varepsilon_{\alpha}) (1 - F)}{1 + \eta_{q} \frac{S_{t}}{S} \frac{a_{t}}{a_{wb}} (1 - \varepsilon_{\alpha}) (1 - F)}$$

Primero calculamos F, tras ello h'n y, finalmente  $x_{PN} = 18,666 m$ 

#### g. Imponiendo un margen estático del 15%, calcular:

Margen estático (diferencia entre el punto neutro y la posición del centro de gravedad, adimensionalizado con la cuerda media aerodinámica)

g.1. Posición del centro de gravedad,  $x_{cg}$ 

$$H_n = h_n - h = \frac{x_{PN} - x_{CG}}{\bar{c}} = 0,15.$$

Como la posición del punto neutro es la obtenida en el apartado anterior, se puede despejar la posición del centro de gravedad con el margen estático impuesto:

$$x_{CG} = x_{PN} - H\bar{c} = 18,929 m$$

g.2. Calcular y dibujar  $\delta_T$  en función de  $c_{\scriptscriptstyle 
m LT}$ 

Basándonos en la siguiente ecuación:

$$\mathcal{S}_{\scriptscriptstyle T} = -\frac{\overline{C}_{\scriptscriptstyle M_0}}{C_{\scriptscriptstyle M_{\scriptscriptstyle \mathcal{S}}}} - \frac{C_{\scriptscriptstyle M_\alpha}}{aC_{\scriptscriptstyle M_{\scriptscriptstyle \mathcal{S}}}} C_{\scriptscriptstyle L_{\scriptscriptstyle T}}$$

Asimismo, nos hacen falta expresiones tales como las de la curva de momento del avión (teoría):

$$CM\bar{o} = CM0 - \frac{CM\alpha}{a} \quad CL0$$

$$CM\alpha$$

$$CM\bar{o} = CM\delta - CL\delta - \frac{CM\alpha}{a}$$

$$CM0 = CM cawb + CL0 wb (h - hwb) - \eta qV H\alpha t0 at + CMT$$

Por consiguiente, los términos que faltan los determinamos de las siguientes expresiones:

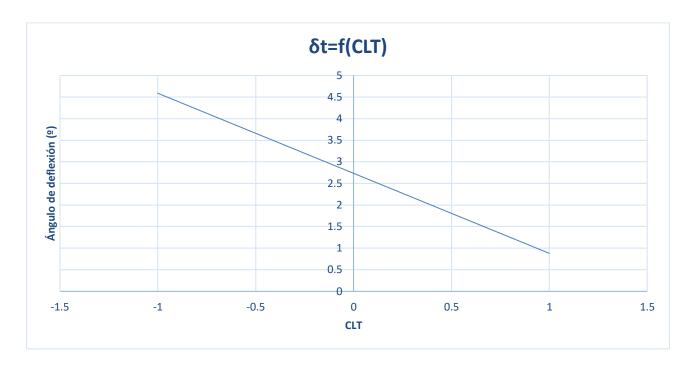
$$C_{\mathit{M}_{0}} = C_{\mathit{M}_{\mathit{Ca}_{\mathit{Wb}}}} + C_{\mathit{L0}_{\mathit{Wb}}} \left( h - h_{\mathit{wb}} \right) - \eta_{\mathit{q}} V_{\mathit{H}} \alpha_{\mathit{t_{0}}} a_{\mathit{t}}$$

$$C_{M_{\alpha}} = a_{wb} \left[ \left( h - h_{wb} \right) \left( 1 + \eta_q \, \frac{S_t}{S} \, \frac{a_t}{a_{wb}} \left( 1 - \varepsilon_{\alpha} \, \right) \right) - \eta_q \overline{V}_H \, \frac{a_t}{a_{wb}} \left( 1 - \varepsilon_{\alpha} \, \right) \right]$$

$$C_{M_{\delta}} = -\eta_q V_H C_{Lt_{\delta}}$$

Resolviendo todo lo anterior:  $\delta_{T0} = 2,73^{\circ}$ 

 $d\delta \tau / dC_{LT} = -0.03236$  rad.



g.3. Ángulo de ataque del avión, del estabilizador y la deflexión del timón, con palanca fija.

Primero hallamos el coeficiente de sustentación del avión con las condiciones de aproximación:

$$C_L = \frac{L}{1/2 \, \rho V^2 S}$$

Como estamos estudiando la estabilidad durante el descenso, estimaremos el coeficiente de sustentación del avión a partir de la velocidad de vuelo para velocidad de descenso mínima y la densidad del aire a nivel del mar.

Con ese coeficiente de sustentación hallamos el ángulo de ataque del avión.

Una vez que tenemos el ángulo de ataque del avión, calculamos el del estabilizador y, finalmente, hallamos la deflexión del timón:

$$CL(\alpha T, \delta T) = CLO + CL\alpha \alpha T + CL\delta \delta T$$

 $\alpha_{t} = (i_{t} - i_{w} - \varepsilon_{o}) + (1 - \varepsilon_{\alpha})\alpha$ 

Obtenemos: 
$$\alpha = 9, 15^{\circ}$$
  $\alpha = 4,09^{\circ}$   $\delta_{e}=0, 579^{\circ}$ 

#### g.4. Margen estático, ángulo de ataque del avión, del estabilizador y la deflexión del timón, con palanca libre.

Con palanca libre deberemos tener en cuenta el factor de timón libre, hallado anteriormente. La idea es repetir el proceso de los subapartados anteriores, imponiendo el mismo margen estático con timón libre, pero con la nueva condición añadida. Para ello, se mantiene el centro de gravedad calculado previamente pero el punto neutro es el de palanca libre.

Margen Estático: 
$$H'_n = h'_n - h = \frac{x'_{PN} - x_{CG}}{\overline{c}}$$

Nos queda: -1,836% en ĉ

El resto lo hallamos como en el apartado anterior, pero con las ecuaciones de palanca libre:

$$C_{L_{\text{PL}}} = \left( C_{L0_{\text{Wb}}} + \eta_q \frac{S_t}{S} a_t \left( 1 - F \right) \alpha_{0_t} \right) + \left( a_{\text{Wb}} + \eta_q \frac{S_t}{S} a_t \left( 1 - F \right) \left( 1 - \varepsilon_{\alpha} \right) \right) \alpha$$

$$C_{L_0}$$

$$a_{\text{PL}} \quad , > a_{\text{Wb}} \; , < a$$

Por tanto:  $\alpha$ = 9, 61º

 $\alpha = 4,415^{\circ}$ 

 $\delta_{e}$ =-1,889

#### g.5. Margen de maniobra con palanca fija y con palanca libre.

Para el caso de palanca fija y, de las fórmulas de la teoría, conocemos la siguiente relación:

$$H_m = h_m - h$$

Para obtener el margen de maniobra, debemos calcular antes el valor de  $h_m$ :

$$h_m = h_n + K \cdot \frac{V_H \cdot l\bar{t}}{\mu \cdot \bar{c}} \cdot a_t$$

Desglosando la ecuación anterior, conocemos por teoría que  $K \approx 1,1$ ; y para el cálculo de  $\mu$  y  $l_t$ , se sabe que:

$$\mu = \frac{2 \cdot m}{\rho \cdot S \cdot \bar{c}}$$

$$l_t = \frac{V_H \cdot \bar{c} \cdot S}{S_t}$$

Obtenemos un valor de  $h_m$  por lo que el valor del margen de maniobra para palanca fija será:

$$H_m = 6,554$$

Por otro lado, para el caso de palanca libre, la ecuación que utilizaremos será:

$$H'_m = h'_m - h$$

Tendremos que calcular, entonces, el valor de  $h'_m$ , que se define como:

$$h'_{m} = h'_{n} + (K + F - 1) \cdot \frac{V_{H} \cdot l\bar{t}}{\mu \cdot \bar{c}} \cdot a_{t}$$

A partir de los datos ya calculados, obtenemos que  $h'_m$ . Con ello, el margen de maniobra para palanca libre resulta:

$$H'_{m} = -0.4777$$

### g.6. Coeficiente de momento del avión en función de $\alpha$ y $\delta_{\rm e}$ , con palanca fija y con palanca libre.

En primer lugar, se calculará el coeficiente del momento del avión para el caso de palanca fija. Partiendo de la ecuación de dicho coeficiente, haremos los cálculos necesarios para obtener una función dependiente de  $\alpha$  y  $\delta_e$  para su posterior representación gráfica.

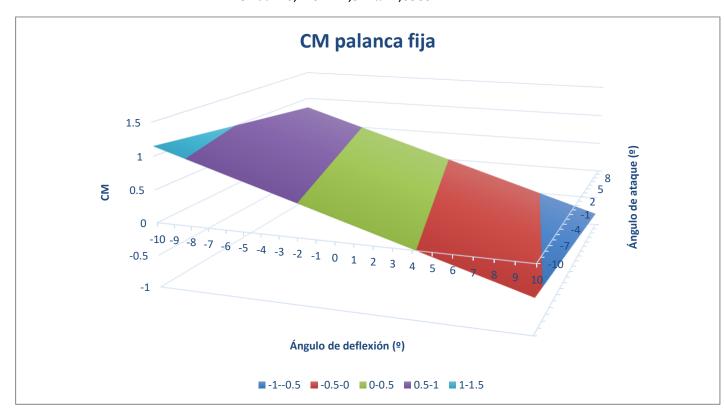
Palanca fija:

$$CM = CM0 + CM\alpha \cdot \alpha + CM\delta \cdot \delta$$

Donde, 
$$CM_0 = C_{Mca\,wb} + C_{L0\,wb} \cdot (h - h_{wb}) - \eta \cdot V_H \cdot \alpha_{t0} \cdot \alpha_t$$

Resolviendo todo lo anterior de manera trivial, su representación queda de la forma:

$$CMCG = -0.1767 - 1.574\alpha - 4.636\delta$$
.



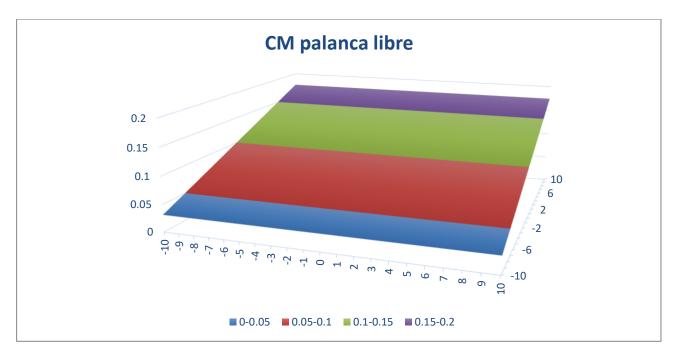
Por último, realizaremos unos cálculos similares para el caso con palanca libre. Ahora, el coeficiente del momento del avión solo va a depender de  $\alpha$ , quedando una función con la siguiente estructura

Palanca libre:

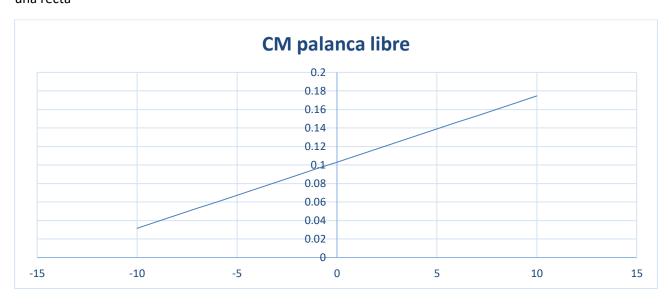
$$CM = CM0 + CM\alpha \cdot \alpha$$

$$C_{M_{0_{\rm PL}}} = C_{M_{ca_{Wb}}} + C_{L0_{Wb}} \left( h - h_{wb} \right) - \eta_q V_H \alpha_{t_0} a_t \left( 1 - F \right) + C_{M_T}$$

$$C_{M_{\alpha_{PL}}} = a_{wb} \left[ \left( h - h_{wb} \right) \left( 1 + \eta_q \frac{S_t}{S} \frac{a_t}{a_{wb}} \left( 1 - \varepsilon_\alpha \right) \left( 1 - F \right) \right) - \eta_q \overline{V}_H \frac{a_t}{a_{wb}} \left( 1 - \varepsilon_\alpha \right) \left( 1 - F \right) \right]$$



Es una función que depende exclusivamente de  $\alpha$ , la representación en dos dimensiones correspondería con una recta



h. Valor máximo y mínimo de la posición del centro de gravedad del avión en % de la cuerda media aerodinámica.

Buscamos calcular el recorrido del centro de gravedad de la aeronave. La posición más retrasada se obtiene calculando la posición del punto neutro y fijando el  $H_n$  mínimo. Como ya tenemos calculada la estabilidad para dicho punto  $H_n$ , vamos a fijar ese margen estático como el mínimo.

En primer lugar, obtendremos  $h_n$ , que es la posición del punto neutro adimensionalizada por la cuerda media aerodinámica alar.

$$\hat{h}_n = \underline{\qquad} = 0,36$$

$$\bar{c}$$

A continuación, obtenemos la posición más retrasada del centro de gravedad adimensionalizada por  $\bar{c}$ ,

$$xCGretr = \hbar n - Hn = 0.321$$

Como la norma dice que el recorrido del centro de gravedad no puede superar el  $0,25\bar{c}$ , la posición más adelantada del centro de gravedad será:

$$xCGad = xCGretr - 0.25 = 0.07100892$$

i. Dibujar posiciones centro aerodinámico del ala, puntos neutros y de maniobra y posición más retrasada y más adelantada posible del centro de gravedad avión.

Representaremos en una única gráfica las medidas calculadas hasta este punto; teniendo en cuenta que, en la resolución de estas medidas, se realizaron desde el morro del avión y ahora se procede a representarlas sobre la cuerda media aerodinámica del ala.

Las representamos de la siguiente manera:

